

Symulacja komputerowa

Wykład 4: Modelowanie niedeterminizmu w symulacji

Dariusz Gąsior

Katedra Informatyki i Inżynierii Systemów

Plan wykładu (część I)

1. Czym jest niedeterminizm i losowość w systemach.
2. Źródła i typy niedeterminizmu.
3. Matematyczny opis losowości: zmienne losowe i rozkłady.
4. Jak określamy rozkłady – estymacja parametrów.

Pojęcie niedeterminizmu

- ▶ **Determinizm** – stan systemu jednoznacznie określony przez warunki początkowe:

$$x_{t+1} = F(x_t)$$

- ▶ **Niedeterminizm** – dla tych samych warunków początkowych możliwe są różne wyniki:

$$x_{t+1} = F(x_t, z_t)$$

gdzie:

z_t – zakłócenie (efekt nieprzewidziany, czynnik losowy, błąd pomiaru).

Zakłócenia w perspektywie inżynierii systemów

- ▶ **Zakłócenie** – wejście (parametr wejściowy) wpływający na system, na którego wartość nie mamy intencjonalnego wpływu.
- ▶ Może mieć różny charakter:
 1. **losowy** – naturalna zmienność lub fluktuacja.
 - ▶ Przykład: czas reakcji operatora w systemie sterowania zmienia się losowo w granicach 3–5s.
 2. **deterministyczny, ale nieznany** – wartość ustalona, ale nieznana w momencie projektowania lub symulacji.
 - ▶ Przykład: rezistor nominalnie 100Ω , faktycznie 101Ω – producent informuje o dopuszczalnej tolerancji, w praktyce rezistor ma 101Ω .
 3. **zależny od innego podmiotu** – wpływ decyzji zewnętrznych uczestników systemu.
 - ▶ Przykład: działania konkurencyjnego operatora w systemie logistycznym.

Źródła niedeterminizmu

- ▶ **Naturalna losowość** – zjawiska fizyczne i biologiczne mają wbudowany element przypadkowości, który nie jest skutkiem niewiedzy, lecz natury procesów.
 - ▶ Przykład: liczba cząsteczek promieniowania beta zarejestrowanych w jednostce czasu w liczniku Geigera – zmienia się losowo zgodnie z rozkładem Poissona.
- ▶ **Niepełna wiedza** o stanie lub parametrach systemu – część parametrów jest znana tylko przybliżenie, albo nie możemy ich obserwować w czasie rzeczywistym.
 - ▶ Przykład: dokładna temperatura rdzenia procesora nie jest mierzona bezpośrednio; znamy jedynie odczyt z czujnika w pobliżu, obarczony błędem ± 2 °C.
- ▶ **Agregacja i uproszczenia modelu** – w modelu symulacyjnym zastępujemy złożone zjawiska prostszymi przybliżeniami, przez co wprowadzamy niepewność strukturalną.
 - ▶ Przykład: model ruchu pojazdu uwzględnia tylko prędkość średnią zamiast pełnej trajektorii i przyspieszeń chwilowych.
- ▶ **Błędy pomiarowe i numeryczne** – wynikają z ograniczeń przyrządów pomiarowych lub z niedoskonałości obliczeń komputerowych (zaokrąglenia, dyskretyzacja).
 - ▶ Przykład: na termometrze rtęciowym odczytano 37 °C, choć rzeczywista temperatura wynosiła 37,1 °C – błąd wynikał z kąta obserwacji i skali podziałki.

Matematyczny opis niedeterminizmu

1. **Opis probabilistyczny** – gdy zakłócenie ma charakter losowy.
 - ▶ Zakłócenie modelowane jest zmienną losową Z o znanym (lub estymowanym) rozkładzie $F_Z(z)$.
 - ▶ Przykład: czas oczekiwania klienta w kolejce ma rozkład wykładniczy z parametrem λ .
2. **Opisy nieprobabilistyczne** – gdy brak danych statystycznych, ale dostępna jest wiedza ekspercka lub przedziały niepewności.
 - ▶ Stosuje się m.in. *zbiory rozmyte*, *zmienne przedziałowe*, *logiki niepewne*.
 - ▶ Przykład: temperatura oceniana jako „wysoka” w przedziale 35–38 °C zamiast konkretnej wartości.
3. **Modelowanie decyzji innych podmiotów** – gdy zakłócenie wynika z działań innych uczestników systemu.
 - ▶ Opis przez **teorię gier**.
 - ▶ Przypadek skrajny: *gry przeciwko naturze* (ang. *games against nature*), gdzie „natura” reprezentuje nieprzewidywalne środowisko.

Jak opisujemy losowość w praktyce

- ▶ Wybieramy rodzinę rozkładów $P(Z; \theta)$ z parametrami θ ,
- ▶ Następnie określamy parametry na podstawie danych lub wiedzy eksperckiej.

Jak opisujemy losowość w praktyce

- ▶ Wybieramy rodzinę rozkładów $P(Z; \theta)$ z parametrami θ ,
- ▶ Następnie określamy parametry na podstawie danych lub wiedzy eksperckiej.

Dwa podejścia:

1. **Parametryczne** – zakładamy konkretny typ rozkładu (np. normalny, wykładniczy).
2. **Nieparametryczne** – nie zakładamy formy rozkładu, szacujemy go bezpośrednio z danych.

Estymacja parametryczna

- ▶ Dane: próbka z_1, z_2, \dots, z_n .
- ▶ Zakładamy: $Z \sim P(Z; \theta)$.
- ▶ Estymator parametru $\hat{\theta}$ wyznaczamy metodami:
 - ▶ największej wiarygodności (MLE),
 - ▶ momentów,
 - ▶ bayesowskimi.

Estymacja parametryczna

- ▶ Dane: próbka z_1, z_2, \dots, z_n .
- ▶ Zakładamy: $Z \sim P(Z; \theta)$.
- ▶ Estymator parametru $\hat{\theta}$ wyznaczamy metodami:
 - ▶ największej wiarygodności (MLE),
 - ▶ momentów,
 - ▶ bayesowskimi.

Przykład:

Dla $Z \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$:

$$\hat{\mu} = \bar{z}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum (z_i - \bar{z})^2$$

Estymacja nieparametryczna

- ▶ Nie zakładamy żadnej konkretnej postaci rozkładu.
- ▶ Estymujemy gęstość $f(z)$ bezpośrednio z danych.

Estymacja nieparametryczna

- ▶ Nie zakładamy żadnej konkretnej postaci rozkładu.
- ▶ Estymujemy gęstość $f(z)$ bezpośrednio z danych.

Przykłady:

- ▶ Histogram – najprostsza aproksymacja gęstości.
- ▶ Estymator jądrowy:

$$\hat{f}(z) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{z - z_i}{h}\right)$$

gdzie K – funkcja jądra, h – szerokość okna.

— Koniec części I —