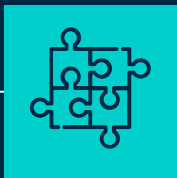


Data structure: Heap

자람 38기 정성우

목차



01

Heap이란?

Heap의 ADT
Heap의 특징
min/max heap



02

Heap의
삽입/삭제

Upheap
Downheap



03

Heap의 구현과
활용

구현 방법
활용 예

Heap이란?

Heap의 ADT
Heap의 특징
min/max heap

01

Heap이란?

ADT(Abstract Data Type)의 정의

컴퓨터 과학에서 자료들과
그 자료들에 대한 연산들을 명기한 것.

구현 방법을 명시하지 않음.
이는 프로그래머의 몫.



Heap이란?

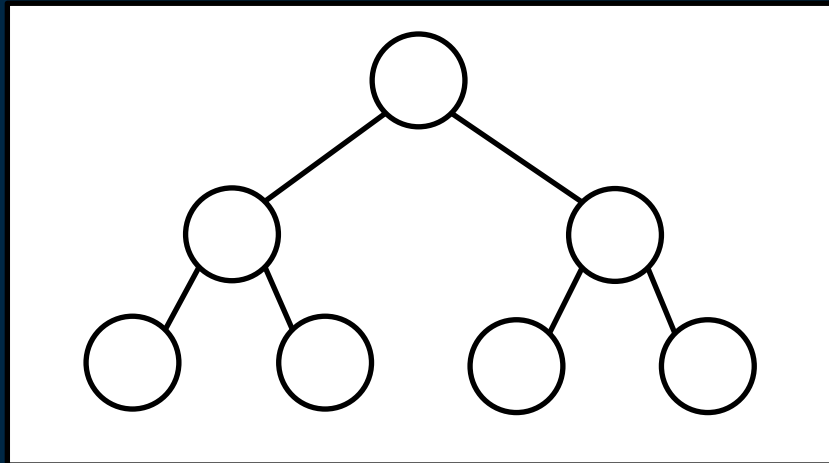
Structural property:

완전 이진 트리(Complete Binary Tree)

Relational property:

Min heap: 자식 노드의 값이 부모
노드의 값보다 크거나 같아야함

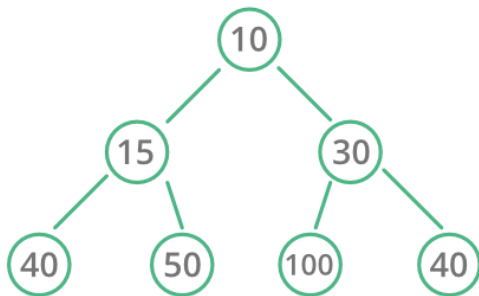
Max heap: 자식 노드의 값이 부모
노드의 값보다 작거나 같아야함



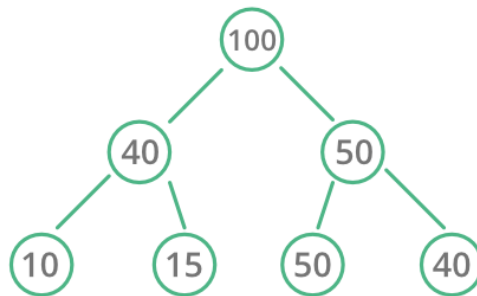
$$\text{Height} \leq O(\log n)$$

Heap이란?

Heap Data Structure



Min Heap



Max Heap

Heap의 삽입/삭제

Upheap
Downheap

02

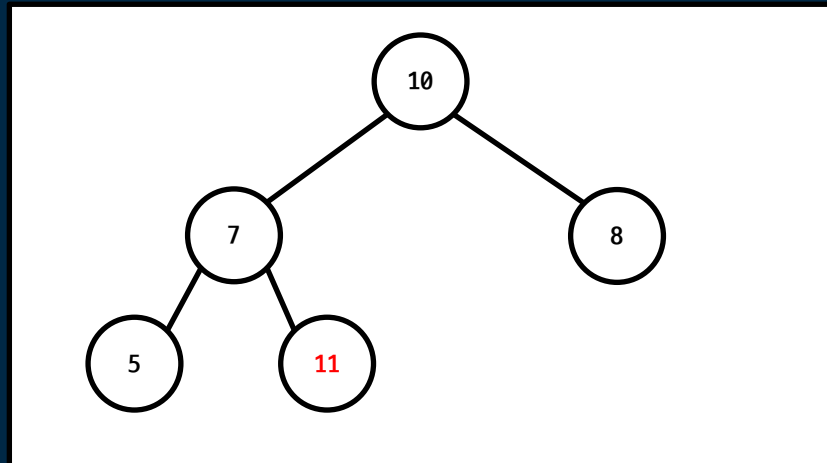
Heap의 삽입

Structural property:

삽입시 반드시 Complete binary tree를 유지하며 삽입해야함

Relational property:

