

Correctievoorschrift VWO

2019

tijdvak 2

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Aanleveren scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommiteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommiteerde.

- 3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
- 4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*

Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examinator en gecommitteerde (eerste en tweede corrector):*

Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*

Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.

Verduidelijking

Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.

Een fout

Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
- 3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.
- 3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag

Antwoord

Scores

Minimale lengte

1 maximumscore 4

- $\Delta x = 7 - p$ en $\Delta y = f(p)$, waarbij p de x -coördinaat van P is 1
- $AP = \sqrt{(7-p)^2 + (f(p))^2}$ (of $AP^2 = (7-p)^2 + (f(p))^2$) 1
- Beschrijven hoe het minimum hiervan (met de GR) bepaald kan worden 1
- De minimale lengte van AP is 4,35 1

Bewegend punt

2 maximumscore 4

- $y = 0$ geeft $\sin(2t) = \sin(t)$ 1
- Hieruit volgt $2t = t + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) of $2t = \pi - t + k \cdot 2\pi$ (met k geheel) 1
- Dit geeft $t = 0$, $t = \frac{1}{3}\pi$, $t = \pi$, $t = 1\frac{2}{3}\pi$ en $t = 2\pi$ 1
- $x\left(\frac{1}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1

of

- $y(t) = 2\sin(t)\cos(t) - \sin(t)$ 1
- $y = 0$ geeft $\sin(t) = 0$ of $\cos(t) = \frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft $t = 0$, $t = \frac{1}{3}\pi$, $t = \pi$, $t = 1\frac{2}{3}\pi$ en $t = 2\pi$ 1
- $x\left(\frac{1}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 6

- De afgeleide van $\sin(2t)$ is $2\cos(2t)$ 1
- De afgeleide van $\cos(2t)$ is $-2\sin(2t)$ 1
- ($x'(t) = -2\sin(2t) - 2\cos(2t)$ en $y'(t) = 2\cos(2t) - \cos(t)$, dus)

$$\begin{pmatrix} x'(0) \\ y'(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ en } \begin{pmatrix} x'(\pi) \\ y'(\pi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
 1
- $\cos(\varphi) = \frac{\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right|}$ (waarbij φ de gevraagde hoek is) 1
- $\cos(\varphi) = \frac{7}{\sqrt{65}}$ 1
- $\varphi \approx 29,7^\circ$ 1

of

- De afgeleide van $\sin(2t)$ is $2\cos(2t)$ 1
- De afgeleide van $\cos(2t)$ is $-2\sin(2t)$ 1
- ($x'(t) = -2\sin(2t) - 2\cos(2t)$ en $y'(t) = 2\cos(2t) - \cos(t)$, dus)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\cos(2t) - \cos(t)}{-2\sin(2t) - 2\cos(2t)}$$
 1
- $t = 0$ en $t = \pi$ invullen geeft de richtingscoëfficiënten van de raaklijnen aan de baan: $-\frac{1}{2}$ en $-\frac{3}{2}$ 1
- De richtingshoeken zijn $-26,56\dots^\circ$ en $-56,30\dots^\circ$ (of: de hoeken die de raaklijnen met de x -as maken, zijn $26,56\dots^\circ$ en $56,30\dots^\circ$) 1
- De gevraagde hoek is $(-56,30\dots^\circ - -26,56\dots^\circ) \approx 29,7^\circ$ 1

Raaklijn in knikpunt

4 maximumscore 5

- Voor de x -coördinaat van de knik geldt $x - 2 = 0$, dus $x = 2$ 1
- Voor $x < 2$ geldt $f(x) = -(x-2) \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2\right) + 1$ 1
- (Voor $x < 2$ geldt) $f'(x) = -1 \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2\right) - (x-2) \cdot \frac{1}{2}$ 1
- De helling van l is ($\lim_{x \uparrow 2} f'(x) =$) -3 1
- ($y_A = 1$;) uit $1 = -3 \cdot 2 + b$ volgt $b = 7$, dus een vergelijking van l is $y = -3x + 7$ 1

Opmerkingen

- Als de kandidaat het functievoorschrift $f(x) = (x-2) \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2\right) + 1$ hanteert, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.
- Voor de notatie $f'(2) = -3$ in plaats van $\lim_{x \uparrow 2} f'(x) = -3$ geen scorepunten in mindering brengen.

