

# Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC

AULA 1 – Electrostática I

# Campo eléctrico no vácuo e conceitos fundamentais da electrostática

- Lei de Coulomb
- Campo eléctrico
- Linhas de campo
- Princípio da sobreposição
- Campo eléctrico criado por distribuições de cargas estacionárias

Popovic & Popovic Cap. 3 – *Coulomb's Law and Electric Field*

# Existem quatro forças fundamentais na natureza

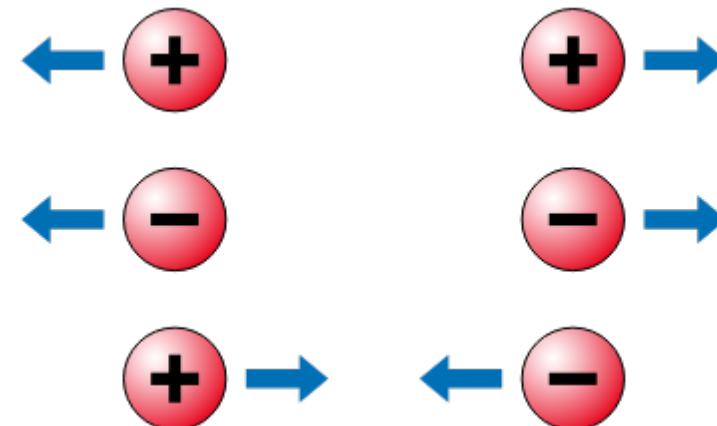
<h3>Weak Nuclear Force</h3> <p>Converting protons into neutrons When two protons collide and fuse, a disruption in the weak nuclear force emits a positron and neutrino, which converts one of the positively charged proton to a neutrally charged Neutron. Without the weak nuclear force converting protons into neutrons, certain complex nuclei cannot form.</p>	<h3>Gravity</h3> <p>The Sun and the planets all orbit a shared center of mass</p> <p>Adding motion to the Universe Gravity forms stars, planets, and moons, and forces these objects to spin on an axis and move along an orbital path. The planets appear to be orbiting the center of the Sun, but the Sun and planets all orbit a shared center of mass. Planets with enough mass can develop orbiting moons or rings of debris.</p>	
<h3>Electromagnetic Force</h3> <p>Forming atoms and molecules The electromagnetic force pulls negatively charged electrons into bound orbits around positively charged nuclei to form atoms and molecules. As a gas cools, electrons will find their way into the presence of atomic nuclei. Larger nuclei with a greater positive charge pull in more electrons until atoms and molecules have a balance of charges.</p>	<h3>Strong Nuclear Force</h3> <p>Generating light When a negative electron interacts with a positive proton, the electromagnetic force adds energy to the electron generating a photon.</p> <p>Binding protons in atomic nuclei Positively charged particles naturally repel each other, it takes an extreme amount of force to hold protons together. The strong nuclear force overcomes the repulsion between protons to hold together atomic nuclei. Without the strong nuclear force, complex nuclei cannot form.</p>	<p>Breaking the bond Enormous energy is released as gamma rays and neutrinos when the strong nuclear force is broken between protons and neutrons.</p>

# A força electromagnética está associada à presença de cargas eléctricas

As cargas podem ter sinal **positivo** ou **negativo**

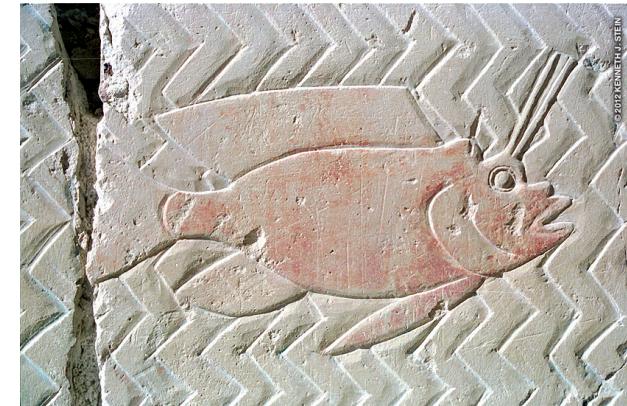
Entre duas cargas existe uma **força eléctrica**

- *Repulsiva* se tiverem o mesmo sinal:  $\oplus\oplus$  ou  $\ominus\ominus$
- *Atractiva* se tiverem sinais opostos:  $\oplus\ominus$



# Breve história da electricidade

Textos do Antigo Egipto (2750 a.C.) referem choques dados pelo peixe-gato-eléctrico (*Malapterurus electricus*)



Tales de Mileto (600 d.C.) registou que uma vareta de âmbar esfregada com pelo atraía pequenos objectos.

âmbar em grego: *ηλεκτρον* (elektron)

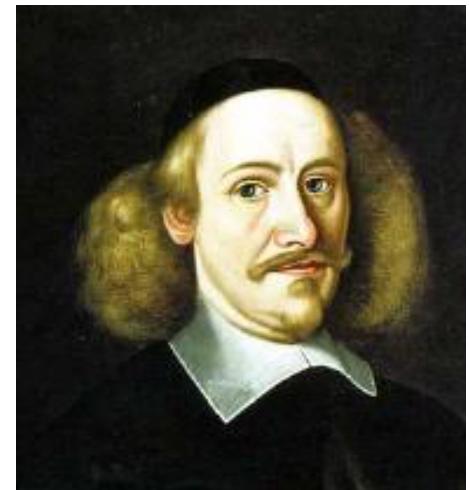


# Breve história da electricidade

Robert Boyle (1675) verificou que a atracção e repulsão eléctricas conseguem manifestar-se no **vácuo**, isto é, não necessitam de um meio.



Otto von Guericke (1660) inventou o primeiro tipo de **gerador eléctrico**, baseado na fricção electrostática.



# Breve história da electricidade

Benjamin Franklin propôs a existência de **cargas positivas e negativas**. Em 1752, demonstrou que os relâmpagos são uma manifestação eléctrica, usando um papagaio.