Structural property를 유지하기 위한 삽입에 따라 Relational property가 깨짐

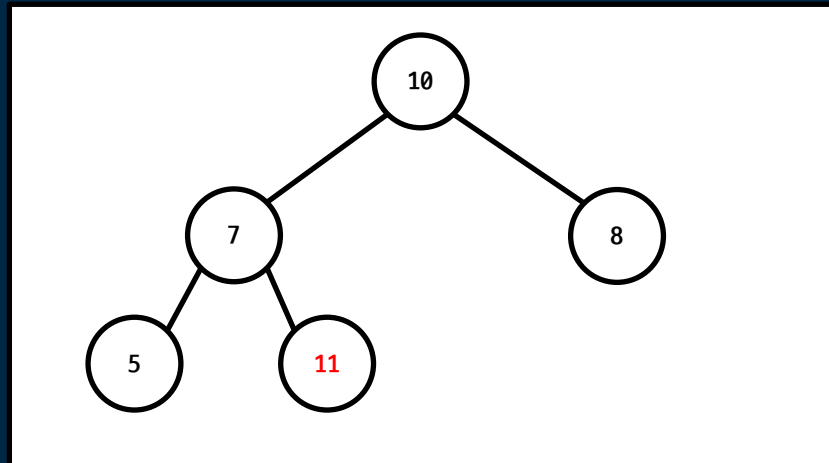


Heap의 삽입

Upheap 연산

삽입 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

삽입된 노드로부터 출발하여 부모
노드의 값과 재귀적으로 비교하여
min heap: 부모가 더 크면 바꾸기
max heap: 부모가 더 작으면 바꾸기
Relational property를
회복시켜주어야함

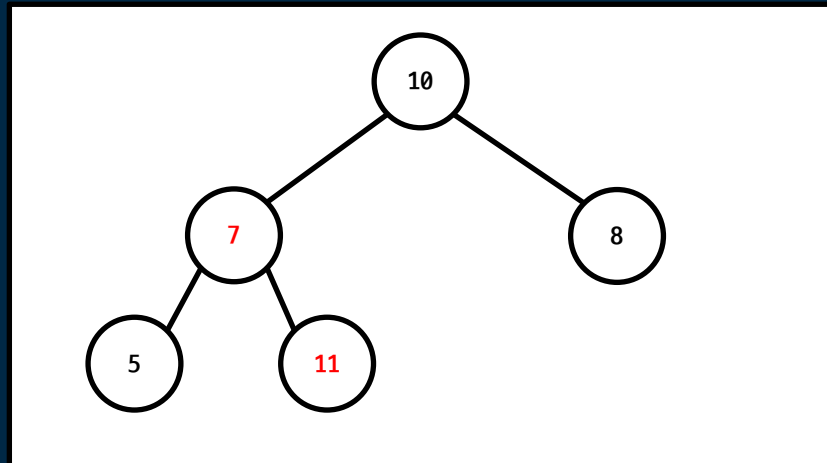


Heap의 삽입

Upheap 연산

삽입 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

삽입된 노드로부터 출발하여 부모
노드의 값과 재귀적으로 비교하여
min heap: 부모가 더 크면 바꾸기
max heap: 부모가 더 작으면 바꾸기
Relational property를
회복시켜주어야함

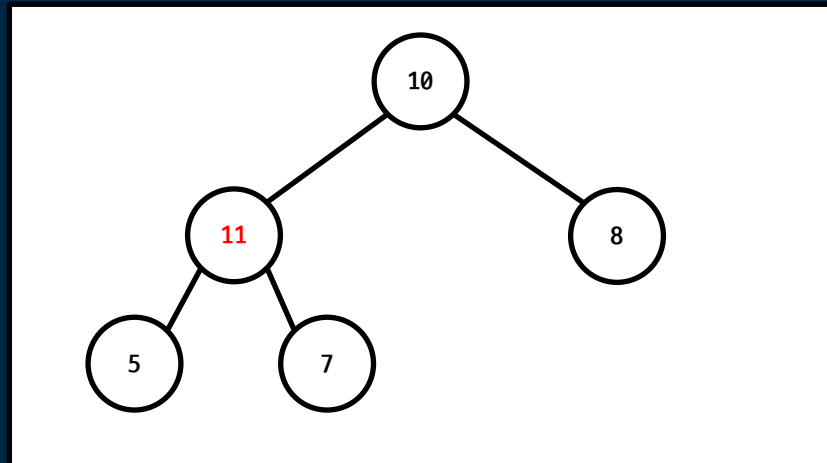


Heap의 삽입

Upheap 연산

삽입 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

삽입된 노드로부터 출발하여 부모
노드의 값과 재귀적으로 비교하여
min heap: 부모가 더 크면 바꾸기
max heap: 부모가 더 작으면 바꾸기
Relational property를
회복시켜주어야함

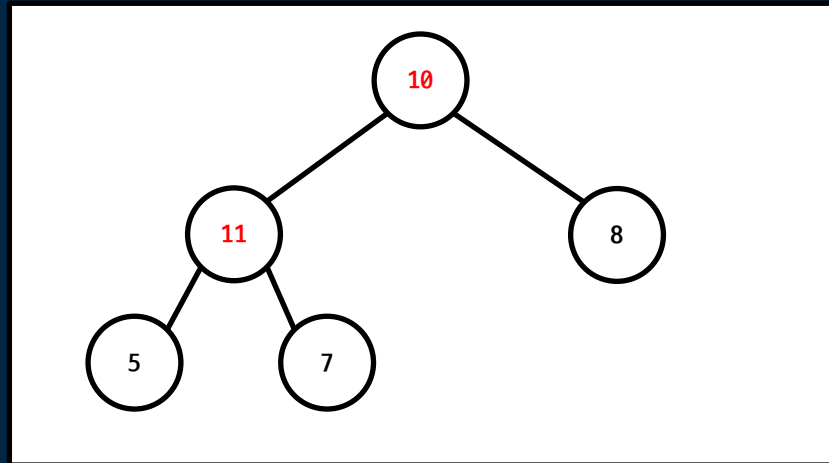


Heap의 삽입

Upheap 연산

삽입 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

삽입된 노드로부터 출발하여 부모
노드의 값과 재귀적으로 비교하여
min heap: 부모가 더 크면 바꾸기
max heap: 부모가 더 작으면 바꾸기
Relational property를
회복시켜주어야함

