Politechnika Wrocławska

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

**Modele systemów dynamicznych**

Sprawozdanie z laboratorium 4

**Janusz Andrzejewski**

Nr albumu: **284052**

Kierunek: **Inżynieria systemów**

WROCŁAW 2025

**MODEL RUCHU W POLU CENTRALNYM**

# Wstęp teoretyczny

Celem sprawozdania jest analiza modelu fizycznego opisującego ruch ciała w polu centralnym – klasycznego zagadnienia mechaniki nieba. Jest to problem dwóch ciał, w którym jedno z nich (np. planeta) porusza się pod wpływem siły grawitacji drugiego (np. Słońca), które uznaje się za nieruchome.

Podstawowe wzory fizyczne używane do przekształcenia:

Prawo powszechnego ciążenia oraz druga zasada dynamiki Newtona

– wektor siły ciążenia

G – stała grawitacyjna

M ,m – masy ciał

r – odległość miedzy środami mas obu ciał

– wektor jednostkowy kierunek przyciągania ciała

analogicznie

Równanie drugiego rzędu na ruch ciał

x – współrzędna ciała w osi X,

y – współrzędna ciała w osi Y,

– prędkość ciała w kierunku X,

– prędkość ciała w kierunku Y,

t – czas,

lub

Równanie odległości ciała od środka siły

r(θ) – odległość od środka przy kącie θ (dokładna trajektoria),

A – parametr związany z mimośrodem orbity

B – związany z momentem pędu

h – moment pędu na jednostkę masy

e – mimośród

Równanie średniego błędu bezwzględnego oraz średniego błędu kwadratowego

przewidywane wartości

wartości dokładne

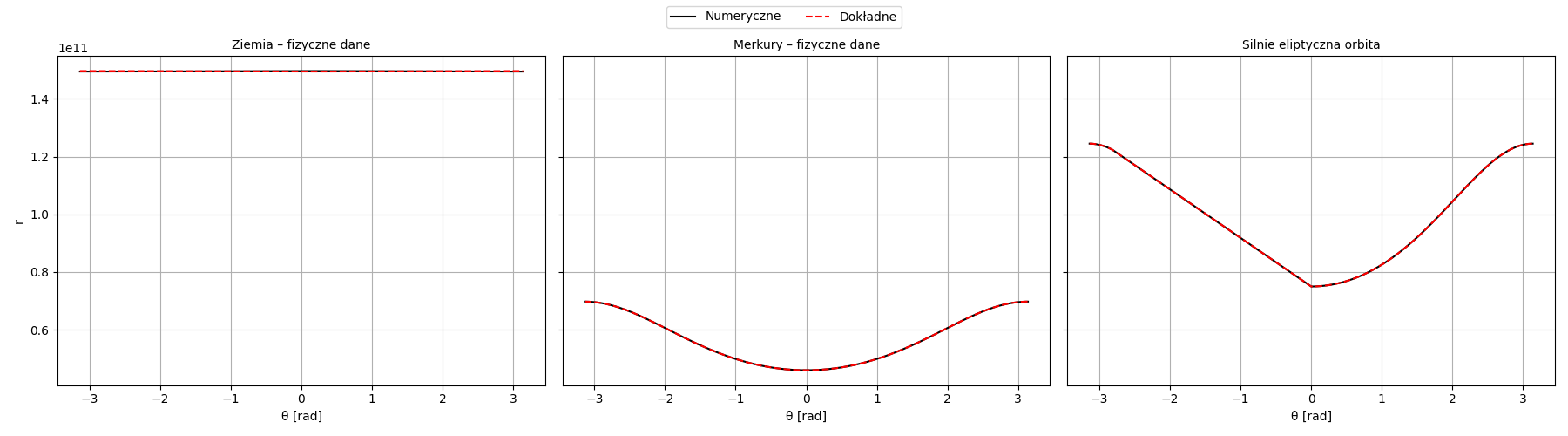
# Opis rozwiązania

Kod kreskowy

# Wyniki obliczeń

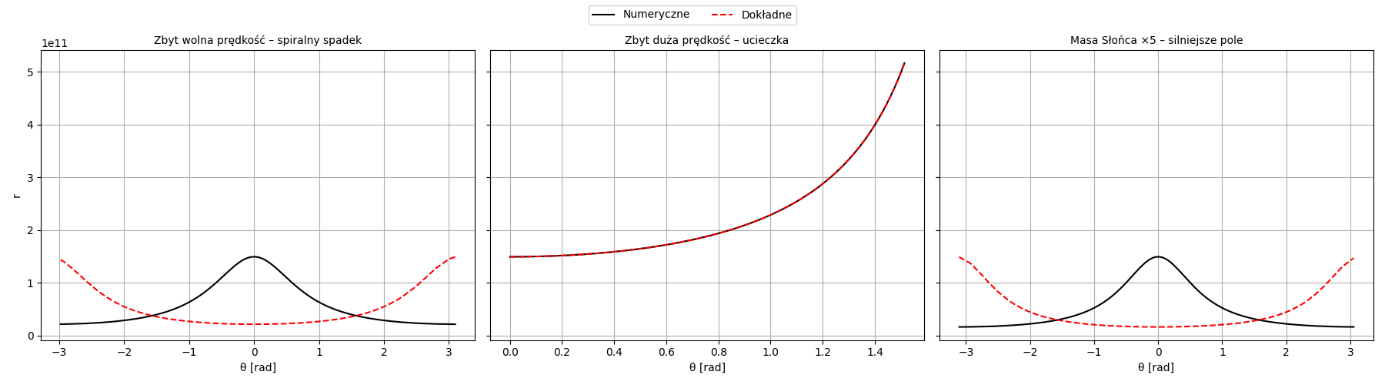
Porównanie trajektorii pokazało dobrą zgodność numeryczną z rozwiązaniem analitycznym.

