

Correctievoorschrift VWO

2024

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Aanleveren scores
- 6 Bronvermeldingen

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 3.21, 3.24 en 3.25 van het Uitvoeringsbesluit WVO 2020.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 3.21 t/m 3.25 van het Uitvoeringsbesluit WVO 2020 van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijd aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

- 3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
- 4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
 - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
 - 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*

Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 T.a.v. het verkeer tussen examinator en gecommitteerde (eerste en tweede corrector):
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:

Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.

Verduidelijking

Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.

Een fout

Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
- 3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.
- 3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag

Antwoord

Scores

Stijgend en horizontaal

1 maximumscore 3

- $f(x) = x^5 - 3x^{1\frac{1}{2}}$ 1
- $f'(x) = 5x^4 - 4\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$ 1
- $f'(1) = \frac{1}{2}$ en dit is groter dan 0 (dus de grafiek van f stijgt in A) 1

Opmerking

Als in het derde antwoordelement de positieve x -coördinaat van de top van de grafiek van f wordt berekend, gevolgd door een exact argument, waaruit volgt dat deze x -coördinaat kleiner is dan 1, dan mag het derde scorepunt worden toegekend.

2 maximumscore 4

- Als p de x -coördinaat van P is, dan is de x -coördinaat van Q gelijk aan $p + \frac{1}{2}$ 1
- De vergelijking $p^5 - 3p\sqrt{p} = (p + \frac{1}{2})^5 - 3(p + \frac{1}{2})\sqrt{p + \frac{1}{2}}$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- (Dit geeft $p = 0,6827\dots$, dus) het eindantwoord is 0,683 1

Wachttijden

3 maximumscore 3

- Het gevraagde percentage is $\int_0^3 50e^{-\frac{1}{2}t} dt$ 1
- Een primitieve van $50e^{-\frac{1}{2}t}$ is $-100e^{-\frac{1}{2}t}$ 1
- $\int_0^3 50e^{-\frac{1}{2}t} dt = \left[-100e^{-\frac{1}{2}t} \right]_0^3 (= -100e^{-\frac{3}{2}} + 100 = 77,68\dots)$, dus het eindantwoord is 77,7(%) 1

4 maximumscore 3

- Uit $y = \left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right)e^{at}$ volgt $y = \frac{1}{a}te^{at} - \frac{1}{a^2}e^{at}$ 1
 - $\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{a}t\right) \cdot e^{at} + \frac{1}{a}t \cdot \frac{d}{dt}(e^{at}) - \frac{a}{a^2}e^{at}$ 1
 - $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{a} \cdot e^{at} + \frac{a}{a}t \cdot e^{at} - \frac{a}{a^2}e^{at}$ en dus $\frac{d}{dt}\left(\left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right)e^{at}\right) = te^{at}$ (dus het is een juiste primitieve) 1
- of
- $\frac{d}{dt}\left(\left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right)e^{at}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right) \cdot e^{at} + \left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right) \cdot \frac{d}{dt}e^{at}$ 1
 - $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right) = \frac{1}{a}$ en $\frac{d}{dt}e^{at} = ae^{at}$ 1
 - $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{a} \cdot e^{at} + \left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right) \cdot ae^{at} = \frac{1}{a} \cdot e^{at} + \frac{1}{a}t \cdot ae^{at} - \frac{1}{a^2} \cdot ae^{at}$ en dus $\frac{d}{dt}\left(\left(\frac{1}{a}t - \frac{1}{a^2}\right)e^{at}\right) = te^{at}$ (dus het is een juiste primitieve) 1

5 maximumscore 4

- $t_{\text{gemiddeld}} = \frac{50}{100} \cdot \int_0^{20} t \cdot e^{-\frac{1}{2}t} dt$ 1
- Een primitieve van $y = t \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$ is $(-2t - 4) \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$ 1
- Invullen van de grenzen in de primitieve geeft $-44 \cdot e^{-10} + 4$ (of 3,99...) 1
- (Dus $t_{\text{gemiddeld}} = 1,99\dots$,) dus het eindantwoord is 2 (minuten) 1