Charles Coulomb (1784) mediu a força eléctrica entre esferas carregadas usando uma balança de torção, criando a **Lei de Coulomb**.

Robert Millikan (1909) descobriu que a carga eléctrica ocorre sempre em múltiplos de uma **carga elementar  $e$** .

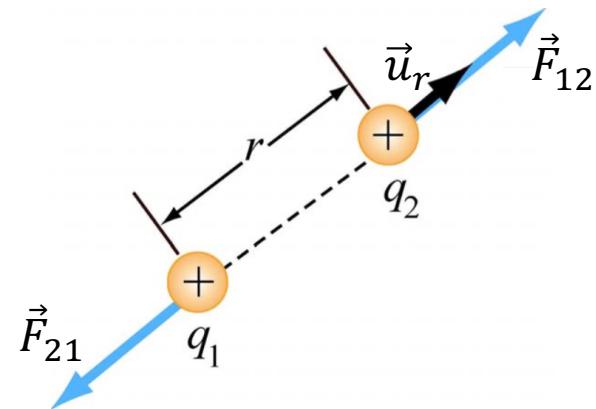


# A Lei de Coulomb expõe a força entre duas cargas

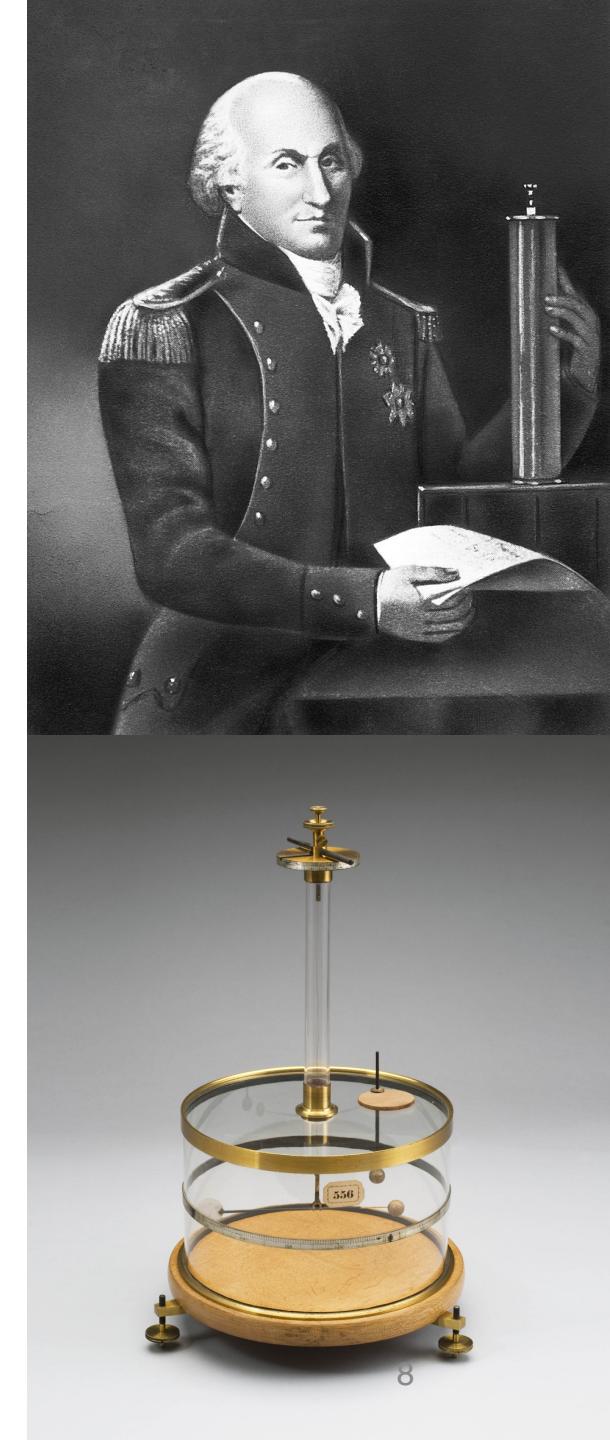
A **força eléctrica** entre duas cargas eléctricas  $Q_1$  e  $Q_2$  separadas de uma distância  $r$  é

- proporcional ao produto das cargas
- inversamente proporcional ao quadrado da distância,  $r^2$
- orientada segundo a linha que une  $Q_1$  e  $Q_2$

$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{u}_r$$
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$



$\vec{u}_r$  = vector unitário que aponta de  $Q_1$  para  $Q_2$



# Constante dieléctrica ou permitividade do vácuo

$$\epsilon_0 \approx 8,8542 \times 10^{-12} \quad [\text{F} \cdot \text{m}^{-1}]$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \quad [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]$$

A constante dielétrica é utilizada na definição da grandeza *capacidade* de um meio dielétrico. É uma medida da aptidão do meio para armazenar energia potencial eléctrica.

# A carga eléctrica pode assumir uma grande gama de valores

Ordens de grandeza de diversas cargas (unidade *Coulomb* = C)

Carga elementar do electrão	$10^{-19}$
Partícula de pó	$10^{-15}$
Condensador em circuito RF	$10^{-9}$
Electricidade estática	$10^{-6}$
Condensador em forno microondas	$10^{-3}$
Relâmpago	10
Pilha alcalina	$10^3$
Bateria de automóvel	$10^5$
Maior banco de baterias do mundo	$10^9$

