

Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC
Prof. Gonçalo Figueira

AULA 10 – Corrente eléctrica estacionária I

Corrente eléctrica estacionária

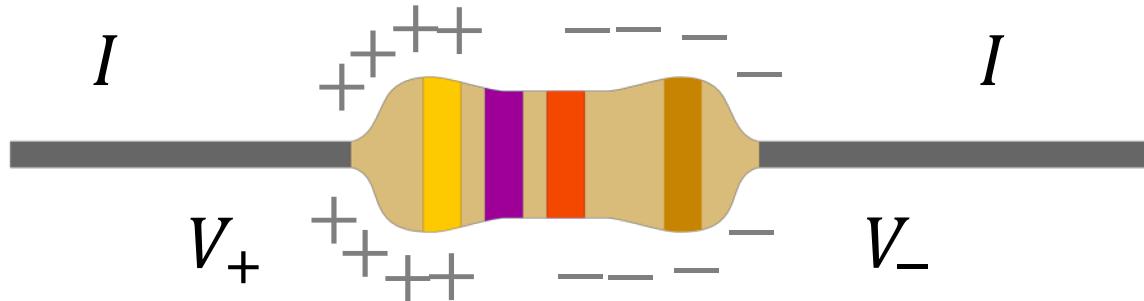
- Resistência de um condutor
- Combinações de resistências
- Potência dissipada
- Geradores eléctricos
- Condições de fronteira: densidade de corrente e campo eléctrico nos condutores

Popovic & Popovic Cap. 10.4 – 10.6

Serway Cap. 27

Resistência

É um componente eléctrico com dois terminais metálicos que têm uma d.d.p proporcional à corrente que a atravessa.



Material linear: ρ e σ são constantes, pelo que em todos os pontos

$$\vec{E} = \rho_c \vec{J} \quad |\vec{J}| \propto I$$

Como $|\vec{E}| \propto \Delta V$, tem-se

$$\Delta V = V_+ - V_- = RI$$

Lei de Ohm
 R = Resistência [ohm (Ω)]

Exemplo: resistência de um segmento de fio condutor

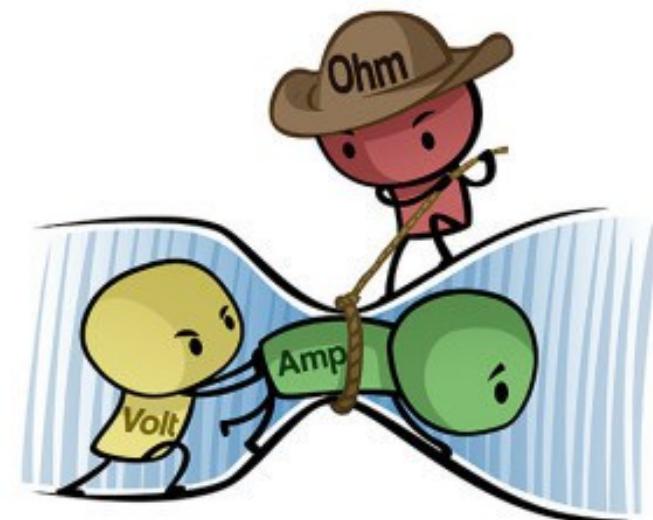
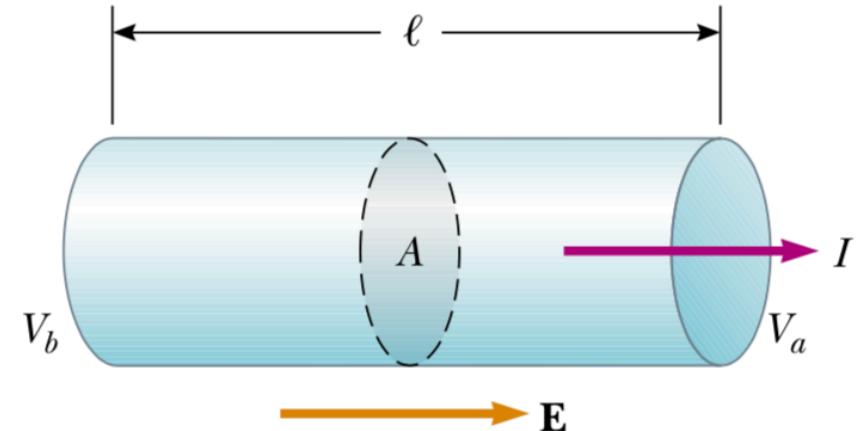
Um fio de comprimento l , secção A , feito de um material de resistividade ρ é percorrido por uma corrente de intensidade I :