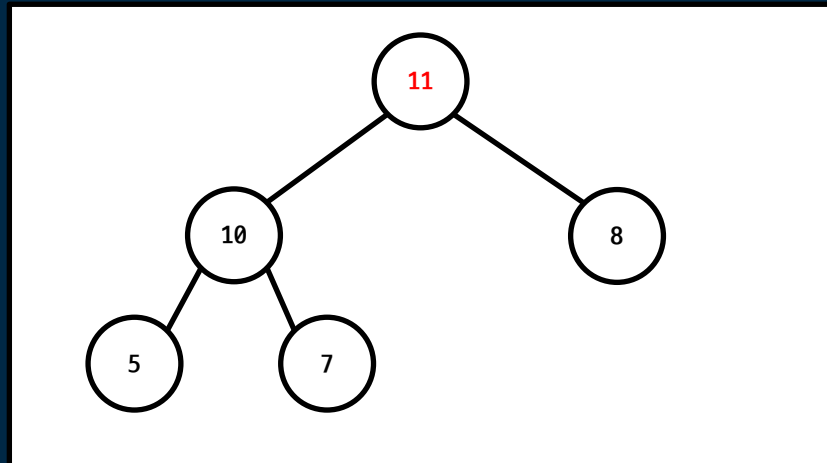


Heap의 삽입

Upheap 연산

삽입 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

삽입된 노드로부터 출발하여 부모
노드의 값과 재귀적으로 비교하여
min heap: 부모가 더 크면 바꾸기
max heap: 부모가 더 작으면 바꾸기
Relational property를
회복시켜주어야함



Running time: $O(\log n)$

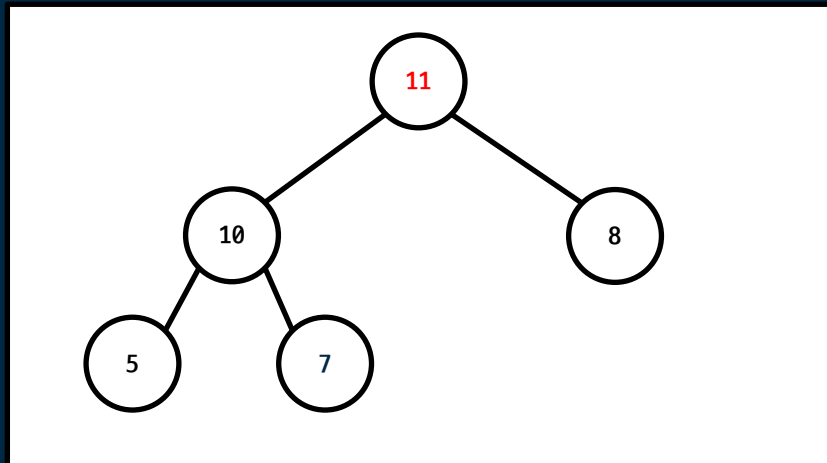
Heap의 삭제

Structural property:

삭제되는 노드 자체는 반드시 Complete binary tree가 유지될 수 있도록 마지막 노드를 삭제해야 함

Relational property:

삭제되는 값 자체는 반드시 루트의 값으로, 그렇기에 실제 삭제되는 노드와 루트의 값을 바꾸고 삭제하여 Relational property가 깨짐



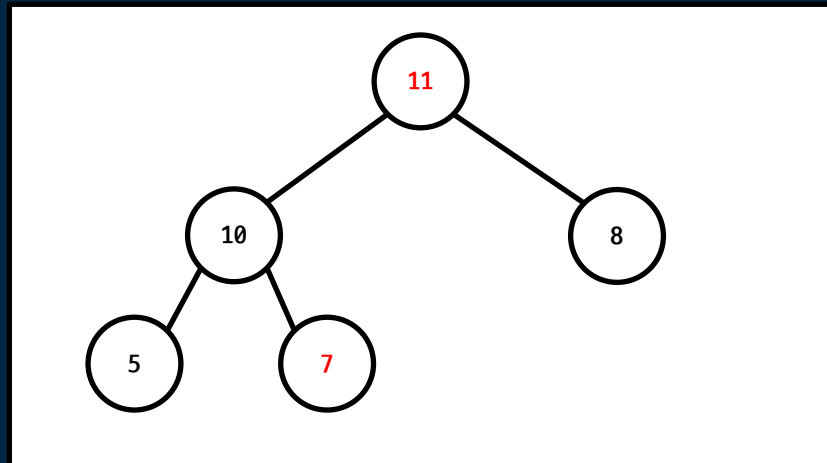
Heap의 삭제

Structural property:

