

# Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC  
Prof. Gonçalo Figueira

AULA 15 – Interacção entre partículas e campos

$$\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z}$$

z(1, 1, 2)

$$g \log(2) = \lambda_g \log(2) + \nu_2(2i\pi)$$

z(1, 3)

z(4)

# Interacção entre partículas e campos

- Força magnética sobre uma carga
- Trajectória de partículas carregadas em campos magnéticos
- Força de Lorentz
- Aplicações

Popovic & Popovic Cap. 12.5

Serway Cap. 29.1, 29.4, 29.5

# Revisão: campo magnético e força magnética

Campo magnético criado por um circuito fechado:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I \vec{dl} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

**Lei de Biot-Savart  
(forma integral)**

Força exercida pelo campo magnético sobre um elemento de corrente  $I \vec{dl}$ :

$$\vec{dF} = I \vec{dl} \times \vec{B}$$

Esta expressão aplica-se a todas as cargas (em movimento) em  $\vec{dl}$ .

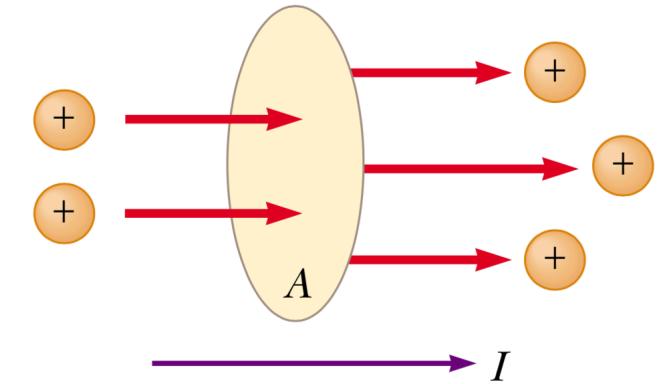
# Revisão: intensidade e densidade de corrente eléctrica

Considere-se uma secção  $A$  de um condutor através do qual flui uma quantidade de carga  $\Delta Q$  num tempo  $\Delta t$ :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

[  $\text{Cs}^{-1} = A$  ]

Intensidade de corrente



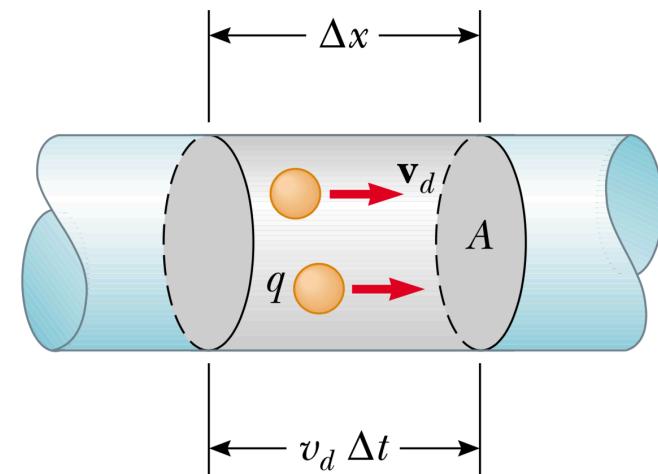
Microscopicamente, a carga total num volume  $A\Delta x$  é

$$\Delta Q = n \times A \Delta x \times q = n \times A v_d \Delta t \times q$$

( $n$  = cargas / unidade de volume). Define-se:

$$\vec{J} \equiv \frac{I}{A} = \frac{1}{A} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nq \frac{\Delta x}{\Delta t} = nq \vec{v}_d \quad [ \text{Am}^{-2} ]$$

Densidade de corrente



# Força magnética sobre uma carga em movimento

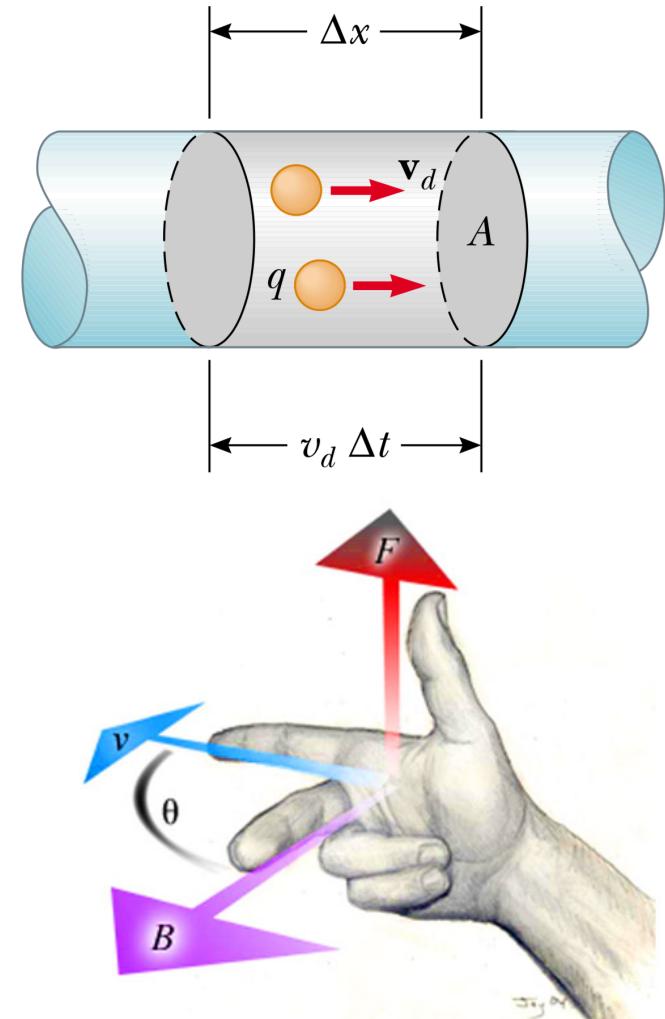
Supondo que o elemento de corrente tem uma secção  $A$