$$|\vec{J}| = I/A \quad |\vec{E}| = \rho_c |\vec{J}| = \rho_c I/A$$

$$\Delta V = V_b - V_a = |\vec{E}|l = (\rho_c l/A)I$$

Assim, a resistência do fio é dada por

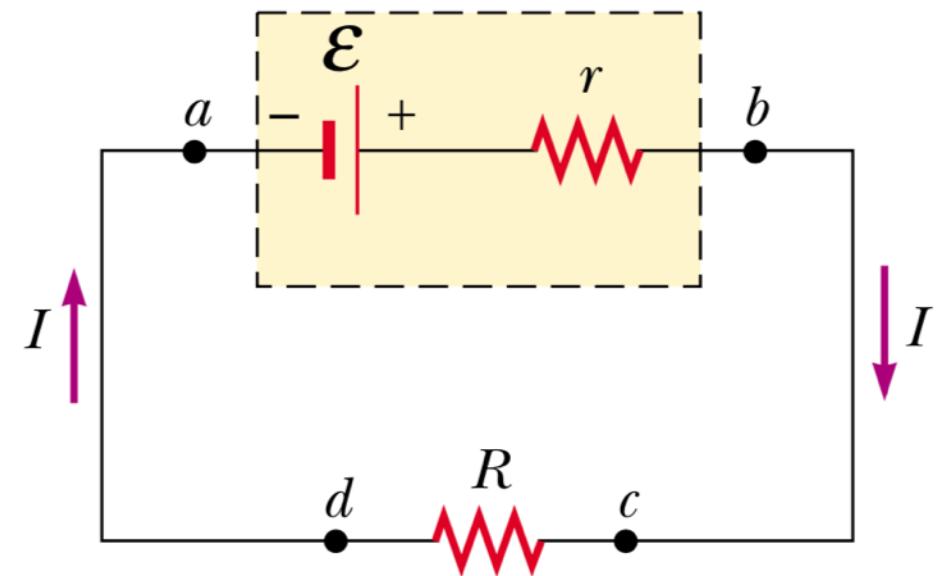
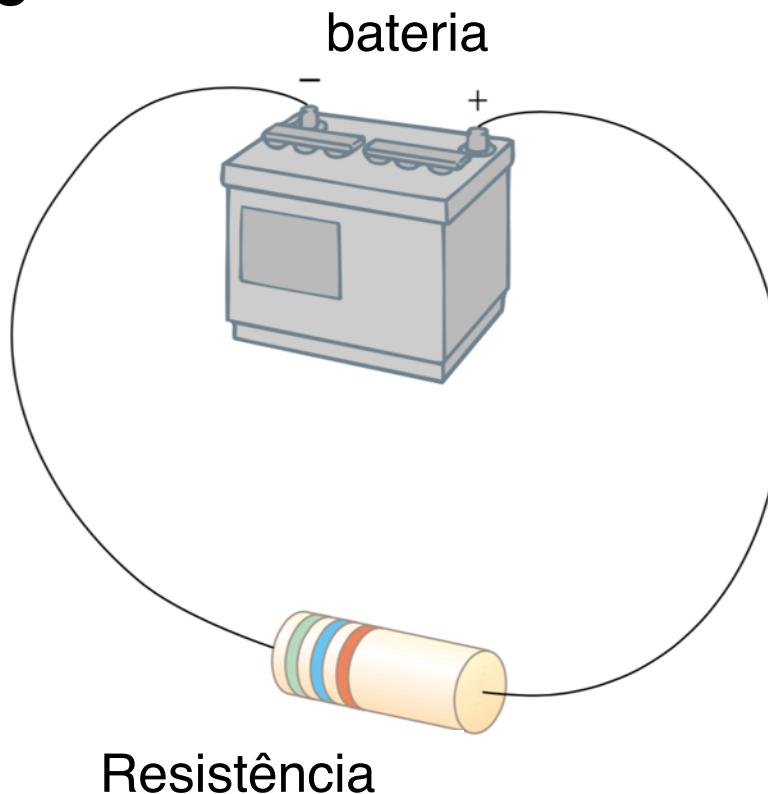
$$R = \rho_c \frac{l}{A}$$



Combinações de resistências

Tal como os condensadores, as resistências podem ser combinadas num **círcuito eléctrico** de duas formas principais:

- Em paralelo
- Em série



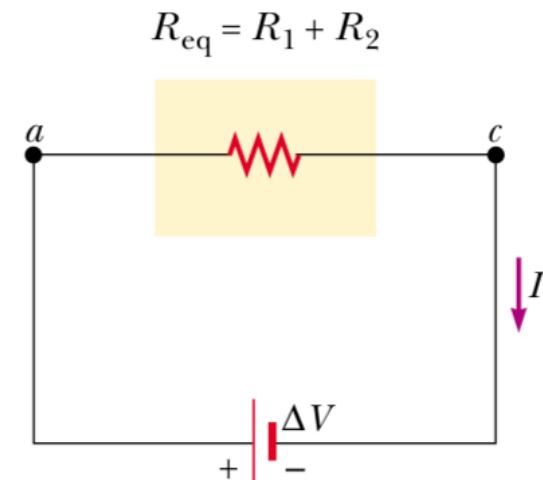
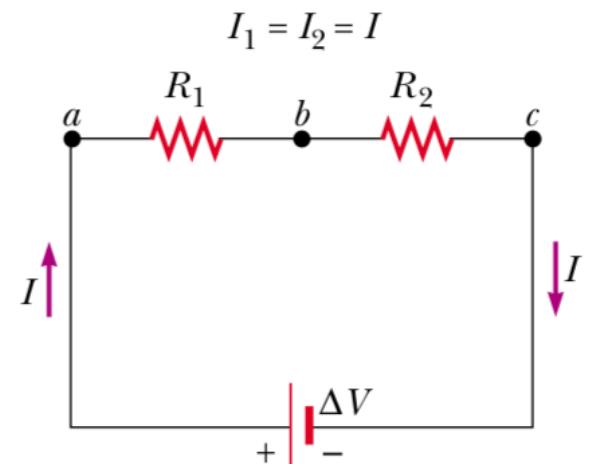
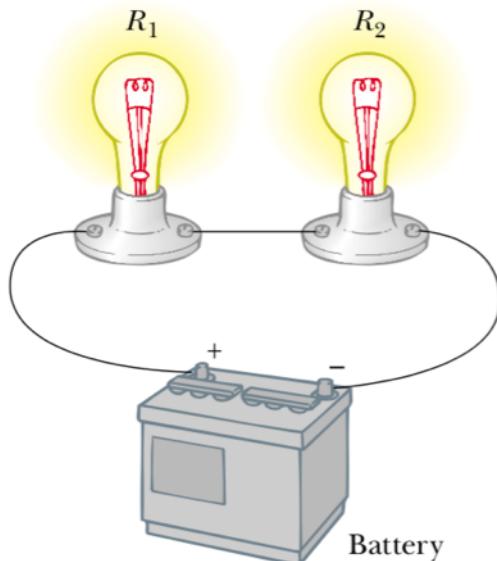
Combinação de resistências em série

Ambas as resistências R_1 e R_2 são atravessadas pela mesma corrente I .
A d.d.p. é

$$\Delta V = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)I$$

Isto é equivalente a uma única resistência

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$



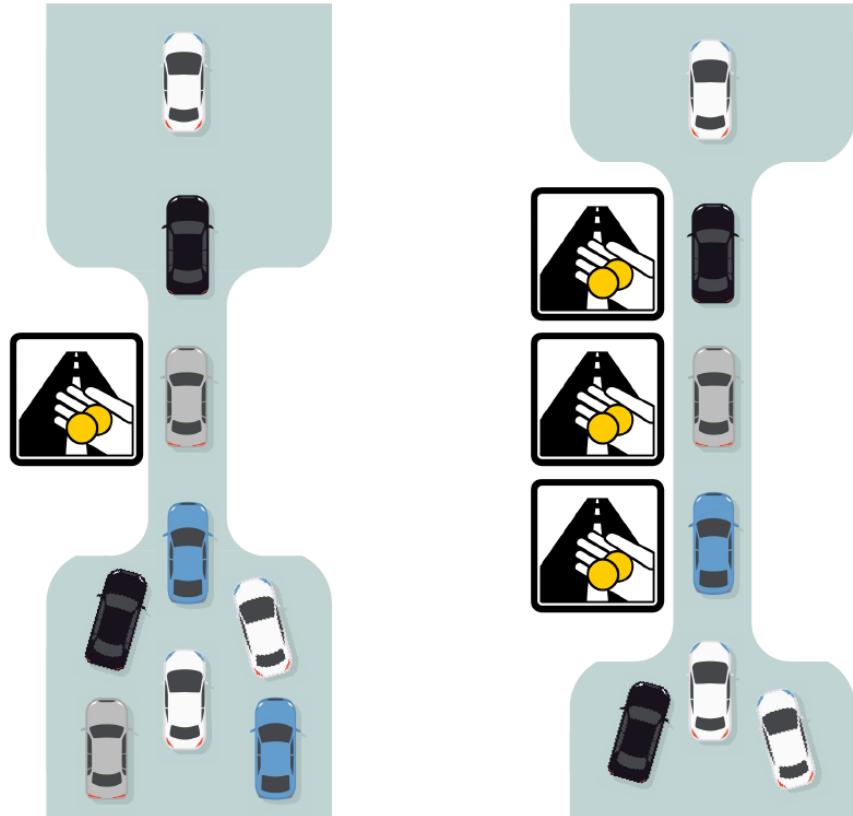
Combinação de resistências em série

A expressão aplica-se para uma combinação de N resistências

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

A combinação de resistências em **série** é

- Equivalente a uma única resistência igual à **soma** das resistências individuais R_1, R_2, \dots
- **Maior** do que qualquer uma dessas resistências

