Taller de Complejidad Algorítmica (Big O)

Nombre: Juan Andres Salazar Urdinola
Código: 2262431-2724

Objetivo: Demostrar el crecimiento asintótico de funciones mediante límites y analizar/escribir algoritmos eficientes en Python.

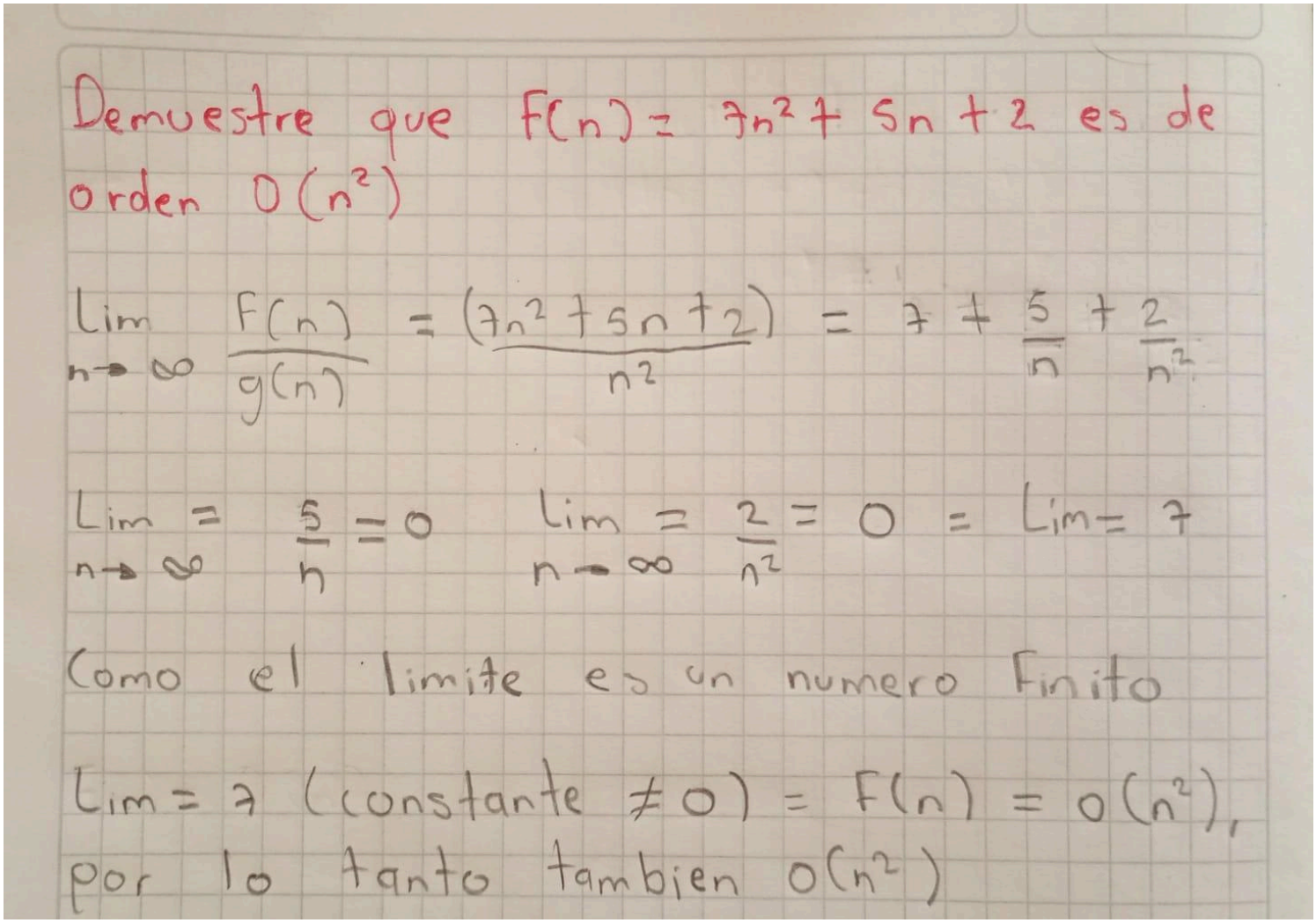
Módulo 1: El Rigor Matemático (Criterio del Límite)

Para cada ejercicio, utiliza la fórmula:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$$