$$I\vec{dl} = JA\vec{dl} = (nq\vec{v}_d)Adl$$

Como  $Adl$  é o volume do elemento de corrente,  $(Adl)n = N$  é o número de cargas  $q$  e  $Q = Nq$  a carga total. Assim,

$$I\vec{dl} = Q\vec{v} \quad \rightarrow \quad \vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

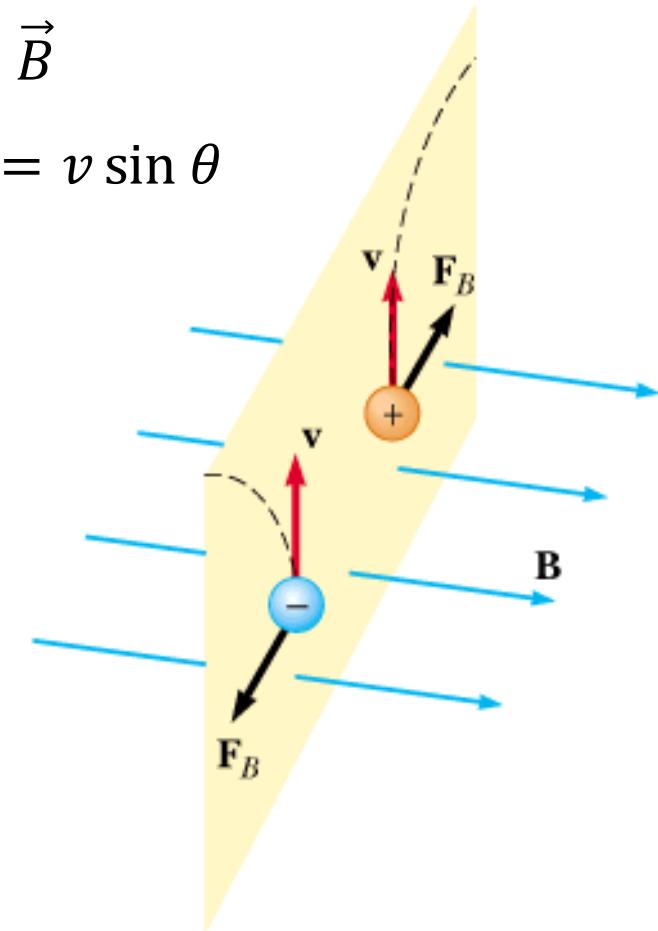
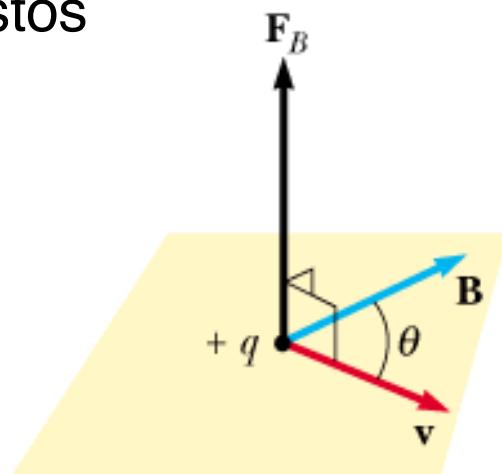
**Força magnética sobre uma carga  $Q$  com velocidade  $\vec{v}$**



