

Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC
Prof. Gonçalo Figueira

AULA 9 – Corrente eléctrica estacionária I

Corrente eléctrica estacionária

- Corrente eléctrica e densidade de corrente eléctrica
- Lei de Ohm
- Equação da conservação da carga eléctrica
- Lei de Joule
- Circuitos eléctricos e Leis de Kirchhoff

Popovic & Popovic Cap. 10

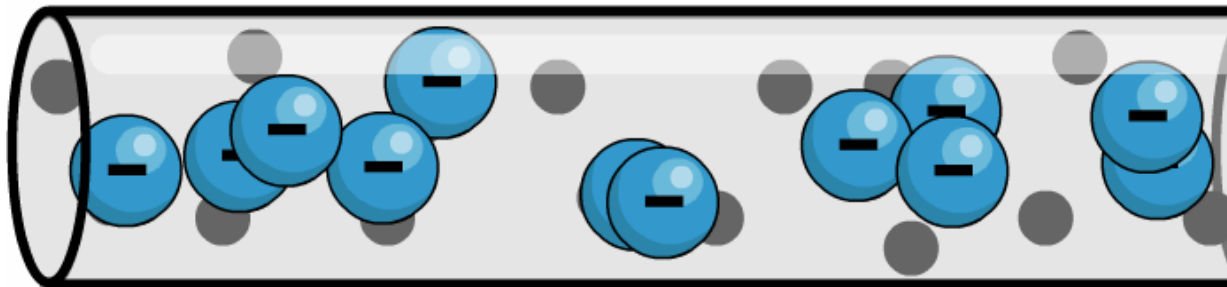
Serway Cap. 28

TPC: <https://youtu.be/m4jzgqZu-4s>

Corrente eléctrica estacionária

= significa o **movimento constante e invariável** de um grande número de cargas de pequenas dimensões – por exemplo, o movimento de electrões num condutor, ou iões num líquido.

É causada pela acção de um **campo eléctrico dentro do condutor**.



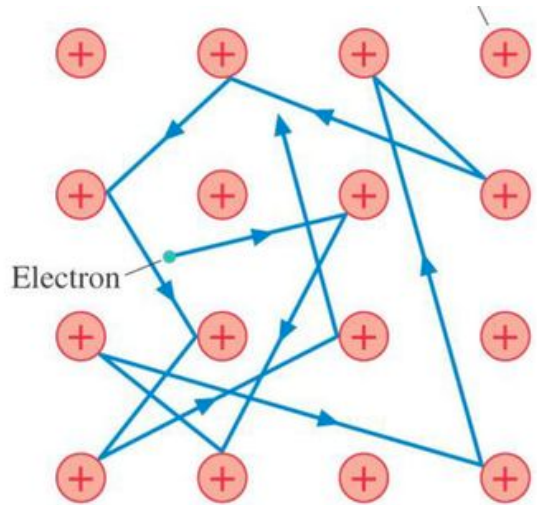
Time: 0 seconds

Num condutor onde há cargas em movimento o campo eléctrico **não é nulo**

Cargas em movimento dentro de condutores

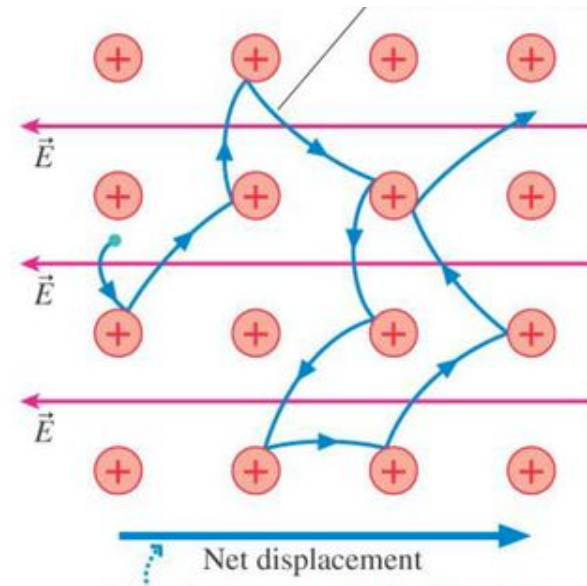
Sem campo eléctrico

As cargas movem-se aleatoriamente, colidindo com os iões. Deslocamento efectivo é nulo.