삭제되는 노드 자체는 반드시 Complete binary tree가 유지될 수 있도록 마지막 노드를 삭제해야 함

Relational property:

삭제되는 값 자체는 반드시 루트의 값으로, 그렇기에 실제 삭제되는 노드와 루트의 값을 바꾸고 삭제하여 Relational property가 깨짐



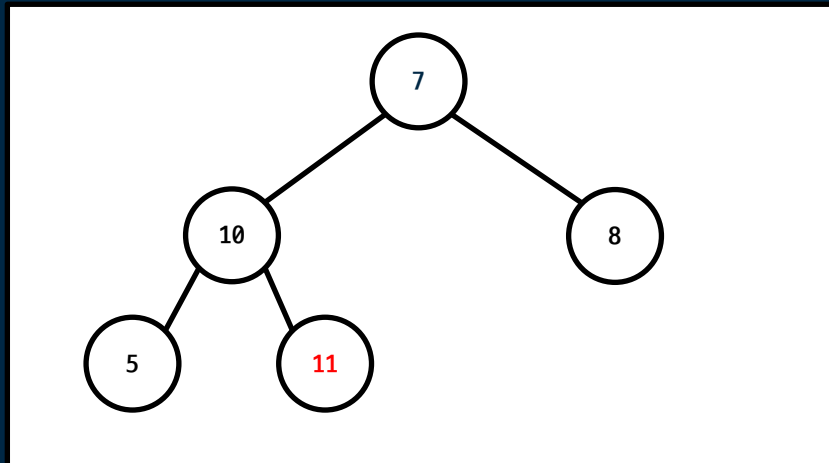
Heap의 삭제

Structural property:

삭제되는 노드 자체는 반드시 Complete binary tree가 유지될 수 있도록 마지막 노드를 삭제해야 함

Relational property:

삭제되는 값 자체는 반드시 루트의 값으로, 그렇기에 실제 삭제되는 노드와 루트의 값을 바꾸고 삭제하여 Relational property가 깨짐



Heap의 삭제

Downheap 연산

삭제 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

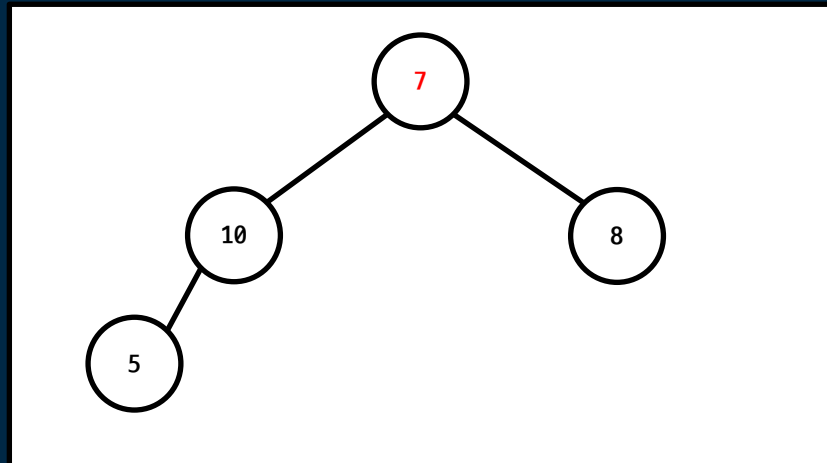
루트 노드로부터 출발하여 두 자식
노드의 값들과 재귀적으로 비교하여

min heap: 가장 작은 자식과 바꾸기

max heap: 가장 큰 자식과 바꾸기

Relational property를

회복시켜주어야함



Heap의 삭제

Downheap 연산

삭제 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

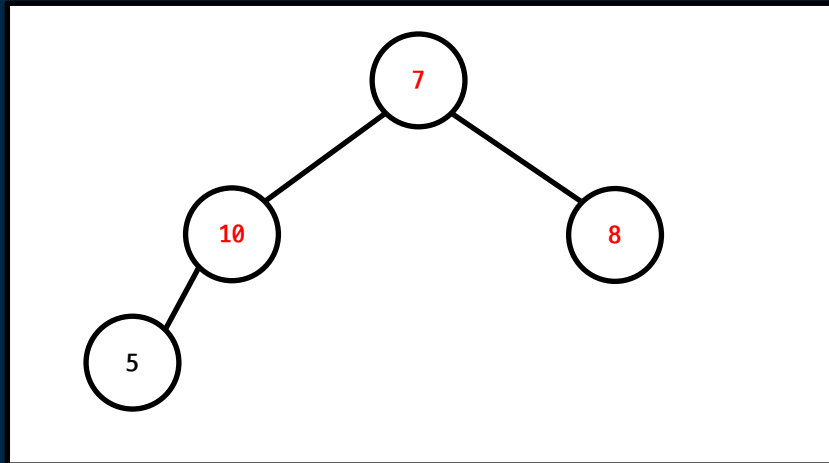
루트 노드로부터 출발하여 두 자식
노드의 값들과 재귀적으로 비교하여

min heap: 가장 작은 자식과 바꾸기

max heap: 가장 큰 자식과 바꾸기

Relational property를

회복시켜주어야함



Heap의 삭제

Downheap 연산

삭제 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

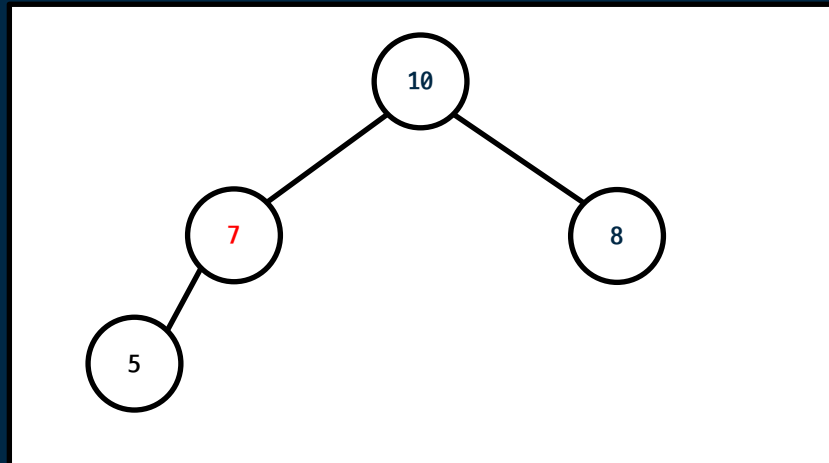
루트 노드로부터 출발하여 두 자식
노드의 값들과 재귀적으로 비교하여

min heap: 가장 작은 자식과 바꾸기

max heap: 가장 큰 자식과 바꾸기

Relational property를

회복시켜주어야함



Heap의 삭제

Downheap 연산

삭제 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

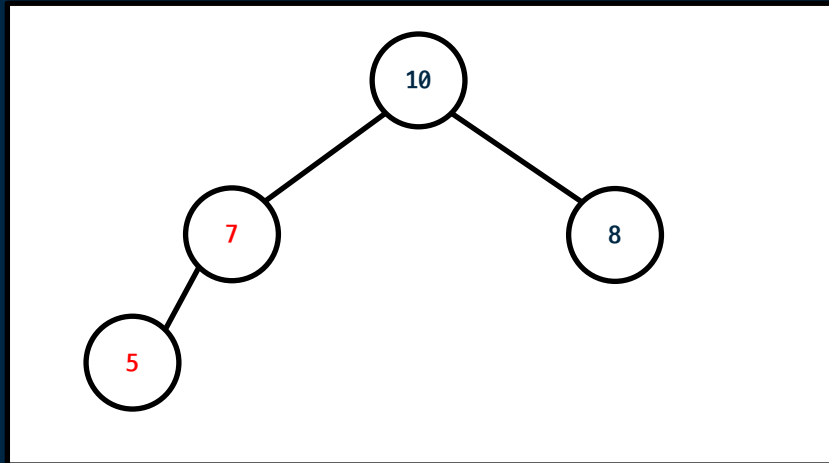
루트 노드로부터 출발하여 두 자식
노드의 값들과 재귀적으로 비교하여

min heap: 가장 작은 자식과 바꾸기

max heap: 가장 큰 자식과 바꾸기

Relational property를

회복시켜주어야함



Heap의 삭제

Downheap 연산

삭제 후 깨진 Relational property를
회복하기 위한 연산

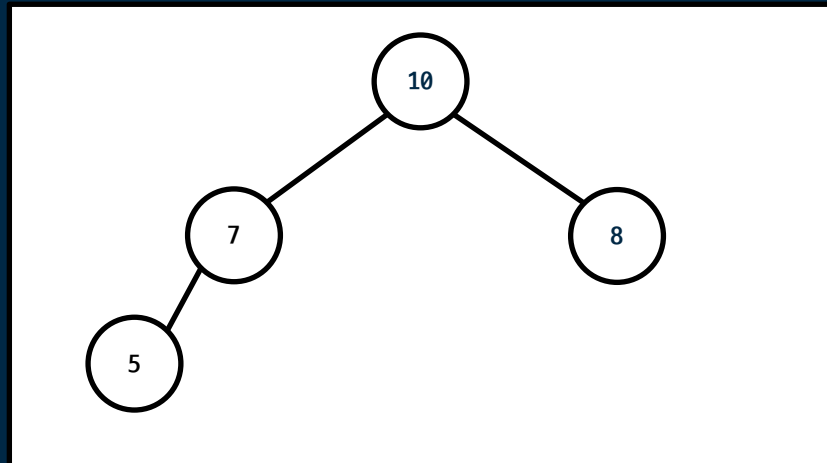
루트 노드로부터 출발하여 두 자식
노드의 값들과 재귀적으로 비교하여

min heap: 가장 작은 자식과 바꾸기

max heap: 가장 큰 자식과 바꾸기

Relational property를

회복시켜주어야함



Running time: $O(\log n)$

Heap의 삭제: Heap 정렬

Heap의 삭제는 반드시 루트에서만 일어난다.