# Princípio da sobreposição

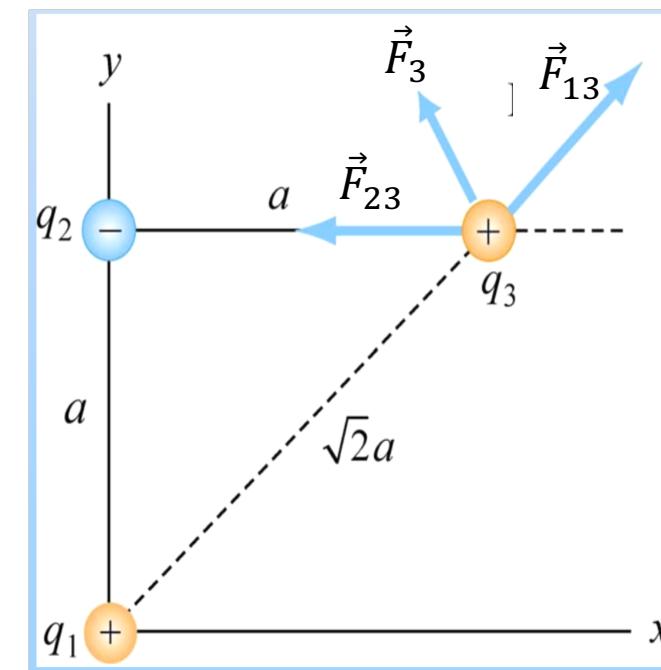
E quando existem mais que duas cargas?

A **força total** sentida por uma das cargas  $Q$  resulta da **soma vectorial** das forças aplicadas por cada uma das cargas  $Q_i$  existentes à sua volta

$$\vec{F}_j = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{ij}$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}^2} \vec{u}_{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}^2} \vec{u}_{r_{23}}$$



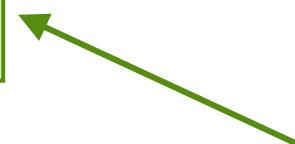
# Campo eléctrico

Podemos escrever a última expressão na forma

$$\vec{F}_3 = Q_3 \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_{13}^2} \vec{u}_{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r_{23}^2} \vec{u}_{r_{23}} \right)$$

ou de um modo geral, para uma *carga de teste*  $Q_0$ :

$$\vec{F}_0 = Q_0 \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$



Na região do espaço onde está a carga  $Q_0$  existe um **campo eléctrico**:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0} \quad [\text{V/m}] \equiv [\text{N/C}]$$

# O campo eléctrico também pode assumir uma grande gama de valores

Ordens de grandeza típicas de campos eléctricos (N/C):

Cabos eléctricos domésticos	$10^{-2}$
Ondas de rádio	$10^{-1}$
Atmosfera	$10^2$
Luz do Sol	$10^3$
Nuvem durante uma tempestade	$10^4$
Relâmpago	$10^4$
Tubo de raios-x	$10^6$
Electrão num átomo de hidrogénio	$10^{11}$
Superfície de um núcleo de urânio	$10^{21}$

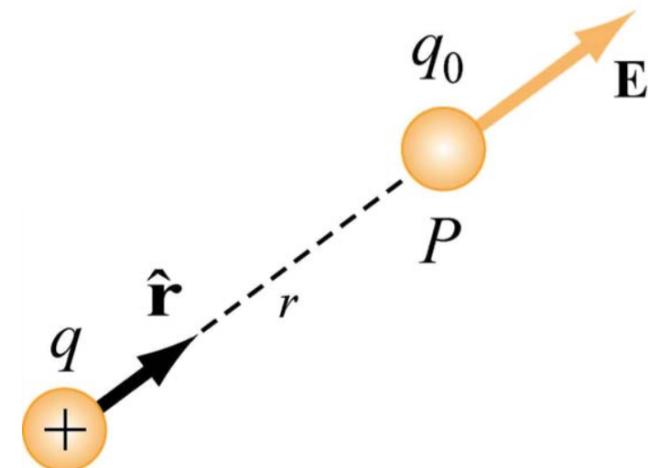
# As cargas eléctricas geram o campo eléctrico

O **campo eléctrico produzido por uma carga**  $Q_1$  à distância  $r_1$  de  $Q_0$  é:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_{r_1}$$

Um conjunto de cargas pontuais  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$  à distância  $r_1, r_2, \dots, r_N$  de um ponto P produzem um campo eléctrico (princípio da sobreposição)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} + \frac{Q_2}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} + \dots \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$