Regra da mão direita para a força magnética numa carga

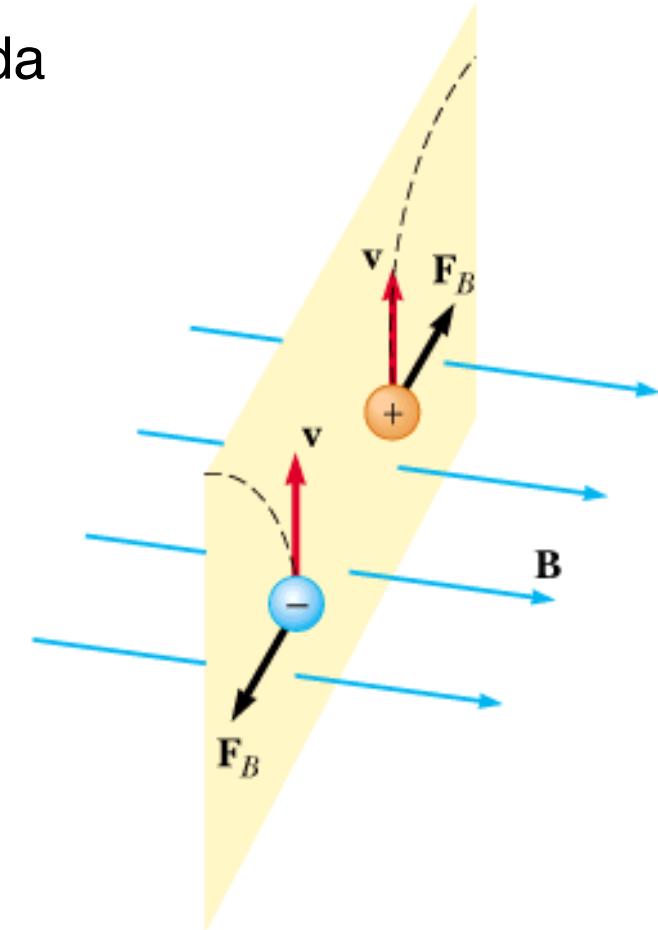
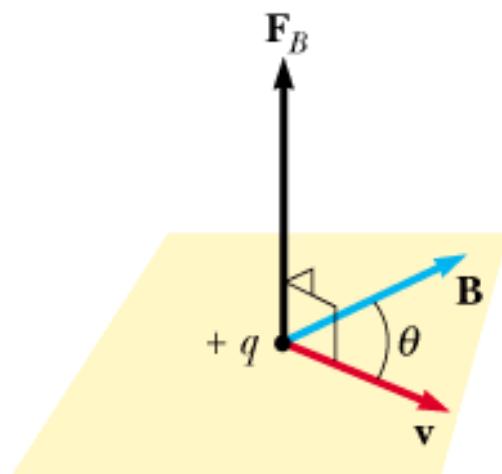
# Propriedades da força magnética

- A direcção da força é perpendicular ao plano definido por  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$
- $|\vec{F}_m| = qvB \sin \theta$ : é máxima se  $\vec{v} \perp \vec{B}$  e é nula se  $\vec{v} \parallel \vec{B}$
- Também se pode escrever  $|\vec{F}_m| = qv_{\perp}B$  em que  $v_{\perp} = v \sin \theta$   
ou  $|\vec{F}_m| = qvB_{\perp}$  em que  $B_{\perp} = B \sin \theta$
- Com cargas de sinal oposto mas  $\vec{v}$  igual, actua em sentidos opostos



# Propriedades da força magnética

- Como  $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ , não afecta o **módulo** da velocidade, apenas a sua **direcção**
- À medida que  $\vec{v}$  muda de direcção,  $\vec{F}_m$  também muda
- O trabalho  $W_m = \int \vec{F}_m \cdot d\vec{l}$  é nulo:  
$$\int q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int q \left( \frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} \right) \cdot d\vec{l} = 0$$



# Trajectória de uma carga num campo magnético

Como  $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ , desempenha o papel de força centrípeta: a carga tem uma **trajectória circular**.