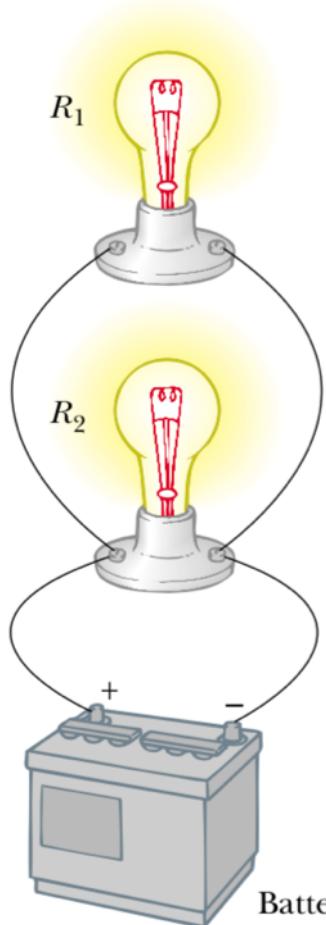


Resistências em série: a resistência total é a **soma** das individuais

Combinação de resistências em paralelo

D.d.p. aos terminais de R_1 e R_2 = d.d.p. total

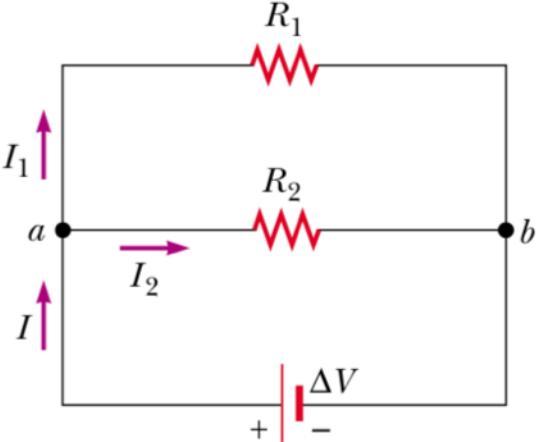
$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$



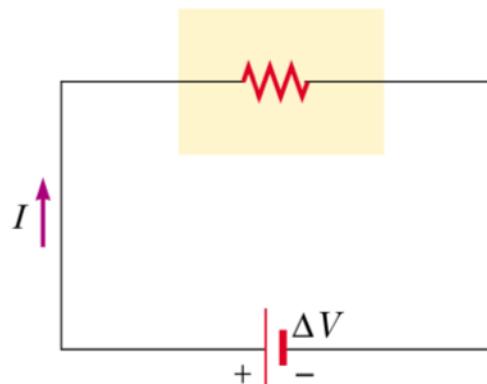
A soma das correntes que passam por R_1 e R_2 é a corrente total:

Isto é equivalente a uma única resistência:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



$$\begin{aligned}I &= I_1 + I_2 \\&= \Delta V_1/R_1 + \Delta V_2/R_2 \\&= \Delta V(1/R_1 + 1/R_2)\end{aligned}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Combinação de resistências em paralelo

A expressão aplica-se para uma combinação de N resistências

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

A combinação de resistências em **paralelo** é

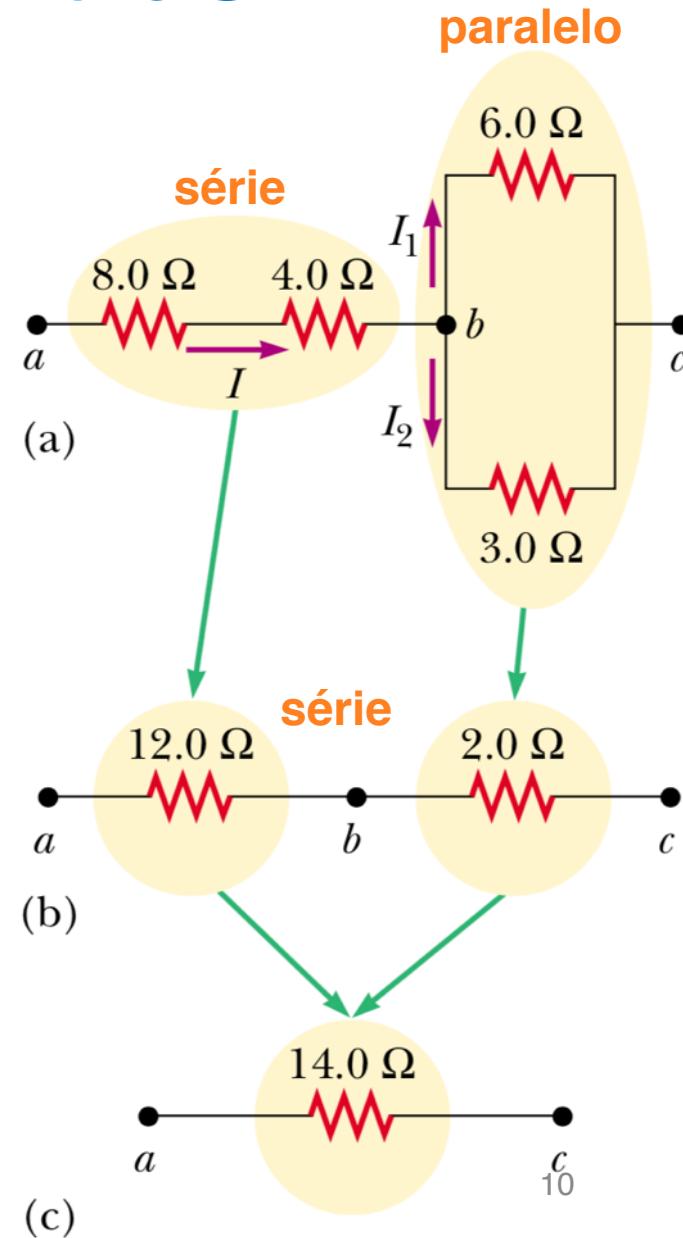
- Equivalente a uma única resistência igual ao **inverso da soma dos inversos** das resistências individuais R_1, R_2, \dots
- **Menor** do que qualquer uma dessas resistências