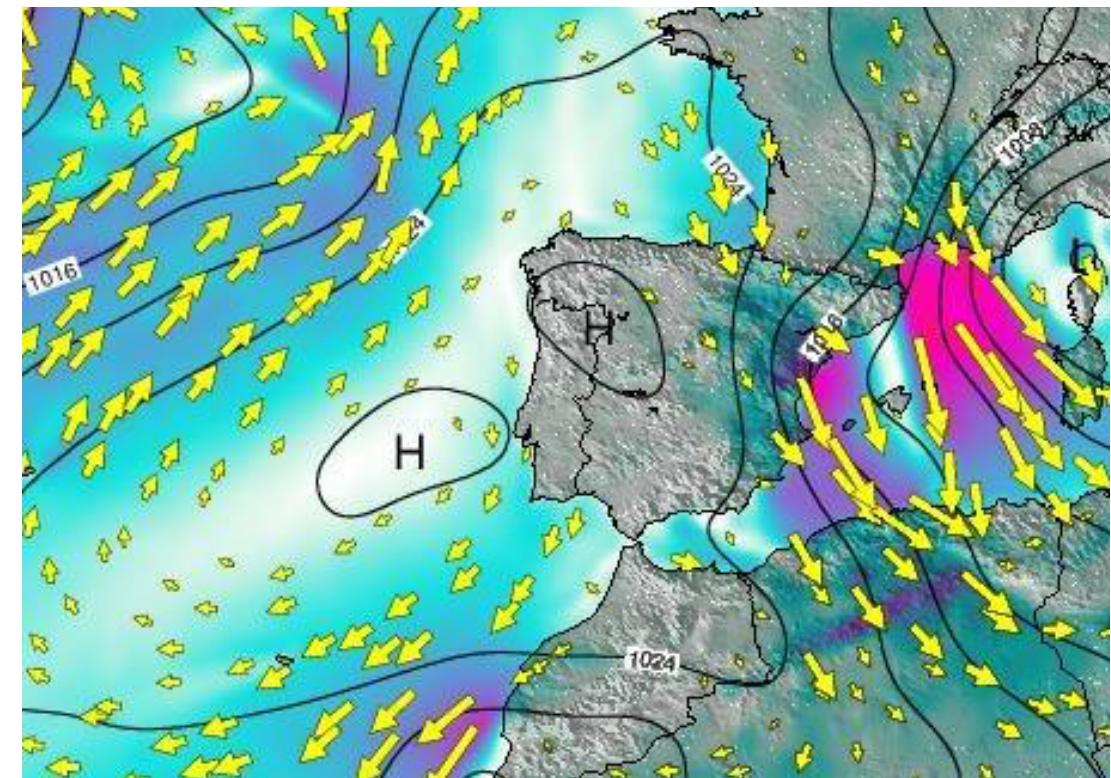


# O campo eléctrico é um campo vectorial

Temperatura: campo escalar



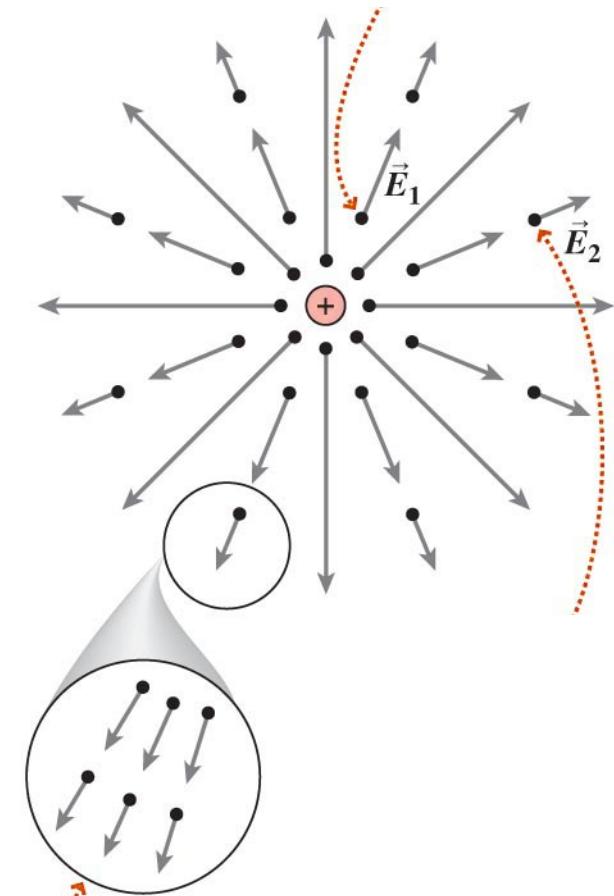
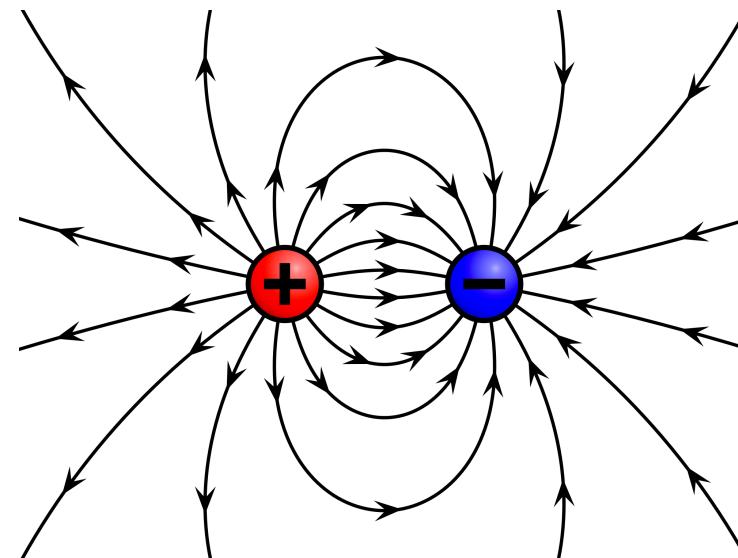
Vento: campo vectorial