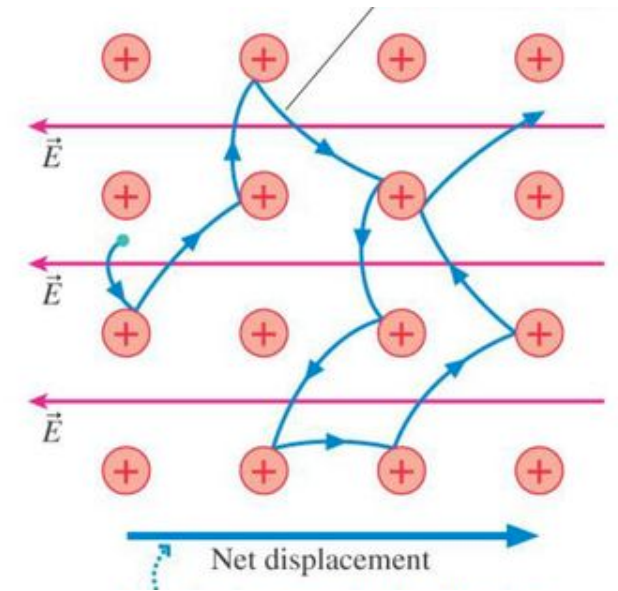
Com campo eléctrico

As cargas, em média, são aceleradas na direcção oposta ao campo.



Cargas em movimento dentro de condutores

- Dentro de sólidos e líquidos, onde as colisões são frequentes, a velocidade média tem a direcção de \vec{E}
- Com cada colisão, as cargas perdem energia cinética, que é transformada em agitação térmica: a energia do campo eléctrico é transformada em **calor** (Lei de Joule)
- Uma corrente estacionária é gerada por um campo eléctrico estacionário, **idêntico ao gerado por uma distribuição electrostática de cargas**
- **O número de cargas** é muito elevado ($\sim 10^{28} \text{ m}^{-3}$)



Intensidade e densidade de corrente eléctrica

Considere-se uma secção A de um condutor através do qual flui uma quantidade de carga ΔQ num tempo Δt :

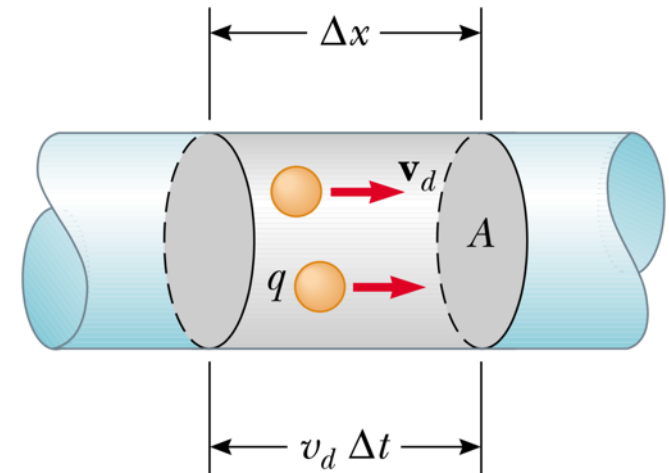
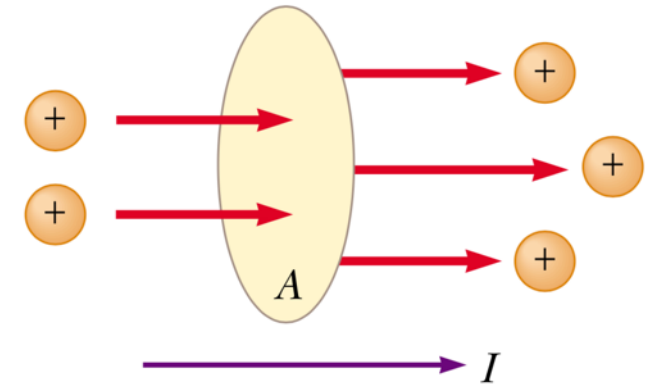
$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad [\text{C/s} = \text{A}] \quad \text{Intensidade de corrente}$$

Microscopicamente, a carga total num volume $A\Delta x$ é

$$\Delta Q = n \times A \Delta x \times q = n \times A v_d \Delta t \times q$$

(n = cargas / unidades de volume). Define-se:

$$\vec{J} \equiv \frac{I}{A} = \frac{\Delta Q}{A \Delta t} = nq\vec{v}_d \quad [\text{A/m}^2] \quad \text{Densidade de corrente}$$



