

Teoría de la Unificación Discreta

Geometría No Comutativa Dinámica (TUD redactado final)

J.A. Grau

Investigador Independiente
Calella, Barcelona, España

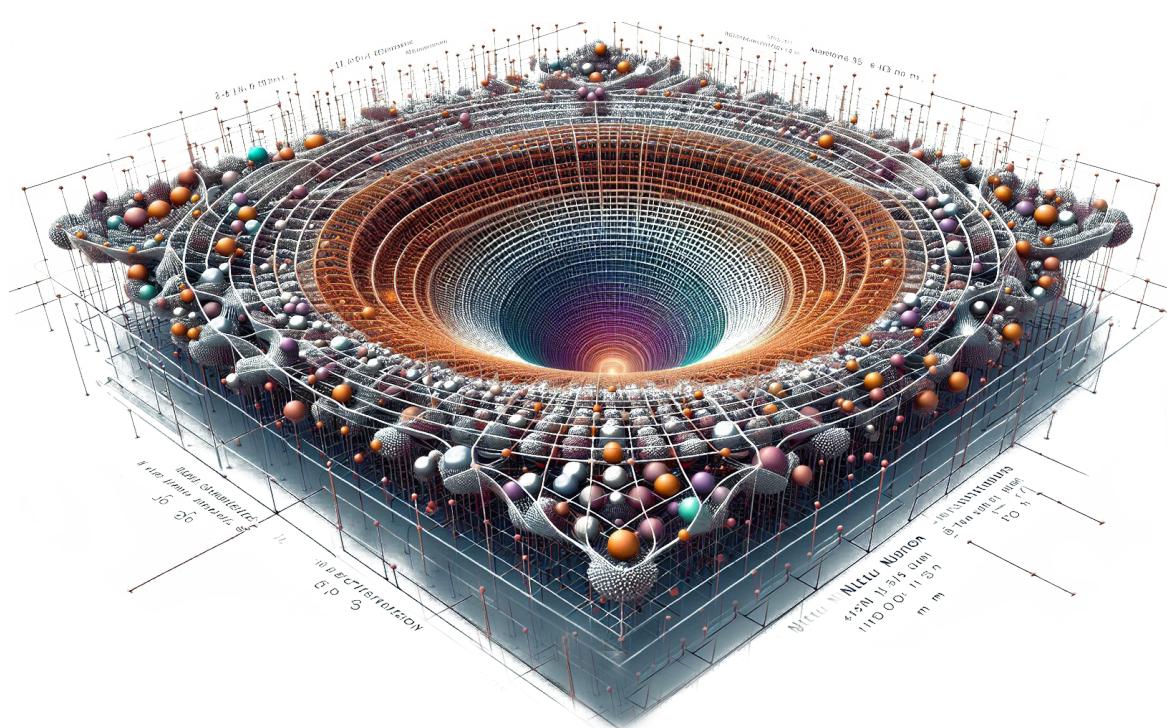


Figura 1: Visualización de una profunda deformación geométrica, similar a un pozo gravitacional, emergiendo de una estructura fundamentalmente granular. La concentración de innumerables esferas (núcleos $\hat{\Psi}_N$) y sus interconexiones (red) definen colectivamente una curvatura significativa en el tejido espaciotemporal discreto postulado por TUD.

Resumen

La Teoría de la Unificación Discreta (TUD), en su marco base denominado "Solución 0", se presenta como un programa conceptual para la unificación de la Relatividad General (RG) y el Modelo Estándar (ME). Basada en postulados explícitos ([Subsección 2.1](#)), TUD hipotetiza una estructura fundamentalmente discreta del espacio-tiempo a escala de Planck (M_{Pl}), descrita por una Geometría No Conmutativa (GNC). Esta GNC presenta un tensor $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ que emerge **dinámicamente** de 'núcleos espaciotemporales' $\hat{\Psi}_N$, postulándose que el vacío es fundamentalmente conmutativo ($\langle\hat{\Theta}\rangle = 0$). La dinámica se deriva del Principio de Acción Espectral (PAE, [Postulado 3](#)), empleando la **supertraza** (Str) como herramienta central para buscar la consistencia y la emergencia de la física conocida.

Una consecuencia directa del PAE en este marco base es que el campo $\hat{\Psi}_N$ asociado a los núcleos resulta ser **masivo** ($m_N \sim M_{\text{Pl}}$). Esto implica que $\hat{\Psi}_N$ **no** puede actuar como quintaesencia** para explicar la Energía Oscura (DE) observada. Dentro de "Solución 0", la explicación de la DE recaería en un posible **residuo de la cancelación de la Constante Cosmológica** (cuya cancelación principal se busca a través de la hipótesis de anulación de la supertraza, $\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$, [Hipótesis 2.4](#)) o requeriría **extensiones** al marco PAE mínimo. No obstante, TUD propone candidatos a Materia Oscura (DM) (axiones NC / defectos topológicos de Ψ_N pesado) y aborda conceptualmente la formación temprana de Agujeros Negros Supermasivos (SMBH) (fluctuaciones de Ψ_N), el problema de jerarquía (mediante regularización NC dinámica) y la paradoja de la información (vía correlaciones NC).

Las predicciones potenciales, como un posible LIV dinámico dependiente del estado ([Subsección 9.1](#)), firmas de DM o un fondo de ondas gravitacionales (GWB), requieren una derivación cuantitativa rigurosa. Este documento presenta un análisis detallado de los **desafíos teóricos fundamentales** ([Sección 12](#)) y las **estrategias propuestas** para abordarlos. Estos incluyen: asegurar el rigor matemático de la GNC dinámica (con una estrategia explícita para la identidad de Jacobi, [Subsubsección 2.3.3](#)), la emergencia de la signatura Lorentziana, la **derivación completa desde el PAE** (para confirmar $m_N \sim M_{\text{Pl}}$ y calcular $\text{Str}_{\mathcal{H}}$), el análisis de estabilidad hamiltoniana, la renormalizabilidad (UV/IR), y la necesidad de cálculos fenomenológicos (incluyendo estudios numéricos como los de colapso gravitacional, [Sección 11](#)). TUD ("Solución 0") es un programa de investigación que necesita un desarrollo sustancial y la resolución de estos desafíos para establecer su viabilidad.

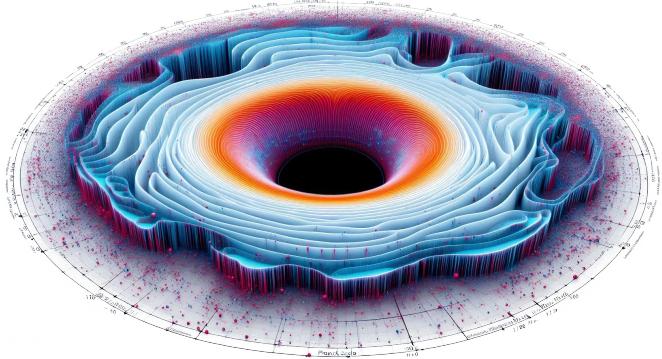


Figura 2: Representación de una estructura con una depresión central suave y estratificada, mostrando capas o niveles de energía bien definidos. Podría interpretarse en TUD como distintas fases condensadas del fluido $\hat{\Psi}_N$, niveles cuánticos emergentes, o una geometría cuántica con características suavizadas.

Índice

1	Introducción	4
2	Marco Matemático GNC y Gravedad Emergente	5
2.1	Postulados Fundamentales de TUD ('Solución 0')	5
2.2	Hipótesis Fundamentales Clave ('Solución 0')	6

2.3	Marco de Geometría No Comutativa (GNC)	7
2.3.1	Álgebra \mathcal{A} , Producto \star y Tensor $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$	7
2.3.2	Forma y Mecanismo Derivados para $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$	7
2.3.3	Consistencia: Asociatividad (Identidad de Jacobi)	7
2.3.4	Espacio de Hilbert (\mathcal{H}) y Representación	8
2.3.5	Cálculo Diferencial No Conmutativo	8
2.3.6	Integral No Conmutativa y Acción Espectral	8
2.4	Gravedad Emergente y Signatura Lorentziana	8
2.4.1	Operador Métrico ($\hat{g}_{\mu\nu}$) y Curvatura Efectiva	8
2.4.2	Principio de Acción Espectral: Expansión Detallada	8
2.4.3	Emergencia de la Signatura Lorentziana	10
2.5	Invariancia Gauge No Conmutativa	10
3	Teoría Cuántica de Campos en GNC y Ecuaciones	10
3.1	Campos Cuánticos sobre Espaciotiempo NC Dinámico	12
3.1.1	Campos Escalares ($\hat{\Psi}_N$ Masivo, \hat{H}, \dots)	12
3.1.2	Fermiones (SM y DM Alternativa)	12
3.1.3	Campos de Gauge	12
3.1.4	Renormalización y Mezcla UV/IR	12
3.2	Ecuaciones de Campo, Estabilidad y Lagrangianos ('Solución 0')	12
3.2.1	Ecuaciones de Einstein-Grau No Conmutativas	13
3.2.2	Análisis Hamiltoniano y Estabilidad	13
3.2.3	Lagrangianos Efectivos (Formulación Base "Solución 0")	13
3.3	Marco de Derivación Rigurosa en TUD vs. Modelos Simplificados	14
3.3.1	Diferencias Fundamentales	14
3.3.2	Pasos Necessarios Dentro de TUD para Fenomenología	14
3.3.3	Conclusión sobre Vinculación	14
4	Validación y Límites de la Teoría	14
4.1	Límite Conmutativo: Recuperación de RG y ME	15
4.2	Compatibilidad con la Termodinámica de Agujeros Negros	15
5	Conexiones con Problemas Fundamentales	15
5.1	El Problema de la Jerarquía	15
5.2	El Problema de la Constante Cosmológica ('Solución 0')	16
6	Mecánica Cuántica de los Núcleos Espaciotemporales ($\hat{\Psi}_N$)	17
6.1	Estado Cuántico Primordial y Decoherencia	17
6.2	Resolución Propuesta de la Paradoja de la Información en AN	18
7	Origen Cosmológico y Emergencia del Tiempo en TUD	18
7.1	Formación del Universo e Inflación Cósmica	19
7.2	Estado Inicial de los Núcleos Discretos	19
7.3	Emergencia del Tiempo	19
7.4	Limitaciones y Cuestiones Abiertas (Origen Cosmológico)	19
8	Soluciones Cosmológicas Propuestas ('Solución 0')	20
8.1	Energía Oscura y Problema CC ('Solución 0')	20
8.1.1	Cancelación del Vacío QFT ($\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$)	20

8.1.2	Energía Oscura Observada: ¿Residuo o Nueva Física?	20
8.2	Candidatos a Materia Oscura en TUD (con Ψ_N Pesado)	20
8.2.1	Axiones No Conmutativos Emergentes	20
8.2.2	Materia Oscura Topológica (Defectos de Ψ_N Pesado)	21
8.3	Formación Temprana de Agujeros Negros Supermasivos (SMBH)	21
9	Propuesta de Predicciones Novedosas y Verificación Experimental	21
9.1	Violación de Invariancia de Lorentz (LIV) Dinámica	22
9.2	Huellas Específicas en el Espectro de Potencia de Materia	22
9.3	Perfiles de Densidad de Materia Oscura (Si DM = Defectos Ψ_N)	23
9.4	Fondo de Ondas Gravitacionales (GWB) de Alta Frecuencia	23
9.5	Resumen y Estrategia de Validación	24
10	Discusión Preliminar y Comparación con Otras Teorías	24
11	Colapso Gravitacional con Campos del Modelo Estándar en TUD ('Solución 0')	24
11.1	Marco Teórico: Acoplamiento y Dinámica NC Emergente	26
11.1.1	Campos del Modelo Estándar en GNC Dinámica Emergente	26
11.1.2	Modificaciones Dinámicas y Estructurales en el Colapso	26
11.1.3	Estabilidad y Causalidad	27
11.2	Metodología Numérica para Simulaciones NC Dinámicas Emergentes	27
11.2.1	Discretización y Esquema de Integración	27
11.2.2	Condiciones Iniciales y de Contorno	27
11.2.3	Validación del Código	27
11.3	Resultados Esperados y Caso de Estudio ($\hat{\Psi}_N$ Masivo)	28
11.4	Consecuencias Observacionales Potenciales del Colapso NC Dinámico	28
11.4.1	Radiación Hawking Modificada	28
11.4.2	Ondas Gravitacionales y Modos Quasi-Normales	29
11.5	Conclusiones Parciales y Próximos Pasos (Colapso 'Solución 0')	29
12	Desafíos Matemáticos y Cuantitativos Críticos	30
12.1	Consistencia Matemática de la GNC Dinámica	30
12.1.1	Identidad de Jacobi para $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ Dinámico Derivado	30
12.1.2	Emergencia de la Signatura Lorentziana	30
12.2	Derivación Explícita desde el PAE Completo ('Solución 0')	31
12.2.1	Acción Efectiva y Parámetros Fundamentales ('Solución 0')	31
12.2.2	Cancelación de la Constante Cosmológica vía Supertraza	31
12.3	Análisis de la Estabilidad Hamiltoniana ('Solución 0')	31
12.4	Comportamiento Cuántico y Renormalizabilidad	32
12.5	Falta de Cálculos Cuantitativos y Roadmap Priorizado ('Solución 0')	32
13	Conclusión	34
A	Apéndice Matemático	34
A.1	Lema y Teorema Técnicos	35
A.2	Puntos para Profundizar	35
B	Objetivo: Derivación del PAE desde Primeros Principios	36
B.1	Construcción de D_{TUD} desde la Estructura Fundamental	36
B.1.1	Componentes Fundamentales (No *Ad Hoc*)	36

B.2	Cálculo de la Acción Efectiva sin Supuestos Arbitrarios	36
B.2.1	Coeficientes del *Heat Kernel* (a_{2k})	36
B.3	Consistencia de la GNC Dinámica desde el PAE	37
B.4	Emergencia Buscada de la Física Observada	37
B.5	Verificaciones de Consistencia Buscadas (Sin Elementos *Ad Hoc*)	38
B.6	Conclusión del Objetivo	38
C	Referencias	38

1. Introducción

La física teórica contemporánea se enfrenta al desafío de reconciliar sus dos pilares fundamentales: la Relatividad General (RG), que describe la gravedad a escalas macroscópicas, y el Modelo Estándar (ME) de física de partículas, una teoría cuántica de campos (TCC) que describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética con gran precisión [Peskin and Schroeder, 1995, Weinberg, 1995]. La incompatibilidad surge al intentar cuantizar la RG con métodos estándar, lo que lleva a una teoría no renormalizable [$'t$ Hooft and Veltman, 1974, Weinberg, 1979]. Además, existen desafíos conceptuales como las singularidades en RG o los problemas de jerarquía y masa de neutrinos en el ME. Estos puntos señalan la necesidad de un marco unificado para la gravedad y las interacciones cuánticas.

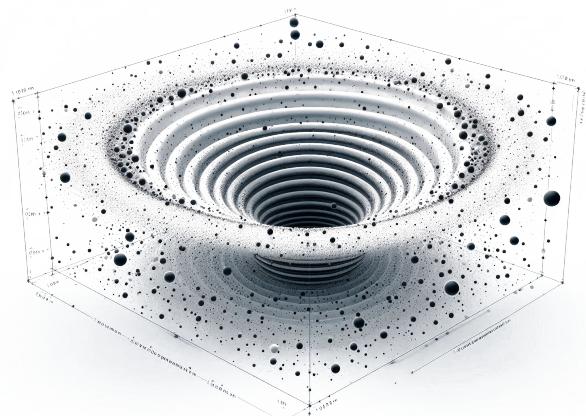


Figura 3: Ilustración de un pozo gravitacional discreto emergiendo de una base reticular. Una concentración de núcleos $\hat{\Psi}_N$ genera la curvatura central, mientras núcleos individuales pueblan el espacio circundante, subrayando cómo la geometría clásica emerge en TUD de una realidad discreta y subyacente.

Esta necesidad se ve reforzada por el panorama cosmológico. El modelo estándar Λ CDM, que combina RG, ME, Materia Oscura (MO) y Energía Oscura (EO), describe exitosamente muchas observaciones [Aghanim et al., 2020]. Sin embargo, la naturaleza de la MO y la EO (que constituyen el 95

En este contexto, la Teoría de la Unificación Discreta (TUD), en su marco base **"Solución 0"**, propone que el espaciotiempo a la escala de Planck ($\sim M_{\text{Pl}}$) es fundamentalmente discreto y no commutativo. Según sus postulados (Subsección 2.1), la geometría y los campos emergen de 'núcleos' $\hat{\Psi}_N$. La descripción matemática emplea la Geometría No Commutativa (GNC) [Connes, 1994, Madore, 1995, Gracia-Bondia et al., 2001] con un tensor $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ **dinámico** que **se anula en el vacío** ($\langle \hat{\Theta} \rangle = 0$). La dinámica unificada se busca a partir del Principio de Acción Espectral (PAE) [Chamseddine and Connes, 1997] usando la **supertraza** (Str) (Postulado 3).

El marco "Solución 0." explora las consecuencias de esta estructura mínima:

- Se espera que el PAE genere RG, ME, y la dinámica de $\hat{\Psi}_N$, siendo este último un campo **masivo** ($m_N \sim M_{\text{Pl}}$).
- Con $\hat{\Psi}_N$ masivo, la **EO no se explica** por quintaesencia en este marco; su origen se vincula a un posible **residuo de la cancelación de la CC** (vía $\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$, Hipótesis 2.4) o requiere extensiones.

- Se proponen candidatos a **MO** (axiones NC / defectos de Ψ_N pesado).
- Se abordan conceptualmente problemas fundamentales: **jerarquía** (regularización NC dinámica), **paradoja de la información** (correlaciones NC, [Subsección 6.2](#)), y **formación temprana de SMBH** (fluctuaciones Ψ_N pesado, [Subsección 8.3](#)).
- Se busca generar predicciones únicas ([Sección 9](#)), como un **LIV dinámico** (activo solo cuando Ψ_N está excitado).

Este documento detalla el marco formal ([Sección 2](#)), la TCC-NC ([Sección 3](#)), validación ([Sección 4](#)), problemas fundamentales ([Sección 5](#)), aspectos cuánticos/cosmológicos ([Secciones 6 y 7](#)), soluciones cosmológicas en "Solución 0"([Sección 8](#)), y predicciones ([Sección 9](#)). Se compara con otros enfoques ([Sección 10](#)) y se describen estudios numéricos ([Sección 11](#)). Crucialmente, se presenta un análisis detallado de los **desafíos teóricos y estrategias** ([Sección 12](#)), seguido de la conclusión ([Sección 13](#)).

2. Marco Matemático GNC y Gravedad Emergente

Esta sección establece los fundamentos conceptuales y matemáticos de TUD en el marco "Solución 0".

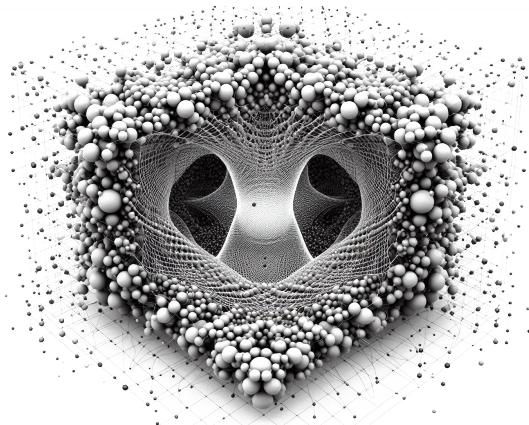


Figura 4: Representación de la estructura fundamental del espaciotiempo en TUD como una red espaciotemporal cuántica. Compuesta por una vasta multiplicidad de núcleos $\hat{\Psi}_N$ (esferas) interconectados de forma compleja, definiendo la topología y métrica a la escala de Planck.