# Visualizar campos vectoriais: linhas de campo

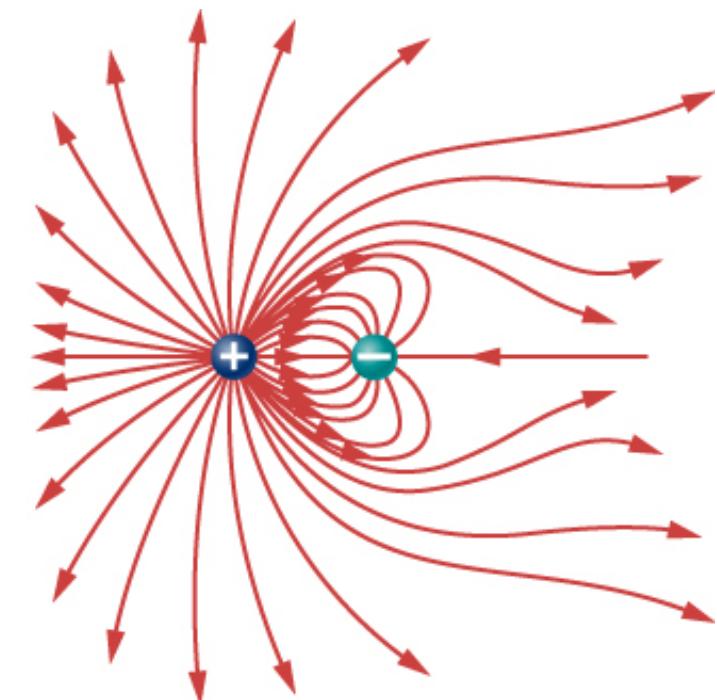
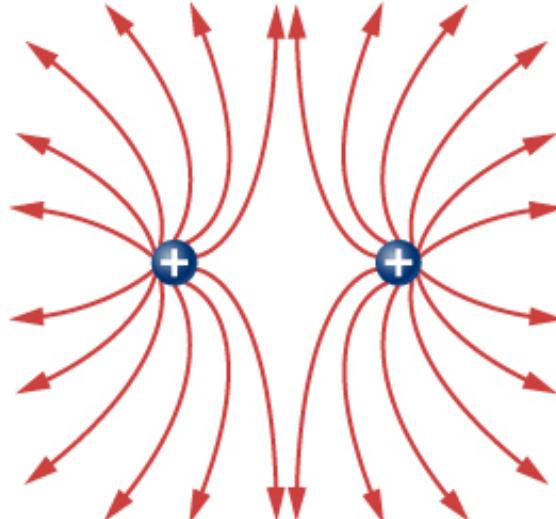
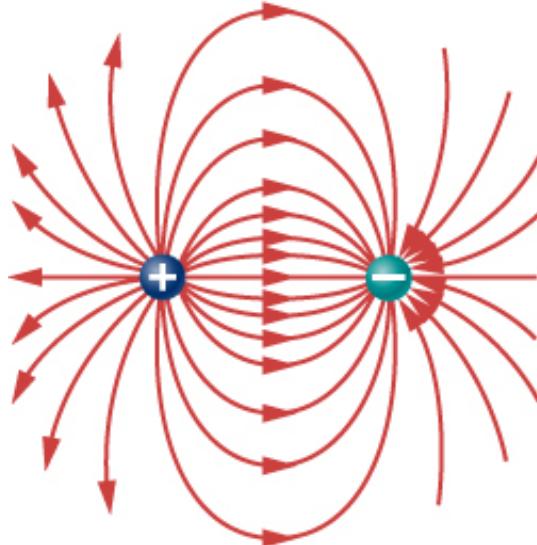
As linhas de campo são desenhadas de forma a que, em cada ponto, o campo seja tangente à linha de campo.

Uma carga de teste **colocada** numa linha de campo sente uma força tangente à linha.



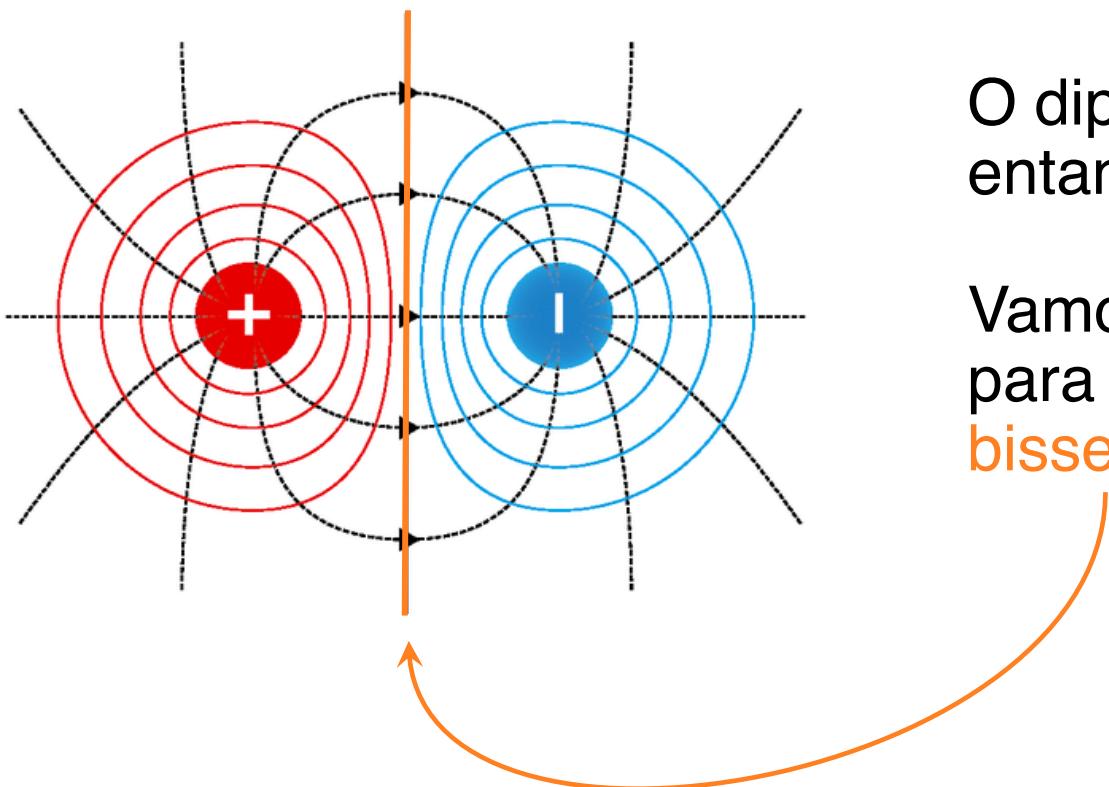
# Visualizar campos vectoriais: linhas de campo

- A direcção das linhas dá a direcção do campo eléctrico
- A magnitude do campo é proporcional à densidade de linhas
- As linhas de campo apontam para fora das cargas positivas e terminam nas cargas negativas (ou no infinito)
- As linhas de campo nunca se cruzam



# Distribuição de cargas: o dipolo eléctrico

Duas cargas de igual módulo e sinal contrário, separadas de uma distância  $d$ , formam um **dipolo eléctrico**.



O dipolo é electricamente neutro, no entanto produz um campo eléctrico!

Vamos usar o princípio da sobreposição para calcular o campo eléctrico na **bissectriz** entre as cargas.