$$F_c \equiv \frac{mv^2}{r} = qvB_{\perp}$$

$$r = \frac{mv}{qB_{\perp}}$$

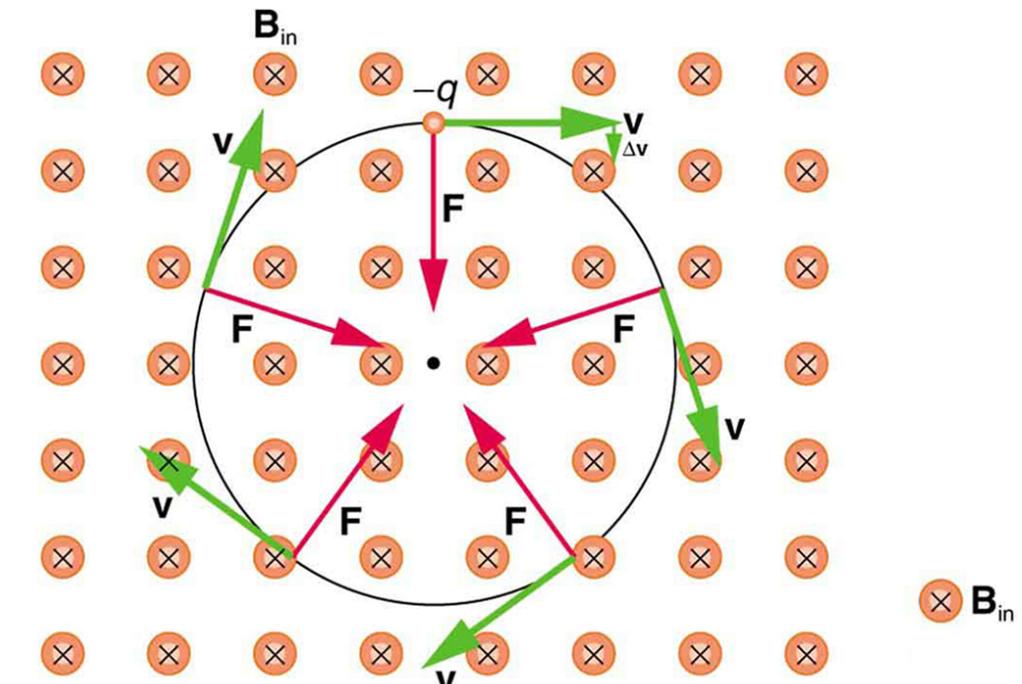
Raio

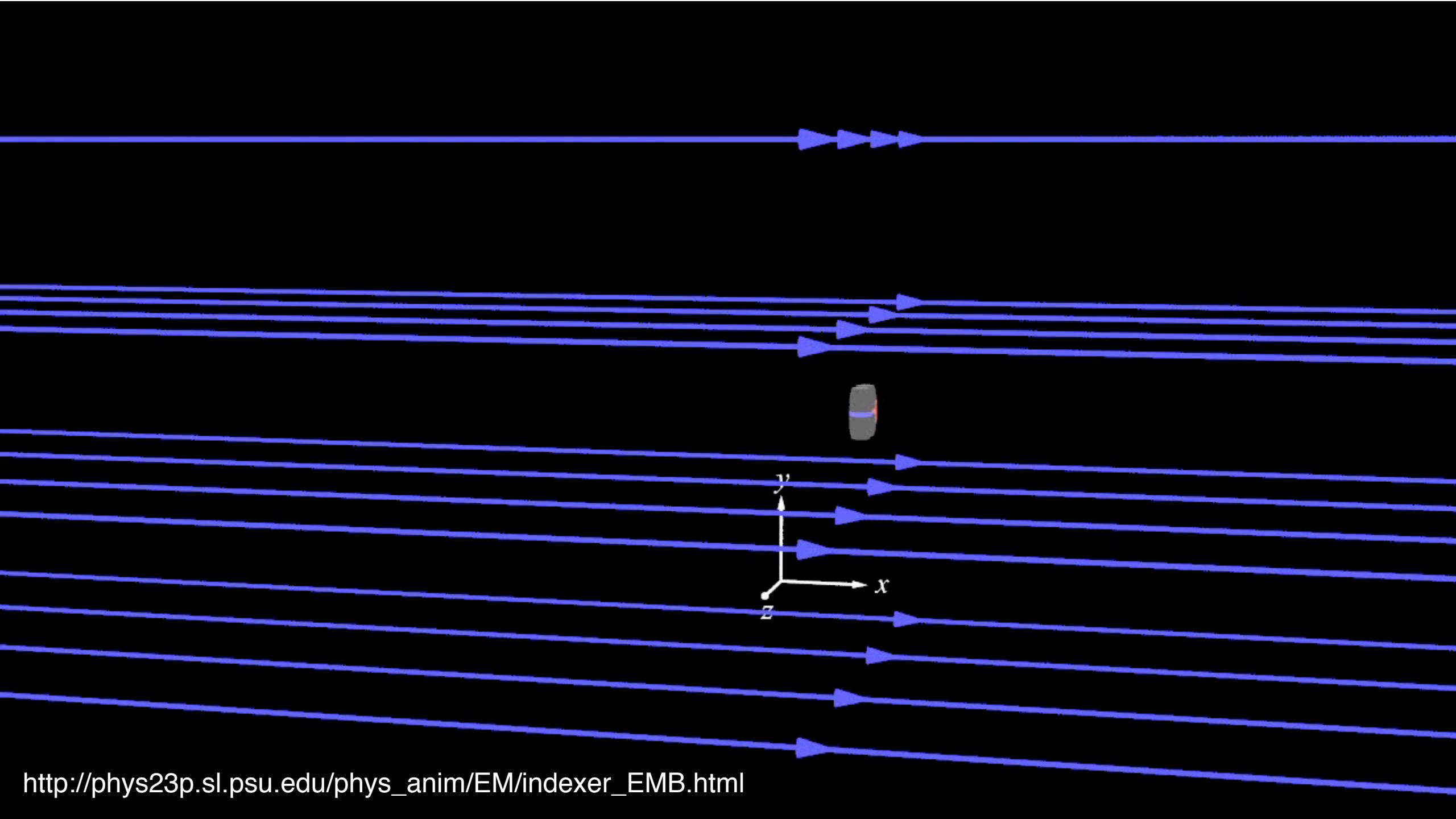
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB_{\perp}}$$