Optimale snijsnelheid

5 maximumscore 4

- De vergelijking $20 \cdot 116^m = 30 \cdot 40^m$ 1
- Herleiden tot $2,9^m = 1,5$ 1
- Dit geeft $m = 2,9 \log(1,5) = 0,380\dots$, dus $m \approx 0,38$ 1
- $C = 20 \cdot 116^{0,380\dots}$ geeft $C \approx 122$ 1

6 maximumscore 5

- $N = 0,3V$ 1
- Uit $V \cdot T^{0,25} = 150$ volgt $T = \left(\frac{150}{V}\right)^4$ 1
- $d = \frac{T}{T+2} = \frac{\left(\frac{150}{V}\right)^4}{\left(\frac{150}{V}\right)^4 + 2} = \frac{\frac{150^4}{V^4}}{\frac{150^4}{V^4} + 2} = \frac{150^4}{150^4 + 2V^4}$ 1
- Dit is gelijk aan $\frac{1}{\frac{2}{150^4} \cdot V^4 + 1}$ 1
- Dus $A = 1440 \cdot 0,3V \cdot d = 432V \cdot d = \frac{432V}{\frac{2}{150^4} \cdot V^4 + 1}$ 1

7 maximumscore 5

- De afgeleide van de noemer van de formule voor A is $\frac{8}{150^4} \cdot V^3$ (of $0,0000000158\dots \cdot V^3$) 1
- $\frac{dA}{dV} = \frac{432 \cdot (0,0000000395\dots \cdot V^4 + 1) - 432V \cdot 0,0000000158\dots \cdot V^3}{(0,0000000395\dots \cdot V^4 + 1)^2}$ 1
- $\frac{dA}{dV} = 0$ geeft $0,00000170\dots \cdot V^4 + 432 - 0,00000682\dots \cdot V^4 = 0$ 1
- Dus $-0,00000512 \cdot V^4 + 432 = 0$, dus $V^4 = \frac{-432}{-0,00000512} (= 84\,375\,000)$ 1
- Dit geeft $V (= \sqrt[4]{84\,375\,000}) \approx 95,8$ ($V \approx -95,8$ voldoet niet) (dus de gevraagde snelheid is 95,8 (m/min)) 1

Oppervlakte onder een sinusgrafiek

8 maximumscore 4

- $A(p) = \int_p^{\pi-p} 2\sin(x) dx$ 1
- Een primitieve van $2\sin(x)$ is $-2\cos(x)$ 1
- $A(p) = -2\cos(\pi-p) + 2\cos(p)$ 1
- $-\cos(\pi-p) = \cos(p)$, dus $A(p) = 4\cos(p)$ 1

of

- $A(p) = 2 \cdot \int_p^{\frac{1}{2}\pi} 2\sin(x) dx$ (vanwege de symmetrie van f) 2
- Een primitieve van $2\sin(x)$ is $-2\cos(x)$ 1
- $A(p) = 2 \cdot \left(-2\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + 2\cos(p) \right)$, dus $A(p) = 4\cos(p)$ 1

Opmerking

Voor het eerste antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

9 maximumscore 4

- De oppervlakte van W is gelijk aan $(\pi-2p) \cdot 2\sin(p)$ 1
- De oppervlakte van W moet gelijk zijn aan $\frac{1}{2}A(p)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(\pi-2p) \cdot 2\sin(p) = \frac{1}{2} \cdot 4\cos(p)$ kan worden opgelost 1
- Dit geeft $p \approx 0,41$ ($p = \frac{1}{2}\pi$ voldoet niet) 1

of

- De oppervlakte van W is gelijk aan $(\pi-2p) \cdot 2\sin(p)$ 1
- De vergelijking $\int_p^{\pi-p} 2\sin(x) dx = 2 \cdot (\pi-2p) \cdot 2\sin(p)$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $p \approx 0,41$ ($p = \frac{1}{2}\pi$ voldoet niet) 1

Horizontale en verticale asymptoot

10 maximumscore 7

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0$ 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =) 100$ 1
- ($e^x = 10$ geeft $x = \ln(10)$, dus) de verticale asymptoot heeft vergelijking $x = \ln(10)$ (en dit is x_B) 1
- $f(x) = 100$ geeft $e^{2x} - 1000 = 100e^x - 1000$ 1
- $e^{2x} = 100e^x$ geeft $e^x(e^x - 100) = 0$ 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $e^x = 0$ heeft geen oplossingen) 1
- $x_C = 2\ln(10)$ (dus $x_C - x_A = 2\ln(10)$) (en $x_B - x_A = \ln(10)$) (en de y -coördinaten van A , B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) 1