Resistência em paralelo: a resistência total é **inferior** às individuais

Combinações de resistências: caso geral

No geral, podemos ter combinações em série e em paralelo. Para resolver, calcula-se a resistência equivalente, caso a caso.



Potência dissipada por uma resistência

Uma resistência percorrida por uma corrente I é atravessada por uma carga $Q = I\Delta t$ num tempo Δt . O trabalho realizado pela força eléctrica é

$$W = QV = VI\Delta t$$

Como não há aumento de energia, este trabalho é dissipado como calor:

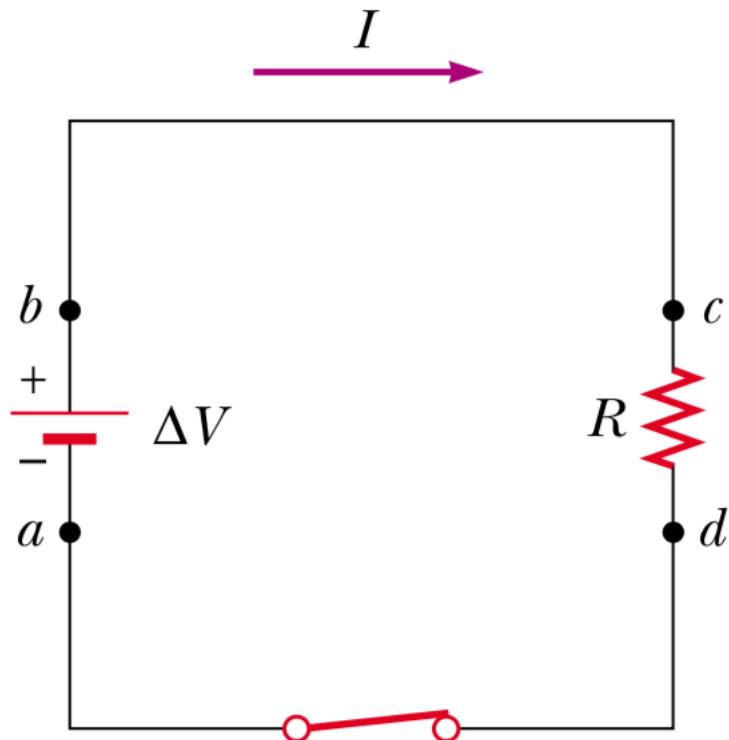
$$W_{dis} = VI\Delta t = RI^2\Delta t = \frac{V^2}{R}\Delta t$$

A **potência** dissipada é

$$P_{dis} = \frac{W_{dis}}{\Delta t} = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Lei de Joule

Potência dissipada por uma resistência



$a \rightarrow b$ Energia potencial do sistema aumenta $Q\Delta V$
En. pot. química da bateria diminui $Q\Delta V$

$c \rightarrow d$ Energia potencial do sistema diminui
através de colisões electrão-átomo
En. pot. é transformada em energia interna