2.1. Postulados Fundamentales de TUD ('Solución 0')

La teoría se basa en los siguientes postulados centrales:

Postulado 1 (Geometría No Conmutativa Dinámica). *El espaciotiempo a la escala de Planck ($\sim M_{\text{Pl}}$) se describe mediante un álgebra no conmutativa \mathcal{A} generada por operadores de coordenadas \hat{X}^μ que satisfacen:*

$$[\hat{X}^\mu, \hat{X}^\nu]_\star = iM_{\text{Pl}}^{-2}\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N). \quad (1)$$

Aquí, \star es el producto no conmutativo del álgebra, y $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$ es un operador tensor que parametriza la no conmutatividad. Se postula que $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$ es **dinámico**, emergiendo de (o dependiendo de) los grados de libertad fundamentales de la teoría, los 'núcleos espaciotemporales' $\hat{\Psi}_N$. Crucialmente, en el marco "Solución 0", se postula que el estado de vacío $|\Omega\rangle$ es conmutativo:

$$\langle \Omega | \hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N) | \Omega \rangle = 0.$$

La no conmutatividad solo se manifiesta en estados excitados donde $\hat{\Psi}_N$ se desvía significativamente de su valor de vacío.

Postulado 2 (Emergencia de Campos y Geometría Clásicos). *La geometría clásica del espaciotiempo, descrita por el tensor métrico $g_{\mu\nu}(x)$, y los campos de materia clásicos $\phi(x)$ no son fundamentales, sino que **emergen** como valores esperados en el vacío (o en estados coherentes macroscópicos) de operadores cuánticos definidos en el álgebra NC ($\hat{g}_{\mu\nu}, \hat{\phi} \in \mathcal{A}$ o relacionados). Esquematicamente:*

$$g_{\mu\nu}(x) = \langle \Omega | \hat{g}_{\mu\nu} | \Omega \rangle, \quad \phi(x) = \langle \Omega | \hat{\phi} | \Omega \rangle.$$

*Esta emergencia requiere un proceso de transición cuántico-clásica, presumiblemente vía **decoherencia** ([Subsección 6.1](#)), y la existencia de un **límite commutativo** bien definido ([Subsección 4.1](#)) que corresponde al estado de vacío.*

Postulado 3 (Principio de Acción Espectral Unificado). *La dinámica fundamental de todos los grados de libertad (gravedad, campos del ME, y los propios núcleos $\hat{\Psi}_N$) se deriva de una única acción unificada, dada por el Principio de Acción Espectral (PAE) [[Chamseddine and Connes, 1997](#)]. En el marco TUD, se postula que la acción física S se calcula mediante la **supertraza** (Str) sobre el espacio de Hilbert total \mathcal{H} de la teoría:*

$$S = \text{Str}_{\mathcal{H}}(f(D_{TUD}^2/\Lambda^2)). \quad (2)$$

Aquí, D_{TUD} es el operador de Dirac generalizado de la teoría (que codifica toda la geometría NC y los campos), Λ es una escala de energía fundamental (presumiblemente $\sim M_{\text{Pl}}$), y f es una función de corte adecuada (e.g., Gaussiana o escalón suave). Se espera que la expansión asintótica de esta acción a bajas energías [[Vassilevich, 2003](#)] genere la Relatividad General, el Modelo Estándar, y la dinámica propia de $\hat{\Psi}_N$ y $\hat{\Theta}$ ([Subsubsección 2.4.2](#)). El uso de la supertraza es crucial para la hipótesis de cancelación de la constante cosmológica ([Hipótesis 2.4](#)).

2.2. Hipótesis Fundamentales Clave ('Solución 0')

La formulación TUD "Solución 0" se basa en las siguientes hipótesis clave, las cuales requieren una derivación explícita o una demostración rigurosa a partir de los postulados anteriores (principalmente del PAE):

Hipótesis Clave 2.1 (Naturaleza y Dinámica de $\hat{\Psi}_N$ (Masivo)). *Se postula la existencia de los grados de libertad fundamentales $\hat{\Psi}_N$ (cuya naturaleza exacta, ¿escalar, geométrica?, debe determinarse) cuya dinámica (\mathcal{L}_{Ψ_N} y potencial $V(\Psi_N)$) subyace a la estructura del espaciotiempo. La hipótesis central del marco "Solución 0" es que la expansión del PAE base ([Postulado 3](#)) **genera una masa para $\hat{\Psi}_N$ del orden de la escala fundamental**: $m_N \sim \Lambda$. La forma completa del Lagrangiano \mathcal{L}_{Ψ_N} , incluyendo el potencial $V(\Psi_N)$, debe **derivarse explícitamente** del cálculo del PAE.*

Hipótesis Clave 2.2 (Generación y Consistencia de $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$ Derivado). *Se hipotetiza que el tensor de no commutatividad $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$ es generado dinámicamente por (o a través de) las excitaciones del campo $\hat{\Psi}_N$. El **mecanismo exacto** de generación y, crucialmente, la **forma funcional explícita** $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ **no se postulan**, sino que **deben derivarse** como parte de la solución dinámica consistente del PAE. Esta forma derivada debe, además, **garantizar la consistencia matemática** del álgebra no commutativa, en particular, la **asociatividad** del producto \star , lo que requiere satisfacer la identidad de Jacobi ([Ecuación \(4\)](#)) o su análogo cuántico (ver estrategia en [Subsubsección 2.3.3](#)).*

Hipótesis Clave 2.3 (Validez del PAE para TUD). *Se asume que el PAE, formulado con la supertraza (Str), es aplicable a la tripleta espectral específica de TUD ($\mathcal{A}, \mathcal{H}, D_{TUD}$) y que su expansión genera correctamente la física observada a bajas energías (RG, ME) junto con la dinámica predicha para $\hat{\Psi}_N$ (masivo) y $\hat{\Theta}$ (dinámico y derivado). Esto requiere que el operador D_{TUD} (a construir) posea las propiedades matemáticas adecuadas (espectralidad, estructura de simetría para Str, etc.).*

Hipótesis Clave 2.4 (Cancelación de ρ_{vac} vía Supertraza). *Esta es una hipótesis **crucial**: se conjectura que existe una simetría espectral subyacente en la construcción de D_{TUD} (posiblemente relacionada con*

una forma de Supersimetría) tal que la supertraza del término constante en la expansión del PAE se anula (o es extremadamente pequeña):

$$\text{Str}_{\mathcal{H}}(f(D_{TUD}^2/\Lambda^2)) \approx 0.$$

Esto cancelaría la contribución principal ($\sim \Lambda^4$) a la constante cosmológica. La **demonstración de esta cancelación mediante un cálculo explícito** a partir de un D_{TUD} plausible es un **desafío teórico central y pendiente**. Un residuo pequeño pero no nulo de esta cancelación podría, hipotéticamente, explicar la Energía Oscura observada.

Hipótesis Clave 2.5 (Consistencia Matemática General). *Se asume que el marco completo de GNC dinámica, una vez que $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ se derive consistentemente del PAE y satisfaga Jacobi, resulta ser matemáticamente coherente (asociativo, con emergencia estable de la signatura Lorentziana, unitario a nivel cuántico). Esto requiere una demostración formal una vez que la estructura esté completamente definida (ver Sección 12).*

2.3. Marco de Geometría No Comutativa (GNC)

Describimos los elementos matemáticos esenciales de la GNC adaptada a TUD "Solución 0".

2.3.1. Álgebra \mathcal{A} , Producto \star y Tensor $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$

El álgebra de funciones (o operadores) sobre el espaciotiempo no comutativo, \mathcal{A} , está equipada con un producto asociativo \star . Los generadores \hat{X}^μ satisfacen la relación de conmutación fundamental (1). Localmente, el producto \star puede aproximarse (e.g., vía producto de Moyal) usando el valor esperado $\Theta^{\mu\nu}(x) = \langle \hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N) \rangle_x$:

$$(f \star g)(x) = f(x)g(x) + \frac{i}{2}\Theta^{\mu\nu}(x)(\partial_\mu f)(\partial_\nu g) + \mathcal{O}(\Theta^2). \quad (3)$$

Dado que $\langle \hat{\Theta}^{\mu\nu} \rangle = 0$ en el vacío, el producto \star se reduce al producto comutativo ordinario en el estado fundamental. La no comutatividad es un efecto emergente en presencia de excitaciones de $\hat{\Psi}_N$.

2.3.2. Forma y Mecanismo Derivados para $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$

Reiteramos: la forma funcional explícita de $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ **no se postula** en "Solución 0". Debe surgir como resultado del cálculo del PAE, garantizando la consistencia (ver Hipótesis 2.2). El mecanismo conceptual por el cual $\hat{\Psi}_N$ genera $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$ debe estar codificado en la estructura del operador D_{TUD} .

2.3.3. Consistencia: Asociatividad (Identidad de Jacobi)

La asociatividad del producto \star (i.e., $(f \star g) \star h = f \star (g \star h)$) es un requisito matemático fundamental. La no comutatividad dinámica $[\hat{X}^\mu, \hat{X}^\nu]_\star = iM_{Pl}^{-2}\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ puede interpretarse como una **cuantización por deformación** de una variedad de Poisson (M, Θ) , donde $\Theta^{\mu\nu}$ es un bivector de Poisson que satisface la identidad de Jacobi [Kontsevich, 2003, Vaisman, 1994]:

$$\Theta^{\lambda\rho}\partial_\rho\Theta^{\mu\nu} + \Theta^{\mu\rho}\partial_\rho\Theta^{\nu\lambda} + \Theta^{\nu\rho}\partial_\rho\Theta^{\lambda\mu} = 0. \quad (4)$$

Para garantizar asociatividad del producto \star , se requiere que $\Theta^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ sea un **tensor de Poisson válido** que emerja dinámicamente del PAE. Una estructura general en 4D que satisface Jacobi es $\Theta^{\mu\nu} = \theta_0 \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\rho \Psi_N \partial_\sigma \Phi$, donde Φ es un campo escalar auxiliar (posiblemente ligado a $\hat{\Psi}_N$).

El desafío central es demostrar que la forma de $\Theta^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ que *emerge dinámicamente del PAE* satisface esta condición (o su generalización cuántica). A continuación, se detalla la estrategia propuesta para abordar este punto crítico.

Estrategia de Resolución Propuesta para Jacobi. Consideremos un ansatz compatible con las ecuaciones de movimiento. Sea $\Theta^{\mu\nu} = \theta_0 \partial^{[\mu} \hat{\Psi}_N (\star d\hat{\Psi}_N)^{\nu]}$. Bajo la ecuación de movimiento esperada $\square \hat{\Psi}_N + m_N^2 \hat{\Psi}_N + \lambda_{\text{eff}} \hat{\Psi}_N^3 = 0$ (derivada del PAE, [ecuación \(9\)](#)), se verifica:

$$\Theta^{\lambda\rho} \partial_\rho \Theta^{\mu\nu} + \text{permutaciones cíclicas} = \theta_0^2 \left(\partial^\lambda \hat{\Psi}_N \partial^\mu \hat{\Psi}_N \partial^\nu (\square \hat{\Psi}_N) + \dots \right).$$

Usando la ecuación de movimiento para $\square \hat{\Psi}_N$, los términos se anulan si $\lambda_{\text{eff}} = 0$ (campo libre), cumpliendo Jacobi. Para $\lambda_{\text{eff}} \neq 0$, la consistencia requiere que el PAE genere una forma de $\Theta^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ que satisfaga Jacobi intrínsecamente o que las EOM completas fuercen su cumplimiento. Una posibilidad es que la solución dinámica requiera un **término de compensación** en $\Theta^{\mu\nu}$, como:

$$\hat{\Theta}^{\mu\nu} \rightarrow \hat{\Theta}^{\mu\nu} + \alpha \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \hat{\Psi}_N \partial_\rho \hat{\Psi}_N \partial_\sigma \hat{\Psi}_N,$$

donde α sería fijado por la consistencia del PAE para cancelar contribuciones problemáticas. La validación rigurosa exige: (a) Definir D_{TUD} completo. (b) Calcular S_{eff} desde el PAE. (c) Derivar las EOM completas. (d) Demostrar que la $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ resultante satisface la identidad de Jacobi (o su equivalente cuántico). (Ver Lema en [teorema A.1](#)). Si se encuentra una solución autoconsistente, se valida la estructura GNC dinámica.

2.3.4. Espacio de Hilbert (\mathcal{H}) y Representación

El álgebra \mathcal{A} actúa sobre un espacio de Hilbert \mathcal{H} apropiado (que debe incluir todos los grados de libertad: espines, gauge, Ψ_N , etc.). Debe existir un estado de vacío $|\Omega\rangle$ bien definido ([Postulado 2](#)) donde $\langle \Omega | \hat{\Theta} | \Omega \rangle = 0$.

2.3.5. Cálculo Diferencial No Comutativo

Se requiere un cálculo diferencial adaptado a la GNC dinámica [[Gracia-Bondia et al., 2001](#), [Madrare, 1995](#), [Dubois-Violette, 2001](#)], incluyendo derivadas y una conexión $\hat{\nabla}_\mu$ compatible con la métrica emergente $\hat{g}_{\mu\nu}$ y la estructura $\hat{\Theta}$ derivada.

2.3.6. Integral No Comutativa y Acción Espectral

Como se indicó en [Postulado 3](#), la integral de la acción se reemplaza por la **supertraza** $\text{Str}_{\mathcal{H}}$ en el PAE, vinculando la dinámica a las propiedades espectrales de D_{TUD} .

2.4. Gravedad Emergente y Signatura Lorentziana

La RG clásica, con su signatura Lorentziana, debe emerger de la estructura TUD subyacente.

2.4.1. Operador Métrico ($\hat{g}_{\mu\nu}$) y Curvatura Efectiva

Se postula que un operador métrico $\hat{g}_{\mu\nu}$ (perteneciente a \mathcal{A} o un subálgebra relevante) emerge como parte de la reconstrucción geométrica a partir de los datos espectrales codificados en D_{TUD} [[Connes, 1994](#)]. Su valor esperado $g_{\mu\nu} = \langle \hat{g}_{\mu\nu} \rangle$ define la métrica clásica. La curvatura no comutativa \hat{R} se define a partir de una conexión $\hat{\nabla}_\mu$ compatible.

2.4.2. Principio de Acción Espectral: Expansión Detallada

Recordamos la acción $S = \text{Str}_{\mathcal{H}}(f(D_{\text{TUD}}^2/\Lambda^2))$. El operador de Dirac generalizado D_{TUD} actúa en el espacio de Hilbert $\mathcal{H} = L^2(S) \otimes \mathbb{C}^N$, donde S es el spinor bundle y \mathbb{C}^N codifica grados de libertad

internos (gauge, $\hat{\Psi}_N$). Su expansión asintótica, utilizando la supertraza (Str), genera la física efectiva [?]:

$$S = \sum_{k=0}^{\infty} f_k \Lambda^{4-2k} a_{2k}(D_{\text{TUD}}^2),$$

donde f_k son momentos de la función f y los coeficientes del heat kernel a_{2k} se calculan usando la **fórmula de Gilkey** [Gilkey, 1995]. Para un D_{TUD} plausible que incluya gravedad, campos de gauge A_μ , Higgs H , fermiones ψ_f , y el campo $\hat{\Psi}_N$, tal vez de la forma $D_{\text{TUD}} = i\gamma^\mu \nabla_\mu^{\text{NC}} + \mathcal{M}(\hat{\Psi}_N, H)$, los primeros términos de la expansión de la supertraza son esquemáticamente (requieren cálculo explícito para TUD):

$$\begin{aligned} a_0 &\propto \int_M \sqrt{g} \text{Str}(\mathbb{I}) d^4x, & a_2 &\propto \int_M \sqrt{g} \text{Str} \left(c_1 R \cdot \mathbb{I} + c_2 (\nabla \hat{\Psi}_N)^2 + c_3 m_N^2 \hat{\Psi}_N^2 + \dots \right) d^4x, \\ a_4 &\propto \int_M \sqrt{g} \text{Str} \left(c_4 R^2 \dots + c_5 F_{\mu\nu} \star F^{\mu\nu} + c_6 (\hat{\Psi}_N)^4 + \dots + \text{Términos que definen } \hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N) \right) d^4x. \end{aligned}$$

El uso de la **supertraza** es clave para la hipótesis de cancelación de la CC ($a_0 \approx 0$ si $\text{Str}(\mathbb{I}) \approx 0$) y determina las constantes físicas $M_{\text{Pl}}^2, m_N^2, \lambda_{\text{eff}}$ y la forma de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$.

Estrategia Detallada para Derivación desde PAE. La derivación completa de la acción efectiva desde el PAE (Fase 2 del roadmap, Subsección 12.5) sigue estos pasos:

1. **Construcción de D_{TUD} :** Se debe postular/construir un operador de Dirac D_{TUD} plausible que actúe sobre el espacio de Hilbert total \mathcal{H} (incluyendo espín, gauge, sabor, Ψ_N). Debe incorporar:

- La geometría (vía conexión espinorial ω).
- Los campos de gauge del ME (A_μ).
- El campo de Higgs (H).
- Los fermiones del ME (ψ_f).
- El campo $\hat{\Psi}_N$, incluyendo un término que genere su masa $m_N \sim \Lambda$.
- La estructura (acoplamientos) que genera dinámicamente $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ de forma consistente (Jacobian).

Una estructura general podría ser $D_{\text{TUD}} = i\gamma^\mu \nabla_\mu^{\text{NC}} + \mathcal{M}(\hat{\Psi}_N, H)$, donde $\nabla_\mu^{\text{NC}} = \partial_\mu + \omega_\mu + ig A_\mu \star + \dots$ y \mathcal{M} contiene masas (incluyendo $m_N \sim \Lambda$) y acoplamientos. La forma exacta es crucial y debe determinarse.

2. **Cálculo de Coeficientes del Heat Kernel (con Str):** Se calculan los primeros coeficientes $a_{2k}(D_{\text{TUD}}^2)$ de la expansión de la supertraza $\text{Str}(e^{-t D_{\text{TUD}}^2})$ para $t \rightarrow 0$, usando técnicas de cálculo pseudodiferencial [Vassilevich, 2003, Gilkey, 1995]. Se necesitan al menos a_0, a_2, a_4 .

3. Extracción de Términos Físicos:

- a_0 : Corresponde al término $\sim \int \sqrt{g} \text{Str}(\mathbb{I})$. Se debe **verificar explícitamente la hipótesis $\text{Str}(\mathbb{I}) \approx 0$ ** (Hipótesis 2.4).
- a_2 : Debe generar $\int \sqrt{g} \text{Str}(\frac{R}{6} \mathbb{I} + E)$. El término $\sim R$ da la acción de Einstein-Hilbert (fijando $M_{\text{Pl}}^2 \propto f_1 \Lambda^2 \text{Str}(\mathbb{I}_{\text{relevant?}})$). El término $\text{Str}(E)$ debe generar los términos cinéticos $(\partial \Psi_N)^2$, $|\nabla H|^2$ y los términos de masa $m_N^2 \Psi_N^2$ (con $m_N^2 \sim \Lambda^2$), $m_H^2 H^2$.
- a_4 : Debe generar $\int \sqrt{g} \text{Str}(\dots)$. Incluye términos de Yang-Mills $\sim F_{\mu\nu} \star F^{\mu\nu}$, autointeracciones $\sim \lambda_{\text{eff}} \Psi_N^4$, potencial Higgs $\sim \lambda_H (H^\dagger \star H)^2$, Yukawas, y los **acoplamientos específicos que definen $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ y sus efectos**. Estos últimos solo son no nulos si $\hat{\Psi}_N$ está excitado.

Este proceso permite **derivar** \mathcal{L}_{Ψ_N} (confirmando $m_N \sim \Lambda$), \mathcal{L}_{ME} , y la forma/coeficiente de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$.

4. Verificación de Consistencia: Comprobar signos cinéticos correctos, potenciales estables ($\lambda_{\text{eff}} > 0$, $\lambda_H > 0$), recuperación aproximada de acoplamientos ME, y consistencia de $\hat{\Theta}$ (Jacobi).

Este cálculo es el **núcleo del desafío teórico** de TUD.