Intensidade e densidade de corrente eléctrica

Pode-se também escrever

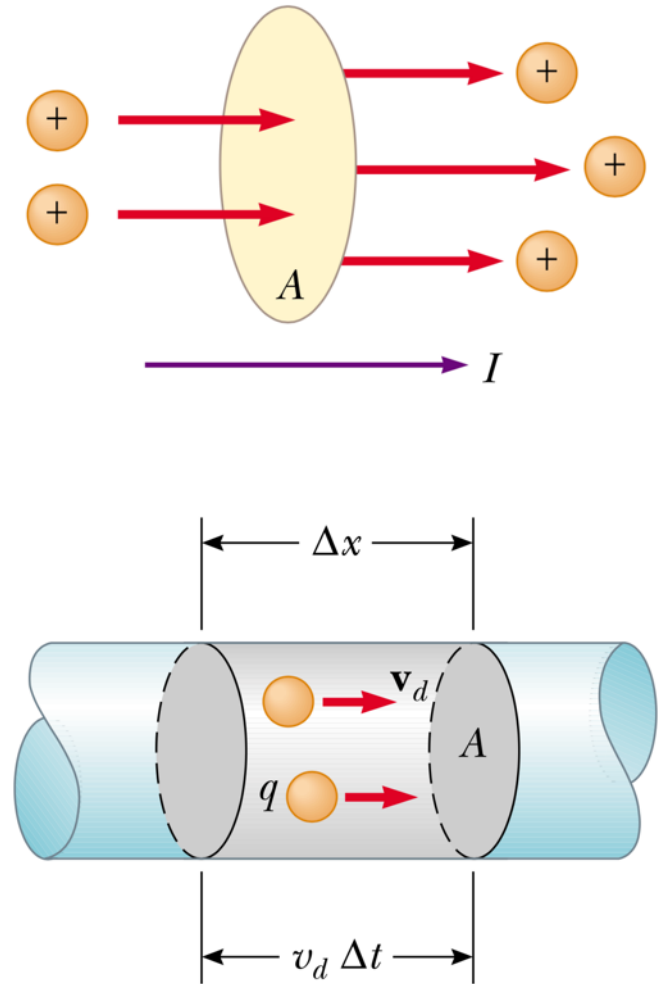
$$\vec{J} = \rho \vec{v}_d$$

ρ = Densidade de carga [C/m³]

No geral, a superfície A pode ter um ângulo relativamente à velocidade v_d , pelo que se usa o conceito de **fluxo**

$$I = \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$$

A intensidade da corrente que atravessa uma superfície é o fluxo da densidade de corrente através de uma superfície.



Condutividade e resistividade: Lei de Ohm local

Georg Simon Ohm verificou experimentalmente que a densidade de corrente eléctrica que percorre um condutor é **linearmente** proporcional ao campo eléctrico \vec{E} aplicado:

$$\vec{J} = \sigma_c \vec{E}$$

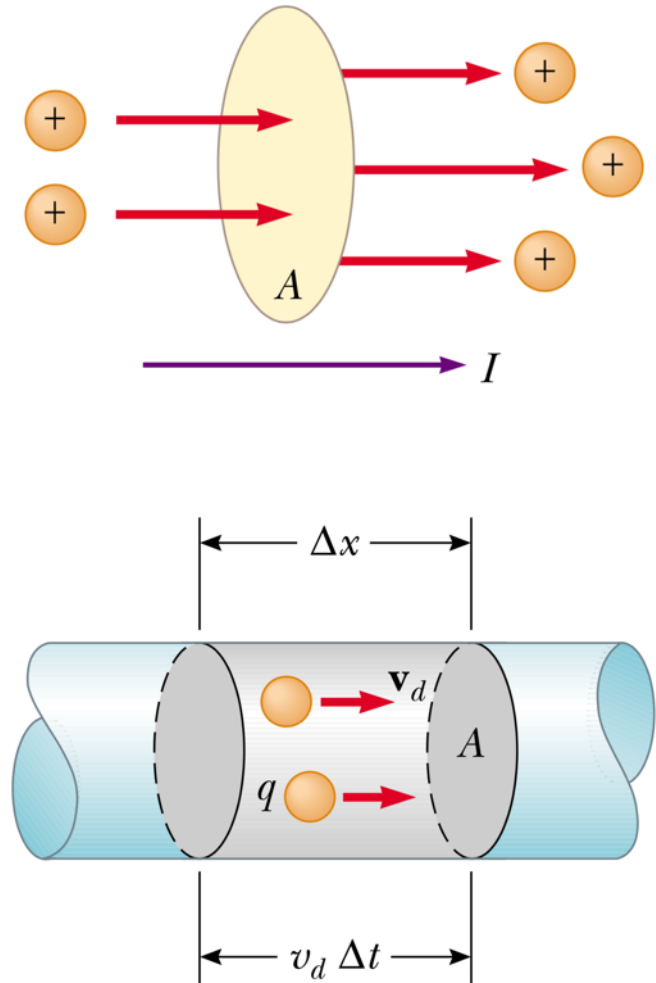
σ_c = Condutividade
[siemens/metro]

Pode ser escrito de forma recíproca:

$$\vec{E} = \rho_c \vec{J}$$

ρ_c = Resistividade
[ohm·metro]

