

Correctievoorschrift VWO

2025

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Aanleveren scores
- 6 Bronvermeldingen

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 3.21, 3.24 en 3.25 van het Uitvoeringsbesluit WVO 2020.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 3.21 t/m 3.25 van het Uitvoeringsbesluit WVO 2020 van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.
- 4 De examiner en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examiner en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examiner. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examiner vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examiner en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*

Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examinerator en gecommiteerde (eerste en tweede corrector):*
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*

Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.

Verduidelijking

Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.

Een fout

Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
- 3 De algemene regel 6 geldt niet voor notatiefouten. Voor eenzelfde notatiefout die in de beantwoording van verschillende vragen binnen één opgave meerdere keren voorkomt, wordt slechts één keer 1 scorepunt in mindering gebracht. Dit geldt niet indien dit de vragen aanzienlijk vereenvoudigt en/of als in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

NB Een opgave start met een titel en bestaat uit één of meerdere vragen.

- 4a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.
- 4b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Vierdegraadsfunctie

1 maximumscore 4

- $f'(x) = 4x^3 - 60x$ 1
- $f''(x) = 12x^2 - 60$ 1
- $f''(x) = 0$ als $x^2 = 5$ 1
- Dus de y -coördinaat van de buigpunten is $(5^2 - 30 \cdot 5) = -125$ 1

2 maximumscore 4

- De vergelijking $x^4 - 30x^2 + 125 = 0$ moet worden opgelost 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat $x^2 = 5$ of $x^2 = 25$ 1
- $x_A = -5$ (, $x_B = -\sqrt{5}$, $x_C = \sqrt{5}$) en $x_D = 5$ 1
- De gevraagde lengte is 10 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Druppel

3 maximumscore 6

- $x'(t) = \cos(t) \cdot (\cos(t) - 1) + \sin(t) \cdot -\sin(t)$ 2
- Dit herleiden tot $\cos(2t) - \cos(t)$ 1
- $\cos(2t) - \cos(t) = 0$ geeft $2t = t + k \cdot 2\pi$ of $2t = -t + k \cdot 2\pi$ 1
- Dit geeft $t = 0$, $t = \frac{2}{3}\pi$, $t = \frac{4}{3}\pi$ en $t = 2\pi$ 1
- De coördinaten zijn $(0, 1)$, $(-\frac{3}{4}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ en $(\frac{3}{4}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ 1

of

- $x(t) = \sin(t) \cdot \cos(t) - \sin(t) = 0,5 \sin(2t) - \sin(t)$ 1
- $x'(t) = \cos(2t) - \cos(t)$ 2
- $\cos(2t) - \cos(t) = 0$ geeft $2t = t + k \cdot 2\pi$ of $2t = -t + k \cdot 2\pi$ 1
- Dit geeft $t = 0$, $t = \frac{2}{3}\pi$, $t = \frac{4}{3}\pi$ en $t = 2\pi$ 1
- De coördinaten zijn $(0, 1)$, $(-\frac{3}{4}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ en $(\frac{3}{4}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ 1

of

- $x'(t) = \cos(t) \cdot (\cos(t) - 1) + \sin(t) \cdot -\sin(t)$ 2
- Dit herleiden tot $2\cos^2(t) - \cos(t) - 1$ 1
- $2\cos^2(t) - \cos(t) - 1 = 0$ geeft (met behulp van substitutie) $\cos(t) = 1$ of $\cos(t) = -\frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft $t = 0$, $t = \frac{2}{3}\pi$, $t = \frac{4}{3}\pi$ en $t = 2\pi$ 1
- De coördinaten zijn $(0, 1)$, $(-\frac{3}{4}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ en $(\frac{3}{4}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ 1