1.1 Układ …



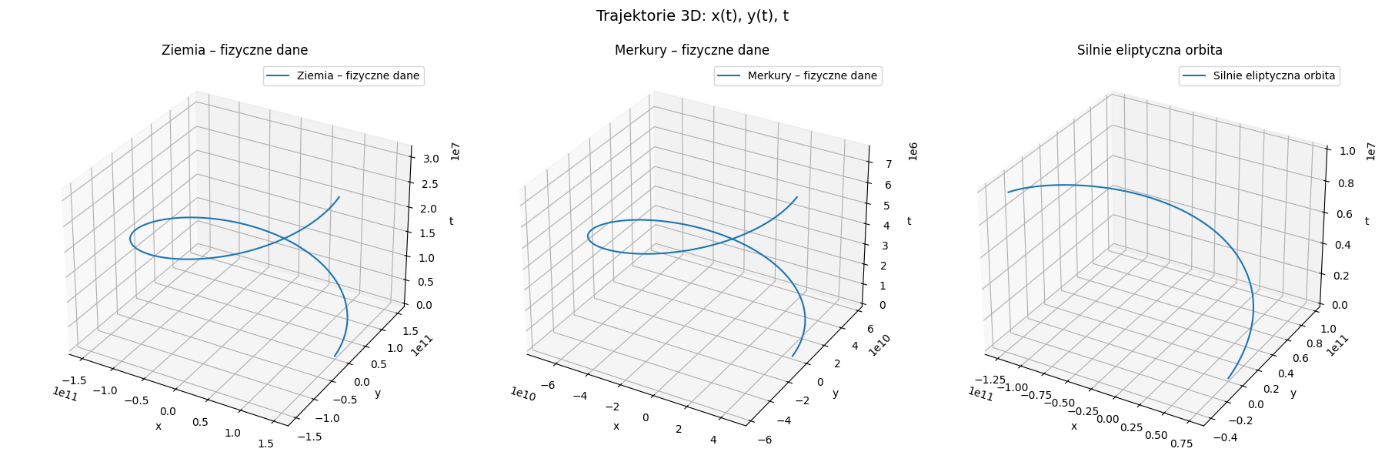
Rysunek 1. Podpis pod rysunkiem

1.2 Układ …



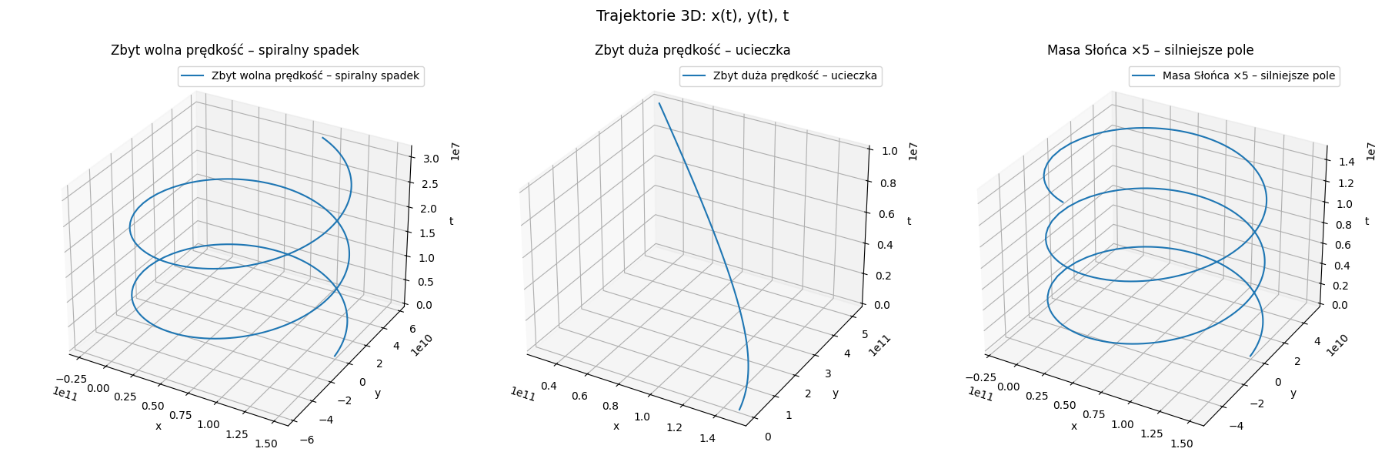
Rysunek 2. Podpis pod rysunkiem

1.3 Układ …



Rysunek 3. Podpis pod rysunkiem

1.4 Układ …



Rysunek 4. Podpis pod rysunkiem

Wnioski do wykresów

Tabela 1. Podpis nad tabelą

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | MAE | MSE |
| Ziemia – Słonce (rzeczywiste) | 1.138815e+08 | 1.599449e+16 |
| Merkury – Słonce (rzeczywiste) | 9.371100e+01 | 1.427395e+04 |
| Merkury – Słonce (nie rzeczywiste) | 7.042044e+01 | 9.461601e+03 |
| Silnie eliptyczna orbita | 9.252485e+10 | 9.827663e+21 |
| Zbyt wolna prędkość | 4.274094e+01 | 3.089281e+03 |
| Masa Słońca ×5 | 9.233533e+10 | 1.003411e+22 |

Wnioski z tabeli

# Wnioski i podsumowanie

Model Keplera spełnia wszystkie wymagania zadania: opisuje zjawisko fizyczne, wykorzystuje układ równań różniczkowych, zawiera rozwiązanie dokładne i numeryczne, analizę błędów oraz bogatą wizualizację.

Parametr A odpowiada za ekscentryczność orbity – im większy, tym bardziej elipsa staje się wydłużona.

Model może być podstawą do dalszych badań np. problemu N ciał lub teorii względności.