즉 min heap은 오름차순으로 정렬
max heap은 내림차순으로 정렬됨

즉 Heap안의 모든 값을 정렬하기 위한 Running time은
일단 Heap에 값을 넣기 위한 삽입 연산($O(\log n)$) n 번
수행 후 삭제 연산($O(\log n)$)을 n 번 수행하므로

Heap 정렬 Running time: $O(2n \log n) = O(n \log n)$

Heap의 구현과 활용

구현 방법
활용 예

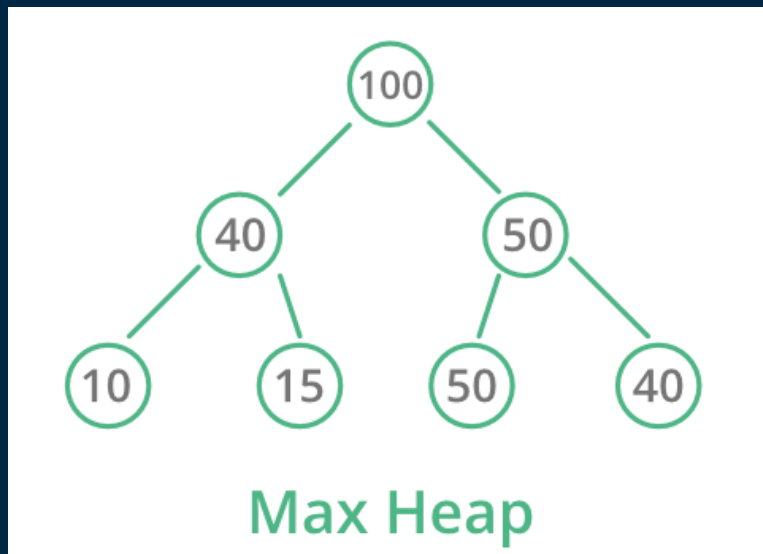
03

Heap의 구현 방법

1. 구조체를 이용한 구현
2. 배열을 이용한 구현



Heap의 구현 방법: 구조체



Complete binary tree를 유지하기 위해
어떤 노드의 자식으로 삽입/삭제 되어야하는지
■ 그 노드의 주소를 어떻게 아는가?

Heap의 구현 방법: 구조체

추가로 알아야할 변수

need_leaf: 포화 이진트리가 되기 위해 필요한 노드 수

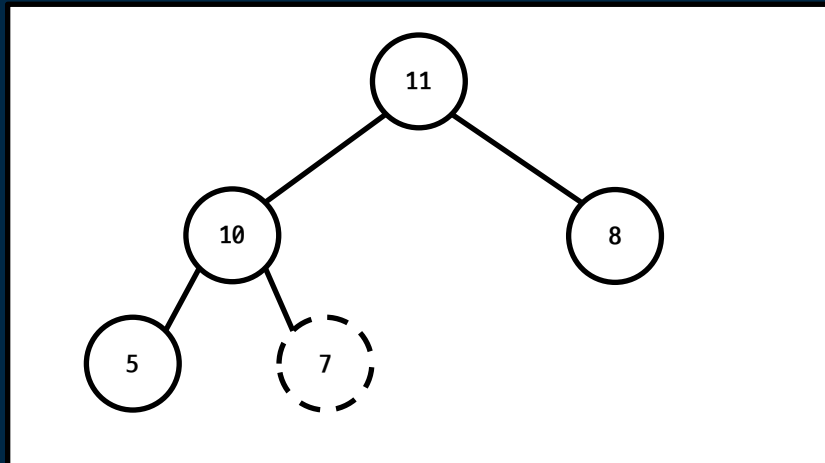
current_leaf: 현재 leaf에 존재하는 노드 수



Heap의 구현 방법: 구조체: 삽입

예시

need_leaf: 4
current_leaf: 1

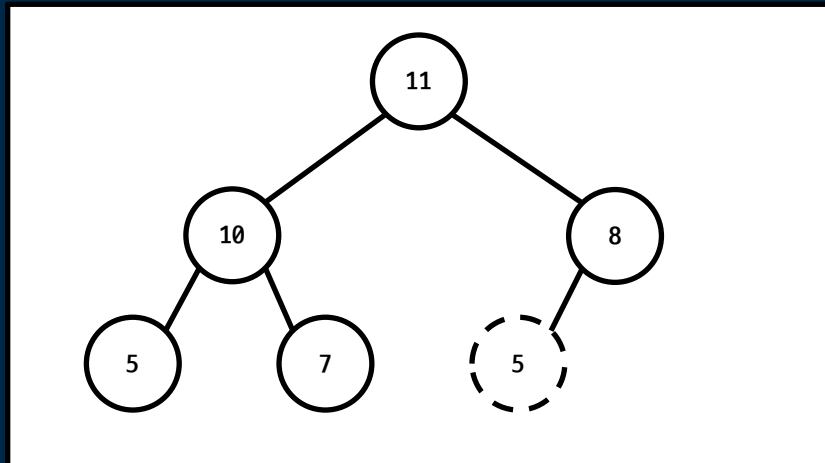


1. $4 / 2 = 2 > 1$ (왼쪽)
2. $2 / 2 = 1 \leq 1$ (오른쪽)