Verschuiven

6 maximumscore 6

- $f'(x) = 6(3x - 7)$ 2
 - $f'(x) = -6$ exact oplossen geeft $x = 2$ 1
 - $f(2) = 1$; het origineel van A is dus het punt met coördinaten $(2, 1)$ 1
 - Dus de grafiek van f is $(5 - 2 =) 3$ naar rechts verschoven en $(40 - 1 =) 39$ omhoog 1
 - Dus $g(x) = (3(x - 3) - 7)^2 + 39$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- of
- Het functievoorschrift van g is te schrijven in de vorm $g(x) = (3(x - a) - 7)^2 + b$ 1
 - $g'(x) = 6(3(x - a) - 7)$ 2
 - $6(3(5 - a) - 7) = -6$ exact oplossen geeft $a = 3$ 1
 - Er moet gelden $g(5) = (3(5 - 3) - 7)^2 + b = 40$ 1
 - Dit geeft $b = 39$ (dus $g(x) = (3(x - 3) - 7)^2 + 39$) 1
- of

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- Het functievoorschrift van g is te schrijven in de vorm

$$g(x) = (3x - a)^2 + b \quad 1$$
- $g'(x) = 6(3x - a) \quad 2$
- $6(3 \cdot 5 - a) = -6$ exact oplossen geeft $a = 16 \quad 1$
- Er moet gelden $(3 \cdot 5 - 16)^2 + b = 40 \quad 1$
- Dit geeft $b = 39$ (dus $g(x) = (3x - 16)^2 + 39$) $\quad 1$

of

- Het functievoorschrift van g is te schrijven in de vorm

$$g(x) = 9x^2 + ax + b \quad 2$$
- $g'(x) = 18x + a \quad 1$
- $18 \cdot 5 + a = -6$ exact oplossen geeft $a = -96 \quad 1$
- Er moet gelden $9 \cdot 5^2 + -96 \cdot 5 + b = 40 \quad 1$
- Dit geeft $b = 295$ (dus $g(x) = 9x^2 - 96x + 295$) $\quad 1$

Opmerking

Als in het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief of in het tweede antwoordelement van het tweede of derde antwoordalternatief de kettingregel niet is gebruikt, mogen voor dit antwoordelement geen scorepunten worden toegekend. Als de kettingregel wel is gebruikt, maar niet correct, mag voor dit antwoordelement hoogstens 1 scorepunt worden toegekend op basis van vakspecifieke regel 1.

Logaritme, wortel en exponent

7 maximumscore 5

- Voor een punt (x, y) op de grafiek van g geldt $x = {}^2 \log(\sqrt{1+8^y})$ 1
- Hieruit volgt $2^{2x} = 1+8^y$ 1
- De rest van de herleiding tot $y = {}^8 \log(2^{2x} - 1)$ (dus $g(x) = {}^8 \log(2^{2x} - 1)$) 1
- Beschrijven hoe de minimale waarde van $f(x) - g(x)$ kan worden bepaald 1
- (Dit is 0,956... dus) het eindantwoord is 0,96 1

8 maximumscore 6

- Er moet gelden $f(p+1) - f(p) = 3$ 1
- Dus ${}^2 \log\left(\frac{\sqrt{1+8^{p+1}}}{\sqrt{1+8^p}}\right) = 3$ 1
- Hieruit volgt $\frac{1+8^{p+1}}{1+8^p} = 64$ 1
- Hieruit volgt $64 + 64 \cdot 8^p = 1 + 8^{p+1}$ 1
- Dus $56 \cdot 8^p = -63$ (of $7 \cdot 8^{p+1} = -63$) 1
- Deze vergelijking heeft geen oplossingen, dus er is geen waarde van p waarvoor geldt $y_Q - y_P = 3$ 1