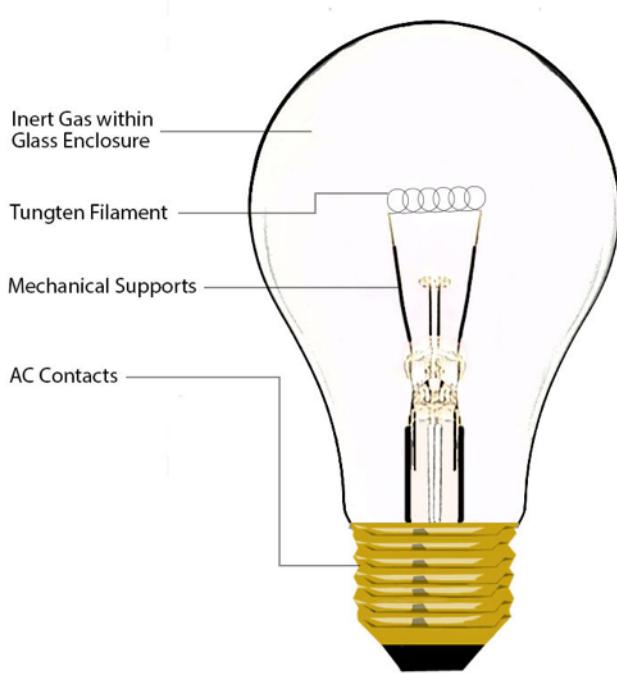
A energia interna de R é libertada para o ar na forma de **calor e radiação**.

Taxa de diminuição da energia potencial:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

Aplicações da lei de Joule

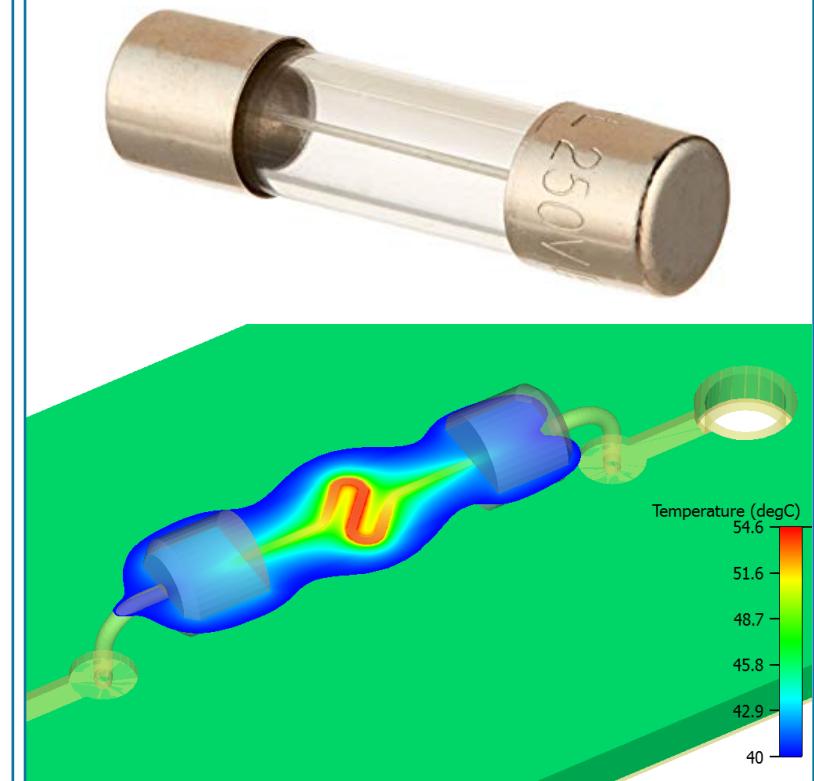
Iluminação



Aquecimento



Segurança



Aplicação: transmissão de energia eléctrica

A energia eléctrica é transportada através de linhas de transmissão. Estas têm resistência baixa, mas não nula:

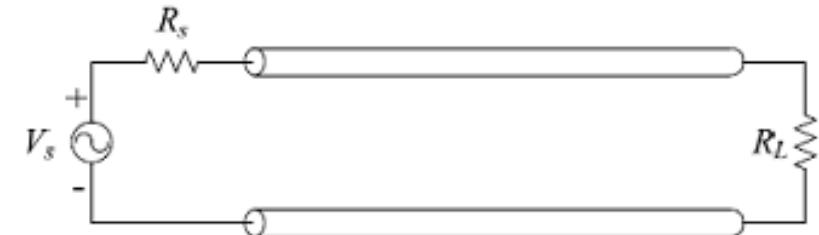
$$P_{perdas} = RI^2$$

$$P_{trans} = I\Delta V$$

Para fornecer a potência pretendida, usa-se

- **Correntes baixas**
- **D.d.p. elevadas**

As d.d.p. podem ser alteradas com **transformadores**.