Opmerking

Voor het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief, het tweede antwoordelement van het tweede antwoordalternatief en het eerste antwoordelement van het derde antwoordalternatief uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen, tenzij de enige fout een rekenfout betreft (zie vakspecifieke regel 1). In dat geval mag 1 scorepunt worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores
4	maximumscore 4	
	<ul style="list-style-type: none"> $x^2 = \sin^2(t) \cdot (\cos(t) - 1)^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $x^2 = (1 - \cos^2(t)) \cdot (\cos(t) - 1)^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $x^2 = (1 - y^2) \cdot (y - 1)^2$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $x^2 = -y^4 + 2y^3 - 2y + 1$ (en dus geldt dit voor alle punten van K) 	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> (Voor iedere waarde van t moet gelden:) $\sin^2(t) \cdot (\cos(t) - 1)^2 = -\cos^4(t) + 2\cos^3(t) - 2\cos(t) + 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $(1 - \cos^2(t)) \cdot (\cos(t) - 1)^2 = -\cos^4(t) + 2\cos^3(t) - 2\cos(t) + 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $(1 - \cos^2(t)) \cdot (\cos^2(t) - 2\cos(t) + 1) = -\cos^4(t) + 2\cos^3(t) - 2\cos(t) + 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $-\cos^4(t) + 2\cos^3(t) - 2\cos(t) + 1 = -\cos^4(t) + 2\cos^3(t) - 2\cos(t) + 1$ (en dus geldt $x^2 = -y^4 + 2y^3 - 2y + 1$ voor alle punten van K) 	1
5	maximumscore 4	
	<ul style="list-style-type: none"> Het bereik van y is $[-1, 1]$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $I = \pi \cdot \int_{-1}^1 x^2 dy = \pi \cdot \int_{-1}^1 (-y^4 + 2y^3 - 2y + 1) dy$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Een primitieve van $-y^4 + 2y^3 - 2y + 1$ is $-\frac{1}{5}y^5 + \frac{1}{2}y^4 - y^2 + y$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $I = 1\frac{3}{5}\pi$ 	1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Cirkels in een cirkel

6 maximumscore 3

- $MP = 3 - r$ 1
- (De stelling van Pythagoras in driehoek MSP geeft) $MS = \sqrt{(3 - r)^2 - r^2}$ 1
- Herleiden tot $MS = \sqrt{9 - 6r}$ 1

7 maximumscore 6

- $NP = r + 2$ 1
- $NS = \sqrt{9 - 6r} + 1$ 1
- (De stelling van Pythagoras in driehoek NSP geeft)
 $r^2 + (\sqrt{9 - 6r} + 1)^2 = (r + 2)^2$ 1
- Herleiden tot $\sqrt{9 - 6r} = 5r - 3$ 1
- Hieruit volgt $25r^2 - 24r = 0$ 1
- De oplossing $r = \frac{24}{25}$ ($r = 0$ voldoet niet) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een wortelfunctie en haar inverse

8 maximumscore 3

- Voor punten op de grafiek van f geldt: $y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 1}$, dus voor de inverse geldt (door spiegeling in de lijn met vergelijking $y = x$) het verband

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}y^2 - 1}$$
 1
 - Dit geeft $x^2 + 1 = \frac{1}{2}y^2$ 1
 - Herleiden tot $y = \sqrt{2x^2 + 2}$ ($y = -\sqrt{2x^2 + 2}$ voldoet niet) (en dus zijn f en g elkaars inverse) 1
- of
- Voor punten op de grafiek van g geldt: $y = \sqrt{2x^2 + 2}$, dus voor de inverse geldt (door spiegeling in de lijn met vergelijking $y = x$) het verband $x = \sqrt{2y^2 + 2}$ 1
 - Dit geeft $x^2 - 2 = 2y^2$ 1
 - Herleiden tot $y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 1}$ ($y = -\sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 1}$ voldoet niet) (en dus zijn f en g elkaars inverse) 1
- of
- Er moet gelden $g(f(x)) = x$ (of $f(g(x)) = x$) 1
 - $g(f(x)) = \sqrt{2(\frac{1}{2}x^2 - 1) + 2}$ 1
 - Herleiden tot $\sqrt{x^2} = x$ ($\sqrt{x^2} = -x$ voldoet niet) (en dus zijn f en g elkaars inverse) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