Heap의 구현 방법: 구조체: 삽입

예시

need_leaf: 4
current_leaf: 2

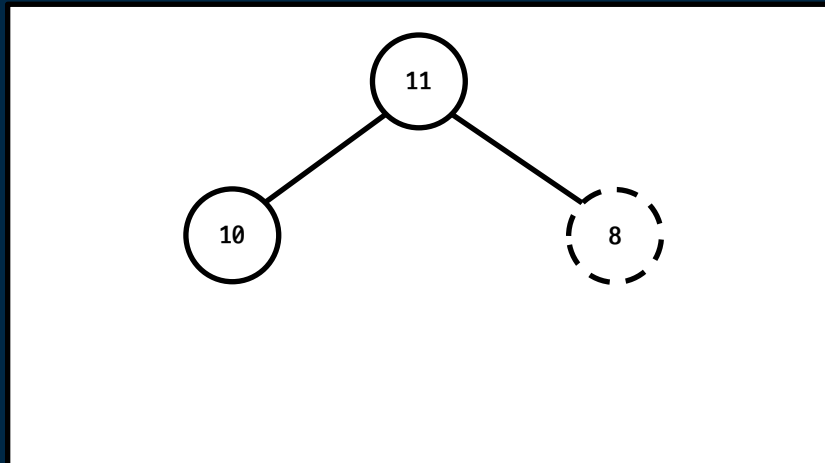


1. $4 / 2 = 2 \leq 2$ (오른쪽)
2. $2 / 2 = 1 > 2 - 2 = 0$ (왼쪽)

Heap의 구현 방법: 구조체: 삽입

예시

need_leaf: 2
current_leaf: 1

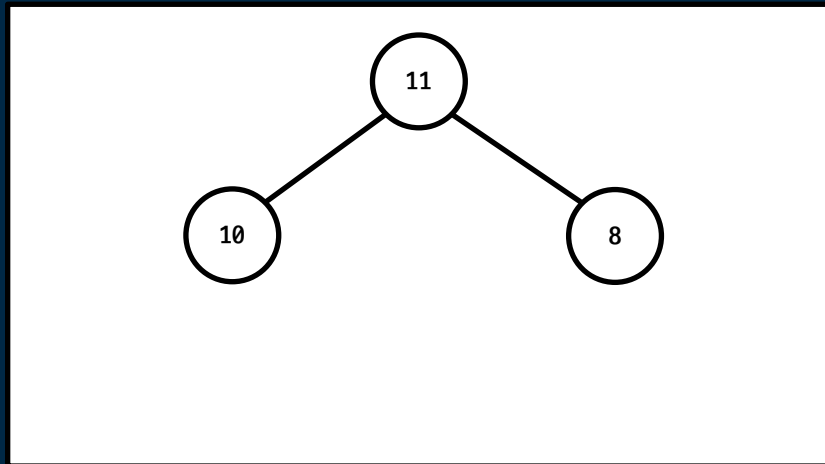


1. $2 / 2 = 1 \leq 1$ (오른쪽)