Klavertje drie

9 maximumscore 5

- Er geldt $4\cos(t + \pi) = -4\cos(t)$ 1
- Er geldt $\cos(4(t + \pi)) = \cos(4t)$ 1
- Uit ($x_P = x_Q$, dus) $4\cos(t) + \cos(4t) = 4\cos(t + \pi) + \cos(4(t + \pi))$ volgt
 $4\cos(t) + \cos(4t) = -4\cos(t) + \cos(4t)$, dus $8\cos(t) = 0$ 1
- Dit geeft $t = \frac{1}{2}\pi$ of $t = 1\frac{1}{2}\pi$ 1
- Invullen in y_P en y_Q geeft $PQ = 8$ (in beide situaties) 1

of

- Er geldt $\cos(4(t + \pi)) = \cos(4t)$ 1
- Uit ($x_P = x_Q$, dus) $4\cos(t) + \cos(4t) = 4\cos(t + \pi) + \cos(4(t + \pi))$ volgt
 $4\cos(t) = 4\cos(t + \pi)$ 2
- Een berekening of redenering waaruit volgt $t = \frac{1}{2}\pi$ of $t = 1\frac{1}{2}\pi$ 1
- Invullen in y_P en y_Q geeft $PQ = 8$ (in beide situaties) 1

10 maximumscore 6

- De afgeleide van $\cos(4t)$ is $-4\sin(4t)$ 1
- De afgeleide van $\sin(4t)$ is $4\cos(4t)$ 1
- $\frac{dy}{dt} = 4\cos(t) + 4\cos(4t)$ en $\frac{dx}{dt} = -4\sin(t) - 4\sin(4t)$ 1
- De helling van de raaklijn is $\frac{4\cos(t) + 4\cos(4t)}{-4\sin(t) - 4\sin(4t)}$ 1
- Op $t = \frac{2}{3}\pi$ is de helling van de raaklijn
 $(\frac{4\cos(\frac{2}{3}\pi) + 4\cos(4 \cdot \frac{2}{3}\pi)}{-4\sin(\frac{2}{3}\pi) - 4\sin(4 \cdot \frac{2}{3}\pi)}) = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ 1
- $(\tan(30^\circ) = \frac{1}{3}\sqrt{3}$, dus) de gevraagde hoek is 30° 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- De afgeleide van $\cos(4t)$ is $-4\sin(4t)$ 1
- De afgeleide van $\sin(4t)$ is $4\cos(4t)$ 1
- $\frac{dy}{dt} = 4\cos(t) + 4\cos(4t)$ en $\frac{dx}{dt} = -4\sin(t) - 4\sin(4t)$ 1
- Op $t = \frac{2}{3}\pi$ is een richtingsvector van de raaklijn gelijk aan $\begin{pmatrix} -4\sqrt{3} \\ -4 \end{pmatrix}$ 1
- (Een richtingsvector van de x -as is $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, dus) voor de hoek ϕ tussen de raaklijn en de x -as geldt $\cos(\phi) = \frac{\left| \begin{pmatrix} -4\sqrt{3} \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} -4\sqrt{3} \\ -4 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- $(\cos(30^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, dus) de gevraagde hoek is 30° 1