9 maximumscore 5

- $\frac{dPQ}{da} = 3\sqrt{2} - 4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{a^2-1}} \cdot 2a$ 2
- PQ is minimaal als $\frac{4a}{\sqrt{a^2-1}} = 3\sqrt{2}$ 1
- Herleiden tot $16a^2 = 18(a^2-1)$ 1
- Het antwoord $a = 3$ ($a = -3$ voldoet niet) 1

of

- $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}x^2-1}} \cdot x$ 2
- PQ is minimaal als $f'(x) = 1$ 1
- $\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}x^2-1}} \cdot x = 1$ herleiden tot $x^2 = 4(\frac{1}{2}x^2-1)$ 1
- Hieruit volgt $x = 2$ ($x = -2$ voldoet niet), dus $P(2,1)$. Omdat P op de lijn met vergelijking $y = -x + a$ ligt, volgt $a = 3$ 1

of

- $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x^2+2}} \cdot 4x$ 2
- PQ is minimaal als $g'(x) = 1$ 1
- $\frac{1}{2\sqrt{2x^2+2}} \cdot 4x = 1$ herleiden tot $4x^2 = 2x^2 + 2$ 1
- Hieruit volgt $x = 1$ ($x = -1$ voldoet niet), dus $Q(1,2)$. Omdat Q op de lijn met vergelijking $y = -x + a$ ligt, volgt $a = 3$ 1

Opmerking

Voor het eerste antwoordelement uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen, tenzij de enige fout een rekenfout betreft (zie vakspecifieke regel 1). In dat geval mag 1 scorepunt worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

10 maximumscore 6

- De grafiek van f snijdt de x -as voor $x = 1,41\dots$ (of $x = \sqrt{2}$) 1
- Lijn k snijdt de grafiek van g in het punt $(7, 10)$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan

$$\int_0^{1,41\dots} g(x) dx + \int_{1,41\dots}^7 (g(x) - f(x)) dx + \int_7^{10} (-x + 17 - f(x)) dx$$
 2
- Beschrijven hoe deze oppervlakte berekend kan worden 1
- De gevraagde oppervlakte is 29,24 1

of

- De grafiek van f snijdt de x -as voor $x = 1,41\dots$ (of $x = \sqrt{2}$) 1
- Lijn k snijdt de grafiek van g in het punt $(7, 10)$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan een vierkant van 10 bij 10 waarvan drie
stukken worden afgehaald, ofwel $10^2 - \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 2 \cdot \int_{1,41\dots}^{10} f(x) dx$ 2
- Beschrijven hoe deze oppervlakte berekend kan worden 1
- De gevraagde oppervlakte is 29,24 1

of

- De grafiek van f snijdt de x -as voor $x = 1,41\dots$ (of $x = \sqrt{2}$) 1
- Lijn k snijdt de grafiek van g in het punt $(7, 10)$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan $\int_0^7 g(x) dx + \int_7^{10} (-x + 17) dx - \int_{1,41\dots}^{10} f(x) dx$ 2
- Beschrijven hoe deze oppervlakte berekend kan worden 1
- De gevraagde oppervlakte is 29,24 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> Lijn k snijdt de grafiek van g in het punt $(7, 10)$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Beschrijven hoe $\int_0^7 (g(x) - x) dx$ berekend kan worden 	1
	<ul style="list-style-type: none"> $\int_0^7 (g(x) - x) dx = 12,369...$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> Het snijpunt van lijn k met de lijn met vergelijking $y = x$ is $(8,5; 8,5)$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De oppervlakte van de driehoek ingesloten door de lijn met vergelijking $y = x$, de lijn met vergelijking $x = 7$ en lijn k is $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1,5 = 2,25$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> De gevraagde oppervlakte is $(2 \cdot (12,369... + 2,25) =) 29,24$ 	1