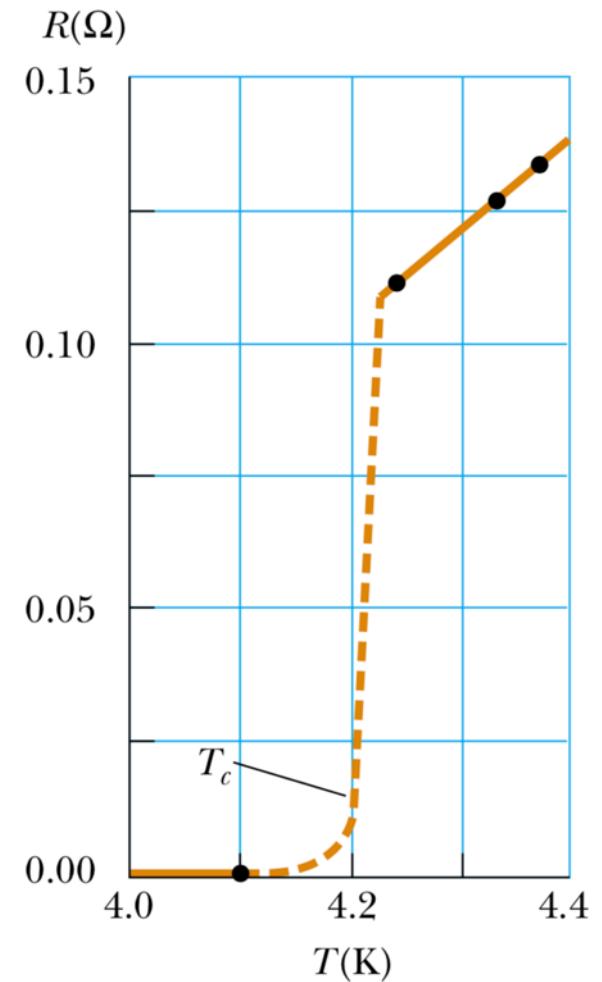


Supercondutores

A resistência varia com a temperatura. Para uma classe de materiais designados **supercondutores**, a resistência anula-se abaixo de uma certa temperatura crítica T_c .



Em RMN são utilizados **magnetos supercondutores** que permitem obter imagens de alta qualidade sem necessidade de radiação excessiva.



Geradores e força electromotriz

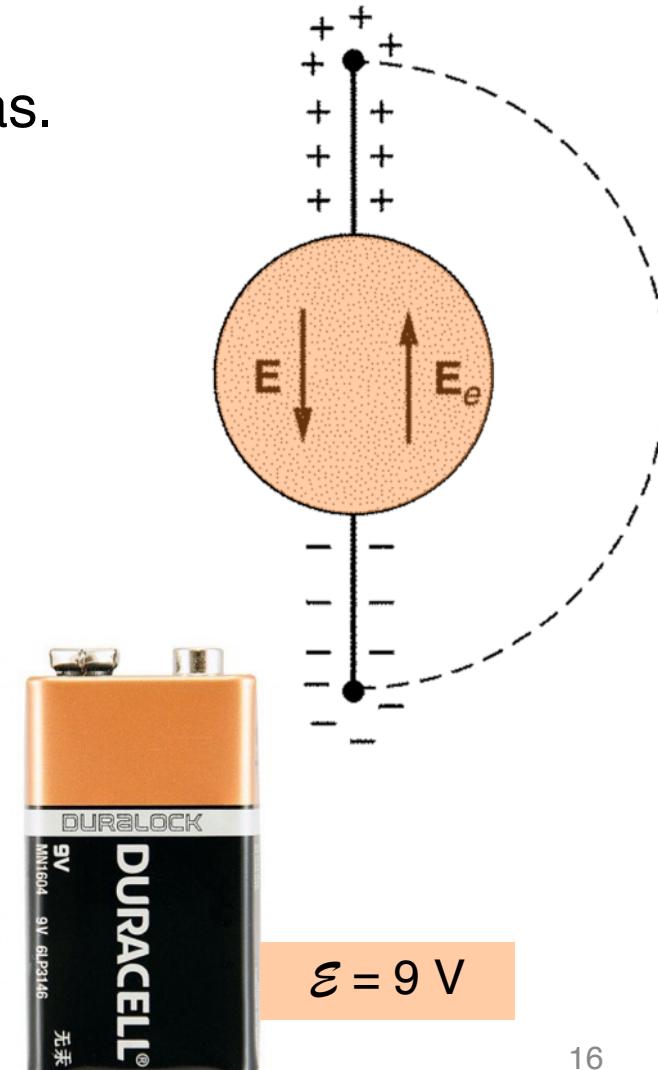
Para criar uma diferença de potencial é preciso mover cargas. Esta é a função do **gerador**, usando uma fonte de energia.