# Distribuição de cargas: o dipolo eléctrico

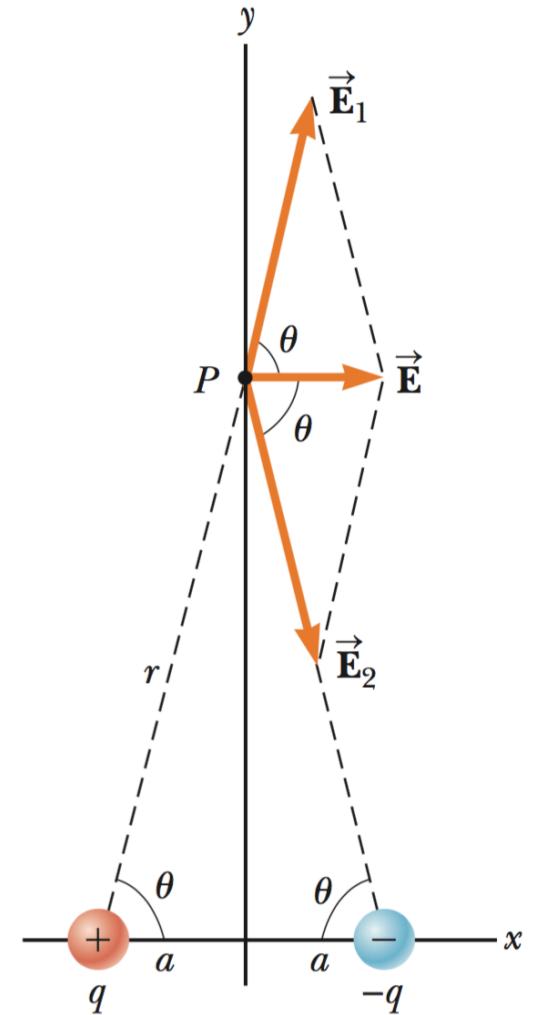
Queremos determinar  $\vec{E}$  no ponto  $P(0, y)$ :

$$\vec{E}_1 = k \frac{(+q)}{y^2 + a^2} \vec{u}_1$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{(-q)}{y^2 + a^2} \vec{u}_2$$

Como as cargas são simétricas, a componente  $E_y$  é nula e a componente  $E_x$  duplica:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k \frac{2q \cos \theta}{y^2 + a^2} \vec{e}_x = k \frac{2q}{y^2 + a^2} \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}} \vec{e}_x$$



# Distribuição de cargas: o dipolo eléctrico

Se a distância do ponto  $P$  ao dipolo for grande,  $y \gg a$ :

$$\vec{E} = k \frac{2q}{y^2 + a^2} \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}} \vec{e}_x \approx k \frac{2aq}{y^3} \vec{e}_x$$

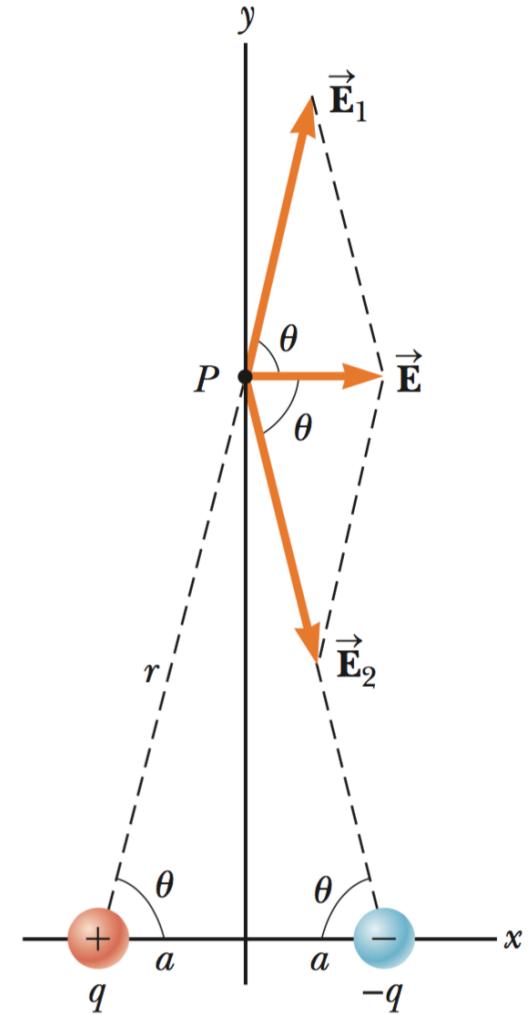
O campo eléctrico do dipolo é proporcional a  $1/r^3$

Sendo  $\vec{d} = 2a\vec{e}_x$  o vector que une as cargas, define-se

$$\vec{p} = q\vec{d} = 2aq\vec{e}_x$$

**momento dipolar**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{y^3} \vec{p}$$



# Distribuições contínuas de carga

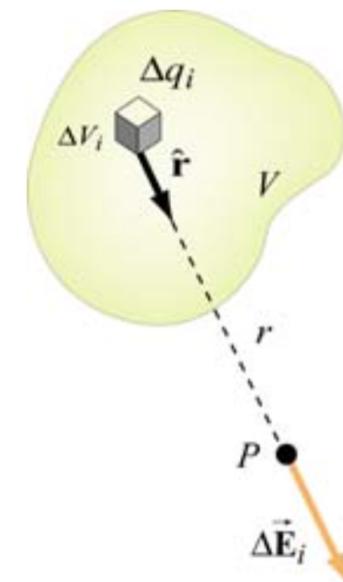
Quando o problema não pode ser expressido em termos de cargas individuais (p. ex. carga contínua), ou o número de cargas é muito elevado, o campo eléctrico é calculado dividindo a carga em pequenas cargas  $dq$ .