Opmerkingen

- Bij het eerste en derde antwoordalternatief mag voor het derde antwoordelement 1 scorepunt worden toegekend als twee van de drie vlakdelen juist zijn.
- Bij het tweede antwoordalternatief mogen voor het derde antwoordelement geen scorepunten worden toegekend als alleen $10^2 - \frac{1}{2} \cdot 3^2$ genoemd is.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Op en neer

11 maximumscore 3

- In het laagste punt geldt $Z_{\text{blokje}} = 50$ dus $Z_{\text{veer}} = 200$ 1
- In het hoogste punt geldt $Z_{\text{blokje}} = 250$ dus $Z_{\text{veer}} = 300$ 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat de evenwichtsstand 250 is en de amplitude 50 1

of

- Het inzicht dat het gemiddelde van 350 en Z_{blokje} de formule voor Z_{veer} geeft 1
- Dus $Z_{\text{veer}} = \frac{1}{2} \cdot (350 + 150 - 100 \cos(4t))$ 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat de evenwichtsstand 250 is en de amplitude 50 1

12 maximumscore 3

- (v is de afgeleide van Z_{blokje} dus) $v(t) = 400 \sin(4t)$ 1
- Uit $400 \sin(4t) = 255$ volgt $4t = 0,69\dots$ of $4t = 2,45\dots$ 1
- De gevraagde hoogtes zijn $150 - 77 = 73$ (cm) en $150 + 77 = 227$ (cm) 1

of

- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{d}{dt}(150 - 100 \cos(4t)) = 255$ opgelost kan worden 1
- Uit $400 \sin(4t) = 255$ volgt $t = 0,17\dots$ of $t = 0,61\dots$ 1
- De gevraagde hoogtes zijn $150 - 77 = 73$ (cm) en $150 + 77 = 227$ (cm) 1

Opmerking

Als de kandidaat slechts één van de gevraagde hoogtes berekent, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

13 maximumscore 3

- Het aandeel van Z_{blokje} is $\frac{1000}{1600}$ en het aandeel van Z_{veer} is $\frac{600}{1600}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) 1
- Dus $Z_{\text{totaal}}(t) = \frac{1000}{1600} \cdot (150 - 100 \cos(4t)) + \frac{600}{1600} \cdot (250 - 50 \cos(4t))$ 1
- Dit herleiden tot $Z_{\text{totaal}}(t) = 187,5 - 81,25 \cos(4t)$ 1

Opmerking

Als de kandidaat geen gebruik maakt van de getallen 600 en 1000, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.

Een raaklijn met twee cirkels

14 maximumscore 4

- Een vectorvoorstelling van de lijn door P , loodrecht op k is

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ 3p+32 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
 1
- Voor het snijpunt met lijn k geldt $\begin{cases} p+s=t \\ 3p+32+s=20-t \end{cases}$ 1
- Dit geeft $s = -2p-6$ (of $t = -p-6$) dus $x = -p-6$ 1
- $y = 3p+32-2p-6 = p+26$ (en dus zijn de coördinaten van P' juist) 1

of

- Een vergelijking van lijn k is $y = -x + 20$ 1
- Een vergelijking van de lijn door P , loodrecht op k is $y = x + 2p + 32$ 1
- Uit $x + 2p + 32 = -x + 20$ volgt $x = -p - 6$ 1
- $y = -(-p-6) + 20 = p + 26$ (en dus zijn de coördinaten van P' juist) 1

of

- De richtingscoëfficiënt van lijn k is -1 (en P' ligt op k) 1
- (Omdat PP' loodrecht staat op k , moet gelden:) de richtingscoëfficiënt van PP' is gelijk aan 1 1
- Dus $\frac{3p+32-(p+26)}{p-(-p-6)} = 1$ 1
- Hieruit volgt $2p+6 = 2p+6$ (ofwel dat de coördinaten van P' juist zijn) 1