Halve cirkel

11 maximumscore 4

- Een vergelijking van c is $(x-1)^2 + y^2 = 2^2$ (en hieraan voldoen de coördinaten van P) 1
 - Voor de coördinaten van P geldt $x^2 + y^2 = (2\frac{1}{2})^2$ 1
 - Uit het stelsel van deze twee vergelijkingen volgt $4 + 2x - 1 = 6\frac{1}{4}$ (of een andere juiste lineaire vergelijking) 1
 - De x -coördinaat van P is $1\frac{5}{8}$ 1
- of
- $OP = 2\frac{1}{2}$, $MP = 2$ en $OM = 1$, waarbij M het middelpunt van c is 1
 - De cosinusregel in driehoek OMP geeft $2^2 = 1^2 + (2\frac{1}{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2\frac{1}{2} \cdot \cos(\angle POM)$, dus
- $$\cos(\angle POM) = \frac{2^2 - 1^2 - (2\frac{1}{2})^2}{-2 \cdot 1 \cdot 2\frac{1}{2}} = \frac{13}{20}$$
- Ook geldt $\cos(\angle POM) = \frac{x_P}{2\frac{1}{2}}$ 1
 - Samen geeft dit $x_P = (\frac{13}{20} \cdot 2\frac{1}{2}) = 1\frac{5}{8}$ 1

12 maximumscore 5

- Uit de gelijkvormigheid van driehoek BRO en driehoek BSA (want $\angle BRO = \angle BSA$ en $\angle OBR = \angle ABS$) (en $AB = 4$ en $OB = 3$) volgt dat de zijden van driehoek BSA $\frac{4}{3}$ keer zo lang zijn als de zijden van driehoek BRO 1
 - Uit de stelling van Pythagoras in driehoek BRO volgt $BR = \sqrt{8}$ 1
 - De oppervlakte van driehoek BRO is $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{8}$ ($= \frac{1}{2}\sqrt{8}$) 1
 - De oppervlakte van driehoek BSA is $(\frac{4}{3})^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{8}$ 1
 - De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $(\frac{4}{3})^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{8} - \frac{1}{2}\sqrt{8} = \frac{7}{18}\sqrt{8}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- of
- Uit de gelijkvormigheid van driehoek BRO en driehoek BSA (want $\angle BRO = \angle BSA$ en $\angle OBR = \angle ABS$) (en $AB = 4$ en $OB = 3$) volgt dat de zijden van driehoek BSA $\frac{4}{3}$ keer zo lang zijn als de zijden van driehoek BRO 1
 - Uit de stelling van Pythagoras in driehoek BRO volgt $BR = \sqrt{8}$ 1
 - Dus $AS = \frac{4}{3}$ en $BS = \frac{4}{3}\sqrt{8}$ 1
 - $RS = (\frac{4}{3}\sqrt{8} - \sqrt{8}) = \frac{1}{3}\sqrt{8}$ 1
 - De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $\frac{1+\frac{4}{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{8} = \frac{7}{18}\sqrt{8}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- of
- De verdeling van vierhoek $AORS$ in driehoek AOQ en rechthoek $QORS$, met Q de loodrechte projectie van O op AS 1
 - Uit de gelijkvormigheid van driehoek BRO en driehoek OQA (want $\angle BRO = \angle OQA$ en $\angle OBR = \angle AOQ$) (en $OB = 3$ en $AO = 1$) volgt dat de zijden van driehoek OQA $\frac{1}{3}$ keer zo lang zijn als de zijden van driehoek BRO 1
 - Dus $AQ = \frac{1}{3}$ 1
 - Uit de stelling van Pythagoras in driehoek OQA volgt $OQ = \sqrt{\frac{8}{9}}$ 1
 - De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} + 1 \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{7}{6}\sqrt{\frac{8}{9}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- of

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- Uit de stelling van Pythagoras in driehoek BRO volgt $BR = \sqrt{8}$ 1
- $\sin(\angle OBR) = \frac{1}{3}$ en $\cos(\angle OBR) = \frac{1}{3}\sqrt{8}$ 1
- $AS = 4 \cdot \sin(\angle OBR) = \frac{4}{3}$ en $BS = 4 \cdot \cos(\angle OBR) = \frac{4}{3}\sqrt{8}$ 1
- $RS = (\frac{4}{3}\sqrt{8} - \sqrt{8}) = \frac{1}{3}\sqrt{8}$ 1
- De oppervlakte van vierhoek $AORS$ is $\frac{1+\frac{4}{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{8} = \frac{7}{18}\sqrt{8}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Top, asymptoot en geen perforatie