Heap의 구현 방법: 구조체: 삽입

예시

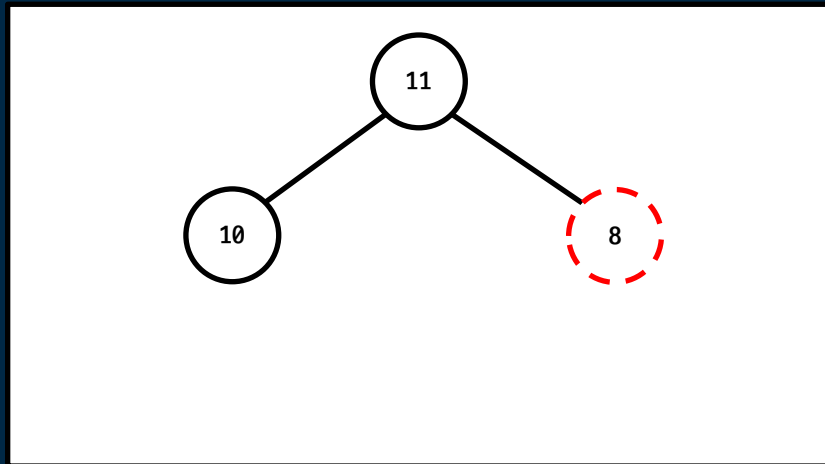
need_leaf: 4
current_leaf: 0



Heap의 구현 방법: 구조체: 삭제

예시

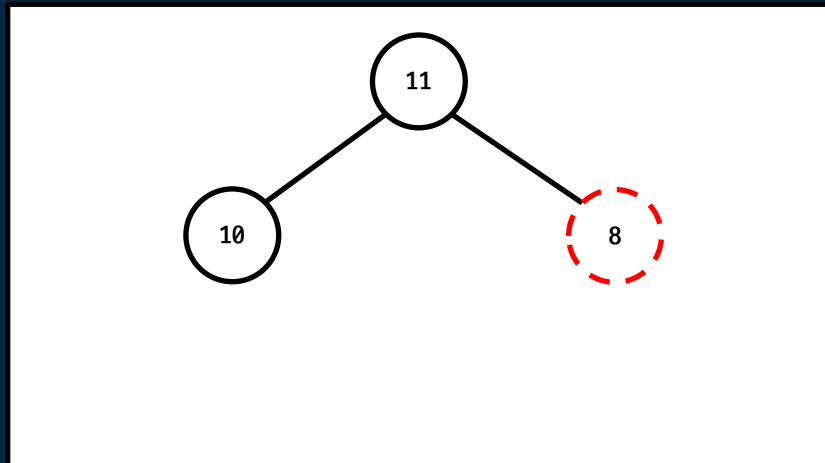
need_leaf: 4
current_leaf: 0



Heap의 구현 방법: 구조체: 삭제

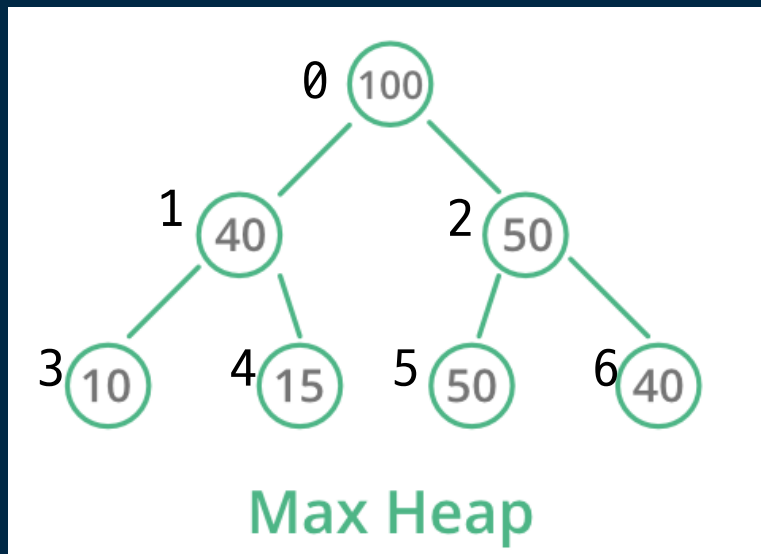
예시

need_leaf: 2
current_leaf: 1



1. $2 / 2 = 1 \leq 1$ (오른쪽)

Heap의 구현 방법: 배열



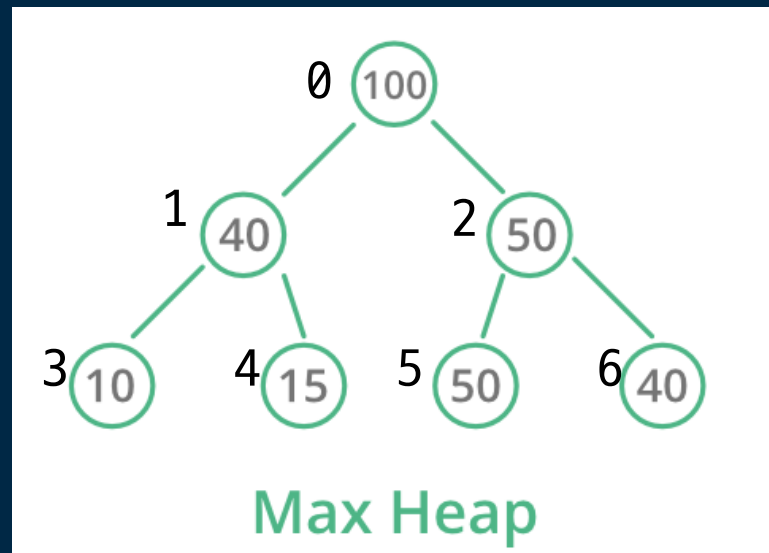
100	40	50	10	15	50	40
-----	----	----	----	----	----	----

Heap의 구현 방법: 배열: upheap

부모로 가기:

현재 index가 홀수일 경우: $\text{index} / 2$

현재 index가 짝수일 경우: $\text{index} / 2 - 1$

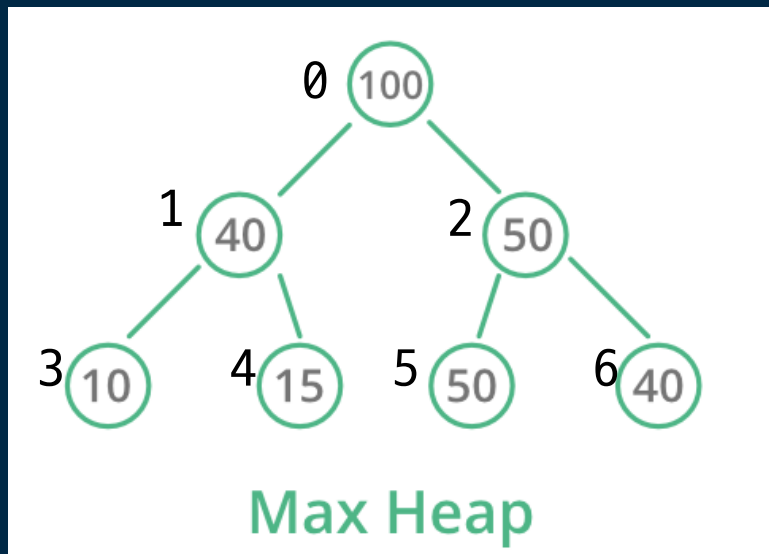


100	40	50	10	15	50	40
-----	----	----	----	----	----	----

Heap의 구현 방법: 배열: downheap

왼쪽 자식으로 가기: $\text{index} * 2 + 1$

오른쪽 자식으로 가기: $\text{index} * 2 + 2$



100	40	50	10	15	50	40
-----	----	----	----	----	----	----

Heap의 활용 및 효율

활용 예:

네트워크 트래픽 제어, 운영체제 작업 스케줄링 등
우선순위가 있는 작업들에 대한 처리시 유용



끝