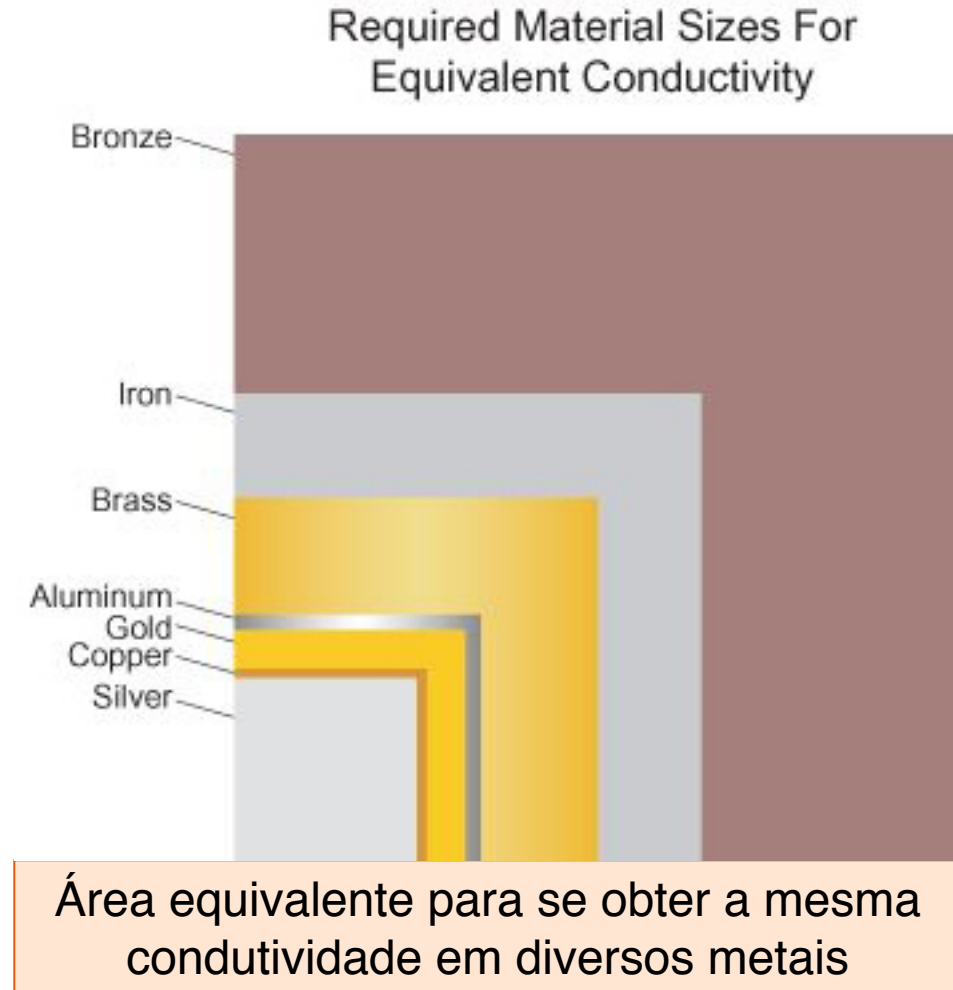
Ambas as relações exprimem a **Lei de Ohm local**



Condutividade de alguns materiais

Tabela de Condutividades Eléctricas

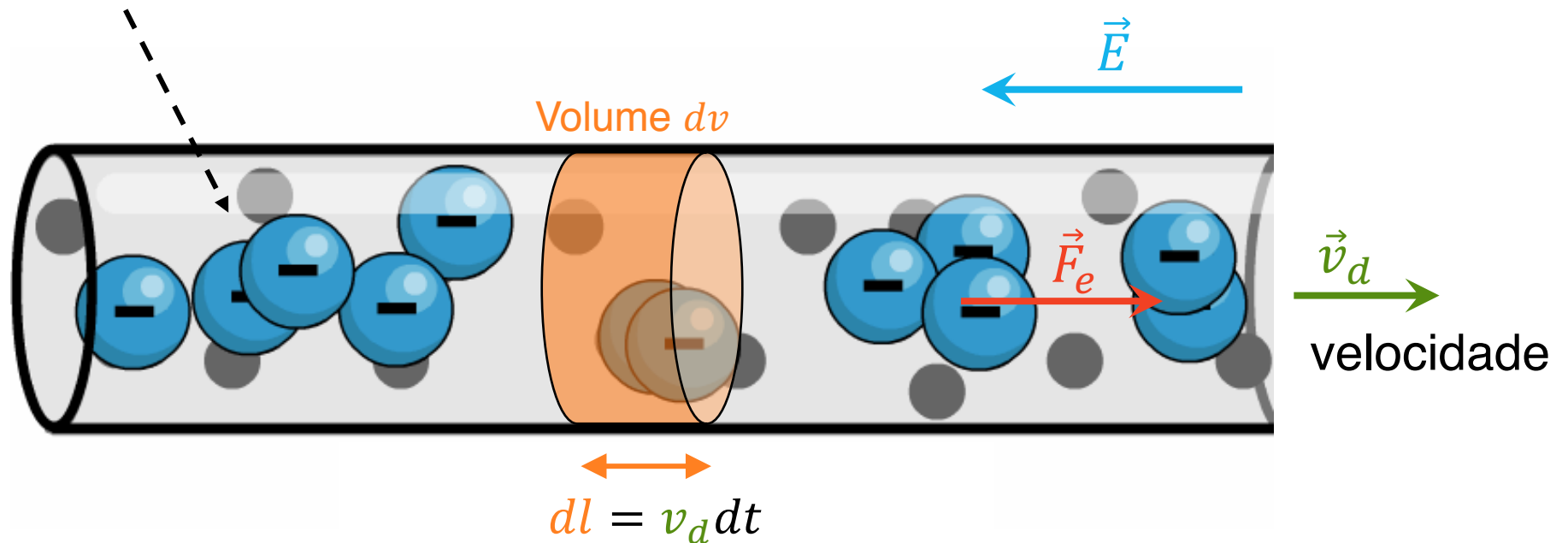
Material	Condutividade (10^6 S/m)
Prata	62,5
Cobre puro	61,7
Ouro	43,5
Alumínio	34,2
Latão	14,9
Níquel	10,41
Ferro puro	10,2
Platina	9,09
Mercúrio	1,0044
Grafite	0,07
Água do mar	$4 \cdot 10^{-6}$
Solo	$10^{-10} - 10^{-8}$
Isolador	$\sim 10^{-18}$