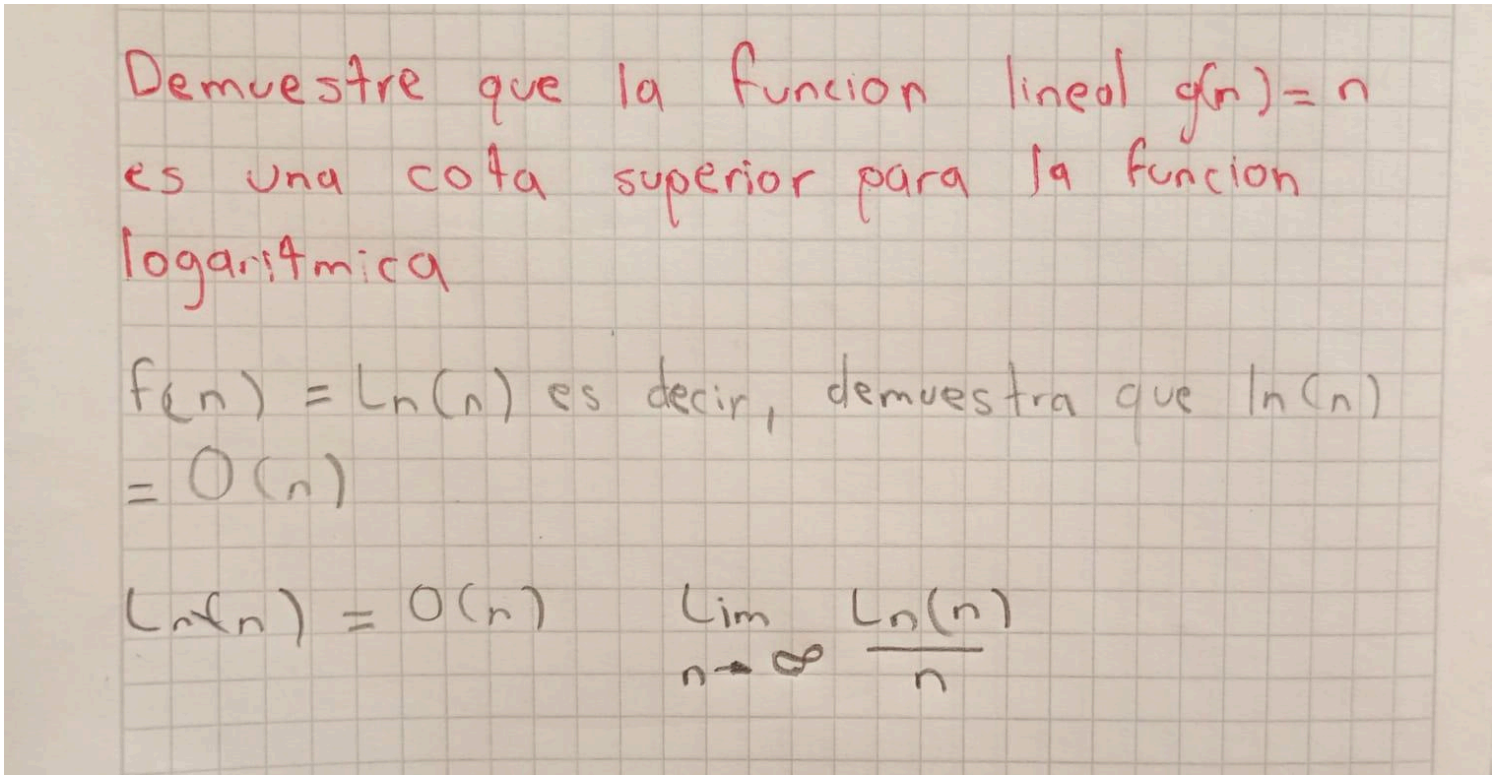
Si L=0, entonces f(n) = O(g(n)). Si L=c, entonces f(n) = Θ(g(n)).