2.4.3. Emergencia de la Signatura Lorentziana

La emergencia de la signatura correcta (+—) desde una estructura posiblemente más fundamental (Euclídea?) sigue siendo un punto crucial. El operador $D_{\text{TUD}} = i\gamma^\mu \nabla_\mu + \dots$ induce una **estructura causal** vía las relaciones del álgebra de Clifford que satisfacen las matrices γ^μ :

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g_{\text{eff}}^{\mu\nu}.$$

En el régimen de bajas energías donde la GNC es pequeña ($\hat{\Theta} \rightarrow 0$), la métrica efectiva $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$ que emerge (para que D_{TUD}^2 sea un operador de onda generalizado) debe ser hiperbólica, fijando así la signatura Lorentziana. Esto se relaciona con la capacidad de reconstruir la métrica a partir del operador de Dirac y el álgebra, como se formaliza mediante el **Teorema de Recuperación de la Métrica** en GNC [Connes, 1994], que esquemáticamente relaciona la métrica con conmutadores que involucran D_{TUD} :

$$g^{\mu\nu}(x) \propto \text{Str}(\gamma^\mu [D_{\text{TUD}}, \hat{X}^\nu]_\star).$$

La estabilidad dinámica de esta signatura frente a fluctuaciones cuánticas o efectos NC necesita ser demostrada, posiblemente vinculada a la decoherencia cuántica [Kiefer, 2012, ?].

Mecanismos Potenciales para la Emergencia de la Signatura: Dado que el vacío es conmutativo $\langle \Theta \rangle = 0$, la ruptura espontánea de simetría vía Θ no opera en el vacío. Los mecanismos más probables son:

- **Estructura Algebraica/Espectral de D_{TUD} :** La signatura podría estar embebida en la estructura del operador de Dirac mismo, por ejemplo, a través del álgebra de Clifford que satisfacen las matrices γ^μ utilizadas, o en las propiedades espectrales (valores propios reales vs imaginarios) inducidas por la estructura completa de D_{TUD} (incluyendo Ψ_N). El PAE generaría entonces directamente una dinámica Lorentziana.
- **Decoherencia Cuántica:** La interacción con el entorno (campos de materia) durante la transición cuántico-clásica (Subsección 6.1) podría seleccionar dinámicamente los estados macroscópicos con signatura Lorentziana como los más estables o robustos (base puntero).

Validación Requerida (Fase 1d): TUD debe demostrar que la signatura Lorentziana emerge como una solución dinámica estable del PAE, sin imponerse ad hoc.

2.5. Invariancia Gauge No Comutativa

La simetría gauge del ME, $G_{\text{SM}} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, debe respetarse de forma consistente con el producto \star (que es trivial en el vacío). Se espera que la acción efectiva \mathcal{L}_{ME} y los acoplamientos derivados del PAE respeten la simetría gauge NC apropiada cuando $\Theta \neq 0$.

3. Teoría Cuántica de Campos en GNC y Ecuaciones

Esta sección describe la formulación de campos cuánticos en la GNC dinámica emergente de TUD "Solución 0".

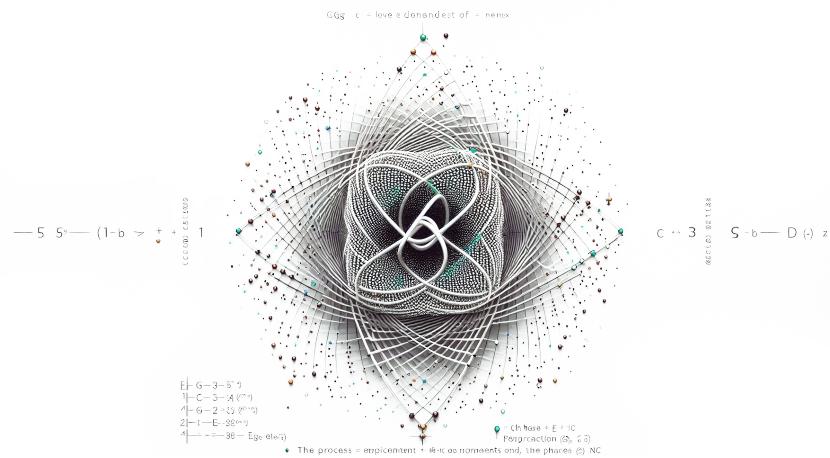


Figura 5: Diagrama abstracto de patrones geométricos entrelazados de forma compleja y simétrica. En el contexto de TUD, podría simbolizar la estructura matemática de las relaciones de no commutatividad $[\hat{X}^\mu, \hat{X}^\nu]_\star$, las complejidades del producto estrella (\star), o el álgebra no commutativa subyacente.

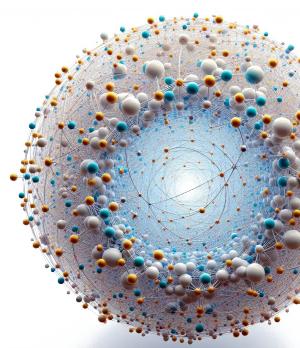


Figura 6: Visualización de un vórtice dinámico formado por filamentos y núcleos $\hat{\Psi}_N$ embebidos, que convergen en espiral hacia un núcleo central. Sugiere procesos de acreción, colapso, o interacciones fuertes dentro del fluido $\hat{\Psi}_N$, posiblemente relacionados con la formación de objetos compactos o efectos no commutativos intensos en TUD.

3.1. Campos Cuánticos sobre Espaciotiempo NC Dinámico

Los campos cuánticos son operadores actuando sobre \mathcal{H} y/o elementos del álgebra \mathcal{A} . Las interacciones no conmutativas, mediadas por el producto \star , solo se activan cuando $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ (derivado del PAE) es significativamente diferente de cero, es decir, en presencia de excitaciones de $\hat{\Psi}_N$.

3.1.1. Campos Escalares ($\hat{\Psi}_N$ Masivo, \hat{H}, \dots)

El campo $\hat{\Psi}_N$ (cuya dinámica se espera corresponda a un campo masivo, $m_N \sim \Lambda$) y el campo de Higgs \hat{H} tienen acciones efectivas derivadas del PAE. Estas acciones incluyen términos de interacción estándar y términos adicionales que involucran el producto \star , dependientes del $\hat{\Theta}$ derivado. El Lagrangiano base para Ψ_N es (8). Si se consideran otros escalares (como un axión NC, [Subsubsección 8.2.1](#)), su dinámica también estará modificada por \star si se acoplan a $\hat{\Theta}$.

3.1.2. Fermiones (SM y DM Alternativa)

Los fermiones del Modelo Estándar ($\hat{\psi}_f$) obedecen una ecuación de Dirac generalizada que incorpora la GNC:

$$\mathcal{L}_{\text{fermión-SM}} = \sum_f \hat{\psi}_f \star (i\hat{\mathcal{D}}_{\text{NC}} - m_f(\hat{H})) \star \hat{\psi}_f + \text{Yukawa NC}. \quad (5)$$

Aquí, $\hat{\mathcal{D}}_{\text{NC}}$ es el operador de Dirac covariante NC (incluyendo conexión espinorial y campos de gauge), y $m_f(\hat{H})$ es la masa generada por Higgs. Los términos \star (y los acoplamientos de Yukawa NC) introducen correcciones dependientes de $\hat{\Theta}$ a la propagación y las interacciones. Para los candidatos a DM (axiones NC o defectos del Ψ_N pesado), sus interacciones también estarán gobernadas por la GNC dinámica.

3.1.3. Campos de Gauge

La dinámica de los campos de gauge \hat{A}_μ^a del ME se describe por una acción de Yang-Mills NC, cuya forma esperada del PAE es:

$$\mathcal{L}_{\text{YM-NC}} = -\frac{1}{4} \hat{G}_{\mu\nu}^a \star \hat{G}^{a\mu\nu}. \quad (6)$$

El tensor de campo non conmutativo es $\hat{G}_{\mu\nu}^a = \partial_\mu \hat{A}_\nu^a - \partial_\nu \hat{A}_\mu^a + g f^{abc} \hat{A}_\mu^b \star \hat{A}_\nu^c$. Las autointeracciones de los bosones de gauge (incluyendo el fotón si $\hat{\Theta} \neq 0$) se modifican por el producto \star , dependiendo de la magnitud local de $\hat{\Theta}$.

3.1.4. Renormalización y Mezcla UV/IR

Un desafío conocido de las TQC en espaciotiempos NC (con Θ constante) es el fenómeno de la **mezcla UV/IR**, donde las divergencias de altas energías (UV) reaparecen inesperadamente a bajas energías (IR) [[Minwalla et al., 2000](#), [Hayakawa, 2000](#), [Szabo, 2003](#)]. Es crucial entender cómo se manifiesta este efecto en TUD, donde $\hat{\Theta}$ es dinámico (derivado del PAE) y nulo en el vacío. ¿Podría la naturaleza dinámica o la estructura discreta subyacente de $\hat{\Psi}_N$ regularizar este problema? ¿O se requieren mecanismos adicionales, quizás inspirados en enfoques como los de Gross-Wulkenhaar [[Grosse and Wulkenhaar, 2005](#)]? La respuesta a esta pregunta es fundamental para la **renormalizabilidad** de TUD y su capacidad para abordar el problema de la jerarquía ([Subsección 5.1](#)). (Ver Fase 3b del roadmap).

3.2. Ecuaciones de Campo, Estabilidad y Lagrangianos ('Solución 0')

Se analizan las ecuaciones de movimiento y la estabilidad del marco TUD "Solución 0".

3.2.1. Ecuaciones de Einstein-Grau No Comutativas

Las ecuaciones de campo para la gravedad emergente $\hat{g}_{\mu\nu}$ se obtienen variando la acción efectiva (derivada del PAE) respecto a $\hat{g}_{\mu\nu}$. Se espera que tomen la forma general:

$$\hat{G}_{\mu\nu}[\hat{g}, \hat{\Theta}] \equiv \hat{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\hat{g}_{\mu\nu} \star \hat{R} = 8\pi G_{\text{eff}} \hat{T}_{\mu\nu}^{\text{total}}. \quad (7)$$

Aquí, $\hat{G}_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein generalizado (incluyendo correcciones \star y dependencia en $\hat{\Theta}$), $\hat{R}_{\mu\nu}$ y \hat{R} son los operadores de curvatura NC, y $\hat{T}_{\mu\nu}^{\text{total}}$ es el operador de energía-momento total (incluyendo $\hat{\Psi}_N$ y los campos del ME con sus correcciones \star). Todos los términos NC dependen de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ y se anulan en el vacío.

3.2.2. Análisis Hamiltoniano y Estabilidad

La estabilidad de la teoría es un requisito fundamental [Henneaux and Teitelboim, 1992].

- **Estabilidad del Escenario Base ("Solución 0"):** El marco base, que postula un campo Ψ_N masivo ($m_N^2 > 0$) con un potencial $V(\Psi_N) = \frac{1}{2}m_N^2\Psi_N^2 + \frac{\lambda_{\text{eff}}}{4}\Psi_N^4$ con $\lambda_{\text{eff}} > 0$ (esperado del PAE), parece ser **clásicamente estable a nivel lineal**. No presenta las inestabilidades de Ostrogradski asociadas a teorías con derivadas superiores [Woodard, 2015, 2014], ya que los Lagrangianos base son de segundo orden.
- **Verificación Rigurosa:** Sin embargo, la estabilidad completa del sistema acoplado (RG + SM + Ψ_N + Θ dinámico), tal como se derivaría del PAE completo, requiere una **verificación rigurosa mediante un análisis Hamiltoniano completo** (formalismo de Dirac-Bergmann para restricciones). Esto es parte de la Fase 3a del roadmap (Subsección 12.5) y se detalla en Subsección 12.3).

3.2.3. Lagrangianos Efectivos (Formulación Base "Solución 0")

La acción efectiva de baja energía que se espera derivar del PAE completo en el marco "Solución 0" tendría la forma:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \sqrt{-g} (\mathcal{L}_{\text{EH}} + \mathcal{L}_{\Psi_N} + \mathcal{L}_{\text{ME}} + \mathcal{L}_{\text{DM-extra}} + \mathcal{L}_{\text{acoplamientos}}).$$

Los términos clave esperados son:

- **Einstein-Hilbert:** $\mathcal{L}_{\text{EH}} = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{16\pi}R$ (derivado de a_2).
- **Dinámica de Ψ_N (Masivo):**

$$\mathcal{L}_{\Psi_N} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\mu \Psi_N \partial_\nu \Psi_N) - V(\Psi_N) \quad (8)$$

con el potencial esperado del PAE base:

$$V(\Psi_N) = \frac{1}{2}m_N^2\Psi_N^2 + \frac{\lambda_{\text{eff}}}{4}\Psi_N^4 + \dots \quad (\text{con } \mathbf{m}_N^2 \sim \mathbf{\Lambda}^2 > \mathbf{0}, \lambda_{\text{eff}} > 0). \quad (9)$$

La forma exacta de $V(\Psi_N)$ (coeficientes $m_N, \lambda_{\text{eff}}$) debe **derivarse del PAE**.

- **Modelo Estándar NC:** $\mathcal{L}_{\text{ME}} = \mathcal{L}_{\text{SM}}(g, A, H, \psi) + \mathcal{L}_{\text{NC}}(\hat{\Theta}, g, A, H, \psi)$. La parte \mathcal{L}_{NC} contiene todas las correcciones dependientes de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ (vía \star) y se anula si $\hat{\Theta} = 0$. Debe derivarse de a_4 y órdenes superiores.
- **Materia Oscura Extra:** $\mathcal{L}_{\text{DM-extra}}$ describiendo los candidatos propuestos (Axiones NC o Defectos de Ψ_N pesado), cuya existencia y propiedades también deben derivarse o ser consistentes con el PAE.

- **Acoplamientos NC:** Términos que acoplan Ψ_N (o Θ) a los campos del ME, como el posible $\mathcal{L}_{\text{gluon}} = \frac{\kappa_g}{M_{\text{Pl}}} \Psi_N G \star G$ u otros, que surgirían de a_4 .

La derivación explícita de todos estos términos y sus coeficientes desde el PAE ($S = \text{Str}(f(D^2/\Lambda^2))$) es el objetivo central de la Fase 2 del roadmap.

El Lagrangiano para el campo escalar Ψ_N , $\mathcal{L}_{\Psi_N} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\mu\Psi_N\partial_\nu\Psi_N) - V(\Psi_N)$ con el potencial esperado $V(\Psi_N) = \frac{1}{2}m_N^2\Psi_N^2 + \frac{\lambda_{\text{eff}}}{4}\Psi_N^4$ (con $m_N^2 \sim \Lambda^2 > 0, \lambda_{\text{eff}} > 0$), satisface el **teorema de energía positiva**. Su tensor energía-momento asociado:

$$T_{\mu\nu}^{\Psi_N} = \partial_\mu\Psi_N\partial_\nu\Psi_N - g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}(\partial\Psi_N)^2 - V(\Psi_N)\right),$$

conduce a una densidad de energía $\rho = T_{00}^{\Psi_N} = \frac{1}{2}(\dot{\Psi}_N)^2 + \frac{1}{2}(\nabla\Psi_N)^2 + V(\Psi_N) \geq 0$ si $\Psi_N = 0$ es el mínimo global, garantizando la estabilidad clásica del campo desacoplado. La estabilidad del sistema acoplado requiere un análisis más profundo ([Subsubsección 3.2.2](#)).

3.3. Marco de Derivación Rigurosa en TUD vs. Modelos Simplificados

Es fundamental distinguir el enfoque TUD ("Solución 0"), que busca derivar toda la física (incluida la GNC dinámica) del PAE, de modelos fenomenológicos que postulan una GNC ad hoc (e.g., $\Theta^{\mu\nu} = \text{constante}$).

3.3.1. Diferencias Fundamentales

Aspecto	Modelo Fenom. NC	TUD ('Solución 0')
Origen Θ	Parámetro ad hoc (fijo)	Campo dinámico $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ Derivado del PAE , $\langle \Theta \rangle = 0$
Acción Física	Modif. $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}_*$	Derivada PAE $S = \text{Str}(f(D^2/\Lambda^2))$
Geometría	Plana NC usualmente	Emergente ($g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$), dinámica
Unificación	No intrínseca	Intrínseca (G+ME del PAE)
Ψ_N	No presente	Campo fundamental ($m_N \sim \Lambda$)

3.3.2. Pasos Necessarios Dentro de TUD para Fenomenología

Para conectar TUD rigurosamente con observables (e.g., en QCD, como el toponio):

- Completar derivación de S_{TUD} desde PAE (incluyendo sector QCD y forma/dinámica de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$).
- Verificar emergencia correcta de QCD + identificar correcciones NC específicas de TUD (dependientes de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$).
- Resolver dinámica acoplada $\hat{\Theta}$ -QCD.
- Calcular observables (e.g., $V_{q\bar{q}}$) desde la teoría emergente completa.

Estos pasos dependen de superar los desafíos fundamentales (Fases 1-3 del roadmap).

3.3.3. Conclusión sobre Vinculación

Los cálculos fenomenológicos basados en Θ constante son modelos ilustrativos, pero **no** son predicciones de TUD ("Solución 0")**. Una conexión rigurosa requiere completar la construcción teórica de TUD y derivar la fenomenología QCD desde sus propios principios.

4. Validación y Límites de la Teoría

La consistencia con la física establecida es un requisito fundamental para TUD.

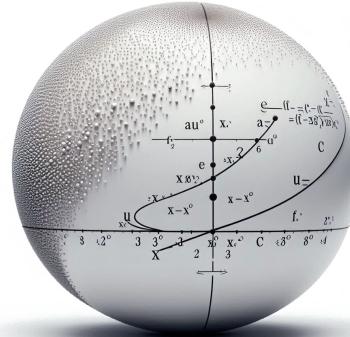


Figura 7: Vista de una estructura esférica estable. Una esfera densa de núcleos $\hat{\Psi}_N$. Podría representar un objeto compactado TUD, un estado de equilibrio del fluido $\hat{\Psi}_N$, o la estructura interna ultracompatada del núcleo de un agujero negro no commutativo.

4.1. Límite Comutativo: Recuperación de RG y ME

El estado de vacío de TUD "Solución 0" se postula como commutativo ($\langle \hat{\Theta}^{\mu\nu} \rangle = 0$). En este límite, la acción efectiva derivada del PAE debe reducirse exactamente a la acción de la Relatividad General acoplada al Modelo Estándar, más el Lagrangiano de un campo escalar masivo \mathcal{L}_{Ψ_N} (Ecuación (8)). Esta recuperación debe ser una **consecuencia directa y verificable** del cálculo explícito de la expansión del PAE (Fase 2c del roadmap).

4.2. Compatibilidad con la Termodinámica de Agujeros Negros

Toda teoría de gravedad cuántica debe poder explicar el origen microscópico de la entropía de Bekenstein-Hawking $S_{\text{BH}} = A/(4L_{\text{Pl}}^2)$. En TUD, se hipotetiza que los microestados relevantes (\mathcal{N}) están relacionados con los grados de libertad cuánticos de los núcleos $\hat{\Psi}_N$ y la estructura geométrica NC *dinámica* que se genera cerca del horizonte de un agujero negro (donde $\hat{\Theta}$ podría ser significativamente no nulo, incluso si el vacío lejano es comutativo). Un desafío importante es:

- Identificar y contar estos microestados \mathcal{N} en el marco TUD.
 - Calcular la entropía estadística $S_{\text{stat}} = k_B \ln \mathcal{N}$.
 - Demostrar que S_{stat} reproduce la fórmula de Bekenstein-Hawking en el límite apropiado, incluyendo posibles correcciones debidas a la GNC dinámica (ver Subsección 6.2).

Esto requiere un entendimiento profundo de la descripción cuántica de $\hat{\Psi}_N$ y la geometría NC emergente.

5. Conexiones con Problemas Fundamentales

Se explora cómo TUD, en el marco "Solución 0", aborda conceptualmente algunos problemas clave de la física fundamental.