13 maximumscore 4

- (Als er een perforatie is, dan moet in dit geval gelden:) teller en noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan nul 1
 - De noemer is nul als $x^2 = -a$ 1
 - De teller is dan $-a^2 - 2$ 1
 - Een berekening of redenering waaruit volgt dat de vergelijking $-a^2 - 2 = 0$ geen oplossingen heeft; dus voor geen waarde van a is er een perforatie 1
- of
- (Als er een perforatie is, dan moet in dit geval gelden:) teller en noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan nul 1
 - De teller is nul als $x^2 = \frac{2}{a}$ ($a = 0$ voldoet niet) 1
 - De noemer is nul als $x^2 = -a$ 1
 - Een berekening of redenering waaruit volgt dat de vergelijking $\frac{2}{a} = -a$ geen oplossingen heeft; dus voor geen waarde van a is er een perforatie 1
- of
- (Als er een perforatie is, dan moet in dit geval gelden:) teller en noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan nul 1
 - De teller is nul als $x^2 = \frac{2}{a}$ ($a = 0$ voldoet niet) 1
 - De noemer is dan $\frac{2}{a} + a$ 1
 - Een berekening of redenering waaruit volgt dat de vergelijking $\frac{2}{a} + a = 0$ geen oplossingen heeft; dus voor geen waarde van a is er een perforatie 1
- of
- (Als er een perforatie is, dan moet in dit geval gelden:) teller en noemer moeten (voor dezelfde waarde van x) gelijk zijn aan nul 1
 - Een berekening of beredenering waaruit volgt: als $a < 0$ dan kan de teller niet nul zijn 1
 - Een berekening of beredenering waaruit volgt: als $a > 0$ dan kan de noemer niet nul zijn 1
 - Voor $a = 0$ is de teller (gelijk aan -2 , dus) ongelijk aan nul; dus voor geen waarde van a is er een perforatie 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 6

- $y_T = (f_a(0) =) -\frac{2}{a}$ 1
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 - 2}{x^2 + a} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a - \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{a}{x^2}}$ 1
- ($\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2} = 0$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x^2} = 0$, dus) de limiet is gelijk aan a , dus de horizontale asymptoot is de lijn met vergelijking $y = a$ (of: $y_S = a$) 1
- ($a > 0$ en $-\frac{2}{a} < 0$, dus) $ST = a - \frac{2}{a}$ (of $ST = a + \frac{2}{a}$) 1
- De afgeleide hiervan is $1 - \frac{2}{a^2}$ 1
- $1 - \frac{2}{a^2} = 0$ geeft $a^2 = 2$, dus $a = \sqrt{2}$ ($a = -\sqrt{2}$ voldoet niet) 1

Vereenvoudigde sterrenkunde

15 maximumscore 2

- $10 = 0,4 + 0,3 \cdot 2^{n-2}$ geeft $2^{n-2} = 32$ 1
- Hieruit volgt $n-2 = 5$, dus $n = 7$ 1

Opmerking

Als door systematisch zoeken de juiste waarde van n wordt gevonden, dan mogen voor deze vraag 2 scorepunten worden toegekend.

16 maximumscore 3

- De cosinusregel in driehoek ZAV geeft
 $1,0^2 = 0,7^2 + d^2 - 2 \cdot 0,7 \cdot d \cdot \cos(\alpha)$ 1
- De cosinusregel in driehoek ZVM geeft
 $1,6^2 = 0,7^2 + d^2 - 2 \cdot 0,7 \cdot d \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$ 1
- Herleiden van deze twee vergelijkingen geeft respectievelijk
 $1,4d \cdot \cos(\alpha) = d^2 - 0,51$ en $1,4d \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = d^2 - 2,07$, dus geldt
 $(1,4d = \frac{d^2 - 0,51}{\cos(\alpha)} = \frac{d^2 - 2,07}{\cos(180^\circ - \alpha)})$ 1