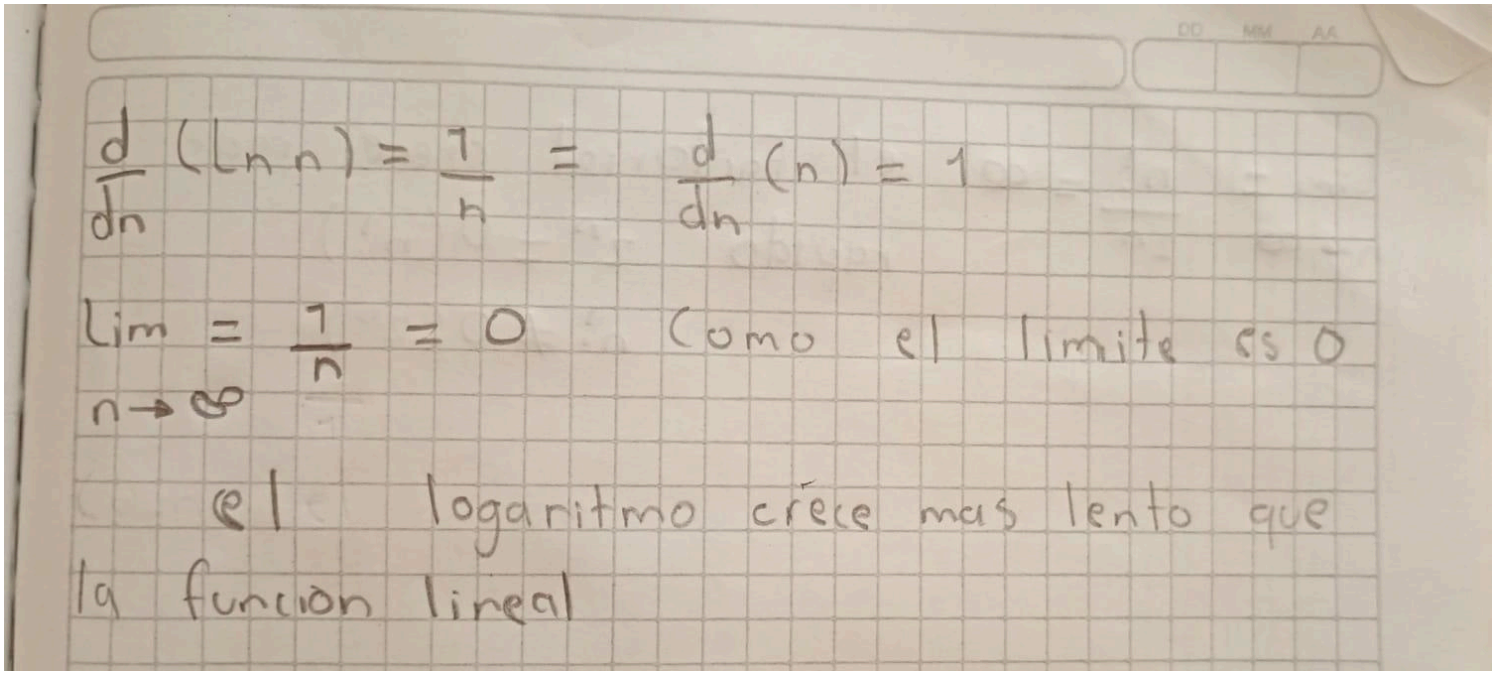
Ejercicio 1.1 (Nivel Básico):



Ejercicio 1.2 (Nivel Intermedio):

Demuestra que la función lineal g(n) = n es una cota superior para la función logarítmica





Ejercicio 1.3 (Nivel Avanzado):

Determina la relacion asintótica entre $f(n) = n!$ (factorial) y $g(n) = 2^n$ ¿Cual Crece mas rapido?