of

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0$ 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =) 100$ 1
- ($e^x = 10$ geeft $x = \ln(10)$, dus) de verticale asymptoot heeft vergelijking $x = \ln(10)$ (en dit is x_B) 1
- $f(x) = 100$ geeft $e^{2x} - 1000 = 100e^x - 1000$ 1
- $e^{2x} = 100e^x$ geeft $e^x(e^x - 100) = 0$ 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $e^x = 0$ heeft geen oplossingen) 1
- $x_C - x_B = \ln(100) - \ln(10) = (\ln(\frac{100}{10}) =) \ln(10)$ (en $x_B - x_A = \ln(10)$) (en de y -coördinaten van A , B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0$ 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =) 100$ 1
- ($e^x = 10$ geeft $x = \ln(10)$, dus) de verticale asymptoot heeft vergelijking $x = \ln(10)$ (en dit is x_B) 1
- $f(x) = 100$ geeft $e^{2x} - 1000 = 100e^x - 1000$ 1
- $e^{2x} = 100e^x$ geeft $e^x(e^x - 100) = 0$ 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $e^x = 0$ heeft geen oplossingen) 1
- $(\frac{x_A + x_C}{2} =) \frac{x_C}{2} = \frac{\ln(100)}{2} = \frac{2\ln(10)}{2} = \ln(10) = x_B$ (en de y -coördinaten van A , B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) 1