17 maximumscore 3

- $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)$, dus de vergelijking $d^2 - 0,51 = -d^2 + 2,07$ moet worden opgelost 1
- Hieruit volgt $d^2 = 1,29$ 1
- (Dit geeft $d = 1,135\dots$, dus) het eindantwoord is $d = 1,14$ (AE) 1

of

- De cosinusregel in driehoek ABZ , met B een hoekpunt van het parallelogram $ABMZ$, geeft: $1,6^2 = 1,0^2 + 1,4^2 - 2 \cdot 1,0 \cdot 1,4 \cdot \cos(\angle AZB)$; hieruit volgt $\cos(\angle AZB) = \frac{1,6^2 - 1,0^2 - 1,4^2}{-2 \cdot 1,0 \cdot 1,4} = 0,1428\dots$ 1
- De cosinusregel in driehoek AVZ geeft
 $d^2 = 1,0^2 + 0,7^2 - 2 \cdot 1,0 \cdot 0,7 \cdot 0,1428\dots = 1,29$ 1
- (Dit geeft $d = 1,135\dots$, dus) het eindantwoord is $d = 1,14$ (AE) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

18 maximumscore 4

- Het gebruiken van coördinaten voor de zon en Jupiter, zoals $Z(0, 0)$ en $J(8 \cdot 10^8, 0)$

1

- Voor het zwaartepunt P geldt

$$\overrightarrow{OP} = \frac{2 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{30} + 2 \cdot 10^{27}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2 \cdot 10^{27}}{2 \cdot 10^{30} + 2 \cdot 10^{27}} \cdot \begin{pmatrix} 8 \cdot 10^8 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ (of)}$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{2 \cdot 10^{27}}{2 \cdot 10^{30} + 2 \cdot 10^{27}} \cdot \begin{pmatrix} 8 \cdot 10^8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1

- Hieruit volgt $P \left(\frac{2 \cdot 10^{27} \cdot 8 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{30} + 2 \cdot 10^{27}}, 0 \right)$ (of $x_P = \frac{2 \cdot 10^{27} \cdot 8 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{30} + 2 \cdot 10^{27}}$)

1

- De straal van de baan is $8 \cdot 10^5$ (of 800 000) (km)

1

of

- De straal van de grote cirkel is $8 \cdot 10^8 - r$ (met r de gevraagde straal)

1

- Er moet gelden $r \cdot 2 \cdot 10^{30} = (8 \cdot 10^8 - r) \cdot 2 \cdot 10^{27}$

1

- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost

1

- De straal van de baan is $8 \cdot 10^5$ (of 800 000) (km)

1

Opmerking

Als gewerkt is volgens het eerste antwoordalternatief, mag in het tweede antwoordelement het onderste kental in de vectoren buiten de beoordeling gehouden worden.

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per examinator in de applicatie Wolf. Cito gebruikt deze gegevens voor de analyse van de examens. Om de gegevens voor dit doel met Cito uit te wisselen dient u ze uiterlijk op 30 mei te accorderen.

Ook na 30 mei kunt u nog tot en met 12 juni gegevens voor Cito accorderen. Deze gegevens worden niet meer meegenomen in de hierboven genoemde analyses, maar worden wel meegenomen bij het genereren van de groepsrapportage.

Na accordering voor Cito kunt u in Wolf de gegevens nog wijzigen om ze vervolgens vrij te geven voor het overleg met de externe corrector. Deze optie is relevant als u Wolf ook gebruikt voor uitwisseling van de gegevens met de externe corrector.

tweede tijdvak

Ook in het tweede tijdvak wordt de normering mede gebaseerd op door kandidaten behaalde scores. Wissel te zijner tijd ook voor al uw tweede-tijdvak-kandidaten de scores uit met Cito via Wolf. Dit geldt **niet** voor de aangewezen vakken.

6 Bronvermeldingen

Alle figuren Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2024