Trabalho realizado pelo campo eléctrico num condutor com corrente

n cargas q (por unid. volume)

força em cada carga: $\vec{F}_e = q\vec{E}$



O trabalho realizado por \vec{F}_e em dl é: $dW_e = \vec{F}_e \cdot \vec{dl} = (q\vec{E}) \cdot (\vec{v}_d dt)$

Lei de Joule local

O trabalho realizado sobre **todas as cargas** no volume dv é

$$dW_{\text{total}} = dW_e ndv = (q\vec{E}) \cdot (\vec{v}_d dt) ndv = (nq\vec{v}_d \cdot \vec{E}) dv dt$$

Como $nq\vec{v}_d = \vec{J}$:

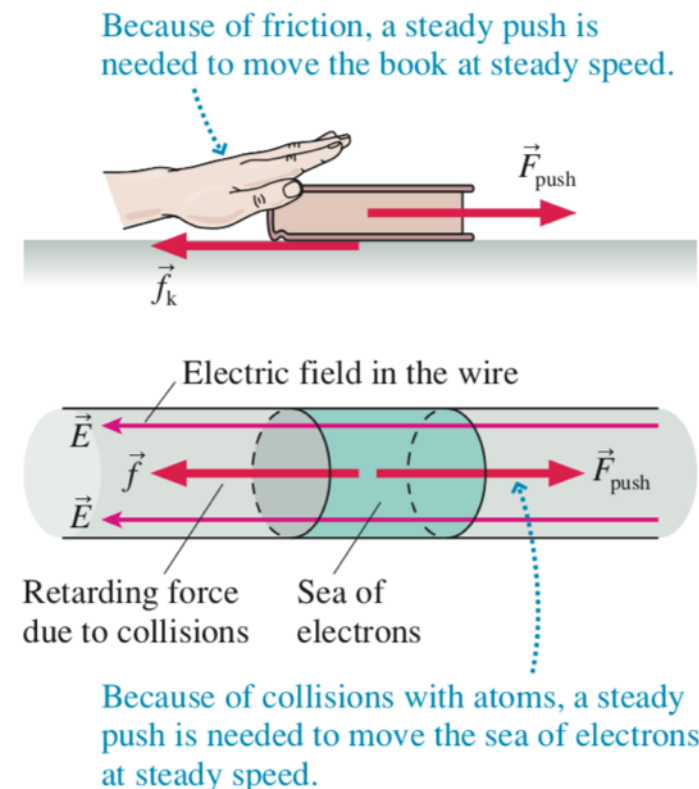
$$dW_{\text{total}} = (\vec{J} \cdot \vec{E}) dv dt$$

Temos $\frac{dW_{\text{total}}}{dt} = dP$ (potência)

e $\frac{dP}{dv} = p_J$ **potência (dissipada) por unidade de volume**

$$p_J = \vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{J^2}{\sigma_c} = \sigma_c E^2 \quad [\text{W/m}^3]$$

Lei de Joule local



O campo eléctrico necessita de realizar trabalho para mover as cargas

Conservação da carga eléctrica

A carga eléctrica não desaparece!

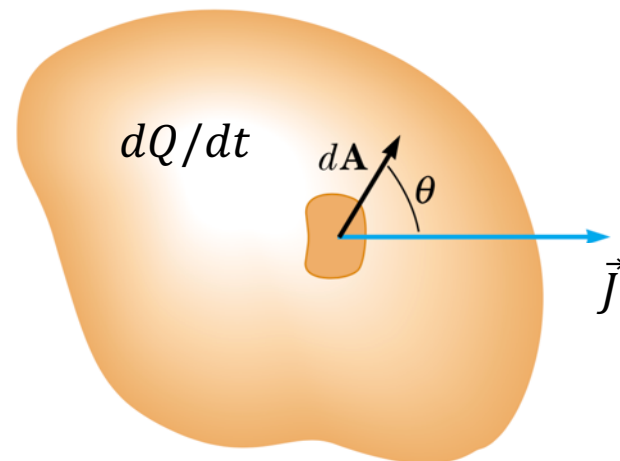
O fluxo de carga através de uma superfície fechada deve ser igual à variação da carga no seu interior:

$$\oint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_v \rho dv$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