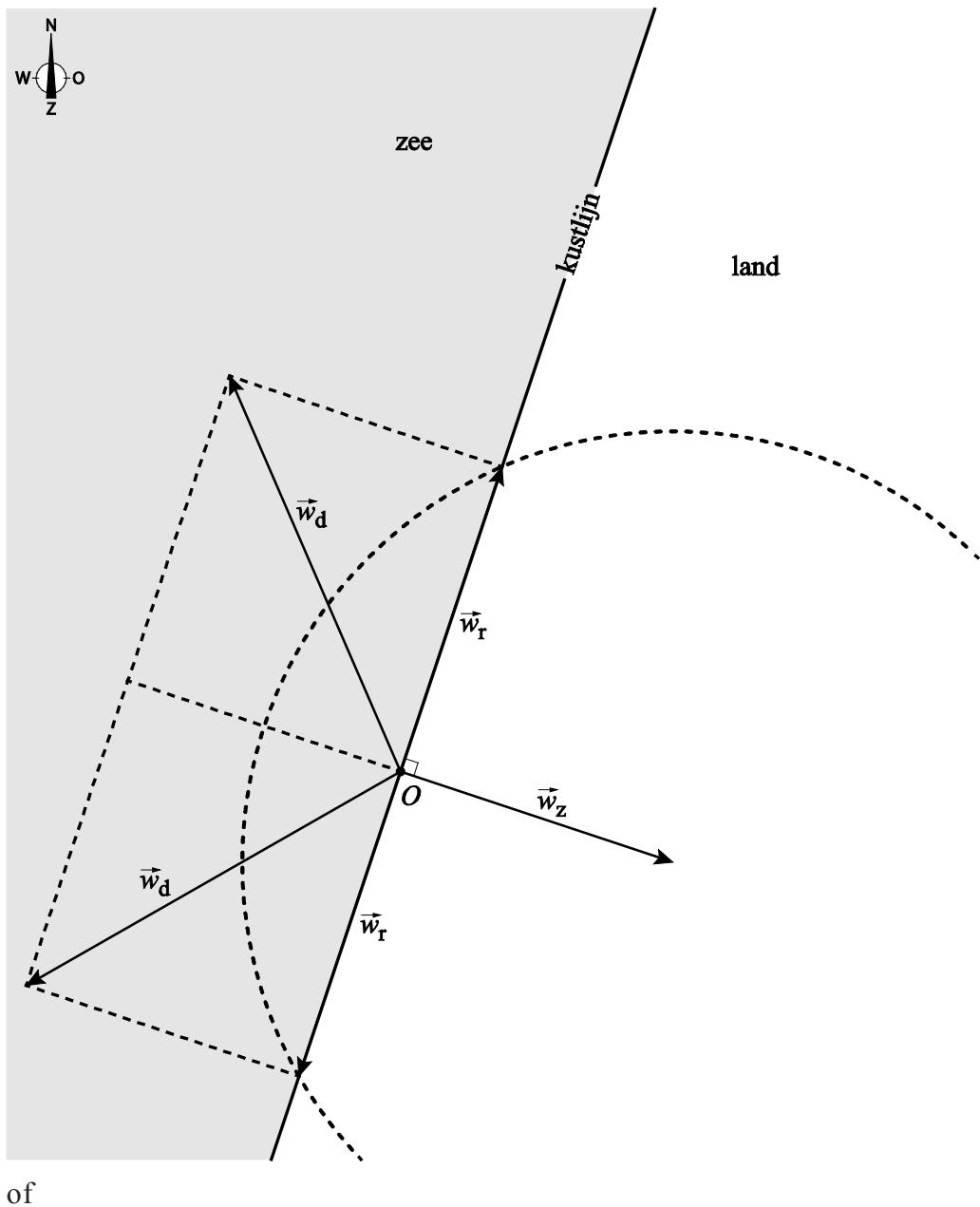
of

- Als x onbegrensd afneemt, dan naderen e^x en e^{2x} naar 0 1
- De horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = (\frac{0-1000}{0-10} =) 100$ 1
- $f(x) = 100$ geeft $e^{2x} - 1000 = 100e^x - 1000$ 1
- $e^{2x} = 100e^x$ geeft $e^x(e^x - 100) = 0$ 1
- Hieruit volgt $x_C = \ln(100)$ (want $e^x = 0$ heeft geen oplossingen) 1
- Het midden van lijnstuk AC ligt bij $x = \frac{1}{2}\ln(100)$ 1
- Voor $x = \frac{1}{2}\ln(100)$ is de noemer van $f(x)$ gelijk aan $e^{\frac{1}{2}\ln(100)} - 10 = e^{\ln(10)} - 10 = 0$, dus de verticale asymptoot gaat door het midden van AC (en de y -coördinaten van A , B en C zijn gelijk) (dus B is het midden van lijnstuk AC) 1

Wind aan zee

11 maximumscore 4

- Tekenen van een cirkel met straal 6 cm en met als middelpunt het eindpunt van \vec{w}_z (of bogen daarvan die de kustlijn snijden) 2
- Aangeven van de twee snijpunten van de cirkel met de kustlijn (de mogelijke eindpunten van vector \vec{w}_r) of tekenen van de twee mogelijke vectoren \vec{w}_r 1
- Tekenen van $\vec{w}_r - \vec{w}_z$ voor beide situaties (en dat zijn de gevraagde vectoren \vec{w}_d) 1



Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- $|\vec{w}_r|^2 + |\vec{w}_z|^2 = |\vec{w}_d|^2$ 1
- $|\vec{w}_r| = \sqrt{6^2 - 4^2} = 4,4\dots$ 1
- Aangeven van de twee punten op de kustlijn op afstand 4,4... cm van O (de mogelijke eindpunten van vector \vec{w}_r) of het tekenen van de twee mogelijke vectoren \vec{w}_r 1
- Tekenen van $\vec{w}_r - \vec{w}_z$ voor beide situaties (en dat zijn de gevraagde vectoren \vec{w}_d) 1

Opmerkingen

- Als het eindpunt van minstens één getekende vector \vec{w}_d meer dan 2 mm afwijkt van het juiste eindpunt van de betreffende vector \vec{w}_d , voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.
- Als de kandidaat werkt volgens het eerste antwoordalternatief en daarbij de eindpunten van vector \vec{w}_r bepaalt zonder gebruik te maken van een cirkel, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
- Als slechts één situatie is getekend, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.
- Voor het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

12 maximumscore 5

- Omdat \vec{w}_z loodrecht staat op de kustlijn, is de hoek van \vec{w}_z met de lijn oost-west ook 30° 1
- $\vec{w}_z = \begin{pmatrix} 3\cos(30^\circ) \\ -3\sin(30^\circ) \end{pmatrix} (= \begin{pmatrix} 2,59... \\ -1,5 \end{pmatrix})$ 1
- $\vec{w}_d = \begin{pmatrix} -5\cos(45^\circ) \\ -5\sin(45^\circ) \end{pmatrix} (= \begin{pmatrix} -3,53... \\ -3,53... \end{pmatrix})$ 1
- Optellen geeft $\vec{w}_r = \begin{pmatrix} -0,93... \\ -5,03... \end{pmatrix}$ 1
- Hieruit volgt $|\vec{w}_r| = \sqrt{(-0,93...)^2 + (-5,03...)^2} \approx 5,1$ 1

of

- Gebruikmaken van de driehoek die ontstaat door vector \vec{w}_d te laten aangrijpen in het eindpunt van vector \vec{w}_z 1
- De hoek tussen de zijde met lengte 3 en de zijde met lengte 5 is 75° 2
- De cosinusregel geeft $|\vec{w}_r|^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos(75^\circ)$ 1
- Hieruit volgt $|\vec{w}_r| \approx 5,1$ 1