$f(n) = n!$ $\quad g(n) = 2^n$

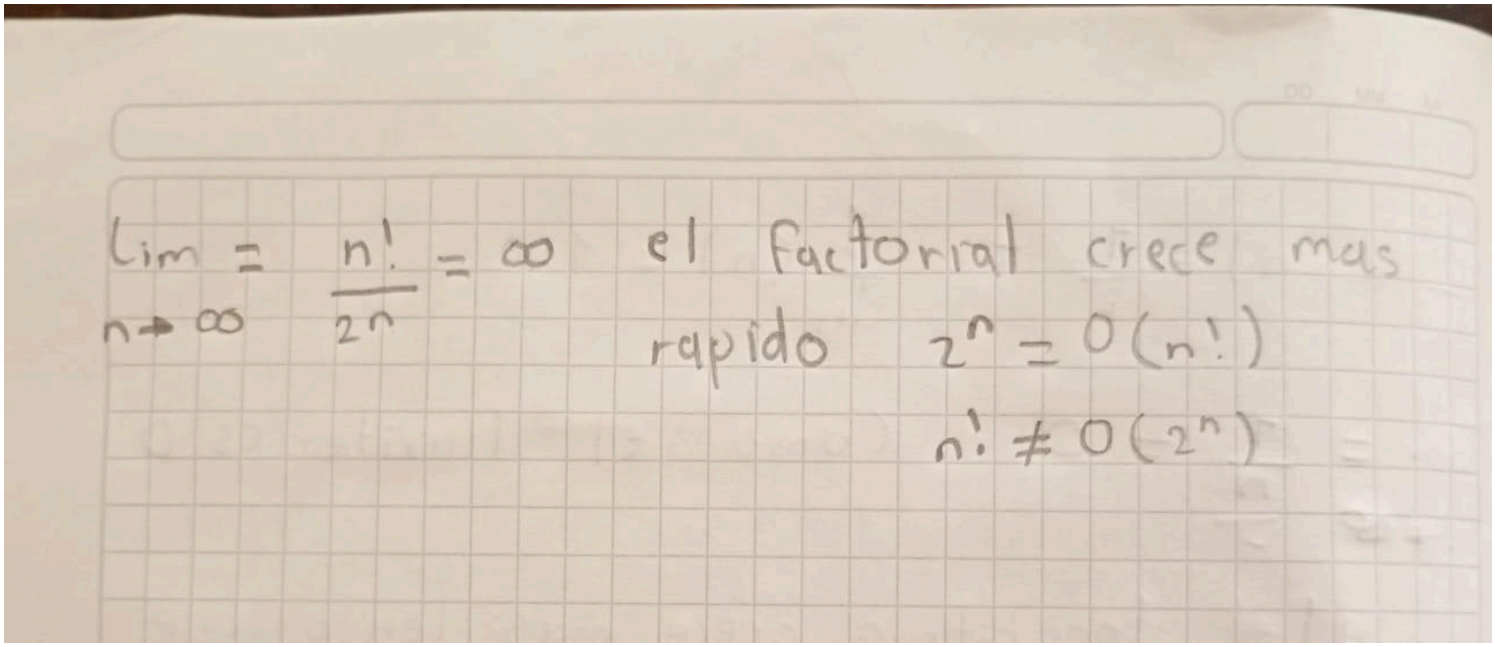
para $n > 2$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n!}{2^n} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \; 2 \; 2 \; 2 \; 2} = \frac{3}{2} > 1$$

$$\frac{4}{2} > 1$$

$$\frac{5}{2} > 1$$

Se puede Observar que mediante numeros mayores que 1 por ende crece sin limite



Módulo 2: Análisis de Algoritmos (Lectura de Código)

Analiza los siguientes fragmentos de código en Python. Para cada uno, identifica: Mejor Caso, Peor Caso y la Notación Big O.

Ejercicio 2.1: El buscador de pares

```python
def buscar_par_especifico(lista, objetivo):
    # Analiza este código
    pasos = 0
    for i in range(len(lista)):
        pasos += 1
        if lista[i] % 2 == 0 and lista[i] == objetivo:
            return True, pasos
    return False, pasos
```

Mejor Caso O(1): El primer elemento de la lista es par e igual al objetivo. El bucle se ejecuta una sola vez y retorna inmediatamente.

Peor Caso O(n): El objetivo no existe en la lista o está en la última posición. Se recorren todos los n elementos.

Big O General: O(n) — El algoritmo realiza una sola pasada lineal sobre la lista. El número de operaciones es proporcional al tamaño de la entrada.

Ejercicio 2.2: El salto de índices

```python
def algoritmo_misterioso(n):
    # Analiza el crecimiento de 'i'
    i = 1
    operaciones = 0
    while i < n:
        operaciones += 1
        i = i * 2
    return operaciones
```

La clave está en cómo crece i . La secuencia de valores es: 1, 2, 4, 8, 16, ..., 2^k

El bucle termina cuando 2^k ≥ n, es decir, cuando k ≥ log 2(n).

Mejor Caso O(1): Si n ≤ 1, el while nunca se ejecuta (0 iteraciones).

Peor Caso O(log n): El número de iteraciones es exactamente $\lfloor \log_2(n) \rfloor$.

Big O General: O(log n) — Cada iteración duplica el valor de i, reduciendo a la mitad el espacio restante. Este patrón de crecimiento geométrico produce complejidad logarítmica

Módulo 3: Implementación (Programación)

En esta parte debes escribir código que cumpla con las restricciones de eficiencia solicitadas.