Período

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB_{\perp}}{m}$$

Frequência ciclotrónica

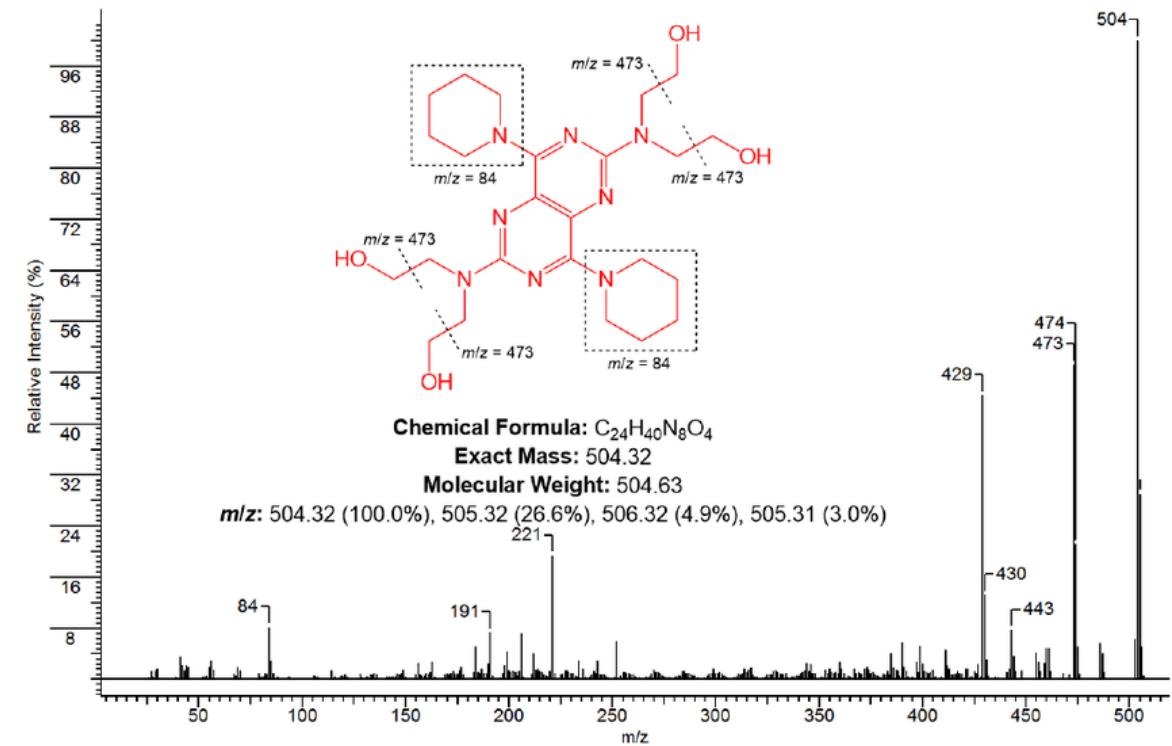
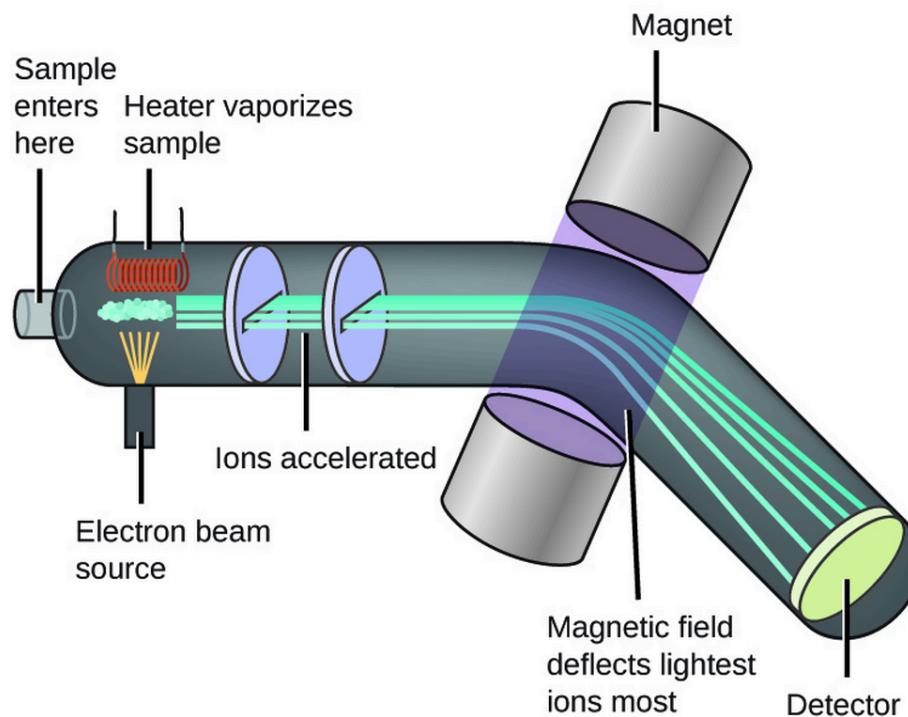