Opmerking

Voor het tweede antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

Twee logaritmische functies

13 maximumscore 4

- Als $x_B = b$, dan $x_A = b - 3$ (of: als $x_A = a$, dan $x_B = a + 3$) 1
- Er moet gelden $\log(\sqrt{b-3}) = \log(b\sqrt{b}) - 1$ (of:
 $\log(\sqrt{a}) = \log((a+3)\sqrt{a+3}) - 1$) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $q \approx -0,20$ of $q \approx 0,34$ 1

of

- $\log(\sqrt{x_A}) = q$, dus $\sqrt{x_A} = 10^q$, dus $x_A = 10^{2q}$, dus $x_B = 10^{2q} + 3$ 1
- Er moet gelden $\log((10^{2q} + 3)\sqrt{10^{2q} + 3}) - 1 = q$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $q \approx -0,20$ of $q \approx 0,34$ 1

of

- $\log(\sqrt{x_A}) = q$, dus $\sqrt{x_A} = 10^q$, dus $x_A = 10^{2q}$ en $\log(x_B\sqrt{x_B}) - 1 = q$, dus
 $x_B\sqrt{x_B} = 10^{q+1}$, dus $x_B = (10^{q+1})^{\frac{2}{3}}$ 1
- Er moet gelden $(10^{q+1})^{\frac{2}{3}} - 10^{2q} = 3$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $q \approx -0,20$ of $q \approx 0,34$ 1

14 maximumscore 3

- $\frac{CD}{CE} = \frac{\log(p\sqrt{p}) - 1 - \log(\sqrt{p})}{\log(\sqrt{p})}$ 1
- $\log(p\sqrt{p}) = 1\frac{1}{2}\log(p)$ en $\log(\sqrt{p}) = \frac{1}{2}\log(p)$ 1
- $\frac{CD}{CE} = \frac{1\frac{1}{2}\log(p) - 1 - \frac{1}{2}\log(p)}{\frac{1}{2}\log(p)} = \frac{\log(p) - 1}{\frac{1}{2}\log(p)} = \frac{2\log(p) - 2}{\log(p)}$ 1

of

- $f(x) = \frac{1}{2}\log(x)$ en $g(x) = 1\frac{1}{2}\log(x) - 1$ 1
- $CD = 1\frac{1}{2}\log(p) - 1 - \frac{1}{2}\log(p) = \log(p) - 1$ 1
- $\frac{CD}{CE} = \frac{\log(p) - 1}{\frac{1}{2}\log(p)} = \frac{2\log(p) - 2}{\log(p)}$ 1

15 maximumscore 2

- $\frac{2\log(p)-2}{\log(p)} = \frac{2 - \frac{2}{\log(p)}}{1}$ 1
- Dus $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{CD}{CE} = (\frac{2-0}{1}) = 2$ (en dit is de gevraagde grenswaarde) 1

Parabool en cirkel met variabele straal

16 maximumscore 5

- Voor de cirkel geldt $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $x^2 + (x^2 - r)^2 = r^2$ 1
- Herleiden tot $x^2(1 - 2r + x^2) = 0$ 1
- Dit geeft $x^2 = 0$ (of $x = 0$) of $x^2 = 2r - 1$ 1
- ($x^2 = 2r - 1$ moet twee oplossingen hebben, dus) er moet gelden $2r - 1 > 0$, dus $r > \frac{1}{2}$ 1

of

- Voor de cirkel geldt $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $y + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Herleiden tot $y(y - 2r + 1) = 0$ 1
- Dit geeft $y = 0$ (dus $x = 0$) of $y = 2r - 1$ 1
- ($y = 2r - 1$ geeft twee gemeenschappelijke punten als $2r - 1 > 0$, dus) er moet gelden $2r - 1 > 0$, dus $r > \frac{1}{2}$ 1

17 maximumscore 5

- De inhoud van het omwentelingslichaam van de parabool kan worden berekend met de integraal $\int_0^r \pi y \, dy$ 1
- Een primitieve van πy is $\frac{1}{2}\pi y^2$ 1
- Invullen van de grenzen geeft voor de inhoud $\frac{1}{2}\pi r^2$ 1
- Er moet gelden $\frac{1}{2}\pi r^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$ (of een gelijkwaardige vergelijking) 1
- Dit geeft $\pi r^2(3 - 8r) = 0$, dus $r = \frac{3}{8}$ 1

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in de applicatie Wolf.
Accordeer deze gegevens voor Cito uiterlijk op 24 juni.