As cargas são separadas por uma **força não eléctrica**, que pode ser escrita

$$\vec{F} = Q\vec{E}_i \quad E_i = \text{Campo eléctrico induzido}$$

A **força electromotriz** do gerador é o trabalho realizado por essa força ao transportar cargas do terminal – ao +:

$$\mathcal{E} = \left\{ \int_{-}^{+} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} \right\}_{\text{através do gerador}} [V]$$



Geradores e resistência interna

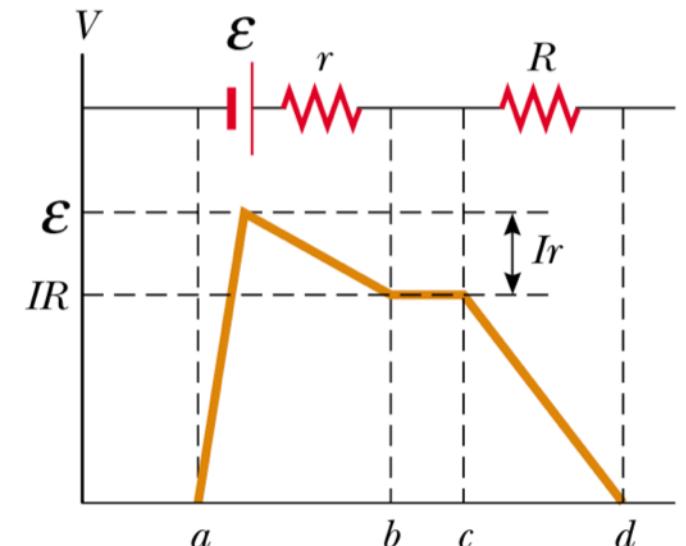
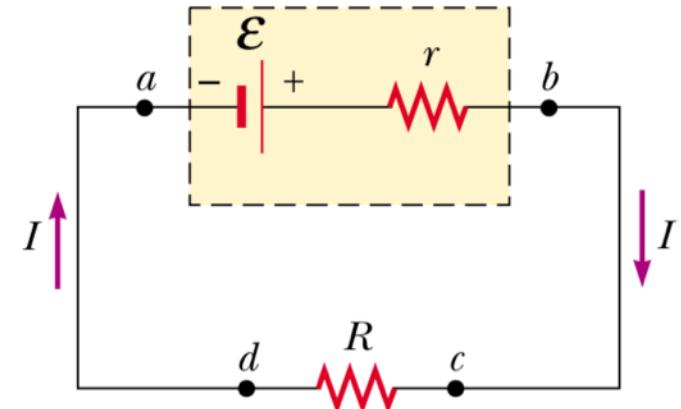
Se não passar corrente, em cada ponto $E_i = -E$ (senão, as cargas moviam-se):

$$\mathcal{E} = \left\{ \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{l} \right\}_{\text{qualquer caminho}} = V_+ - V_- = \Delta V$$

Pode medir-se a f.e.m. ligando um voltímetro aos terminais de um gerador na ausência de corrente.

Ao passar corrente I , o gerador também possui alguma **resistência interna** r , pelo que

$$\mathcal{E} = \Delta V + rI$$



Condições fronteira para correntes estacionárias

O que acontece à corrente eléctrica quando muda de meio condutor?

Para uma corrente estacionária ($\partial/\partial t = 0$):

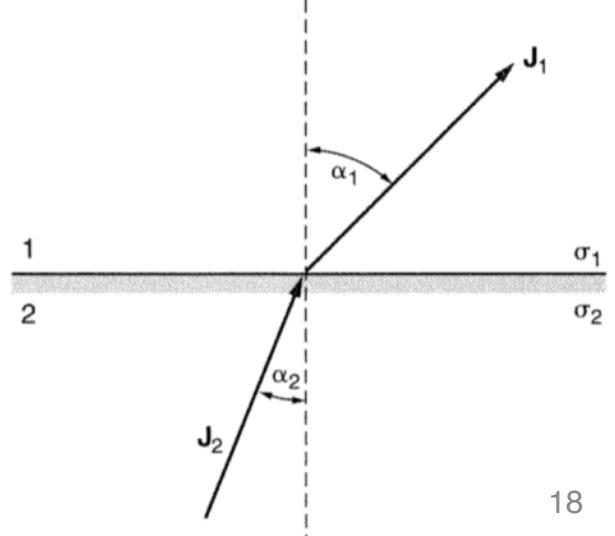
J_n

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \oint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$\vec{J}_1 \cdot \vec{n} - \vec{J}_2 \cdot \vec{n} = 0 \rightarrow J_{1n} = J_{2n}$$

J_t

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = \oint (\vec{J}/\sigma_c) \cdot \vec{dl} = 0$$
$$\frac{J_{1t}}{\sigma_{c1}} - \frac{J_{2t}}{\sigma_{c2}} = 0 \rightarrow \frac{J_{1t}}{\sigma_{c1}} = \frac{J_{2t}}{\sigma_{c2}}$$



Sumário

1. Uma **resistência** é um componente eléctrico descrito pelo valor $R = V/I$
2. Resistências em **série**: $R_{total} = \sum R_i$
3. Resistências em **paralelo**: $1/R_{total} = \sum(1/R_i)$
4. **Lei de Joule**: $P_{dis} = RI^2 = V^2/R$
5. Um gerador usa uma força não eléctrica para separar as cargas e é caracterizado pela sua **força electromotriz**: $\mathcal{E} = \Delta V + rI$