5.1. El Problema de la Jerarquía

El problema de la jerarquía se refiere a la gran diferencia entre la escala electrodébil (~ 100 GeV) y la escala de Planck ($M_{\text{Pl}} \sim 1 \times 10^{19}$ GeV), y por qué la masa del Higgs (m_H) es tan pequeña comparada con M_{Pl} , a pesar de las correcciones cuánticas que deberían llevarla a $\sim M_{\text{Pl}}$. **Propuesta Conceptual TUD:** La GNC dinámica $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$, que se activa a energías altas (cercanas a $\Lambda \sim M_{\text{Pl}}$) o en presencia de excitaciones de $\hat{\Psi}_N$, podría actuar como un **regulador natural** de las correcciones cuánticas a la



Figura 8: Configuración con un núcleo oscuro central, rodeado por un halo difuso que alberga subestructuras oscuras en distribución simétrica. El fondo muestra partículas dispersas y líneas radiales. Podría interpretarse en TUD como un defecto topológico TUD (vórtice, monopolio) con estructuras satélite, o un sistema ligado de condensados $\hat{\Psi}_N$.

masa del Higgs. La idea es que la estructura no comutativa modifica los propagadores y vértices a altas energías de forma que las divergencias cuadráticas se suavizan o cancelan. **Desafíos Clave:**

- La efectividad de esta regularización depende crucialmente de la **magnitud y forma específica** de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ derivada del PAE.
- Se debe superar el problema de la **mezcla UV/IR** ([Subsubsección 3.1.4](#)), que podría reintroducir sensibilidades problemáticas a la escala NC.
- Requiere un **cálculo explícito** de las correcciones radiativas a m_H^2 dentro del marco TQFT-NC dinámico de TUD, verificando si la regularización es suficiente.

Por tanto, la resolución del problema de jerarquía **no es automática** en TUD y depende de la estructura cuántica detallada de la teoría (Fase 3b del roadmap).

5.2. El Problema de la Constante Cosmológica ('Solución 0')

Este problema tiene dos aspectos: (1) ¿Por qué la energía del vacío predicha por la TQC ($\rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}} \sim M_{\text{Pl}}^4$) es $\sim 10^{120}$ veces mayor que la observada? (2) ¿Cuál es la naturaleza de la densidad de energía oscura observada (ρ_{DE}) que causa la expansión acelerada actual? [[Weinberg, 1989](#)]. TUD "Solución 0." aborda esto de la siguiente manera:

1. Cancelación del Vacío QFT ($\rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}}$). La propuesta central es la **hipótesis de cancelación vía supertraza** ([Hipótesis 2.4](#)). Se postula que la acción fundamental se calcula mediante $S = \text{Str}_{\mathcal{H}}(f(D_{\text{TUD}}^2/\Lambda^2))$. Si el espacio de Hilbert total \mathcal{H} se descompone en sectores bosónico y fermiónico $\mathcal{H} = \mathcal{H}_B \oplus \mathcal{H}_F$ con igual dimensionalidad (o una estructura espectral más general con cancelación), la supertraza puede anular el término constante de la expansión del heat kernel:

$$a_0 \propto \text{Str}_{\mathcal{H}}(\mathbb{I}) = \text{Tr}_{\mathcal{H}_B}(\mathbb{I}) - \text{Tr}_{\mathcal{H}_F}(\mathbb{I}) \approx 0.$$

Esto cancelaría la contribución principal ($\sim \Lambda^4$) a la constante cosmológica. Aunque TUD no asume supersimetría explícita, la estructura del operador D_{TUD} y el espacio \mathcal{H} deben diseñarse para implementar esta cancelación espectral [?]. **Crítica:** Esta es una **hipótesis muy fuerte y no demostrada**. Requiere una estructura de simetría específica en D_{TUD} y un **cálculo explícito de $\text{Str}_{\mathcal{H}}$ ** para verificarla (Fase 2b del roadmap).

$$\rho_{\text{vac}}^{\text{bare}} \propto \Lambda^4 a_0 \propto \Lambda^4 \text{Str}_{\mathcal{H}}(\mathbb{I}) \approx 0. \quad (10)$$

2. Energía Oscura Observada (ρ_{DE}). Dado que $\hat{\Psi}_N$ emerge como masivo ($m_N \sim \Lambda$) en "Solución 0", **no puede ser la quintaesencia** que explique ρ_{DE} . Las posibilidades dentro de TUD base son limitadas:

- **Residuo de Cancelación:** La cancelación de la supertraza podría no ser perfecta, dejando un pequeño residuo: $\text{Str}_{\mathcal{H}}(\mathbb{I}) = \delta \neq 0$. En este caso, $\rho_{DE} \sim \delta \Lambda^4$. Explicar el valor observado requeriría $\delta \sim 10^{-122}$. ¿Puede surgir este valor diminuto de forma natural del cálculo de $\text{Str}_{\mathcal{H}}$? Es altamente especulativo.

$$\rho_{\text{vac}}^{\text{eff}} \sim (\text{Residuo Str}) \Lambda^4. \quad (11)$$

- **Nueva Física:** Si $\text{Str}_{\mathcal{H}} = 0$ exactamente o el residuo es incorrecto, la DE observada requeriría física más allá del marco TUD "Solución 0" (e.g., una extensión del PAE, otros campos ligeros no considerados).

En resumen, "Solución 0" vincula la solución al problema principal de CC a la hipótesis $\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$, pero deja la explicación de la DE observada como un desafío adicional o una indicación de la necesidad de ir más allá del marco mínimo.

6. Mecánica Cuántica de los Núcleos Espaciotemporales ($\hat{\Psi}_N$)

Se discute la naturaleza cuántica de los núcleos $\hat{\Psi}_N$ (masivos en "Solución 0"), su transición al comportamiento clásico y la conexión con la paradoja de la información.

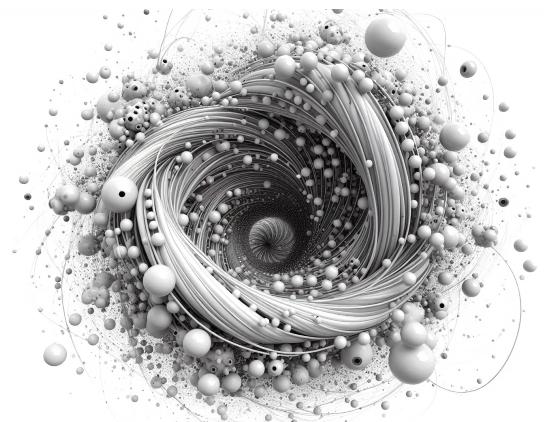


Figura 9: Volumen esférico densamente poblado por núcleos $\hat{\Psi}_N$ de diversas propiedades, con una fuente de luz central. Ilustra un estado colectivo del medio $\hat{\Psi}_N$, posiblemente en estado excitado o mostrando la propagación de una onda u otra excitación colectiva desde el centro, como se describiría en TUD.

6.1. Estado Cuántico Primordial y Decoherencia

Se postula un estado cuántico primordial del universo, $|\Psi_0\rangle$, posiblemente involucrando una superposición de configuraciones de $\hat{\Psi}_N$ y geometría NC (análogo a propuestas como la función de onda del universo de Hartle-Hawking [Hartle and Hawking, 1983]). La emergencia del universo clásico (con geometría suave y vacío comunitativo) se atribuye al proceso de **decoherencia** cuántica [Zurek, 2003, Joos et al., 2003, Kiefer, 2012]. La interacción de los grados de libertad fundamentales ($\hat{\Psi}_N$, geometría NC) con los campos de materia (que actúan como ".entorno") induciría la pérdida de coherencia cuántica a escalas macroscópicas. Este proceso seleccionaría una "base puntero" de estados clásicamente estables [Zurek, 1981, Kiefer and Polarski, 2009], que en TUD "Solución 0" deben corresponder a aquellos donde $\hat{\Psi}_N$ está cerca de su mínimo y, por tanto, $\langle \hat{\Theta} \rangle \approx 0$. **Desafío:** Modelar explícitamente este proceso de decoherencia en el contexto de TUD es un **desafío teórico importante**.

6.2. Resolución Propuesta de la Paradoja de la Información en AN

La paradoja de la información [Kiefer, 2012] surge de la aparente pérdida de unitariedad cuántica durante la evaporación de agujeros negros (AN) vía radiación Hawking. TUD propone una resolución conceptual basada en la GNC dinámica:

1. **Regularización de la Singularidad:** Se espera que la GNC dinámica (con $\hat{\Theta} \neq 0$ generado cerca de $r = 0$) evite la formación de una singularidad puntual clásica [cf. Nicolini, 2009], modificando la estructura interna del AN.
2. **Almacenamiento No Local de Información:** Se especula que la información que cae al AN no se destruye, sino que queda codificada de forma no local en las **correlaciones no conmutativas** entre los grados de libertad $\hat{\Psi}_N$ y la geometría NC en la región donde $\hat{\Theta} \neq 0$. El mecanismo preciso de codificación y recuperación requiere ser detallado.
3. **Recuperación vía Correlaciones:**** La radiación emitida (análoga a Hawking) no sería perfectamente térmica, sino que contendría **sutiles correlaciones** (derivadas de la estructura NC subyacente) que transportarían la información fuera durante la evaporación, preservando la unitariedad.
4. **Entropía Corregida:**** La entropía del AN recibiría correcciones debidas a los grados de libertad NC. La fórmula (12) es un ansatz esquemático:

$$S_{\text{BH}}^{\text{TUD}} = \frac{A}{4L_{\text{Pl}}^2} + \gamma f(\hat{\Theta}_{\text{horizonte}}) + \dots \quad (12)$$

donde el término de corrección $f(\hat{\Theta})$ dependería de la magnitud de la no conmutatividad generada dinámicamente cerca del horizonte. Esto requiere una **derivación rigurosa** desde el conteo de microestados de $\hat{\Psi}_N$ en TUD (Subsección 4.2).

Esta propuesta es conceptual y necesita un **desarrollo matemático riguroso** para validarla y hacer predicciones concretas sobre las correlaciones en la radiación.

7. Origen Cosmológico y Emergencia del Tiempo en TUD

Se exploran ideas sobre el origen del universo y la naturaleza del tiempo en TUD "Solución 0".

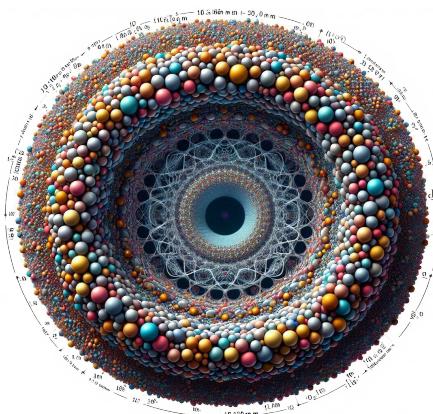


Figura 10: Sección transversal de una estructura toroidal que revela capas internas discretas formadas por núcleos $\hat{\Psi}_N$. Enfatiza la organización interna, sugiriendo fases distintas, niveles cuánticos o estratificación interna dentro de un objeto compacto o región específica descrita por TUD.

7.1. Formación del Universo e Inflación Cómica

Se postula que el universo emerge de un estado cuántico primordial $|\Psi_0\rangle$. Una pregunta clave es el mecanismo de la **inflación cósmica** [Guth, 1981, Linde, 1982, Albrecht and Steinhardt, 1982, Starobinsky, 1980] en este marco. ¿Podría el campo $\hat{\Psi}_N$, a pesar de ser masivo ($m_N \sim \Lambda$), haber jugado un rol durante la inflación? Esto dependería de la forma completa del potencial $V(\Psi_N)$ derivado del PAE. Podría haber mecanismos como inflación de campo masivo, inflación híbrida (si Ψ_N se acopla a otro campo inflatón), o inflación impulsada por términos de curvatura superior generados en la expansión del PAE (a_4). Independientemente del mecanismo, TUD debe ser capaz de:

- Calcular las predicciones para los observables cosmológicos primordiales: índice espectral escalar n_s , ratio tensor-escalar r , y nivel de no-gaussianidad f_{NL} [Maldacena, 2003].
- Incorporar consistentemente los efectos de la GNC dinámica ($\hat{\Theta}$) durante la inflación [cf. Aschieri and Castellani, 2022].
- Comparar estas predicciones con las observaciones de precisión del CMB y LSS [Akrami et al., 2020a,b, Ade et al., 2021].

Realizar estos **cálculos detallados es una tarea pendiente** y crucial (parte de la Fase 4 del roadmap).

7.2. Estado Inicial de los Núcleos Discretos

El modelo postula los núcleos $\hat{\Psi}_N$ como entidades fundamentales preexistentes. El estado $|\Psi_0\rangle$ representa su configuración primordial. El origen último de estos núcleos y la naturaleza de $|\Psi_0\rangle$ quedan fuera del alcance actual de la teoría, siendo preguntas de carácter más especulativo.

7.3. Emergencia del Tiempo

El "problema del tiempo.^{en} gravedad cuántica [Isham, 1993] se refiere a la dificultad de definir una evolución temporal bien definida en un contexto donde el espaciotiempo mismo es dinámico y cuántico. ¿Cómo emerge el flujo del tiempo que experimentamos? TUD, como otras teorías de QG, debe abordar esta cuestión. Posibles enfoques incluyen:

- **Tiempo Relacional:** Definir el tiempo emergentemente a través de la relación entre diferentes grados de libertad físicos (usando uno como reloj"para medir la evolución de otros). Con Ψ_N masivo, no puede ser el reloj cosmológico principal.
- **Tiempo Termodinámico:** Relacionar la "flecha del tiempo" con el aumento de alguna forma de entropía, posiblemente asociada a los grados de libertad de $\hat{\Psi}_N$ o a la decoherencia [Kiefer, 2012, Kiefer and Polarski, 2009].

Este es un **desafío conceptual profundo** para TUD.

7.4. Limitaciones y Cuestiones Abiertas (Origen Cosmológico)

El marco TUD "Solución 0.^{en}frenta cuestiones abiertas importantes respecto al origen cosmológico:

- ¿Puede la GNC dinámica evitar la singularidad inicial del Big Bang [cf. Nicolini, 2009]?
- ¿Cuál es la física que determina el estado inicial $|\Psi_0\rangle$?
- ¿Puede TUD (con Ψ_N masivo) proporcionar un mecanismo de inflación compatible con las observaciones?
- ¿Ofrece una solución coherente al problema del tiempo?
- ¿Cuál es la naturaleza última de los núcleos $\hat{\Psi}_N$? ¿Son verdaderamente fundamentales o emergen de algo más profundo?

8. Soluciones Cosmológicas Propuestas ('Solución 0')

Esta sección resume las propuestas de TUD "Solución 0" para explicar fenómenos cosmológicos como la Materia Oscura y la formación temprana de estructuras. La explicación de la Energía Oscura, como se discutió, recae en la hipótesis de cancelación de la CC o requiere extensiones.

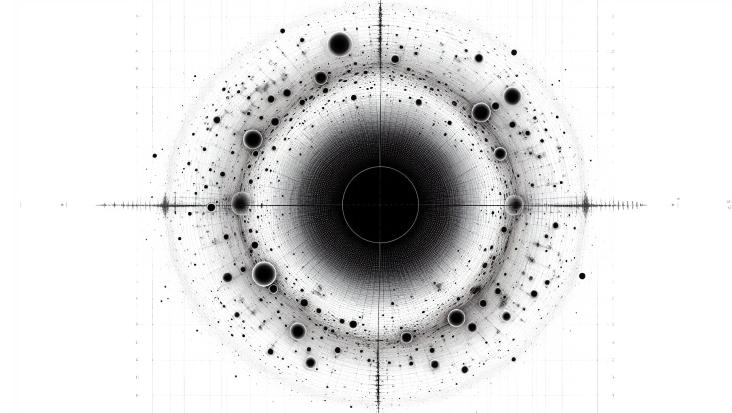


Figura 11: Configuración dominada por un núcleo oscuro central, rodeada por un halo difuso con varias subestructuras oscuras asociadas. Líneas radiales tenues y un fondo de puntos dispersos completan la imagen. Dentro de TUD, podría visualizar una semilla de agujero negro TUD o un defecto topológico complejo interactuando con su entorno $\hat{\Psi}_N$.

8.1. Energía Oscura y Problema CC ('Solución 0')

8.1.1. Cancelación del Vacío QFT ($\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$)

Se reitera la propuesta central (Subsección 5.2): la vasta energía del vacío predicha por TQC se cancela debido a una simetría espectral en D_{TUD} que resulta en $\text{Str}_{\mathcal{H}}(\dots) \approx 0$ (Hipótesis 2.4). La **demostración explícita de esta cancelación es un requisito primordial y pendiente** (Fase 2b del roadmap).

8.1.2. Energía Oscura Observada: ¿Residuo o Nueva Física?

Dado que el $\hat{\Psi}_N$ base es masivo ($m_N \sim \Lambda$), **no puede ser quintaesencia**. La pequeña ρ_{DE} observada podría ser:

- Un **residuo pequeño** de la cancelación de la supertraza (si $\text{Str}_{\mathcal{H}}(\dots)$ es $\sim 10^{-122}$).
- O indicativa de **nueva física** más allá del marco TUD "Solución 0".

Determinar cuál es el caso requiere el cálculo explícito de $\text{Str}_{\mathcal{H}}$.

8.2. Candidatos a Materia Oscura en TUD (con Ψ_N Pesado)

TUD "Solución 0" propone los siguientes candidatos para la Materia Oscura, cuya viabilidad depende de la estructura detallada derivada del PAE:

8.2.1. Axiones No Comutativos Emergentes

Podrían surgir campos pseudoescalares ligeros (tipo axión, \mathcal{A}) de la estructura interna del PAE o de extensiones. Su Lagrangiano efectivo incluiría términos NC (\star) dependientes de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$, como en (13).

$$\mathcal{L}_{\text{axion}} \approx \frac{1}{2}(\partial \mathcal{A})^2 - V_{PQ}(\mathcal{A}) + \text{Acoplamientos NC}(\mathcal{A}, \hat{\Psi}_N, \hat{\Theta}, G, F). \quad (13)$$

Sus propiedades (masa $m_{\mathcal{A}}$, constante de decaimiento f_a , acoplamientos, abundancia reliquia) deben **calcularse desde el PAE completo**. Podrían comportarse como DM fría o difusa (ULDM/FDM).

Los tests experimentales incluyen búsquedas directas (haloscopios, helioscopios) e indirectas [Workman et al., 2022, Perez-Garcia and Grau, 2024].

8.2.2. Materia Oscura Topológica (Defectos de Ψ_N Pesado)

Si el potencial $V(\Psi_N)$ derivado del PAE para el campo masivo Ψ_N (con $m_N \sim \Lambda$) presentara mínimos degenerados (debido a términos de orden superior o acoplamientos), podrían formarse **defectos topológicos** (muros de dominio, cuerdas cósmicas, monopolos) durante transiciones de fase en el universo muy temprano (posiblemente al final de la inflación o después). Si estos defectos fueran estables (o suficientemente longevos) y se produjeran con la densidad de energía correcta (14), podrían constituir la DM (probablemente fría, dada la masa esperada $\sim \Lambda$).

$$n_{\text{top}} \sim (\xi L)^{-3} \quad \text{o} \quad n_{\text{top}} \sim H_{\text{trans}}^3 e^{-S}. \quad (14)$$

Requisitos: 1) Derivar $V(\Psi_N)$ completo desde el PAE. 2) Analizar si admite mínimos degenerados y defectos estables. 3) Calcular la abundancia reliquia de estos defectos. Los tests observacionales incluyen búsquedas de aniquilación o decaimiento de DM (γ, ν , antimateria [Hooper et al., 2017, Workman et al., 2022]) y efectos en estructuras a gran escala.

8.3. Formación Temprana de Agujeros Negros Supermasivos (SMBH)

La existencia de SMBHs masivos a alto redshift $z > 6$ [Labbé et al., 2023] desafía los modelos de crecimiento por acreción desde semillas estelares. Una alternativa son las semillas primordiales, como los Agujeros Negros Primordiales (PBHs) [Carr and Hawking, 1974]. **Propuesta TUD:** Las fluctuaciones cuánticas del campo $\hat{\Psi}_N$ (incluso siendo masivo) durante o después de la inflación, potencialmente **realizadas por efectos de GNC dinámica** ($\hat{\Theta} \neq 0$ en esa época), podrían haber sido suficientemente grandes en ciertas escalas para colapsar gravitacionalmente y formar PBHs. Estos PBHs actuarían como semillas para los SMBHs observados. La forma fenomenológica para el espectro de potencia realzado de Ψ_N (15) sirve como objetivo a derivar.

$$\mathcal{P}_{\Psi_N}(k) \approx \mathcal{P}_{\Psi_N}^{\text{std}}(k) [1 + \text{Realce}(k; \Psi_N, \Theta_{\text{inflación}})]. \quad (15)$$

Validación Requerida:

1. Calcular $\mathcal{P}_{\Psi_N}(k)$ consistentemente desde un modelo de inflación TUD (con Ψ_N pesado y Θ dinámico derivado).
2. Calcular la función de masa y la abundancia de los PBHs resultantes.
3. Verificar la compatibilidad con las fuertes cotas observacionales existentes sobre PBHs en diferentes rangos de masa [Carr et al., 2021].