**Conservação da
carga eléctrica**

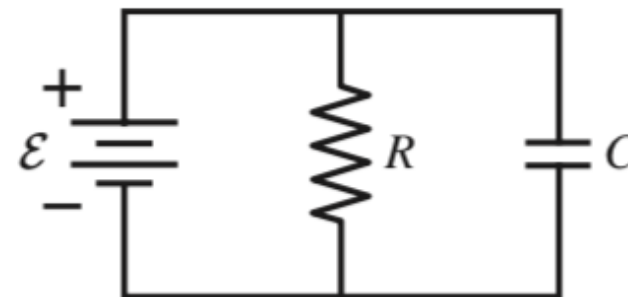
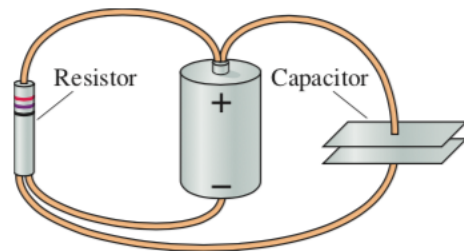
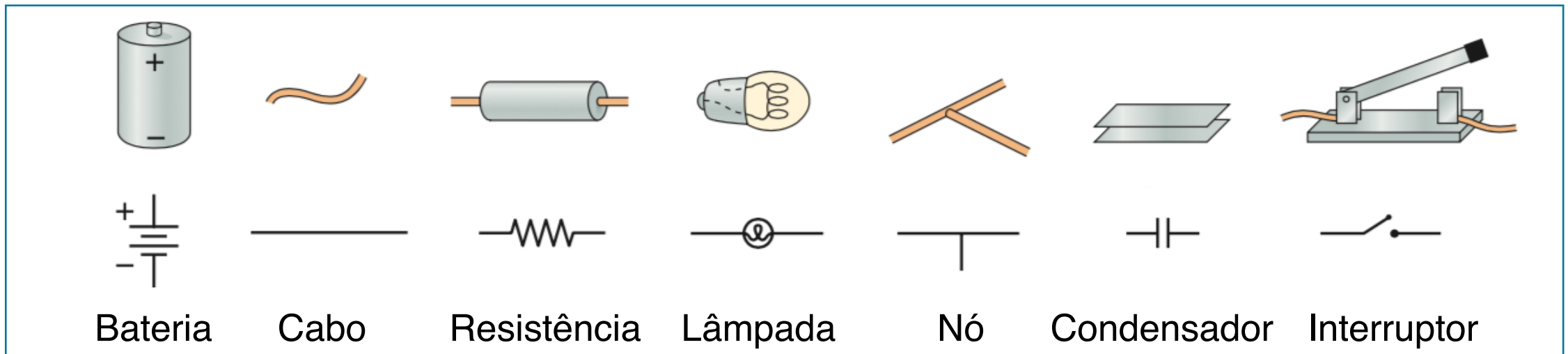
No caso estacionário, a corrente que atravessa uma secção dum condutor **é constante**: $\oint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = 0$, $\nabla \cdot \vec{J} = 0$



Se o fluxo é positivo, a carga no interior diminui (e vice-versa)

Circuitos eléctricos: símbolos

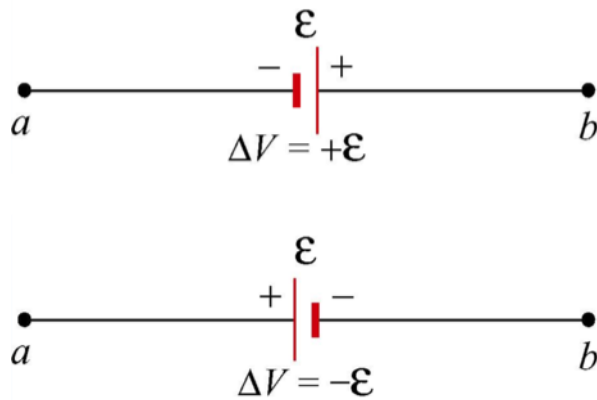
Para representar componentes eléctricos usam-se diferentes símbolos:



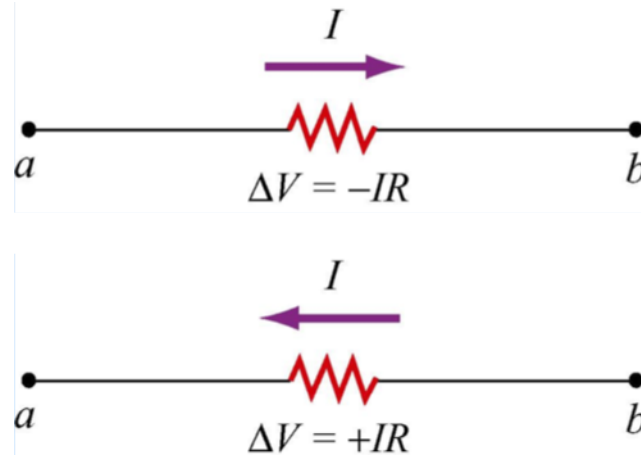
Circuitos eléctricos: convenções

$$(\Delta V = V_b - V_a)$$

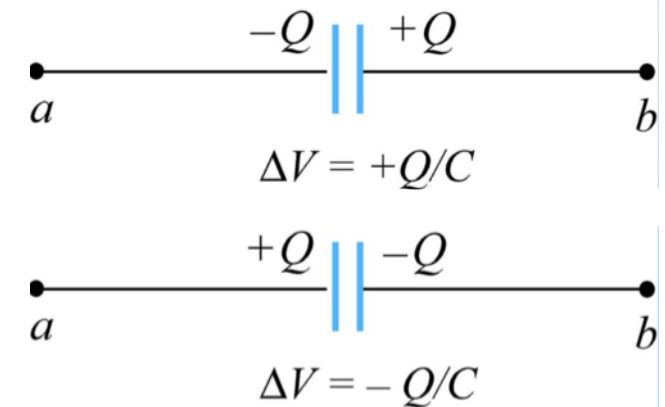
Baterias



Resistências

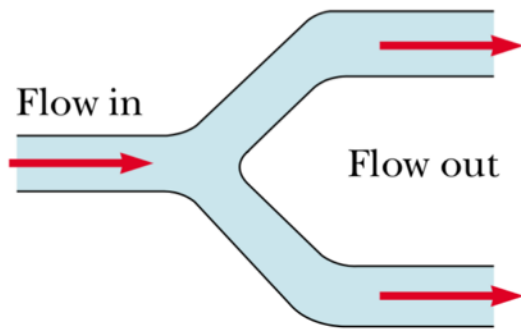
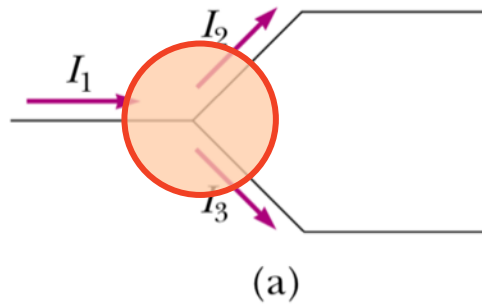


Condensadores

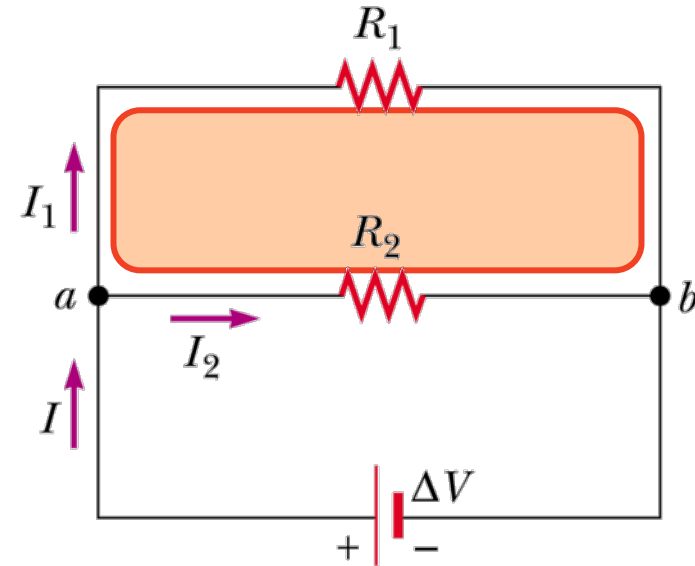


Leis de Kirchhoff

Lei dos nós: $\sum_i I_i = 0$



Lei das malhas: $\sum_i V_i = 0$



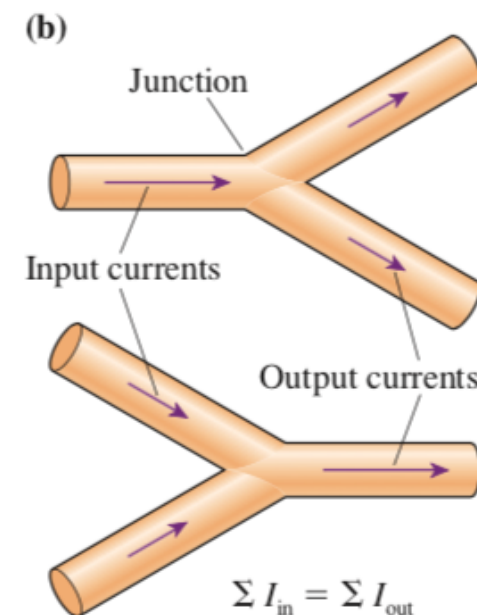
Lei dos nós

É consequência da lei da **conservação da carga**: a corrente que entra numa superfície fechada é igual à que sai

A soma das correntes que entram em qualquer nó é igual à soma das correntes que saem.