15 maximumscore 5

- $PP' = \sqrt{(-p-6-p)^2 + (p+26-(3p+32))^2} = \sqrt{8p^2 + 48p + 72}$ 1
- $PB = \sqrt{(-18-p)^2 + (-2-(3p+32))^2} = \sqrt{10p^2 + 240p + 1480}$ 1
- $PP' = PB$ herleiden tot $p^2 + 96p + 704 = 0$ (of een vergelijkbare kwadratische uitdrukking in p) 1
- Dit geeft $p = -8$ en $p = -88$ 1
- De gevraagde coördinaten zijn $(-8, 8)$ en $(-88, -232)$ 1

Logaritmische functies

16 maximumscore 4

- De afstand van A tot O is $\sqrt{a^2 + \ln^2(a+1)}$ en de afstand van B tot O is $\sqrt{a^2 + \ln^2(a)}$ 1
- De vergelijking $\sqrt{a^2 + \ln^2(a)} - \sqrt{a^2 + \ln^2(a+1)} = 2$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- De gevraagde waarde van a is 0,12 1

17 maximumscore 4

- Afstand AB is $\ln(a+1) - \ln(pa)$ 1
- $\ln(a+1) - \ln(pa) = \ln\left(\frac{a+1}{pa}\right)$ 1
- $\left(\frac{a+1}{pa} = \frac{1+\frac{1}{a}}{p} \text{ dus} \right) \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{1+\frac{1}{a}}{p}\right) = \frac{1}{p}$ 1
- $\ln\left(\frac{1}{p}\right) = 1$ geeft $p = \frac{1}{e}$ 1

of

- Afstand AB is $\ln(a+1) - \ln(pa)$ 1
- $\ln(a+1) - \ln(pa) = \ln(a+1) - \ln(p) - \ln(a) = \ln\left(\frac{a+1}{a}\right) - \ln(p)$ 1
- $\left(\frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a} \text{ dus} \right) \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{a+1}{a}\right) = 1$ 1
- $-\ln(p) = 1$ (ofwel $\ln(p) = -1$) geeft $p = \frac{1}{e}$ 1

18 maximumscore 6

- $h_q'(x) = \frac{1}{2x}$ (voor $x < 0$) 1
- Voor punten op de grafiek van f met een negatieve x -coördinaat geldt $y = -\ln(x+1)$ 1
- Voor deze punten geldt $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x+1}$ 1
- $\frac{1}{2x} = -\frac{1}{x+1}$ geeft $x = -\frac{1}{3}$ 1
- Er moet gelden $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{3}\right) + q = -\ln\left(\frac{2}{3}\right)$ 1
- Dit geeft $q = -\ln\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{3}\right)$, dus de gevraagde waarde van q is 0,95 1

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per examinator in de applicatie Wolf. Cito gebruikt deze gegevens voor de analyse van de examens. Om de gegevens voor dit doel met Cito uit te wisselen dient u ze uiterlijk op 23 mei te accorderen.

Ook na 23 mei kunt u nog tot en met 11 juni gegevens voor Cito accorderen. Deze gegevens worden niet meer meegenomen in de hierboven genoemde analyses, maar worden wel meegenomen bij het genereren van de groepsrapportage.

Na accordering voor Cito kunt u in Wolf de gegevens nog wijzigen om ze vervolgens vrij te geven voor het overleg met de externe corrector. Deze optie is relevant als u Wolf ook gebruikt voor uitwisseling van de gegevens met de externe corrector.

tweede tijdvak

Ook in het tweede tijdvak wordt de normering mede gebaseerd op door kandidaten behaalde scores. Wissel te zijner tijd ook voor al uw tweede-tijdvak-kandidaten de scores uit met Cito via Wolf. Dit geldt **niet** voor de aangewezen vakken.

6 Bronvermeldingen

Alle figuren Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2025