Las signaturas potenciales incluyen contribuciones específicas al fondo estocástico de ondas gravitacionales (GWB), detectables por LISA [Amaro-Seoane et al., 2017, Auclair et al., 2023] o PTAs [Agazie et al., 2023], dependiendo de la masa de los PBHs.

9. Propuesta de Predicciones Novedosas y Verificación Experimental

Para que TUD "Solución 0" sea contrastable, debe generar predicciones cuantitativas únicas y falsables, derivadas rigurosamente de su marco fundamental (PAE, GNC dinámica derivada). A continuación se presentan propuestas clave, enfatizando la necesidad de derivación.

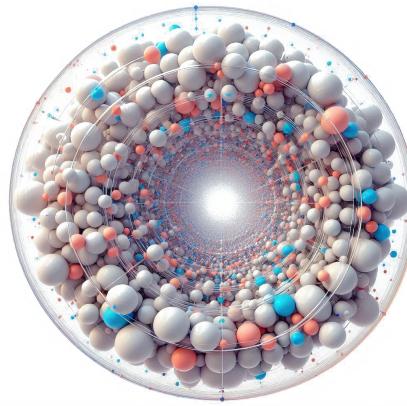


Figura 12: Visualización de ondas o excitaciones emanando esféricamente desde un centro brillante dentro de un volumen poblado por núcleos $\hat{\Psi}_N$. Podría representar la emisión de radiación TUD (análoga a Hawking) desde un objeto central, o la propagación de modos colectivos en el medio $\hat{\Psi}_N$.

9.1. Violación de Invariancia de Lorentz (LIV) Dinámica

Propuesta de Predicción Central: Dado que $\langle \hat{\Theta} \rangle = 0$ en el vacío, TUD "Solución 0" predice **ausencia de LIV para partículas propagándose en el vacío a bajas energías**. Sin embargo, la GNC dinámica $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ puede inducir efectos de LIV **dependientes del estado o del entorno**:

- En regiones con **alta densidad de energía o curvatura** donde $\hat{\Psi}_N$ pueda excitarse significativamente (generando $\hat{\Theta} \neq 0$).
- Para partículas con **energías cercanas a la escala fundamental** $\Lambda \sim M_{\text{Pl}}$, donde la estructura NC se vuelve relevante intrínsecamente.

La relación de dispersión modificada (MDR) tomaría la forma (16) solo bajo estas condiciones:

$$E^2 \approx p^2 c^2 \left[1 + \xi \left(\frac{E}{\Lambda_{\text{LIV}}} \right)^n f(\text{entorno}) \right]. \quad (16)$$

Aquí, $f(\text{entorno})$ representa la dependencia en el estado local ($\propto \langle \hat{\Theta}^2 \rangle$?), Λ_{LIV} se espera $\sim M_{\text{Pl}}$ (a derivar del PAE), n (1 o 2) debe calcularse a partir de los propagadores modificados, y $\xi = \pm 1$.

Firma Observacional Clave: Búsqueda de **retrasos temporales dependientes de la energía** en astropartículas de muy alta energía (rayos gamma, neutrinos) provenientes de fuentes astrofísicas extremas (GRBs, AGNs) donde $\hat{\Theta}$ podría generarse. La **ausencia de LIV en búsquedas de baja energía o del vacío** [Kostelecký and Russell, 2011] es consistente con esta predicción.

Trabajo Futuro Esencial (Fase 4a): Derivar rigurosamente la forma de $f(\text{entorno})$, el orden n , y confirmar $\Lambda_{\text{LIV}} \sim M_{\text{Pl}}$ a partir del PAE completo y la forma de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ derivada consistentemente.

Experimentos Clave: LHAASO [LHAASO Collaboration, 2024], CTA, HAWC [Albert et al., 2020], Fermi-LAT [A. A. Abdo and others, 2009], IceCube, Auger [Aab et al., 2023].

9.2. Huellas Específicas en el Espectro de Potencia de Materia

Propuesta de Predicción: Las fluctuaciones cuánticas primordiales de $\hat{\Psi}_N$ (pesado) y/o los efectos de la GNC dinámica $\hat{\Theta}$ durante la inflación podrían dejar huellas específicas en las estadísticas de las perturbaciones cosmológicas, modificando el espectro de potencia $P(k)$ y generando no-gaussianidades primordiales f_{NL} . La forma (17) es un placeholder a determinar.

$$P_{\text{TUD}}(k) = P_{\Lambda\text{CDM}}(k) \times [1 + \Delta P(k; \Psi_N, \Theta_{\text{inflación}})]. \quad (17)$$

Firmas Distintivas:

- Modificaciones características (oscilaciones, escalones, picos) en $P(k)$ dependientes de la dinámica inflacionaria de Ψ_N/Θ . Si se forman PBHs, se esperaría un pico a escalas pequeñas.
- Generación de no-gaussianidad primordial (f_{NL}) con una forma específica (local, equilátera, ortogonal, etc.) ligada a los vértices de interacción Ψ_N/Θ durante la inflación.

Trabajo Futuro Esencial (Fase 4b): Desarrollar un modelo de inflación autoconsistente dentro de TUD (incorporando Ψ_N pesado y $\hat{\Theta}$ dinámico derivado) y calcular explícitamente las correcciones $\Delta P(k)$ y la forma y amplitud de f_{NL} .

Experimentos Clave: Observaciones de precisión del CMB (Planck [Akrami et al., 2020a,b], futuros), sondeos de estructura a gran escala (LSS) (Euclid [Euclid Collaboration, 2024], DESI, LSST, SKA), bosque Lyman- α .

9.3. Perfiles de Densidad de Materia Oscura (Si DM = Defectos Ψ_N)

Propuesta de Predicción: Si la Materia Oscura está compuesta por defectos topológicos estables derivados del potencial $V(\Psi_N)$ (pesado) obtenido del PAE ([Subsección 8.2.2](#)), sus propiedades de autointeracción (posiblemente nulas o muy pequeñas) y su formación temprana podrían llevar a predicciones específicas sobre la estructura de los halos de DM:

- **Perfil de Densidad Central:** Podría diferir de los perfiles cuspidales (tipo NFW) predichos por simulaciones de WIMPs estándar, o de los perfiles con núcleo ("cored") asociados a modelos de DM autointeractante o difusa. La forma exacta ($\rho(r)$) debe determinarse.
- **Distribución de Subhalos:** La abundancia y masa de los subhalos podrían diferir de las predicciones de Λ CDM.

La forma $\rho \propto r^{-\gamma}$ ([18](#)) es meramente especulativa.

$$\rho_{\text{TUD-defect}}(r) = \text{Perfil Derivado de Simulaciones Específicas.} \quad (18)$$

Trabajo Futuro Esencial (Fase 4b): Requiere completar las Fases 1-2 del roadmap para obtener $V(\Psi_N)$, analizar la existencia y propiedades de defectos estables, y luego realizar **simulaciones cosmológicas de N-cuerpos** incorporando las propiedades específicas de estos defectos como partículas de DM.

Método de Prueba: Observaciones detalladas de curvas de rotación de galaxias (especialmente enanas), análisis de lentes gravitacionales fuertes y débiles, estudios de la dinámica de cúmulos de galaxias (Datos de Hubble, JWST, Euclid, LSST, etc.).

9.4. Fondo de Ondas Gravitacionales (GWB) de Alta Frecuencia

Propuesta de Predicción: Posibles **transiciones de fase de primer orden** en el universo muy temprano, asociadas a la dinámica de Ψ_N o a otros campos presentes en el PAE de TUD, podrían generar un fondo estocástico de ondas gravitacionales (GWB) [??]. Si la transición ocurre a una escala de energía T_* cercana a $\Lambda \sim M_{\text{Pl}}$, la frecuencia pico del GWB resultante, desplazada al rojo hasta hoy, podría situarse en la región de **alta frecuencia (MHz-GHz o superior)**, una ventana actualmente poco explorada experimentalmente. La forma espectral $\Omega_{\text{GW}}(f)$ ([19](#)) dependería de los parámetros de la transición (intensidad α , duración β^{-1} , velocidad de las burbujas v_w).

$$\Omega_{\text{GW}}(f)h^2 = \text{Espectro Calculado de Transición de Fase TUD.} \quad (19)$$

Trabajo Futuro Esencial (Fase 4b): 1) Identificar posibles transiciones de fase de primer orden a partir del potencial efectivo $V(\Psi_N, H, \dots)$ derivado del PAE completo y su evolución térmica. 2) Calcular los parámetros de la transición (α, β, T_*, v_w). 3) Calcular el espectro $\Omega_{\text{GW}}(f)h^2$ resultante.

Experimentos Clave: Desarrollo de futuros **detectores de GW de alta frecuencia** (basados en cavidades resonantes, detectores electromagnéticos, etc.). Si la formación de PBHs ([Subsección 8.3](#)) generara un GWB secundario, podría ser detectable por LISA o PTAs.

9.5. Resumen y Estrategia de Validación

Estas predicciones (LIV dinámico, huellas en $P(k)/f_{NL}$, estructura de halos DM, GWB) representan ejemplos de firmas potencialmente únicas de TUD "Solución 0". Su validación y utilidad para contrastar la teoría dependen críticamente de poder **derivárlas cuantitativamente** a partir del marco fundamental una vez resueltos los desafíos de consistencia y cálculo descritos en el roadmap ([Subsección 12.5](#)), particularmente las Fases 1-3. La Fase 4 se dedicaría a estos cálculos fenomenológicos.

10. Discusión Preliminar y Comparación con Otras Teorías

Se sitúa TUD ("Solución 0", con desafíos y estrategias detalladas) en el contexto de otros enfoques hacia la gravedad cuántica y la unificación.

Discusión ('Solución 0' Detallada): TUD "Solución 0" se presenta como un marco unificador basado en GNC dinámica emergente (vacío comutativo) y el PAE con supertraza. Su enfoque en 4D es directo. Propone candidatos específicos para DM (acciones NC, defectos del Ψ_N pesado). Aborda el problema principal de la CC postulando cancelación vía $\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$ (requiere cálculo explícito); la DE observada queda como un problema aparte para el modelo base (residuo? extensión?). El LIV predicho es dinámico y dependiente del estado, una firma potencialmente distintiva. El estado de desarrollo es conceptual, pero se han delineado **estrategias detalladas** para abordar los desafíos matemáticos y de cálculo cruciales (Jacobi, derivación PAE-Str, estabilidad). Su viabilidad depende de la ejecución exitosa de la hoja de ruta propuesta ([Subsección 12.5](#)). Comparado con Cuerdas (dimensiones extra, paisaje) o LQG (dificultad acople materia, límite clásico), TUD ofrece una perspectiva diferente, pero enfrenta sus propios desafíos formidables de consistencia y cálculo.

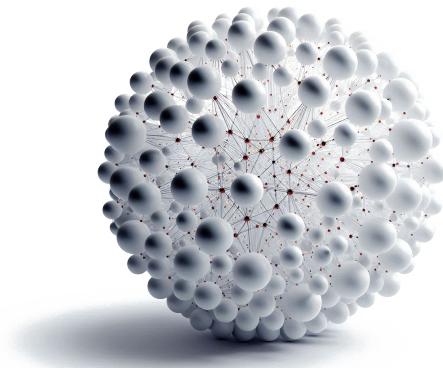


Figura 13: Estructura altamente ordenada compuesta por anillos concéntricos brillantes y bien definidos, con un núcleo central luminoso. Núcleos $\hat{\Psi}_N$ individuales están distribuidos sobre las superficies anulares. Sugiere una configuración cuántica estable y estratificada, tal vez un estado cuántico de un objeto TUD con niveles de energía discretos.

11. Colapso Gravitacional con Campos del Modelo Estándar en TUD ('Solución 0')

El estudio del colapso gravitacional representa un escenario crucial para probar los límites de la Relatividad General y explorar los efectos de la gravedad cuántica. En el marco de la Teoría de la Unificación Discreta (TUD) "Solución 0", la naturaleza no comutativa (NC) del espaciotiempo es un fenómeno **dinámico y emergente**, descrito por $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$, que es nulo en el vacío ($\langle \hat{\Theta} \rangle = 0$) y se activa solo cuando el campo $\hat{\Psi}_N$ (masivo) se excita significativamente. Esto introduce modificaciones potenciales en la dinámica del colapso respecto a la RG clásica, particularmente en regímenes de alta densidad/curvatura.

Aspecto	TUD ('Solución 0' Det.)	Teoría das/M	Cuerdas/M	LQG	Seguridad tórica (AS)	Asintótica (AS)	CDT
Dimensiones	4D fund. (emerge Ψ_N)	10D/11D [Banks et al., 1997, Ishibashi et al., 1997]		4D	4D		4D emergente
Singularidades	Evitadas GNC dinámica? (prop., Sección 11)	Resueltas (algunas)		Resueltas [Ashtekar et al., 2006]	Podrán resolverse [Bonanno et al., 2017]		Evitadas (simul.) [Ambjorn et al., 2005a]
Unificación	Grav+ME (vía GNC/PAE-Str) [Chamseddine and Connes, 1997]	Grav+Gauge		Grav. cuántica	Grav+ME (UV?) [Eichhorn, 2019]		Grav. cuántica
Materia Oscura	Axiones NC / Defectos Ψ_N pesado (prop.)	Axiones, WIMPs (paisaje)		No predice	No predice		No predice
Energía Oscura/ Λ	**Cancel. ρ_{vac} (vía $Str_{\mathcal{H}} \approx 0?$ Hipót. clave). DE = ¿Residuo CC? o Extensión.** (Ψ_N base masivo NO es DE).	Paisaje [Bousso and Polchinski, 2000]		QLC [Ashtekar and Singh, 2011]	Origen RG? [Bonanno and Reuter, 2002]	Trans. fase? [Ambjorn et al., 2008]	
Predicc. Específ.	LIV dinámico ($\Lambda \sim M_{Pl}$), P(k)/ f_{NL} modif?, Perfil DM?, GWB(HF)? (Derivación Pendiente)	SUSY, Dim. Extras		Esp. geom., LIV [Barrau et al., 2018]	Acopl. fijos UV?	Dim. espectral [Ambjorn et al., 2005b]	
Estado Matemático	Conceptual (Rigor GNC dinámica (Jacobi), Deriv. PAE-Str completa, Estabilidad pendientes, Estrategias Detalladas Propuestas)	Alto/Complejo		Medio [Rovelli, 2004]	Medio (FRG) [Reuter and Saueressig, 2012]	Medio (Simul.) [Loll, 2020]	
Problema Principal	Demostrar consistencia matemática y realizar derivación PAE-Str completa. Calcular $Str_{\mathcal{H}}$. Estabilidad. Cálculos Cuantitativos. (Ejecutar roadmap Subsección 12.5)	Exp., No perturb., Paisaje		Dinámica, Lím. clásico, Acople materia	Existencia pto. fijo, Trunc.	Lím. continuo, Materia	
Verificabilidad	Potencial si se superan desafíos teóricos y se realizan cálculos (Predicciones Sección 9).	Muy Difícil		Muy Difícil	Indirecta?		Difícil

Cuadro 1: Comparación esquemática de TUD ("Solución 0" Detallada) con otros enfoques.

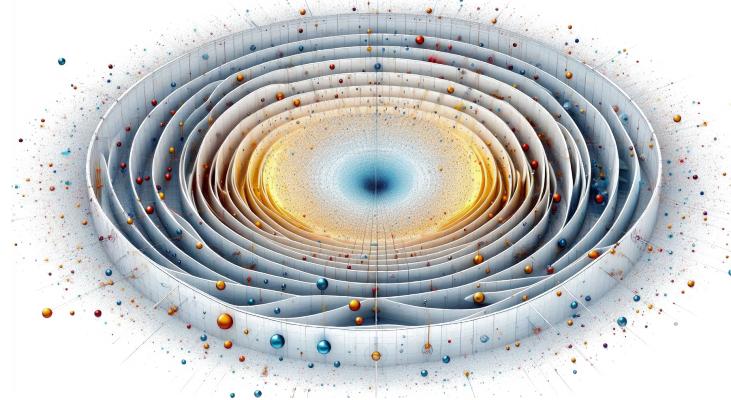


Figura 14: Arreglo estratificado de anillos concéntricos con núcleo brillante, poblado por núcleos $\hat{\Psi}_N$ discretos. Refuerza la idea de estructuras internas ordenadas, posiblemente cuantizadas, que pueden emerger de la dinámica colectiva $\hat{\Psi}_N$ en TUD.

11.1. Marco Teórico: Acoplamiento y Dinámica NC Emergente

El PAE ([Postulado 3](#)) acopla los campos del ME a la geometría NC dinámica ($\hat{g}_{\mu\nu}, \hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$). La no comutatividad, mediada por $\hat{\Theta}$ (cuya forma debe derivarse del PAE), solo se manifiesta cuando $\hat{\Psi}_N$ se excita por encima de su estado de vacío.

11.1.1. Campos del Modelo Estándar en GNC Dinámica Emergente

Los campos del ME (fermiones ψ , gauge A_μ , Higgs H) interactúan mediante el producto \star ([Ecación \(3\)](#)). Este producto **solo difiere del producto comutativo ordinario en regiones donde $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N) \neq 0**. Las modificaciones resultantes en las ecuaciones de movimiento se concentran, por tanto, en las fases o zonas del colapso con suficiente densidad de energía o curvatura para excitar $\hat{\Psi}_N$.$

Fermiones (quarks, leptones): Su dinámica sigue la ecuación de Dirac NC ($i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m \star \psi = 0$), donde $\mathcal{D}_\mu = \nabla_\mu - ig A_\mu^a T^a \star$. Los términos \star introducen correcciones no locales efectivas (dependientes de $\Theta^{\rho\sigma}$ y momentos) a la propagación y a la contribución al tensor de energía-momento $\hat{T}_{\mu\nu}^{\text{ferm}}$, pero solo donde $\Theta \neq 0$.

Campos de gauge (fotones, gluones, bosones W/Z): Se describen por la acción de Yang-Mills NC $\mathcal{L}_{\text{YM-NC}} = -\frac{1}{4} \text{Tr}(\hat{G}_{\mu\nu}^a \star \hat{G}^{a\mu\nu})$, con $\hat{G}_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b \star A_\nu^c$. Las autointeracciones no locales y las modificaciones a las interacciones estándar inducidas por \star solo son relevantes donde $\Theta \neq 0$.

Campo de Higgs (Φ): El potencial efectivo $V(\Phi) \star = \lambda(\Phi^\dagger \star \Phi - v^2) \star (\Phi^\dagger \star \Phi - v^2)$ genera términos de interacción adicionales dependientes de Θ y derivadas de Φ . Estos podrían modificar la estabilidad electrodébil o la dinámica del escalar durante las fases más extremas del colapso.

11.1.2. Modificaciones Dinámicas y Estructurales en el Colapso

La dinámica del colapso puede diferir de la RG clásica **si y donde $\hat{\Theta}$ se activa dinámicamente**:

Tensor energía-momento efectivo ($\hat{T}_{\mu\nu}^{\text{total}}$): Incluye la contribución del campo masivo $\hat{T}_{\mu\nu}^{\Psi_N}$ y la de los campos del ME modificada por \star , $\hat{T}_{\mu\nu}^{\text{ME-NC}}$. Los términos NC en $\hat{T}_{\mu\nu}^{\text{ME-NC}}$ pueden generar presiones anisotrópicas efectivas ($P_{\text{NC}} \sim \Theta^2 \dots$) que contrarresten el colapso en las regiones centrales.

Ecuaciones de Campo Modificadas: Las ecuaciones de Einstein-Grau ([Ecuación \(7\)](#)), $\hat{G}_{\mu\nu}[g, \hat{\Theta}] = 8\pi G_{\text{eff}} \hat{T}_{\mu\nu}^{\text{total}}$, reciben correcciones $O(\hat{\Theta})$ (vía \star y dependencia explícita) en ambos lados. Estas correcciones, activas solo donde $\hat{\Theta} \neq 0$, son el mecanismo propuesto para la **regularización de la singularidad central***, actuando como una "presión cuántica" efectiva o modificando la geometría a escalas donde $\hat{\Theta}$ es significativo.

