

1. [Krysicki-1] Spośród cyfr 1, 2, ..., 9 wylosowano bez zwracania trzy cyfry i ułożono je w kolejności losowania w liczbę trzycyfrową (pierwsza wylosowana cyfra to cyfra setek itd.). Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymana liczba trzycyfrowa jest mniejsza niż 444? Do rozwiązania użyj drzewa stochastycznego oraz zapisz obliczenia w notacji prawdopodobieństwa warunkowego.
2. [ORS] W pewnej 27-osobowej klasie maturalnej 6 uczniów zamierza studiować na WIT. Wybrano losowo 2 osoby z tej klasy. Drzewem stochastycznym oraz notacją prawdopodobieństwa warunkowego, oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że na WIT będą chciały studiować:
 - a) obydwie,
 - b) tylko jedna z nich,
 - c) przynajmniej jedna z nich.
3. [ORS] Test kontroli jakości, mający na celu wykrycie wad w produkcji, został zastosowany do zbadania pojedynczych produktów wylosowanych z dużej wyprodukowanej partii. Wiadomo, że przeciętnie 5% całej produkcji stanowią produkty ze skazami. Ustalono, że jeśli produkt ma skazę, to w 90% test wskazuje, że produkt jest wadliwy (wynik pozytywny) i w 90% test nie wskazuje wadliwości, jeśli produkt jest prawidłowy.
 - a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że produkt rzeczywiście ma skazę, jeśli wynik testu był pozytywny?
 - b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że produkt ma skazę, jeśli zostanie poddany badaniu dwukrotnie i oba wyniki testu będą pozytywne?
4. [Krysicki-1] Na linii łączności nadaje się dwa rodzaje sygnałów w postaci trzech symboli: 111 albo 000 z prawdopodobieństwami 0,65 i 0,35, odpowiednio. Sygnały podlegają losowym zakłóceniom z prawdopodobieństwem 0,2, w rezultacie czego symbol 1 może być odebrany jako 0 a nadany symbol 0 może być odebrany jako 1. Zakładamy, że symbole ulegają zakłóceniom niezależnie.
 - a) Oblicz prawdopodobieństwo, że odebrano sygnał:
 - 111;
 - 000;
 - 010.
 - b) Na wyjściu odebrano sygnał 010. Oblicz prawdopodobieństwo, że nadano go jako sygnał 000.
 - c) Na wyjściu odebrano sygnał 111. Oblicz prawdopodobieństwo, że tak właśnie go nadano.
5. [Sztencel] Rozkład łączny zmiennych losowych (X, Y) jest dyskretny i zadany w tabeli. Opisz rozkład warunkowy zmiennej losowej X pod warunkiem $Y=y$ (dla y z nośnika rozkładu zmiennej losowej Y). Czy X i Y są niezależnymi zmiennymi losowymi?

a)

	$X = -1$	$X = 0$	$X = 1$
$Y = 1$	1/11	3/11	2/11
$Y = 3$	2/11	1/11	2/11

b)

	$X = 0$	$X = 2$	$X = 3$
$Y = -1$	1/4	1/8	1/8
$Y = 1$	1/4	1/8	1/8

6. [Sztencel] Do systemu dociera zestaw X zgłoszeń zgodnie z rozkładem Poissona z parametrem $\lambda > 0$. Każde ze zgłoszeń może zostać przyjęte prawidłowo (z prawdopodobieństwem p) lub z błędem, niezależnie od innych. Niech Y będzie liczbą zgłoszeń prawidłowo przyjętych. Wyznacz rozkład warunkowy Y pod warunkiem $X=n$ oraz rozkład Y .
7. Pokaż, że rozkłady geometryczny i wykładniczy mają własność braku pamięci.

Źródła: [ORS] S. Ostasiewicz, Z. Rusnak, U. Siedlecka, *Statystyka. Elementy teorii i zadania*, wyd. AE, wyd. 6, Wrocław 2006.

[Sztencel] J. Jakubowski, R. Sztencel, *Rachunek prawdopodobieństwa dla (prawie) każdego*, wyd. SCRIPT, Warszawa 2002.

[Krysicki-1] W. Krysicki i in., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Część I. Rachunek prawdopodobieństwa*, wyd. PWN, Warszawa 1999.