Contando como positivas as correntes que entram e negativas as que saem:

$$\sum_i I_i = 0$$



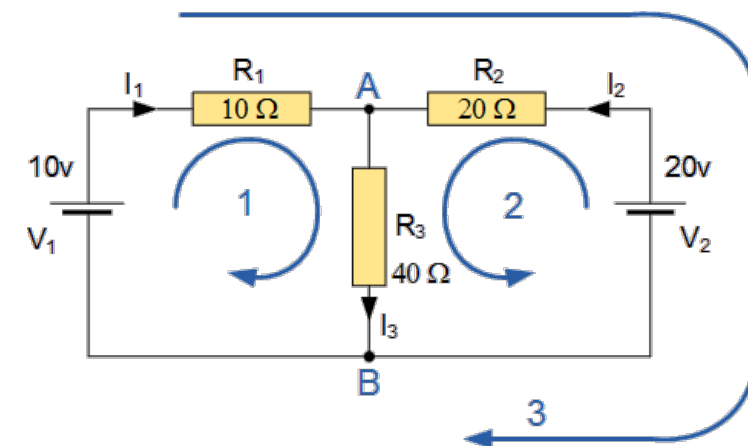
Nos dois nós: a corrente que entra deve ser igual à corrente que sai

Lei das malhas

É consequência da lei da **conservação da energia**: deslocando uma carga ao longo de uma malha, esta regressa ao início com a mesma energia

A soma das d.d.p. em todos os elementos de uma malha fechada do circuito é igual a zero

$$\sum_i V_i = 0$$



Nas três malhas: a soma das d.d.p. deve ser nula

Exemplo: Leis de Kirchhoff

Lei dos nós

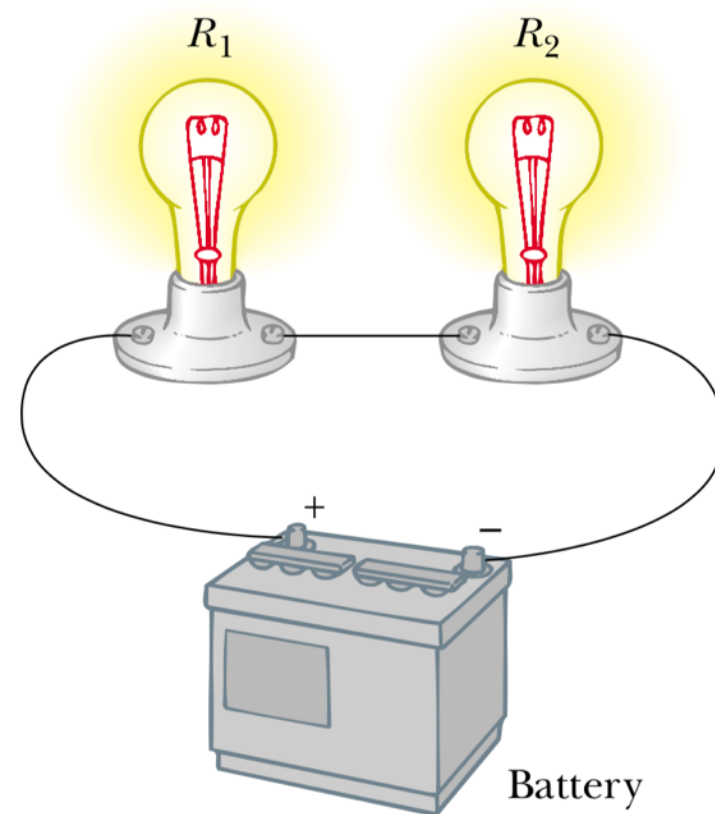
A intensidade da corrente que passa na lâmpada 1 é igual à que passa na lâmpada 2

$$I_1 = I_2$$

Lei das malhas

A d.d.p. aos terminais da bateria é simétrica da soma das d.d.p. das lâmpadas (no sentido horário):

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = -\Delta V_{bat}$$



Sumário

1. A corrente pode ser descrita pela **intensidade de corrente** I ou pela **densidade de corrente** \vec{J}
2. Lei de Ohm local: $\vec{J} = \sigma_c \vec{E}$ ou $\vec{E} = \rho_c \vec{J}$
3. Lei de Joule local: potência dissipada por unid. volume $p_J = \sigma E^2$
4. A carga eléctrica é uma quantidade que se conserva: $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$
5. As propriedades da corrente permitem derivar as **Leis de Kirchhoff**:
Lei dos nós: da conservação de carga
Lei das malhas: da conservação de energia