Ejercicio 3.1: Intersección de Listas

Escribe una función en Python llamada interseccion(lista1, lista2) que devuelva los elementos comunes.

```python
def ejercicio_3_1():
    print("--- Ejercicio 3.1: Intersección de Listas ---")

    lista1 = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19]
    lista2 = [3, 6, 9, 12, 15, 18]

    res_ingenua = interseccion_ingenua(lista1, lista2)
    res_set     = interseccion_con_set(lista1, lista2)

    print(f"  Lista 1: {lista1}")
    print(f"  Lista 2: {lista2}")
    print(f"  Resultado (ingenua O(n²)): {sorted(res_ingenua)}")
    print(f"  Resultado (set    O(n)):   {sorted(res_set)}")
    print(f"  ¿Coinciden?: {sorted(res_ingenua) == sorted(res_set)}\n")
```

Reto A: Impleméntalo de forma "ingenua" usando bucles anidados (O(n^2)).

```
# --- RETO A: Versión Ingenua O(n²) ---
def interseccion_ingenua(lista1, lista2):
    resultado = []
    for elemento in lista1:          # O(n)
        for otro in lista2:          # O(m) por cada elemento
            if elemento == otro:
                if elemento not in resultado:
                    resultado.append(elemento)
    return resultado
```

Reto B: Investiga cómo hacerlo usando un set (conjunto) en Python para lograr una complejidad de O(n).

```
# --- RETO B: Versión con Set O(n) ---
def interseccion_con_set(lista1, lista2):

    set_lista2 = set(lista2)         # O(m): construir el set
    resultado = []
    for elemento in lista1:          # O(n): un solo recorrido
        if elemento in set_lista2:   # O(1): búsqueda por hash
            resultado.append(elemento)
    return list(set(resultado))      # Eliminar posibles duplicados
```

Documentación: Explica por qué la versión con set es más rápida basándote en lo visto en el Módulo 1.

R/Un set en Python implementa internamente una tabla hash. Esto garantiza que la operación "in" tenga complejidad O(1) promedio en lugar de O(n) como en una lista.

Aplicando el criterio del límite del Módulo 1:

$\lim(n\to\infty)\ n / n^2 = \lim(n\to\infty)\ 1/n = 0$

Como L = 0, se confirma que $O(n) \subset O(n^2)$ (la solución con set es asintóticamente inferior y mucho más eficiente para entradas grandes).

Ejercicio 3.2: El desafío del crecimiento exponencial

Escribe una función recursiva para calcular el número de Fibonacci: F(n) = F(n-1) + F(n-2).

```python
def fibonacci(n):
    # Casos base
    if n < 0:
        raise ValueError("El número debe ser mayor o igual a 0")
    if n == 0:
        return 0
    if n == 1:
        return 1

    # Caso recursivo: F(n) = F(n-1) + F(n-2)
    return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2)



for i in range(10):
    print(f"F({i}) = {fibonacci(i)}")
```

Salida

```
PS C:\Users\juan_\OneDrive\Desktop\Taller_Complejidad_Algoritmica> & C:/Users/juan_/AppData/Local/
Python/bin/python.exe c:/Users/juan_/OneDrive/Desktop/Taller_Complejidad_Algoritmica/1.py
F(0) = 0
F(1) = 1
F(2) = 1
F(3) = 2
F(4) = 3
F(5) = 5
F(6) = 8
F(7) = 13
F(8) = 21
F(9) = 34
```

Analiza por qué esta implementación simple es O(2^n).

R/Cada llamada a fibonacci(n) genera exactamente 2 llamadas recursivas. El árbol de recursión tiene profundidad n y se expande geométricamente:

$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + O(1) \rightarrow T(n) \approx 2^n$

Además, el algoritmo recalcula los mismos subproblemas múltiples veces. Por ejemplo, F(3) se calcula en varias ramas del árbol.

Pregunta técnica: Si n=50, ¿por qué tu computadora probablemente se bloquee al intentar calcularlo?

R/Con n = 50, el número de llamadas recursivas es aproximadamente:

$2^{50} \approx 1,125,899,906,842,624$ (≈ 1 cuatrillón de operaciones)

Incluso a 10^9 operaciones/segundo (procesador moderno), esto tomaría ~13 días. La memoria de la pila de llamadas (stack) también se agota por la profundidad de recursión.