Cada carga  $dq$  gera um **campo infinitesimal**  $\overrightarrow{dE}$ :

$$\overrightarrow{dE} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{u}_r$$

Para se obter o campo total num ponto P, adicionam-se vectorialmente todos os campos  $\overrightarrow{dE}$

$$\vec{E} = \sum \overrightarrow{dE_i} \rightarrow \int \overrightarrow{dE}$$



# Distribuições contínuas de carga

## Densidade de carga linear



$$\lambda(\vec{r}) = \frac{dQ}{dl} \text{ [C.m}^{-1}\text{]}$$

$$Q = \int \lambda(\vec{r}) dl$$

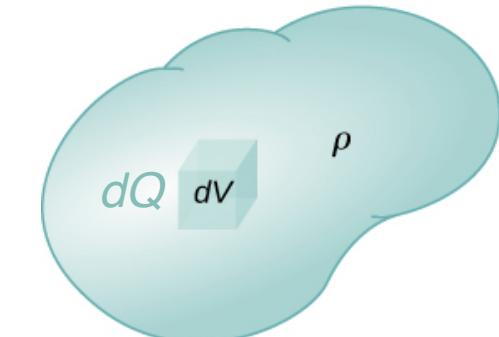
## Densidade de carga em superfície



$$\sigma(\vec{r}) = \frac{dQ}{dA} \text{ [C.m}^{-2}\text{]}$$

$$Q = \int_S \sigma(\vec{r}) dA$$

## Densidade de carga em volume



$$\rho(\vec{r}) = \frac{dQ}{dV} \text{ [C.m}^{-3}\text{]}$$

$$Q = \int_V \rho(\vec{r}) dV$$

# Distribuições contínuas de carga

## Distribuição linear



$$dq = \lambda dl$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}_r$$

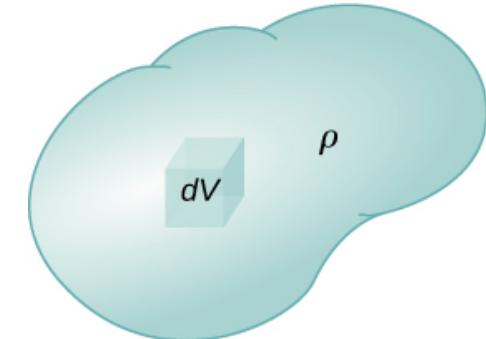
## Distribuição em superfície



$$dq = \sigma dA$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dA}{r^2} \vec{u}_r$$

## Distribuição em volume



$$dq = \rho dV$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}_r$$

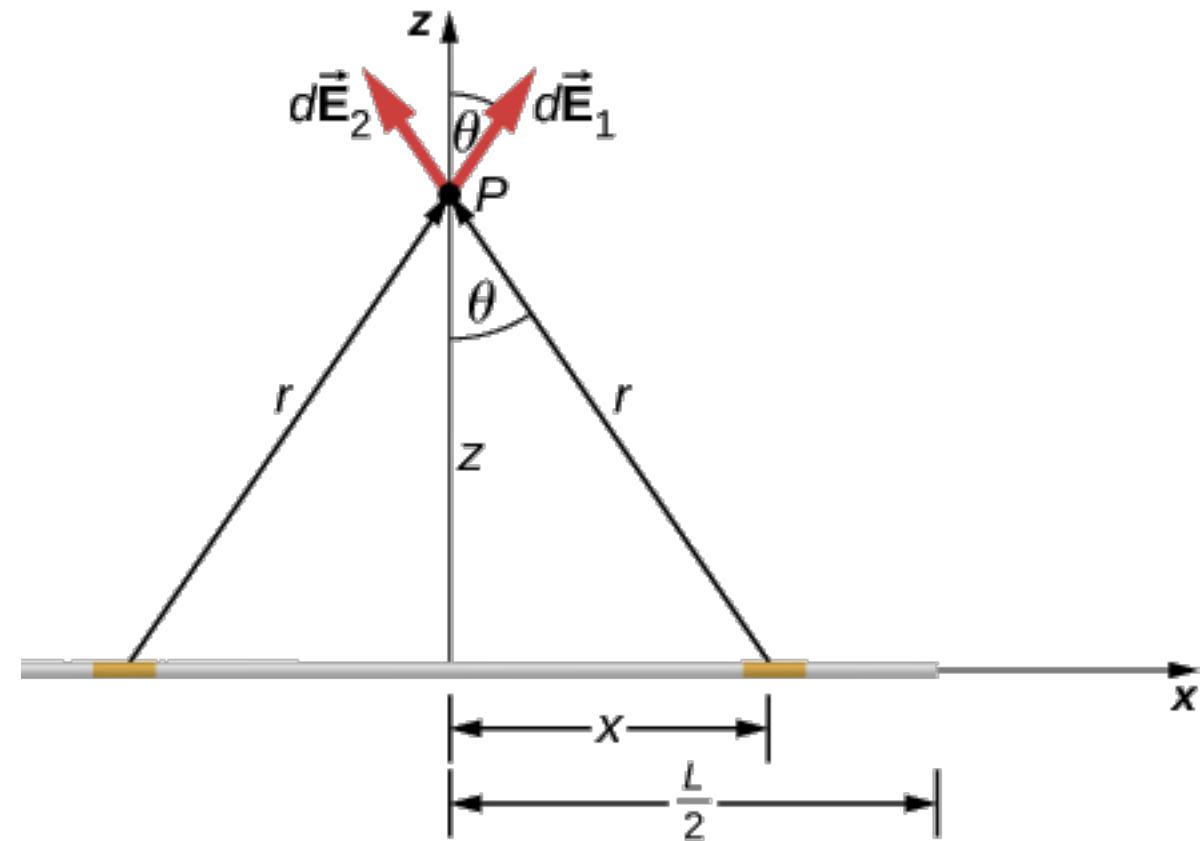
# Exemplo: linha carregada uniformemente

Considere um segmento de uma linha de comprimento  $L$ , com uma densidade de carga linear uniforme  $\lambda$

Calcular o campo eléctrico a uma distância  $z$  do ponto médio da linha.