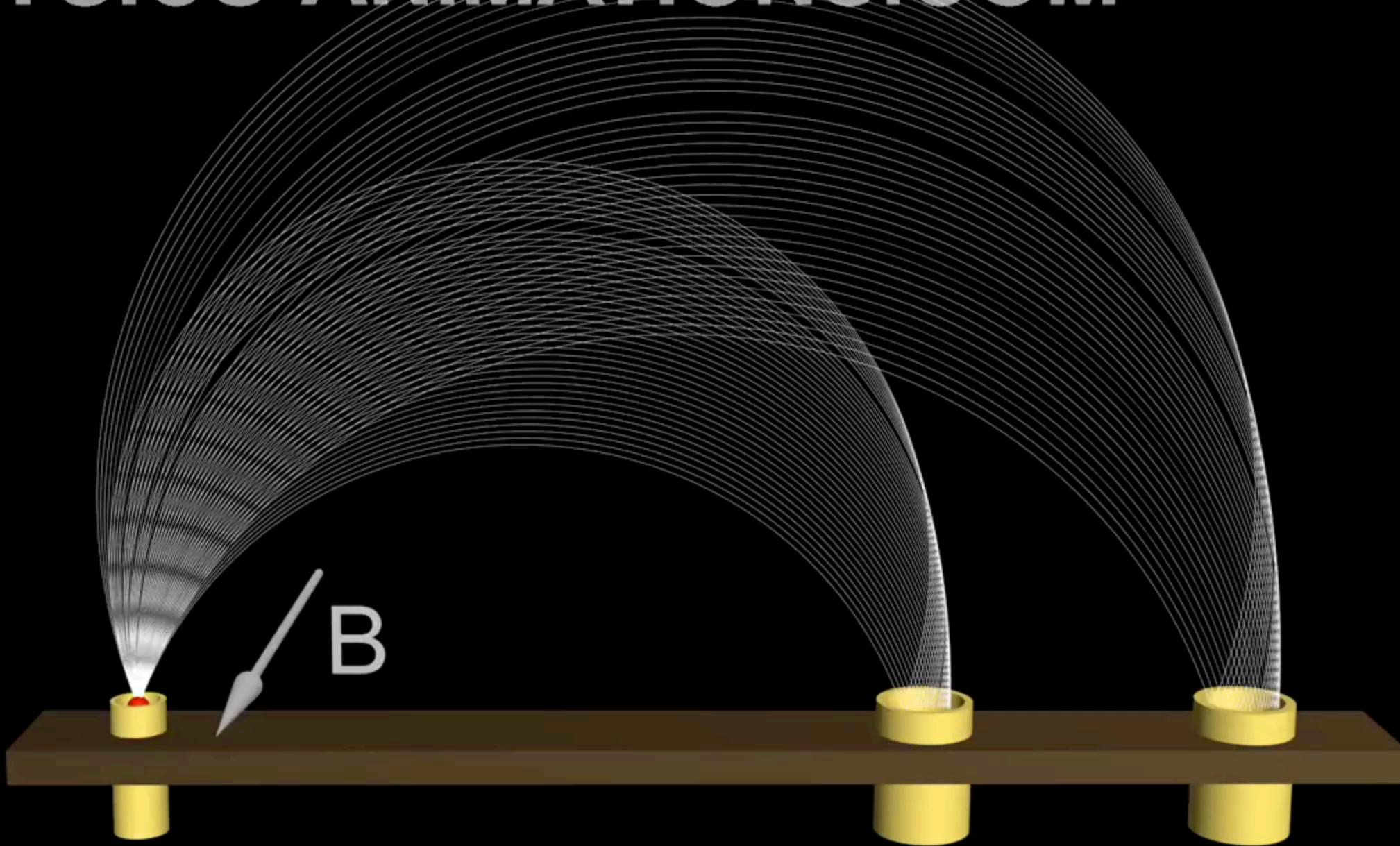


<https://youtu.be/RDdPuL-uOQc>

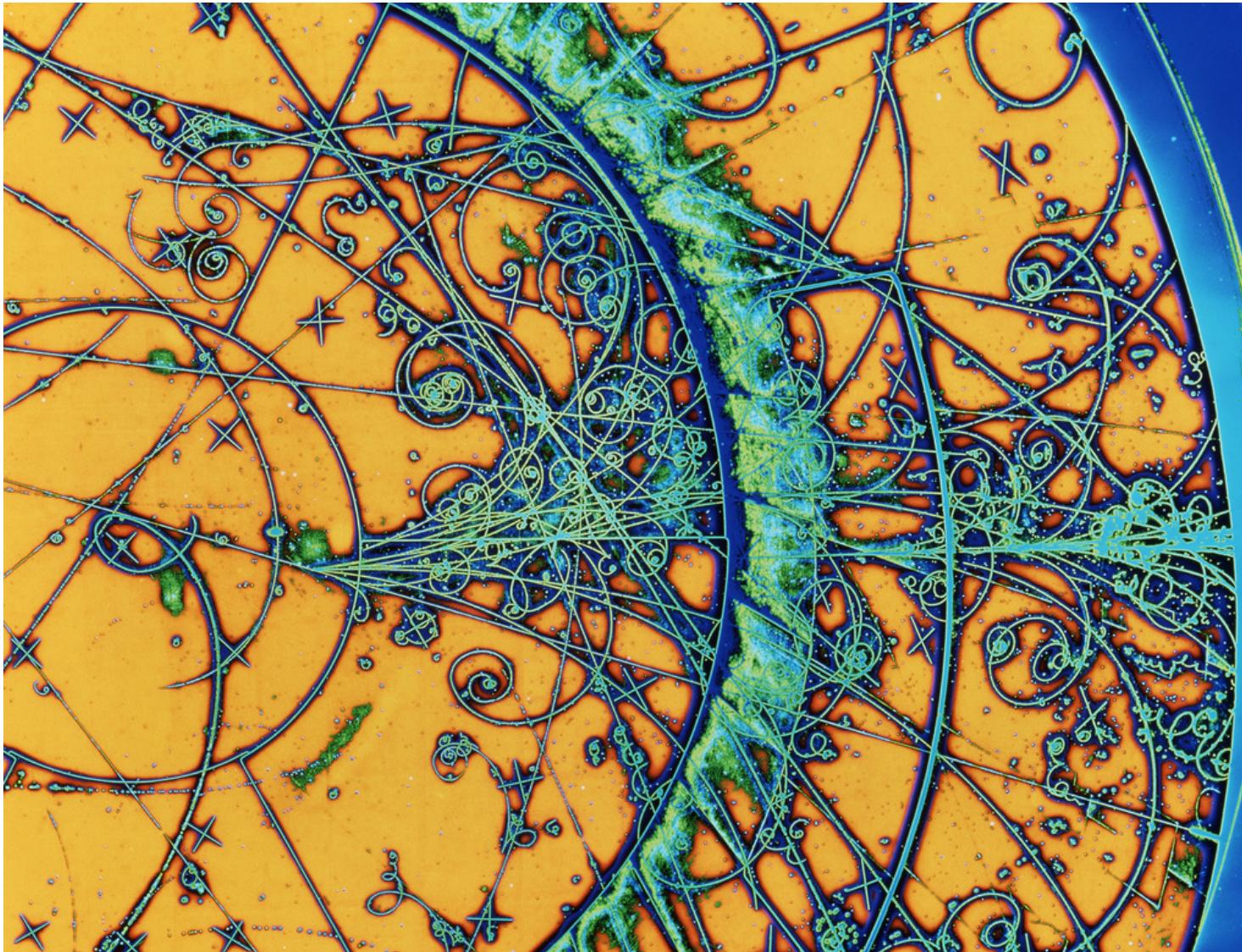
# Aplicações – espectrometria de massa

Os iões da amostra são acelerados (velocidade  $v$ ) e deflectidos (campo  $B$ ). O raio  $R$  da trajectória depende da massa  $m$ , separando diferentes elementos e isótopos de acordo com a razão  $m/q$ .





# Aplicação: detecção de partículas



# Força de Lorentz

Ao juntar a força eléctrica  $F_e$  e a força magnética  $F_m$ :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

