



1. Paradoja de EPR

Si tenemos dos partículas entrelazadas, sabemos que al medir una de ellas, se definirá en un estado, y por tanto, la otra también lo hará. El problema con esto, es que, aparentemente, tenemos dos eventos directamente relacionados, ocurriendo al mismo tiempo, lo que parece una contradicción a la Relatividad.

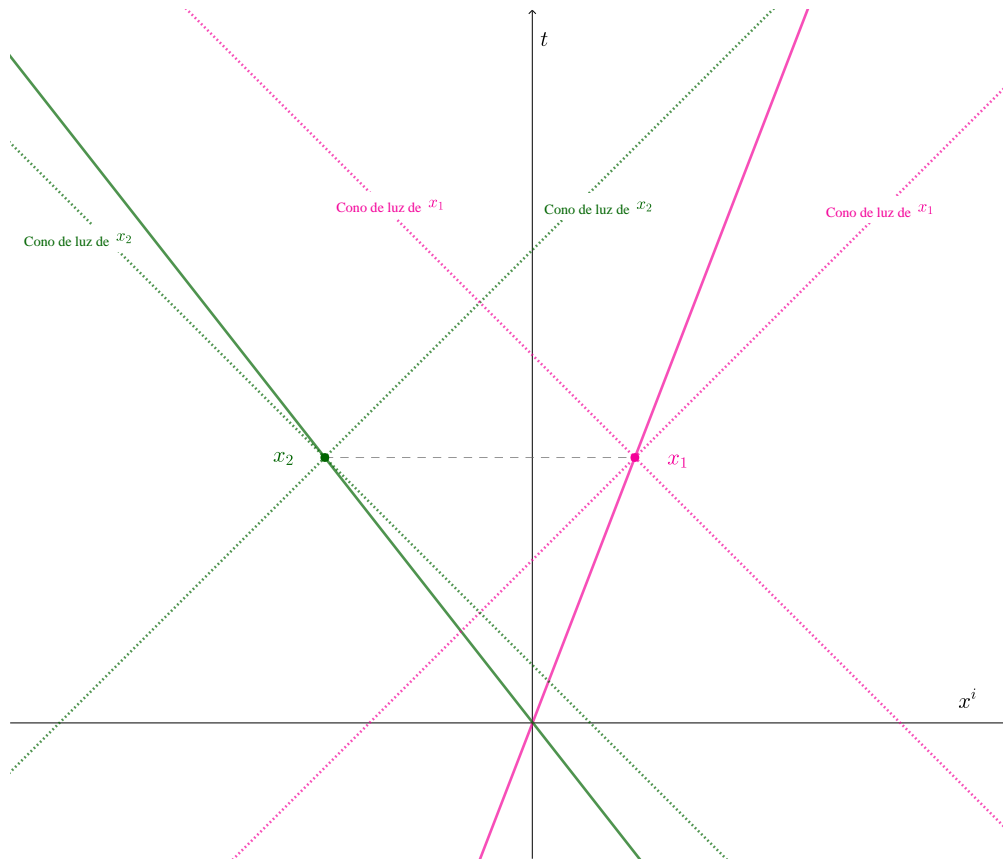


Figura 1: Diagrama de Minkowski

Veamos este planteamiento con más rigurosidad matemática:

Sean \mathbf{x}_1 y \mathbf{x}_2 , dos partículas observadas por un mismo observador en un sistema inercial, que se entrelazan en $t = 0$ y luego se alejan a velocidades \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 respectivamente. Entonces tenemos:

$$\mathbf{x}_1 = (x_1^0, x_1^1, x_1^2, x_1^3)$$

$$\mathbf{x}_2 = (x_2^0, x_2^1, x_2^2, x_2^3)$$

Pero, al ser observados por un mismo observador, partiendo de un mismo evento, entonces: $x_1^0 = x_2^0 = t$:

$$\mathbf{x}_1 = (t, x_1^1, x_1^2, x_1^3)$$

$$\mathbf{x}_2 = (t, x_2^1, x_2^2, x_2^3)$$

Y suponiendo una velocidad constante, entonces $x_n^i = tv_n^i$:

$$\mathbf{x}_1 = (t, tv_1^1, tv_1^2, tv_1^3) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_2 = (t, tv_2^1, tv_2^2, tv_2^3) \quad (2)$$

Calculemos entonces Δx^α

$$\begin{aligned} \Delta x^\alpha &:= (x_2^\alpha - x_1^\alpha) \\ \Delta x^0 &= (t - t) = 0 \\ \Delta x^i &= (x_2^i - x_1^i) \\ &= (tv_2^i - tv_1^i) \\ &= t(v_2^i - v_1^i) \\ &= t\Delta v^i \end{aligned}$$

Calculemos ahora Δs^2

$$\begin{aligned} \Delta s^2 &:= -\eta_{\alpha\beta} \Delta x^\alpha \Delta x^\beta \\ &= -\eta_{00} (\Delta x^0)^2 - \cancel{\eta_{ij}}^{\delta_{ij}} (\Delta x^i \Delta x^j) \\ &= 0 - \delta_{ij} (\Delta x^i \Delta x^j) \\ &= \sum_{i=1}^3 -(\Delta x^i)^2 \\ &= -t^2 \sum_{i=1}^3 (\Delta v^i)^2 \\ &= -t^2 \left[(\Delta v^1)^2 + (\Delta v^2)^2 + (\Delta v^3)^2 \right] \\ &\leq 0 \end{aligned}$$

El caso de la igualdad solo se da en $t = 0$ o si las velocidades de ambas partículas son las mismas, de modo que $\Delta v^i = 0 \quad \forall i \in [1, 3]$

Y por tanto, en el caso que las velocidades sean distintas, la métrica de Minkowski es menor a cero, es decir, los eventos x_1 y x_2 no tienen una relación causal. Y al estar correlacionados, esto es una aparente violación de la teoría de la Relatividad.