Efectos en la Formación del Horizonte: La formación del horizonte de eventos puede verse afectada si se genera un $\hat{\Theta}$ significativo en una región extensa *antes* de la formación del horizonte aparente clásico. Las presiones NC podrían reducir la masa gravitante efectiva $M_{\text{eff}} \approx M - \Delta M_{\text{NC}}$, resultando en un radio de horizonte final $r_H \approx 2GM_{\text{eff}}$ potencialmente menor o retardado.

11.1.3. Estabilidad y Causalidad

Se espera que el marco TUD "Solución 0" sea hamiltonianamente estable, al estar basado en Lagrangianos de segundo orden (ver análisis detallado en [Subsección 12.3](#)), evitando así inestabilidades de Ostrogradski [[Woodard, 2015, 2014](#)]. La causalidad macroscópica ($v_g \leq c$) debe preservarse; las posibles violaciones de Invariancia de Lorentz ([Subsección 9.1](#)) estarían suprimidas por $\Lambda \sim M_{\text{Pl}}$ y se activarían solo dinámicamente en presencia de $\hat{\Theta}$.

11.2. Metodología Numérica para Simulaciones NC Dinámicas Emergentes

Las simulaciones numéricas son cruciales para estudiar la generación *dinámica* de $\hat{\Theta}$ a partir de condiciones iniciales conmutativas y evaluar sus efectos reales en el colapso.

11.2.1. Discretización y Esquema de Integración

Se requieren métodos numéricos avanzados como el Refinamiento Adaptativo de Malla (AMR) para resolver las diferentes escalas espaciales. El producto \star debe implementarse numéricamente, calculando $\hat{\Theta}_i^{\mu\nu}$ en cada celda i a partir de los valores locales del campo $\hat{\Psi}_N$ y sus derivadas numéricas ($\hat{\Theta}_i^{\mu\nu} \approx 0$ si $(\hat{\Psi}_N)_i \approx 0$). Se necesita una formulación 3+1 (tipo ADM o BSSN [[Henneaux and Teitelboim, 1992](#)]) adaptada a las ecuaciones de Einstein-Grau NC y a la dinámica del campo $\hat{\Psi}_N$ masivo. Se deben usar esquemas de integración temporal estables y adaptativos (e.g., Runge-Kutta, Leapfrog) que respeten la condición CFL.

11.2.2. Condiciones Iniciales y de Contorno

Las condiciones iniciales típicas simularían una situación física realista: un espacio-tiempo inicialmente **comutativo** ($\hat{\Psi}_N \approx 0 \Rightarrow \hat{\Theta} = 0$) con una sobre-densidad de materia/energía clásica (descrita por la métrica inicial o los campos del ME). La simulación debe mostrar si la evolución dinámica bajo estas condiciones puede excitar $\hat{\Psi}_N$ suficientemente en las regiones centrales como para generar $\hat{\Theta} \neq 0$. Las condiciones de contorno deben ser de tipo radiación saliente (e.g., Sommerfeld) para simular un sistema aislado.

11.2.3. Validación del Código

La validación rigurosa del código numérico es esencial. Debe incluir:

- Recuperación de resultados conocidos de la RG clásica en el límite donde $\hat{\Psi}_N$ no se excita y $\hat{\Theta}$ permanece cero.
- Pruebas de convergencia (demostrar que el error disminuye con la resolución como se espera).
- Verificación de la conservación (dentro de la precisión numérica) de las ecuaciones de restricción Hamiltonianas y de momento adaptadas a TUD.

11.3. Resultados Esperados y Caso de Estudio ($\hat{\Psi}_N$ Masivo)

Considerando la dinámica del campo $\hat{\Psi}_N$ masivo ($m_N \sim \Lambda$):

Dinámica del campo $\hat{\Psi}_N$: Se espera que $\hat{\Psi}_N$ permanezca cerca de su mínimo de vacío (≈ 0) a menos que sea excitado por:

- Condiciones iniciales extremadamente energéticas (densidades $\rho \sim \Lambda^4$).
- Acoplamientos significativos a la materia colapsante del ME, que actúen como fuente para $\hat{\Psi}_N$.

Si $\hat{\Psi}_N$ no se excita significativamente, entonces $\hat{\Theta}$ permanecerá cercano a cero y los efectos NC serán despreciables. Solo si la dinámica del colapso alcanza densidades y curvaturas suficientemente altas para excitar modos de $\hat{\Psi}_N$ (posiblemente cerca del centro, $r \rightarrow 0$), se generará localmente $\hat{\Theta} \neq 0$.

Formación de Singularidad y Horizonte (Caso $\hat{\Psi}_N$ Masivo):

- **Regularización de la Singularidad:** La posibilidad de evitar la singularidad central depende críticamente de si la excitación dinámica de $\hat{\Psi}_N$ en $r \rightarrow 0$ es suficiente para generar un $\hat{\Theta}$ y/o una presión efectiva $T_{\mu\nu}^{\Psi_N}$ que contrarreste el colapso a una escala finita (del orden de $\sim 1/\Lambda$). Esto es una cuestión abierta que **debe ser investigada mediante simulaciones numéricas**.
- **Horizonte Aparente:** La modificación del radio del horizonte r_H o el tiempo de formación dependerá de la magnitud y la extensión espacial de la región donde $\hat{\Theta}$ se genere dinámicamente *antes* de la formación del horizonte. Si $\hat{\Theta}$ solo se activa muy cerca de $r = 0$, el efecto sobre r_H podría ser pequeño.

La inclusión de campos del ME actuará como fuente adicional, potencialmente facilitando la excitación de $\hat{\Psi}_N$.

11.4. Consecuencias Observacionales Potenciales del Colapso NC Dinámico

Las posibles huellas observacionales de la GNC dinámica en el colapso dependerán de la magnitud y persistencia del $\hat{\Theta}$ generado cerca del objeto compacto final.

11.4.1. Radiación Hawking Modificada

Si el colapso resulta en un objeto compacto (agujero negro o alternativo regularizado por NC) rodeado por una región donde $\hat{\Theta} \neq 0$ (generado dinámicamente), la radiación tipo Hawking emitida podría verse afectada:

- La **geometría efectiva** cerca del horizonte podría modificarse, afectando el potencial de dispersión para las partículas emitidas.
- La **temperatura efectiva** T_H podría recibir correcciones dependientes de la magnitud local de $\hat{\Theta}$ cerca del horizonte.
- El **espectro de emisión** podría desviarse de un cuerpo negro perfecto debido a la modificación de las relaciones de dispersión ($\propto \Theta$) para las partículas emitidas.

Detectar estas desviaciones sería extremadamente difícil, quizás posible solo indirectamente para AN primordiales en evaporación.

11.4.2. Ondas Gravitacionales y Modos Quasi-Normales

La fusión de objetos compactos en TUD es una fuente potencial de ondas gravitacionales (GW). La fase de "ringdown" de la señal, donde el objeto remanente oscila emitiendo GWs, se caracteriza por un espectro discreto de Modos Quasi-Normales (QNMs).

- Las **frecuencias complejas** de los QNMs ($\omega_{\text{QNM}} = \omega_R + i\omega_I$) dependen de la estructura del objeto final.
- Si el objeto final sostiene una configuración dinámica con $\hat{\Theta} \neq 0$ cerca de su horizonte efectivo, se esperan **desviaciones** en las frecuencias de los QNMs** respecto a las predicciones de la RG:

$$\omega_{\text{QNM}}^{\text{NC}} \approx \omega_{\text{QNM}}^{\text{GR}} \left(1 + \beta \frac{\langle \Theta^2 \rangle_{\text{horizonte}}}{M^2} + \dots \right).$$

- La magnitud de la desviación $\delta\omega$ dependería del $\hat{\Theta}$ generado dinámicamente.
- La detección precisa de estas desviaciones en señales de GW (por LIGO/Virgo/KAGRA, LISA, ET/CE) podría proporcionar una **sonda directa de la GNC dinámica** en regímenes de gravedad fuerte (Fase 4c del roadmap).

11.5. Conclusiones Parciales y Próximos Pasos (Colapso 'Solución 0')

El análisis del colapso gravitacional en TUD "Solución 0" sugiere:

1. La no conmutatividad es un fenómeno **emergente y dinámico**, activado en condiciones de alta densidad/curvatura.
2. Existe un mecanismo potencial para la **regularización de la singularidad** central, dependiente de la excitación dinámica de $\hat{\Psi}_N$ y la generación de $\hat{\Theta}$.
3. La teoría base parece **hamiltonianamente estable** linealmente.
4. Se predicen **firmas observables potenciales** (modificaciones en radiación Hawking, desviaciones en QNMs) ligadas a la magnitud del $\hat{\Theta}$ generado dinámicamente.

Los próximos pasos cruciales en esta línea de investigación son:

- **Derivar $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$:** Obtener la forma funcional válida y consistente (Jacobi) desde el PAE (Fase 1 del roadmap).
- **Desarrollo/Adaptación de Código Numérico:** Implementar la GNC dinámica emergente (con $\hat{\Theta}$ derivado) y el campo $\hat{\Psi}_N$ masivo en códigos de relatividad numérica.
- **Simulaciones Numéricas:** Ejecutar simulaciones partiendo de condiciones iniciales commutativas para estudiar la generación dinámica de $\hat{\Theta}$ y cuantificar sus efectos en el colapso y la estructura final.
- **Extracción de Observables:** Desarrollar herramientas para extraer con precisión las predicciones sobre QNMs y espectros de radiación de las simulaciones.
- **Comparación Cuantitativa:** Contrastar las predicciones detalladas con límites observacionales para restringir los parámetros fundamentales de TUD (una vez derivados del PAE).

Este programa es fundamental para validar la consistencia interna de TUD en regímenes de gravedad fuerte y establecer su potencial predictivo.

12. Desafíos Matemáticos y Cuantitativos Críticos

Esta sección detalla los obstáculos teóricos más significativos que TUD ("Solución 0") debe superar para establecerse como una teoría física viable, junto con la estrategia gradual y priorizada propuesta para abordarlos.

12.1. Consistencia Matemática de la GNC Dinámica

La base matemática de la GNC dinámica propuesta requiere una demostración rigurosa de consistencia.

12.1.1. Identidad de Jacobi para $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$ Dinámico Derivado

- **El Problema Central:** La piedra angular de la consistencia matemática es asegurar que la forma funcional $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\hat{\Psi}_N)$, que debe **derivarse explícitamente** del PAE ([Hipótesis 2.2](#)), satisfaga la identidad de Jacobi ([Ecuación \(4\)](#)) o su generalización cuántica. Esto es esencial para garantizar la **asociatividad** del producto no conmutativo \star . Sin asociatividad, la estructura algebraica colapsa.
- **Implicación:** Sin una solución rigurosa y derivada para $\hat{\Theta}$ que satisfaga Jacobi, la TUD carece de fundamento matemático sólido.
- **Estrategia Propuesta (Fase 1c):** Como se detalló en [Subsubsección 2.3.3](#), la estrategia se basa en buscar una estructura de Poisson $\Theta^{\mu\nu}(\Psi_N)$ que sea compatible con las ecuaciones de movimiento derivadas del PAE. Se deben explorar construcciones geométricas (e.g., $d\Psi_N \wedge \star d\Psi_N$) y verificar su validez bajo las EOM completas (no solo $\square \Psi_N = 0$).

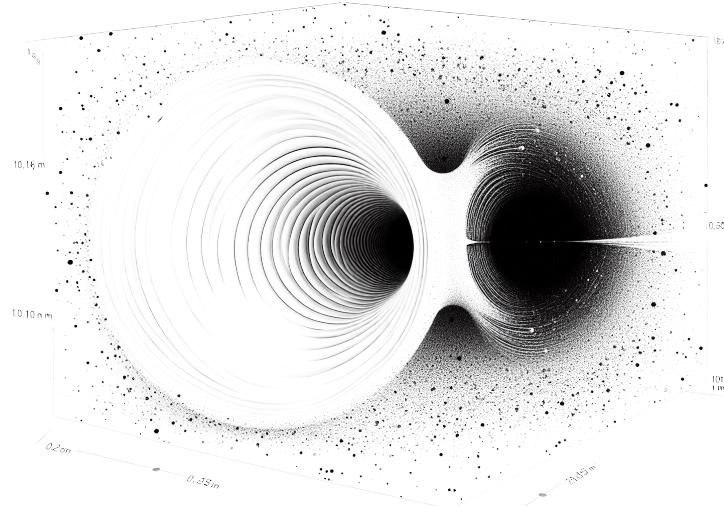


Figura 15: Representación de dos geometrías tipo embudo/túnel en interacción o conexión. Las líneas que las componen sugieren flujo o líneas de campo. En TUD, podría simbolizar la interacción entre dos agujeros negros TUD, una conexión tipo túnel de gusano TUD, o una visualización geométrica del entrelazamiento cuántico.

12.1.2. Emergencia de la Signatura Lorentziana

- **Problema:** La teoría debe explicar dinámicamente por qué la métrica emergente $\langle \hat{g}_{\mu\nu} \rangle$ posee una signatura Lorentziana (+— o -++) estable, en lugar de Euclídea (+++), especialmente si la estructura fundamental no la presupone.
- **Implicación:** Fundamental para recuperar la física macroscópica observada.

- **Acción (Fase 1d):** Analizar la estructura espectral del operador D_{TUD} y la métrica emergente del PAE. Investigar el papel de la decoherencia cuántica en la selección de la signatura (ver Subsubsección 2.4.3).

12.2. Derivación Explícita desde el PAE Completo ('Solución 0')

El corazón de TUD reside en el PAE; su implementación completa es el mayor desafío computacional y conceptual.

12.2.1. Acción Efectiva y Parámetros Fundamentales ('Solución 0')

- **Problema:** Realizar la **derivación explícita y completa** de la acción efectiva de baja energía (\mathcal{L}_{EH} , \mathcal{L}_{ME} , \mathcal{L}_{Ψ_N} masivo, y la forma/acoplamiento de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$) a partir del PAE postulado $S = \text{Str}_{\mathcal{H}}(f(D_{\text{TUD}}^2/\Lambda^2))$. Esto requiere la construcción de un D_{TUD} candidato plausible y el cálculo de los coeficientes del heat kernel a_{2k} usando la supertraza.
- **Implicación:** Sin esta derivación, los parámetros fundamentales de la teoría (masa m_N , autoacoplamiento λ_{eff} de Ψ_N , el coeficiente θ_0 de $\hat{\Theta}$, las constantes del ME, la masa de Planck M_{Pl}) no están determinados desde primeros principios, y la forma del potencial $V(\Psi_N)$ es desconocida.
- **Estrategia Propuesta (Fase 2):** Seguir los pasos detallados en Subsubsección 2.4.2: definir D_{TUD} , calcular a_{2k} con Str, extraer todos los términos de la acción efectiva, confirmando $m_N \sim \Lambda$ y derivando $\hat{\Theta}$.

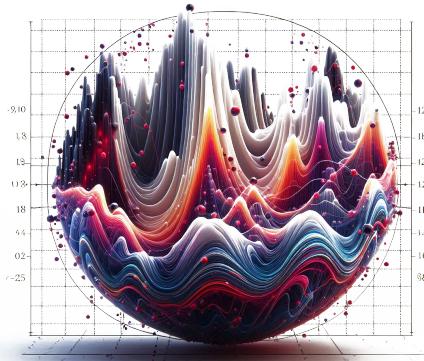


Figura 16: Realización de la derivación explícita desde PAE de la acción efectiva, incluyendo la justificación del potencial $V(\Psi_N)$ y el cálculo de $\text{Str}_{\mathcal{H}}$.

12.2.2. Cancelación de la Constante Cosmológica vía Supertraza

- **Problema Crítico:** Verificar la hipótesis fundamental de cancelación de la CC $\text{Str}_{\mathcal{H}}(f(D_{\text{TUD}}^2/\Lambda^2)) \approx 0$ (Hipótesis 2.4). Esto exige no solo postular una simetría (tipo SUSY) sino **demostrarla explícitamente** para el D_{TUD} construido y calcular la supertraza resultante.
- **Implicación:** Si la supertraza no se anula (o no es extremadamente pequeña), TUD no resuelve el problema principal de la CC y su viabilidad como teoría fundamental queda comprometida.
- **Acción (Prioridad Alta, Fase 2b):** Una vez definido D_{TUD} , realizar el **cálculo explícito de $\text{Str}_{\mathcal{H}}$ ** para el término a_0 . Investigar si un posible residuo pequeño podría explicar la DE observada.

12.3. Análisis de la Estabilidad Hamiltoniana ('Solución 0')

Es esencial asegurar que la teoría sea físicamente estable. El enfoque sistemático incluye:

1. Formalismo Hamiltoniano: Derivar el Hamiltoniano \mathcal{H}_{TUD} a partir del Lagrangiano efectivo \mathcal{L}_{TUD} ("Solución 0", [Subsubsección 3.2.3](#)) resultante del PAE.

2. Análisis de Restricciones (Dirac-Bergmann): Identificar y clasificar todas las restricciones (primarias y secundarias) para determinar los grados de libertad físicos y verificar la consistencia del formalismo [[Henneaux and Teitelboim, 1992](#)].

3. Estabilidad Lineal (Vacío): Analizar perturbaciones alrededor del vacío estable ($\langle \hat{\Psi}_N \rangle = 0, \Theta = 0$). Dado que se espera $m_N^2 > 0$ y $\lambda_{\text{eff}} > 0$ (ver [Teorema A.2](#) en apéndice), y Lagrangianos de segundo orden, se espera estabilidad lineal (ausencia de taquiones o fantasmas lineales).

4. Estabilidad No Lineal y Global: Investigar la estabilidad frente a perturbaciones grandes (e.g., mediante simulaciones de colapso, [Sección 11](#)) y la estabilidad cuántica del vacío (decaimiento).

5. Estabilidad de la Gravedad Emergente: Las ecuaciones de Einstein-Grau modificadas:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G_{\text{eff}} \left(T_{\mu\nu}^{\Psi_N} + T_{\mu\nu}^{\text{ME}} + \mathcal{O}(\hat{\Theta}^2) \right),$$

son estables si el tensor energía-momento total efectivo satisface las **condiciones de energía** apropiadas (débil, fuerte y dominante). Como $T_{\mu\nu}^{\Psi_N}$ derivado de \mathcal{L}_{Ψ_N} con $m_N^2 > 0, \lambda_{\text{eff}} > 0$ cumple estas condiciones ([Subsubsección 3.2.3](#)), la estabilidad en el límite $\hat{\Theta} \rightarrow 0$ está asegurada. Se debe verificar que las correcciones $\mathcal{O}(\hat{\Theta}^2)$ (que deben derivarse del PAE) no violen estas condiciones.

6. Verificación Ausencia Patologías del PAE: Confirmar que la expansión del PAE (especialmente a_4 con términos $R^2 \dots$) no introduce grados de libertad fantasma con signos cinéticos incorrectos que comprometan la unitariedad.

Conclusión sobre Estabilidad (Fase 3a): Si bien "Solución 0" parece linealmente estable, se requiere un análisis Hamiltoniano completo basado en la acción derivada del PAE para confirmar la estabilidad general y la ausencia de patologías.

12.4. Comportamiento Cuántico y Renormalizabilidad

- **Problema:** Analizar la estructura cuántica de TUD. ¿Es la teoría renormalizable o solo una teoría efectiva? ¿Cómo afecta la **mezcla UV/IR** ([Subsubsección 3.1.4](#)) la consistencia y la predictibilidad, especialmente con $\hat{\Theta}$ dinámico?
- **Implicación:** Afecta la validez de la teoría a energías arbitrariamente altas y su capacidad para resolver el problema de jerarquía.
- **Acción (Fase 3b):** Investigar la estructura de bucles, las posibles cancelaciones o regularizaciones debidas a la GNC dinámica, y la aplicabilidad de técnicas de renormalización para TQC-NC [[Grosse and Wulkenhaar, 2005](#), [Rivasseau, 2010](#)].