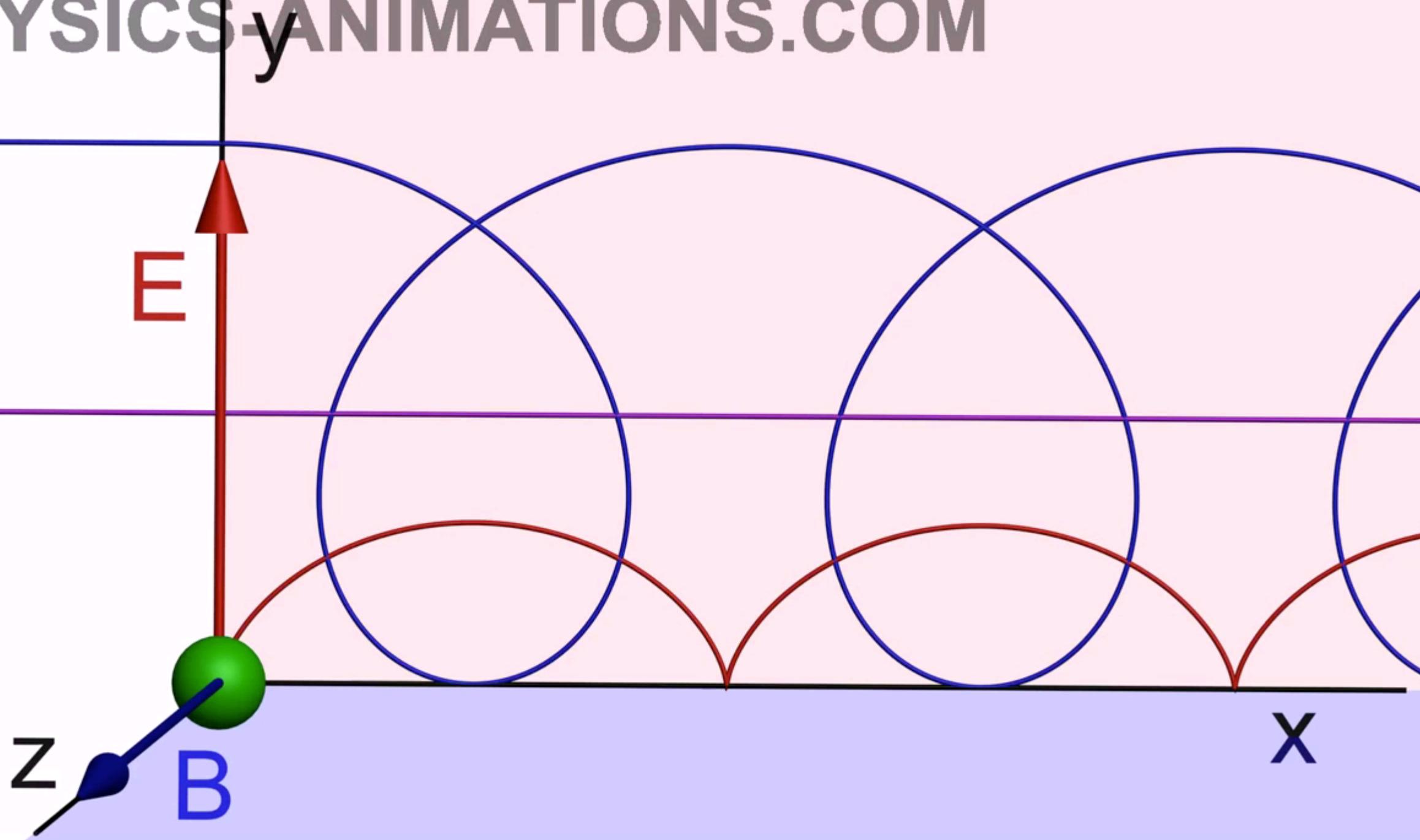
**Força de Lorentz**

## Força eléctrica $F_e$

- A direcção é **constante** e a mesma de  $\vec{E}$
- Muda o **módulo** da velocidade
- Aceleração  $qE/m$  na direcção de  $\vec{E}$
- Cargas opostas são **aceleradas** em sentidos opostos
- Realiza trabalho:  $W_e = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = qV_{AB}$

## Força magnética $F_m$

- A direcção **varia** e é perpendicular a  $\vec{v}, \vec{B}$
- Muda a **direcção** da velocidade
- Aceleração  $qv_\perp B/m$  na direcção de  $\vec{v} \times \vec{B}$
- Cargas opostas são **deflectidas** em sentidos opostos
- Não realiza trabalho:  $W_m = 0$



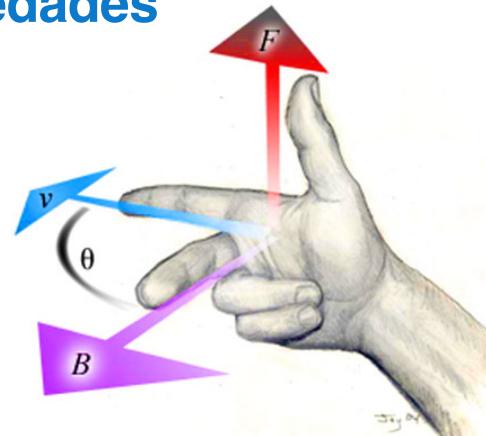
<https://youtu.be/jSgnWfbEx1A>

# Sumário

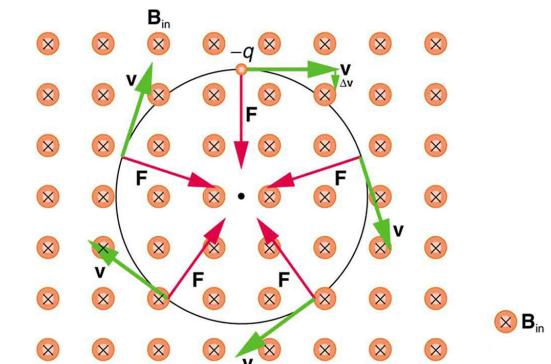
## Força magnética

$$\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

## Propriedades



## Trajectória de uma carga



## Raio

$$r = \frac{mv}{qB_{\perp}}$$

## Força de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

## Trajectória