Recorde:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}_r$$



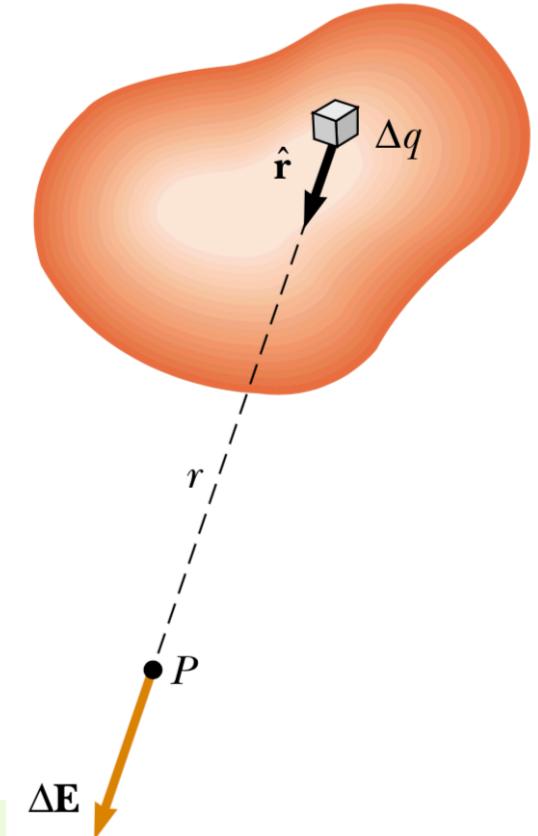
# Como calcular o campo eléctrico num qualquer ponto $P$ no vazio?

Dada uma qualquer distribuição contínua de cargas:

1. Dividir a distribuição em “fatias” tão pequenas que possam ser aproximados a partículas
2. Determinar a carga  $q_i$  de um elemento  $i$
3. Calcular o campo  $d\vec{E}_i$  como se o elemento  $i$  fosse uma carga pontual
4. Somar todos os elementos para obter  $\vec{E}$ , o campo total em  $P$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{u}_r$$

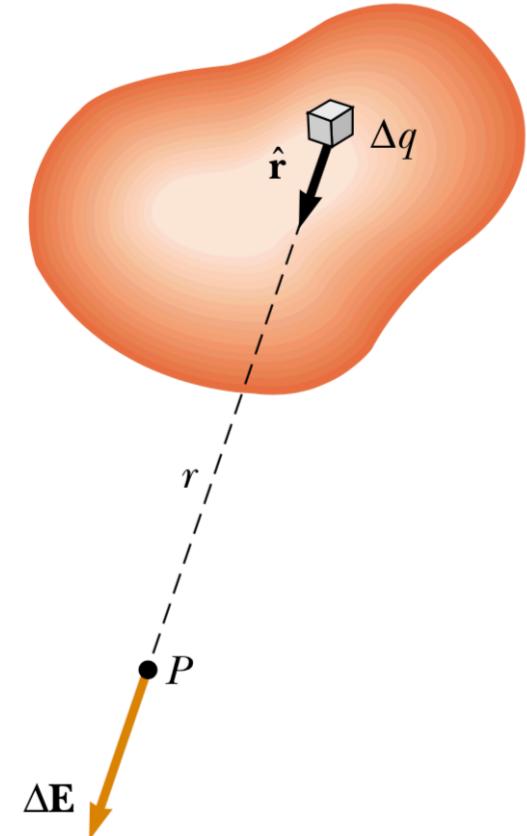
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{u}_r$$



# Como calcular o campo eléctrico num qualquer ponto $P$ no vazio?

Conselhos práticos:

- Comece por fazer um esquema do problema e estudar a geometria, em busca de **simetrias**
- Utilizar as expressões adequadas a densidades de carga lineares, em superfície ou de volume
- Efectuar os cálculos usando o **sistema de coordenadas** mais adequado à geometria: cartesiano, cilíndrico, esférico



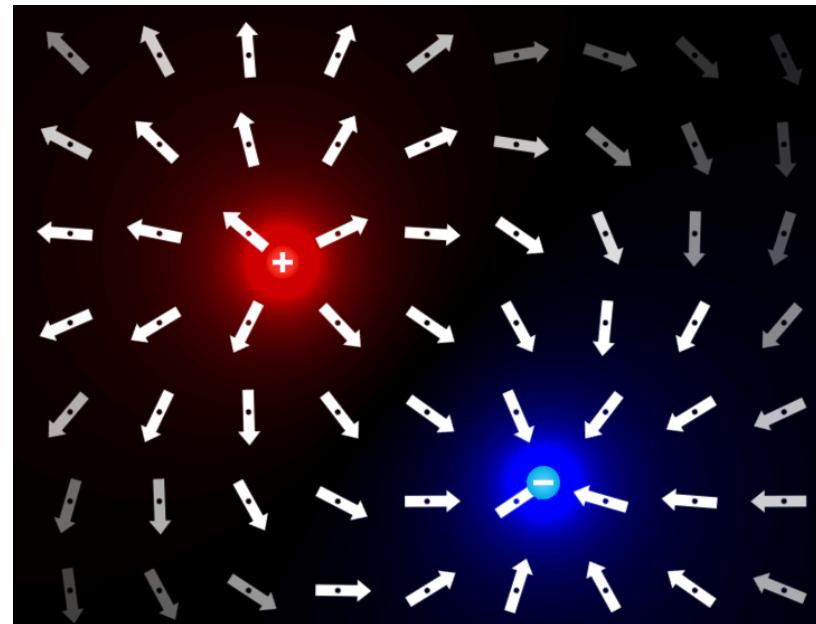
# Links relevantes

## **Electrostática e campos eléctricos**

<https://www.compadre.org/Physlets/electromagnetism/intro22.cfm>

## **Cargas e campos**

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/charges-and-fields>



# Sumário e conceitos fundamentais

- A força electromagnética está associada à presença de **cargas eléctricas**
- A **Lei de Coulomb** fornece uma expressão para essa força
- As cargas podem também ser vistas como geradoras de um **campo eléctrico**
- As forças e os campos eléctricos adicionam-se usando o **princípio da sobreposição**
- Na presença de distribuições contínuas de carga, somam-se os campos elementares gerados por cargas infinitesimais, descritas por uma **densidade de carga**