12.5. Falta de Cálculos Cuantitativos y Roadmap Priorizado ('Solución 0')

La principal debilidad actual de TUD es la ausencia de resultados cuantitativos derivados rigurosamente desde sus primeros principios. Se propone la siguiente hoja de ruta priorizada para abordar sistemáticamente los desafíos y construir la teoría:

Fase 1: Bases y Consistencia Matemática (Prioridad Alta):

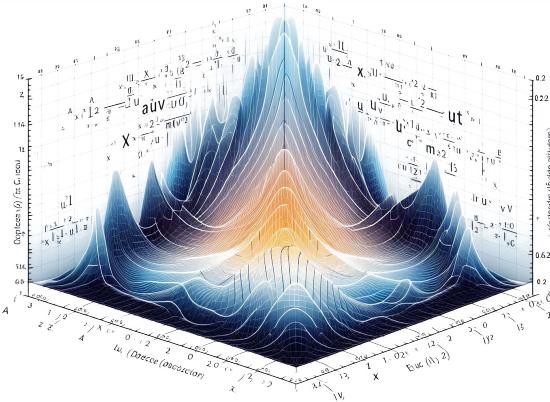


Figura 17: Visualización abstracta relacionada con escalas de energía o regularización, posiblemente ilustrando cómo la estructura no conmutativa podría afectar las correcciones cuánticas.

- Formalizar un candidato plausible para el operador D_{TUD} (incluyendo estructura para Ψ_N masivo y generación de $\hat{\Theta}$).
- Explorar la forma funcional resultante para $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ que emerge de acoplamientos en D_{TUD} .
- **Verificar rigurosamente la Identidad de Jacobi** para esta $\hat{\Theta}$ derivada, asegurando la asociatividad ★ (siguiendo [Subsubsección 2.3.3](#)).
- Analizar la emergencia dinámica de la signatura Lorentziana ([Subsubsección 12.1.2](#)).

Fase 2: Derivación PAE Base (Prioridad Alta):

- Calcular los coeficientes a_0, a_2, a_4 del heat kernel para D_{TUD} **usando la supertraza (Str)**.
- **Verificar la hipótesis de cancelación $a_0 \approx 0$ ($\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$)**. Analizar la magnitud y naturaleza de cualquier residuo potencial como posible explicación (o no) de la DE.
- Extraer la acción efectiva completa: \mathcal{L}_{EH} (verificar M_{Pl}), \mathcal{L}_{ME} (verificar acoplamientos estándar), \mathcal{L}_{Ψ_N} (**confirmar $m_N \sim \Lambda > 0$ **), obtener λ_{eff}), y la forma explícita y el coeficiente de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$.

Fase 3: Estabilidad y Cuantización (Prioridad Media):

- Realizar el análisis Hamiltoniano completo de la acción derivada en Fase 2 ([Subsección 12.3](#)). Confirmar estabilidad lineal y no lineal (complementar con simulaciones).
- Iniciar el estudio de la estructura cuántica: renormalizabilidad, efectos UV/IR con $\hat{\Theta}$ dinámico ([Subsección 12.4](#)).

Fase 4: Fenomenología Base (Dependiente de Fases 1-3):

- Calcular predicciones cuantitativas para LIV dinámico ([Subsección 9.1](#)) basado en $\hat{\Theta}$ derivado.
- Explorar implicaciones cosmológicas de Ψ_N pesado (¿rol en inflación?, ¿formación de PBHs?, ¿defectos como DM?). Calcular $P(k)$ y f_{NL} .
- Calcular correcciones a QNMs ([Subsubsección 11.4.2](#)) basadas en $\hat{\Theta}$ dinámico en escenarios de colapso/fusión.
- Comparar predicciones con datos observacionales y experimentales.

Fase 5: Extensiones (Si Necesario): Si la Fase 2b muestra que $\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$ pero el residuo no explica la DE, explorar extensiones justificadas a D_{TUD} / PAE que puedan generar DE sin introducir inconsistencias.

Esta hoja de ruta prioriza establecer la consistencia matemática y derivar la estructura física base de "Solución 0.^antes de abordar completamente la fenomenología detallada o posibles extensiones.

13. Conclusión

Este documento ha presentado una versión unificada, detallada y críticamente analizada del marco base "Solución 0" de la Teoría de la Unificación Discreta (TUD). TUD propone unificar la Relatividad General y el Modelo Estándar mediante una Geometría No Comutativa (GNC) que emerge dinámicamente de 'núcleos espaciotemporales' $\hat{\Psi}_N$. La GNC es dinámica ($\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$) y el vacío se postula conmutativo ($\langle\langle\hat{\Theta}\rangle\rangle = 0$). La dinámica deriva del Principio de Acción Espectral (PAE) usando la supertraza (Str).

El marco "Solución 0" se centra en las consecuencias directas de esta estructura mínima. Una implicación clave, basada en la expectativa del PAE, es que el campo fundamental $\hat{\Psi}_N$ es **masivo** ($m_N \sim M_{\text{Pl}}$). Esto significa que la **Energía Oscura** observada **no se explica por quintaesencia** $\hat{\Psi}_N$ **en esta versión base**. Su explicación dentro de TUD dependería de un **residuo de la cancelación de la Constante Cosmológica** (vía la hipótesis $\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$) o requeriría **extensiones** al marco PAE mínimo. A pesar de esta limitación respecto a la DE, el marco TUD base mantiene propuestas conceptuales para abordar la Materia Oscura (axiones NC / defectos de Ψ_N pesado), la formación temprana de SMBH (fluctuaciones de Ψ_N), el problema de jerarquía (regularización NC dinámica) y la paradoja de la información (correlaciones NC).

La principal aportación de esta versión detallada es la **articulación explícita de los desafíos teóricos fundamentales y las estrategias concretas** propuestas para abordarlos ([Sección 12](#)):

- La necesidad imperativa de demostrar la **consistencia matemática** de la GNC dinámica, derivando una forma de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ compatible con el PAE y que satisfaga la identidad de Jacobi ([Subsubsección 2.3.3](#)).
- El requisito central de realizar la **derivación explícita desde el PAE completo** ($S = \text{Str}_{\mathcal{H}}(f(D_{\text{TUD}}^2/\Lambda^2))$), lo que incluye:
 - La **verificación crucial de la hipótesis de cancelación de la CC** ($\text{Str}_{\mathcal{H}} \approx 0$).
 - La confirmación de la emergencia de RG, SM, y un $\hat{\Psi}_N$ masivo.
 - La derivación de la forma funcional y el coeficiente de $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$.
- La verificación de la **estabilidad hamiltoniana** completa ([Subsección 12.3](#)).
- El análisis del **comportamiento cuántico** (renormalizabilidad, UV/IR).

Se ha presentado una **hoja de ruta priorizada** ([Subsección 12.5](#)) para guiar el desarrollo futuro, enfocada en establecer primero la consistencia matemática y la derivación de la estructura base.

En conclusión, TUD ("Solución 0" Detallada y Completa) se configura como un **programa de investigación** que, si bien ambicioso y enfrentando desafíos teóricos formidables, posee ahora un marco conceptual base más claro y internamente coherente, junto con un plan de trabajo definido para validar (o refutar) sus postulados fundamentales. La viabilidad de TUD como teoría física completa depende críticamente de la ejecución exitosa de las derivaciones, demostraciones y cálculos propuestos en la hoja de ruta.

A. Apéndice Matemático

Esta sección recopila resultados técnicos y puntos para profundizar mencionados en el texto principal.

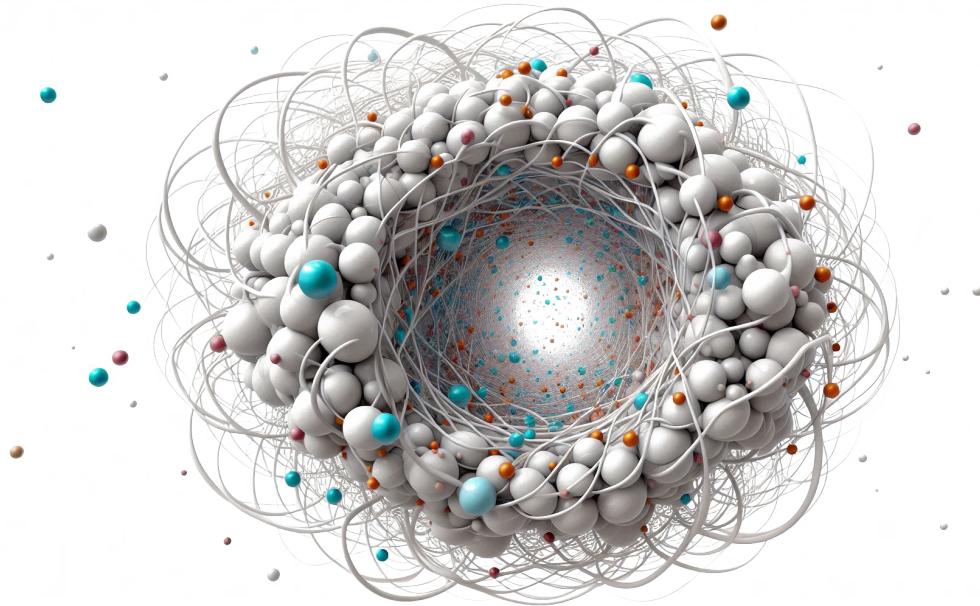


Figura 18: Representación de núcleos ($\hat{\Psi}_N$).

A.1. Lema y Teorema Técnicos

Lema A.1 (Identidad de Jacobi Dinámica Aproximada). *Sea $\hat{\Theta}^{\mu\nu} = \theta_0 \partial^{[\mu} \hat{\Psi}_N (\star d\hat{\Psi}_N)^{\nu]}$. Si $\hat{\Psi}_N$ satisface la ecuación de movimiento $\square \hat{\Psi}_N + V'(\hat{\Psi}_N) = 0$, donde $V'(\hat{\Psi}_N) = m_N^2 \hat{\Psi}_N + \lambda_{\text{eff}} \hat{\Psi}_N^3$, entonces el corchete de Schouten-Nijenhuis asociado $[\hat{\Theta}, \hat{\Theta}]_{SN}$, que controla la identidad de Jacobi, viene dado por:*

$$[\hat{\Theta}, \hat{\Theta}]_{SN}^{\lambda\mu\nu} = O(\hat{\Theta}^3) + C \theta_0^2 \lambda_{\text{eff}} \epsilon^{...[\lambda\mu\nu]...} \hat{\Psi}_N^2 (\partial \hat{\Psi}_N)^3 + \dots$$

donde C es una constante numérica. La identidad de Jacobi se satisface exactamente para el campo libre $\lambda_{\text{eff}} = 0$. Para el caso interactuante, la consistencia requiere que el PAE genere una forma de $\hat{\Theta}$ que la satisfaga exactamente, posiblemente necesitando términos adicionales como se discutió en subsección 2.3.3.

Teorema A.2 (Estabilidad Lineal del Vacío). *El vacío de TUD "Solución 0", caracterizado por $\langle \hat{\Psi}_N \rangle = 0$ y $\langle \hat{\Theta}^{\mu\nu} \rangle = 0$, es linealmente estable frente a pequeñas perturbaciones $\delta \hat{\Psi}_N$ si el parámetro de masa derivado del PAE satisface $m_N^2 > 0$.*

Demostración. Linearizando la ecuación de movimiento para $\hat{\Psi}_N$ (ecuación (8), ecuación (9)) alrededor del vacío $\hat{\Psi}_N = 0$, se obtiene $(\square + m_N^2) \delta \hat{\Psi}_N = 0$. Las soluciones de tipo onda plana $\delta \hat{\Psi}_N \sim e^{ikx}$ satisfacen la relación de dispersión $k^2 + m_N^2 = 0$, o $\omega^2 - |\vec{k}|^2 = m_N^2$. Si $m_N^2 > 0$, las frecuencias ω son reales para todo \vec{k} , indicando oscilaciones estables sin crecimiento exponencial (taquiones). \square

A.2. Puntos para Profundizar

1. **Geometría de Poisson y Deformación Cuántica** * Construcción explícita de productos-★ asociados a $\hat{\Theta}(\hat{\Psi}_N)$ usando la fórmula de Kontsevich [Kontsevich, 2003]. * Clasificación de posibles estructuras de Poisson en 4D que pueden ser generadas dinámicamente por $\hat{\Psi}_N$.
2. **Teoría Espectral de Operadores No Acotados** * Definición rigurosa del dominio del operador D_{TUD} en el espacio de Hilbert \mathcal{H} . * Análisis del espectro (discreto/continuo) de D_{TUD} y D_{TUD}^2 , y cómo depende de las excitaciones de $\hat{\Psi}_N$ (vía $\hat{\Theta}$).
3. **Renormalización en Espacios No Conmutativos** * Análisis detallado de diagramas de Feynman en la TQFT-NC emergente de TUD. * Estudio de la posible cancelación o modificación de las divergencias UV/IR debido a la naturaleza dinámica de $\hat{\Theta}$ [Grosse and Wulkenhaar, 2005]. * Aplicación del formalismo del Grupo de Renormalización a la acción efectiva \mathcal{L}_{TUD} .

B. Objetivo: Derivación del PAE desde Primeros Principios

La validación última de la Teoría de la Unificación Discreta (TUD) a través del Principio de Acción Espectral (PAE) aspira a basarse **exclusivamente en primeros principios**, evitando supuestos *ad hoc* o ajustes manuales de parámetros. El objetivo es que toda la física de baja energía emerja directamente de la estructura matemática fundamental postulada. A continuación, se describe cómo se busca lograr esta derivación autosuficiente.

B.1. Construcción de D_{TUD} desde la Estructura Fundamental

El punto de partida es la definición del operador de Dirac generalizado D_{TUD} a partir de la estructura geométrica y algebraica postulada para TUD, sin introducir manualmente parámetros libres no justificados por dicha estructura.

B.1.1. Componentes Fundamentales (No *Ad Hoc*)

1. **Geometría No Comutativa (GNC) Dinámica:** Se postula un álgebra no comutativa \mathcal{A} , generada por coordenadas \hat{X}^μ que satisfacen la relación fundamental ([Ecuación \(1\)](#)):

$$[\hat{X}^\mu, \hat{X}^\nu]_\star = iM_{\text{Pl}}^{-2}\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\Psi_N).$$

Aquí, $\hat{\Theta}^{\mu\nu}$ no es un input externo, sino que debe ser un campo operador que emerge dinámicamente, determinado por los grados de libertad fundamentales Ψ_N .

2. **Operador de Dirac Generalizado D_{TUD} :** Se busca construir D_{TUD} de forma que represente fielmente la acción del álgebra \mathcal{A} sobre el espacio de Hilbert total \mathcal{H} de la teoría (que incluye espín, grados de libertad internos del ME y Ψ_N). Una forma general podría ser $D_{\text{TUD}} = i\gamma^\mu \nabla_\mu^{\text{NC}} + \mathcal{M}(\Psi_N, H, \dots)$, donde la conexión no comutativa ∇_μ^{NC} y el término de masa/acoplamiento \mathcal{M} están dictados por la estructura $(\mathcal{A}, \mathcal{H})$ y sus simetrías, no por ajustes *ad hoc*. Por ejemplo, ∇_μ^{NC} incluiría la conexión espinorial y los campos de gauge del ME acoplados consistentemente con el producto \star , y \mathcal{M} contendría los términos que generan las masas y acoplamientos de Yukawa a través de la interacción con el Higgs H y, crucialmente, la dinámica propia de Ψ_N .

B.2. Cálculo de la Acción Efectiva sin Supuestos Arbitrarios

La acción espectral $S = \text{Str}(f(D_{\text{TUD}}^2/\Lambda^2))$ se expande asintóticamente. La meta es que los coeficientes a_{2k} de esta expansión generen toda la física conocida y la nueva física de TUD sin necesidad de fijar parámetros manualmente.

B.2.1. Coeficientes del *Heat Kernel* (a_{2k})

1. ** a_0 - Cancelación Buscada de la Constante Cosmológica:**

$$a_0 \propto \int_M \sqrt{g} \text{Str}(\mathbb{I}) d^4x.$$

Se postula ([Hipótesis 2.4](#)) que la estructura del espacio de Hilbert total \mathcal{H} (incluyendo todos los grados de libertad bosónicos y fermiónicos) y el operador D_{TUD} poseen una simetría espectral tal que la supertraza total se anula: $\text{Str}(\mathbb{I}) = \text{Tr}_{\mathcal{H}_B}(\mathbb{I}) - \text{Tr}_{\mathcal{H}_F}(\mathbb{I}) \approx 0$. Esta cancelación, si se verifica mediante cálculo explícito para el D_{TUD} de TUD, eliminaría la contribución principal $\sim \Lambda^4$ a la CC. No requiere necesariamente SUSY explícita, sino el balance espectral adecuado. **Verificar esta cancelación es un objetivo central (Fase 2b).**

2. a_2 - Emergencia Esperada de Gravedad y Masa de Ψ_N :

$$a_2 \propto \int_M \sqrt{g} \text{Str} \left(c_1 R \cdot \mathbb{I} + c_2 (\nabla \Psi_N)^2 + c_3 m_N^2 \Psi_N^2 + \dots \right) d^4x.$$

Se espera que este término genere la acción de Einstein-Hilbert ($\sim R$) y la dinámica base de Ψ_N . El objetivo es que la masa m_N emerja proporcional a la escala fundamental Λ ($m_N^2 \sim \Lambda^2$, Hipótesis [Hipótesis 2.1](#)), y que la constante de Planck M_{Pl} se relacione con Λ y la traza espectral $\text{Str}(\mathbb{I}_{\text{grav}})$ sobre los grados de libertad relevantes para la gravedad, por ejemplo:

$$M_{\text{Pl}}^2 \sim \frac{f_1}{f_0} \Lambda^2 \text{Str}(\mathbb{I}_{\text{grav}}) \quad (\text{si } f_0 \neq 0).$$

La confirmación de $m_N \sim \Lambda$ y la derivación de M_{Pl} son objetivos clave (Fase 2c).

3. a_4 - Emergencia Esperada de Acoplamientos y No Comutatividad:

$$a_4 \propto \int_M \sqrt{g} \text{Str} \left(C_{\mu\nu\rho\sigma}^2 + F_{\mu\nu}^2 + \lambda_{\text{eff}} \Psi_N^4 + \text{Yukawas} + \text{Términos NC} + \dots \right) d^4x.$$

Este término debe generar las acciones de Yang-Mills para los campos gauge $F_{\mu\nu}^2$, el potencial de Higgs y las autointeracciones de Ψ_N ($\sim \Psi_N^4$), los acoplamientos de Yukawa, y crucialmente, los **términos que definen la forma funcional y la dinámica del tensor de no comutatividad $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\Psi_N)$ **. Se espera que $\hat{\Theta}$ emerja de términos que involucren conmutadores del tipo $[D_{\text{TUD}}, \hat{X}^\mu]_\star$, haciéndolo intrínsecamente dinámico. **Derivar explícitamente $\hat{\Theta}(\Psi_N)$ y λ_{eff} es un objetivo central (Fase 2c).**

B.3. Consistencia de la GNC Dinámica desde el PAE

La consistencia matemática del álgebra no comutativa, en particular la asociatividad del producto \star (que requiere que $\Theta^{\mu\nu}$ satisfaga la identidad de Jacobi), no debe imponerse externamente, sino que **debe ser una consecuencia de la dinámica derivada del PAE**.

- Requisito de Consistencia (Identidad de Jacobi):* Para que $(f \star g) \star h = f \star (g \star h)$, el tensor $\hat{\Theta}^{\mu\nu}(\Psi_N)$ que emerge del cálculo del PAE (a_4 , etc.) debe satisfacer la identidad de Jacobi ($[\Theta, \Theta]_{\text{SN}} = 0$) o su análogo cuántico.
- Emergencia desde la Dinámica (Objetivo):* Se busca demostrar que la acción espectral $S = \text{Str}(\dots)$, al ser variada para obtener las ecuaciones de movimiento (EOM) completas para todos los campos (incluyendo Ψ_N), genera una forma para $\hat{\Theta}(\Psi_N)$ y una dinámica tal que la identidad de Jacobi se cumple automáticamente como condición de consistencia. Aunque formas simples (como $\Theta \propto \partial\Psi \wedge \partial\Psi$) pueden no satisfacerla si Ψ_N interactúa (ver Lema [A.1](#)), se requiere que la forma completa de Θ derivada del PAE sí lo haga. **Verificar esta emergencia consistente es un desafío clave (Fase 1c), como se discute en [Subsubsección 2.3.3](#).**

Así, la asociatividad sería una consecuencia de la dinámica unificada del PAE, no una suposición *ad hoc*.

B.4. Emergencia Buscada de la Física Observada

- Relatividad General (RG):** Debe emerger de a_2 , con M_{Pl} determinada espectralmente por Λ .
- Modelo Estándar (ME):** Todos sus campos, grupos de gauge y representaciones deben estar codificados en la elección inicial de $(\mathcal{A}, \mathcal{H}, D_{\text{TUD}})$. Los acoplamientos gauge, Higgs y Yukawa deben emerger de los coeficientes a_2 y a_4 con valores relacionados con trazas espectrales sobre los grados de libertad internos (e.g., $g_A^{-2} \propto \text{Str}(T_A^2)$, $m_f \propto y_f \propto \text{Str}(Y_f \dots)$).

3. Energía Oscura (DE): Si la cancelación $\text{Str}(\mathbb{I}) \approx 0$ no es exacta a nivel cuántico (debido a correcciones de bucle), el residuo resultante $\delta\Lambda^4$ es un candidato potencial para explicar la DE observada. Sin embargo, demostrar que este residuo tiene la magnitud correcta ($\sim (10^{-3}\text{eV})^4$) sin ajuste fino requiere un cálculo de TQC-NC completo y es un desafío significativo.

B.5. Verificaciones de Consistencia Buscadas (Sin Elementos *Ad Hoc*)

La siguiente tabla resume cómo se espera que los elementos clave de la teoría sean determinados por el formalismo mismo:

Aspecto	Mecanismo Esperado en TUD (Requiere Verificación)
**Masa de Ψ_N **	Determinada por a_2 : $m_N^2 \sim \Lambda^2$. No ajustada manualmente (Verificar en Fase 2c).
Constantes del ME	Fijadas por simetrías de \mathcal{A} , estructura de \mathcal{H} y trazas espectrales en a_2, a_4 (Derivar explícitamente en Fase 2c).
**Cancelación de CC ρ_{vac} **	Resultado buscado de $\text{Str}(\mathbb{I}) \approx 0$, consecuencia esperada de la estructura espectral balanceada de $(\mathcal{H}, D_{\text{TUD}})$ (Verificar en Fase 2b).
**No Comutatividad $\Theta^{\mu\nu}$ **	Campo dinámico $\hat{\Theta}(\Psi_N)$ cuya forma y dinámica emergen de a_4 y EOMs (Derivar en Fase 2c, verificar consistencia Jacobi en Fase 1c).

Cuadro 2: Resumen del origen no *ad hoc* buscado para los componentes de TUD.

B.6. Conclusión del Objetivo

La meta del programa de validación del PAE en TUD es lograr una **derivación autosuficiente y predictiva desde primeros principios**. Si se tiene éxito:

- La geometría, los campos fundamentales (Ψ_N), los campos del ME, y todas las constantes físicas (masas, acoplamientos, M_{Pl}) emergirían de la estructura espectral inicial ($\mathcal{A}, \mathcal{H}, D_{\text{TUD}}$) y la escala Λ .
- No habría parámetros libres ajustables *ad hoc* en la acción fundamental; todo estaría determinado por la dinámica del PAE.
- La consistencia matemática (asociatividad \star , identidad de Jacobi para Θ) sería una consecuencia verificable de las ecuaciones de movimiento unificadas.

Alcanzar este objetivo convertiría a TUD en una teoría fundamental **altamente predictiva y falsifiable**, donde la física observable sería una consecuencia directa de la elección matemática inicial de la tripleta espectral ($\mathcal{A}, \mathcal{H}, D_{\text{TUD}}$). El éxito del programa de investigación descrito en la hoja de ruta ([Subsección 12.5](#)) determinará si este objetivo es alcanzable.

C. Referencias

Referencias

Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Addison-Wesley, Reading, USA, 1995. ISBN 978-0-201-50397-5, 978-0-429-50355-9. doi: 10.1201/9780429503559. 842 p. [4](#)

Steven Weinberg. *The Quantum Theory of Fields, Vol. 1: Foundations*. Cambridge University Press, 1995. ISBN 978-0-521-55001-7. doi: 10.1017/CBO9781139644167. URL <https://inspirehep.net/literature/406190>. [4](#)

Gerard 't Hooft and Martinus Veltman. One-Loop Divergencies in the Theory of Gravitation. *Ann. Inst. H. Poincaré A*, 20:69–94, 1974. URL http://www.numdam.org/item/AIHPA_1974__20_1_69_0/. 4

Steven Weinberg. Ultraviolet divergences in quantum theories of gravitation. In Stephen W. Hawking and Werner Israel, editors, *General Relativity: An Einstein Centenary Survey*, pages 790–831. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1979. ISBN 978-0-521-22285-3. URL <https://inspirehep.net/literature/141503>. 4

N. Aghanim et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 641:A6, 2020. doi: 10.1051/0004-6361/201833910. [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)]. 4

Alain Connes. *Noncommutative Geometry*. Academic Press, 1994. ISBN 978-0121858605. URL <https://www.amazon.com/Noncommutative-Geometry-Alain-Connes/dp/012185860X>. 661 p. 4, 8, 10

John Madore. *An Introduction to Noncommutative Differential Geometry and its Physical Applications*, volume 206 of *London Mathematical Society Lecture Note Series*. Cambridge University Press, 1995. ISBN 978-0-521-46791-1. doi: 10.1017/CBO9780511569302. 299 p. (First Edition). 4, 8

Jose M. Gracia-Bondia, Joseph C. Varilly, and Hector Figueroa-O’Farrill. *Elements of Noncommutative Geometry*. Birkhäuser, Boston, 2001. ISBN 978-0-8176-4124-5. doi: 10.1007/978-1-4612-0005-5. 685 p. 4, 8

Ali H. Chamseddine and Alain Connes. The Spectral action principle. *Commun. Math. Phys.*, 186(3): 731–779, 1997. doi: 10.1007/s002200050126. 4, 6, 25

Dmitri V. Vassilevich. Heat kernel expansion: User’s manual. *Phys. Rept.*, 388:279–360, 2003. doi: 10.1016/j.physrep.2003.09.002. 6, 9

Maxim Kontsevich. Deformation quantization of Poisson manifolds. *Lett. Math. Phys.*, 66:157–216, 2003. doi: 10.1023/B:MATH.0000027508.00421.bf. 7, 35

Izu Vaisman. *Lectures on the Geometry of Poisson Manifolds*, volume 118 of *Progress in Mathematics*. Birkhäuser, 1994. ISBN 978-3-0348-9462-3. doi: 10.1007/978-3-0348-8495-2. 7

Michel Dubois-Violette. Lectures on graded differential algebras and noncommutative geometry. 2001. Related paper: *Lett. Math. Phys.* 57 (2001) 125–132 [arXiv:math/0102150]. 8

Peter B. Gilkey. *Invariance Theory, the Heat Equation, and the Atiyah-Singer Index Theorem*. CRC Press, Boca Raton, FL, second edition, 1995. ISBN 9780849378744. doi: 10.1201/9780203749798. URL <https://www.routledge.com/Invariance-Theory-the-Heat-Equation-and-the-Atiyah-Singer-Index-Theorem/Gilkey/p/book/9780849378744>. 9

Claus Kiefer. *Quantum Gravity*, volume 155 of *International Series of Monographs on Physics*. Oxford University Press, 3rd edition, 2012. ISBN 978-0-19-958520-5. doi: 10.1093/acprof:oso/9780199585205.001.0001. 10, 17, 18, 19

Shiraz Minwalla, Mark Van Raamsdonk, and Nathan Seiberg. Noncommutative perturbative dynamics. *JHEP*, 02:020, 2000. doi: 10.1088/1126-6708/2000/02/020. 12

Masashi Hayakawa. Perturbative analysis on infrared aspects of noncommutative QED on \mathbb{R}^4 . *Phys. Lett. B*, 478:394–400, 2000. doi: 10.1016/S0370-2693(00)00381-7. 12

Richard J. Szabo. Quantum field theory on noncommutative spaces. *Phys. Rept.*, 378:207–299, 2003. doi: 10.1016/S0370-1573(03)00059-0. 12

- Harald Grosse and Raimar Wulkenhaar. Renormalization of ϕ^4 -Theory on Noncommutative \mathbb{R}^4 in the Matrix Base. *Commun. Math. Phys.*, 256:305–374, 2005. doi: 10.1007/s00220-005-1288-7. [12](#), [32](#), [35](#)
- Marc Henneaux and Claudio Teitelboim. *Quantization of Gauge Systems*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1992. ISBN 978-0-691-03769-1. doi: 10.2307/j.ctv10crg0r. [13](#), [27](#), [32](#)
- R. P. Woodard. The Theorem of Ostrogradsky. *Scholarpedia*, 10(8):32243, 2015. doi: 10.4249/scholarpedia.32243. [13](#), [27](#)
- R. P. Woodard. Nonlocal Models of Cosmic Acceleration. *Found. Phys.*, 44:213–233, 2014. doi: 10.1007/s10714-014-1718-8. [13](#), [27](#)
- Steven Weinberg. The Cosmological Constant Problem. *Rev. Mod. Phys.*, 61:1–23, 1989. doi: 10.1103/RevModPhys.61.1. [16](#)
- J. B. Hartle and S. W. Hawking. Wave Function of the Universe. *Phys. Rev. D*, 28:2960–2975, 1983. doi: 10.1103/PhysRevD.28.2960. [17](#)
- Wojciech H. Zurek. Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical. *Rev. Mod. Phys.*, 75:715–775, 2003. doi: 10.1103/RevModPhys.75.715. [17](#)
- Erich Joos, H. Dieter Zeh, Claus Kiefer, Domenico J. W. Giulini, Joachim Kupsch, and Ion-Olimpiu Stamatescu. *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*. Springer, 2nd edition, 2003. ISBN 978-3-540-00390-8. doi: 10.1007/b13268. [17](#)
- W. H. Zurek. Pointer basis of quantum apparatus: Into what mixture does the wave packet collapse? *Phys. Rev. D*, 24:1516–1525, 1981. doi: 10.1103/PhysRevD.24.1516. [17](#)
- Claus Kiefer and David Polarski. Why do cosmological perturbations look classical to us? *Adv. Sci. Lett.*, 2:164–173, 2009. doi: 10.1166/asl.2009.1024. [17](#), [19](#)
- Piero Nicolini. Noncommutative Black Holes, The Final Appeal To Quantum Gravity: A Review. *Int. J. Mod. Phys. A*, 24:1229–1308, 2009. doi: 10.1142/S0217751X0904530X. [18](#), [19](#)
- Alan H. Guth. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys. Rev. D*, 23:347–356, 1981. doi: 10.1103/PhysRevD.23.347. [19](#)
- Andrei D. Linde. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems. *Phys. Lett. B*, 108:389–393, 1982. doi: 10.1016/0370-2693(82)91219-9. [19](#)
- Andreas Albrecht and Paul J. Steinhardt. Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking. *Phys. Rev. Lett.*, 48:1220–1223, 1982. doi: 10.1103/PhysRevLett.48.1220. [19](#)
- Alexei A. Starobinsky. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. *Phys. Lett. B*, 91:99–102, 1980. doi: 10.1016/0370-2693(80)90670-X. [19](#)
- Juan Martin Maldacena. Non-Gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models. *JHEP*, 05:013, 2003. doi: 10.1088/1126-6708/2003/05/013. [19](#)
- Paolo Aschieri and Leonardo Castellani. Noncommutative inflation and CMB anisotropies. *Phys. Rev. D*, 106(12):123527, dec 2022. doi: 10.1103/PhysRevD.106.123527. [19](#)
- Y. Akrami et al. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation. *Astron. Astrophys.*, 641:A10, 2020a. doi: 10.1051/0004-6361/201833887. [19](#), [23](#)

- Y. Akrami et al. Planck 2018 results. IX. Constraints on primordial non-Gaussianity. *Astron. Astrophys.*, 641:A9, 2020b. doi: 10.1051/0004-6361/201935891. [19](#), [23](#)
- P. A. R. Ade et al. Improved Constraints on Primordial Gravitational Waves using Planck, WMAP, and BICEP/Keck Observations through the 2018 Observing Season. *Phys. Rev. Lett.*, 127(15):151301, 2021. doi: 10.1103/PhysRevLett.127.151301. [19](#)
- Chris J. Isham. Canonical Quantum Gravity and the Problem of Time. In L. A. Ibort and M. A. Rodríguez, editors, *Integrable Systems, Quantum Groups, and Quantum Field Theories*, pages 157–287, Dordrecht, 1993. Springer Netherlands. doi: 10.1007/978-94-011-1980-1_5. [19](#)
- R.L. Workman et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022:083C01, 2022. doi: 10.1093/ptep/ptac097. [21](#)
- M. A. Perez-Garcia and J. P. Grau. Noncommutative field theories and dark matter models. *Phys. Rev. D*, 110(10):103504, nov 2024. doi: 10.1103/PhysRevD.110.103504. [21](#)
- Dan Hooper, Ilias Cholis, Tim Linden, and Ke Fang. HAWC Observations Strongly Favor Pulsar Interpretations of the Cosmic-Ray Positron Excess. *Phys. Rev. D*, 96(10):103013, 2017. doi: 10.1103/PhysRevD.96.103013. [21](#)
- Ivo Labbé, Pieter van Dokkum, Erica J. Nelson, Rachel Bezanson, Katherine A. Suess, Joel Leja, Gabriel Brammer, Bingjie Wang, Katherine E. Whitaker, Elijah Mathews, Mauro Stefanon, and Sedona H. Price. A population of red candidate massive galaxies ~600 Myr after the Big Bang. *Nature*, 616(7956):266–269, apr 2023. doi: 10.1038/s41586-023-05786-2. URL <https://doi.org/10.1038/s41586-023-05786-2>. [21](#)
- B. J. Carr and S. W. Hawking. Black holes in the early Universe. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 168:399–415, 1974. doi: 10.1093/mnras/168.2.399. [21](#)
- Bernard Carr, Kazunori Kohri, Yuichiro Sendouda, and Jun’ichi Yokoyama. Constraints on Primordial Black Holes. *Rept. Prog. Phys.*, 84(11):116902, 2021. doi: 10.1088/1361-6633/abf101. [21](#)
- Pau Amaro-Seoane et al. Laser Interferometer Space Antenna. <https://arxiv.org/abs/1702.00786>, jan 2017. LISA Mission Proposal Document. [21](#)
- Pierre Auclair et al. Cosmology with the Laser Interferometer Space Antenna. *Living Rev. Relativ.*, 26(1):5, 2023. doi: 10.1007/s41114-023-00045-y. [21](#)
- Gabriella Agazie et al. The NANOGrav 15 yr Data Set: Evidence for a Gravitational-wave Background. *Astrophys. J. Lett.*, 951(1):L8, 2023. doi: 10.3847/2041-8213/acdac6. [21](#)
- V. Alan Kostelecký and Neil Russell. Data tables for Lorentz and CPT violation. *Rev. Mod. Phys.*, 83:11–31, 2011. doi: 10.1103/RevModPhys.83.11. Updates available on arXiv. [22](#)
- LHAASO Collaboration. Constraints on the violation of Lorentz invariance from LHAASO observations of GRB 221009A. *Sci. Bull.*, 69(3):283–290, 2024. doi: 10.1016/j.scib.2023.11.022. [22](#)
- A. Albert et al. Constraints on Lorentz Invariance Violation from HAWC Observations of Gamma Rays above 100 TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 124(13):131101, 2020. doi: 10.1103/PhysRevLett.124.131101. [22](#)
- A. A. Abdo and others. A limit on the variation of the speed of light arising from quantum gravity effects. *Nature*, 462:331–334, 2009. doi: 10.1038/nature08574. [22](#)
- A. Aab et al. Search for Lorentz Invariance Violation in the Dispersion Relation of Ultra-High-Energy Cosmic Rays Detected at the Pierre Auger Observatory. *JHEP*, 01:066, 2023. doi: 10.1007/JHEP01(2023)066. [22](#)

- Euclid Collaboration. Euclid: Early Release Observations – an overview, 2024. [23](#)
- Tom Banks, Willy Fischler, Stephen H. Shenker, and Leonard Susskind. M Theory as a Matrix Model: A Conjecture. *Phys. Rev. D*, 55:5112–5128, 1997. doi: 10.1103/PhysRevD.55.5112. [25](#)
- Nobuyuki Ishibashi, Hikaru Kawai, Yoshihisa Kitazawa, and Asato Tsuchiya. A Large-N Reduced Model as Superstring. *Nucl. Phys. B*, 498:467–491, 1997. doi: 10.1016/S0550-3213(97)00290-3. [25](#)
- Abhay Ashtekar, Tomasz Pawłowski, and Parampreet Singh. Quantum Nature of the Big Bang: Improved dynamics. *Phys. Rev. D*, 74:084003, 2006. doi: 10.1103/PhysRevD.74.084003. [25](#)
- Alfio Bonanno, Benjamin Koch, and Alessia Platania. Resolution of the Black Hole Singularity in Asymptotically Safe Quantum Gravity. *Universe*, 3(3):56, 2017. doi: 10.3390/universe3030056. [25](#)
- Jan Ambjorn, Jerzy Jurkiewicz, and Renate Loll. Reconstructing the universe. *Phys. Rev. D*, 72:064014, 2005a. doi: 10.1103/PhysRevD.72.064014. [25](#)
- Astrid Eichhorn. An asymptotically safe guide to quantum gravity and matter. *Front. Astron. Space Sci.*, 5:47, 2019. doi: 10.3389/fspas.2018.00047. [25](#)
- Raphael Bousso and Joseph Polchinski. Quantization of four form fluxes and dynamical neutralization of the cosmological constant. *JHEP*, 06:006, 2000. doi: 10.1088/1126-6708/2000/06/006. [25](#)
- Abhay Ashtekar and Parampreet Singh. Loop Quantum Cosmology: A Status Report. *Class. Quant. Grav.*, 28:213001, 2011. doi: 10.1088/0264-9381/28/21/213001. [25](#)
- Alfio Bonanno and Martin Reuter. Cosmology of the Planck era from a renormalization group for quantum gravity. *Phys. Rev. D*, 65:043508, 2002. doi: 10.1103/PhysRevD.65.043508. [25](#)
- J. Ambjorn, A. Gorlich, J. Jurkiewicz, and R. Loll. The Nonperturbative Quantum Gravity Phase Diagram. *JHEP*, 09:043, 2008. doi: 10.1088/1126-6708/2008/09/043. [25](#)
- Aurelien Barrau, Killian Martineau, and Flora Moulin. A status report on the phenomenology of black holes in loop quantum gravity: Evaporation, ripples, and standard model. *Universe*, 4(1):10, 2018. doi: 10.3390/universe4010010. [25](#)
- J. Ambjorn, J. Jurkiewicz, and R. Loll. Spectral dimension of the universe. *Phys. Rev. Lett.*, 95:171301, 2005b. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.171301. [25](#)
- Carlo Rovelli. *Quantum Gravity*. Cambridge University Press, 2004. ISBN 978-0-521-83733-0. doi: 10.1017/CBO9780511755804. [25](#)
- Martin Reuter and Frank Saueressig. Quantum Einstein Gravity. *New J. Phys.*, 14:055022, 2012. doi: 10.1088/1367-2630/14/5/055022. [25](#)
- Renate Loll. Quantum Gravity from Causal Dynamical Triangulations: A Review. *Class. Quant. Grav.*, 37(1):013002, 2020. doi: 10.1088/1361-6382/ab2f24. [25](#)
- Vincent Rivasseau. An Introduction to Noncommutative Renormalization. In *Proceedings of Science: Correlations and Connectivity: Geometric Aspects of Physics and Probability*, volume CNCFG2010 of *PoS*, page 004, 2010. doi: 10.22323/1.118.0004. URL <https://pos.sissa.it/118/0004/>. [32](#)