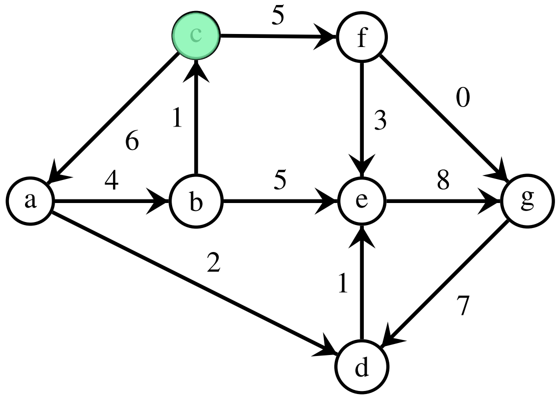
Aula Prática 8

ASA 2021/2022

Q1 (T1 06/07 II.1) Considere o grafo da figura.



	a	b	c	d	e	f	g
d	6	10	0	~~7~~ 8	8	5	5
π	c	a	NIL	~~f~~ a	f	c	f

Q: ~~c~~ a b d e f g

Q: ~~f~~ a b d e g

Q: ~~g~~ a e b d

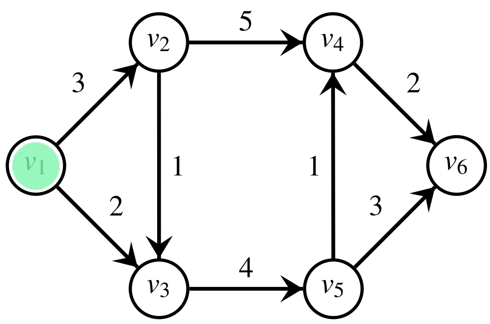
Q: ~~a~~ e d b

Q: ~~e~~ d b

Q: d b

Indique os valores de d e π para cada vértice quando faltam extrair dois nós da fila de prioridade na execução do algoritmo de Dijkstra a partir do vértice c.

Q2 (T1 08/09 II.3) Considere o grafo da figura.



a)

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
d	0	3	2	8 7	6	9
π	NIL	V_1	V_1	~~V_2~~ V_5	V_3	V_5

Q: ~~1~~ 2 3 4 5 6

Q: ~~3~~ 2 4 5 6

Q: ~~2~~ 5 4 6

Q: 5 4 6

Q: 4 6

a. Indique os valores de d e π para cada vértice imediatamente após a aplicação do procedimento RELAX sobre todos os arcos com origem no vértice v_5, durante a execução algoritmo de Dijkstra a partir do vértice v_1.

b. Indique os valores de d e π para cada vértice imediatamente após serem processados 5 arcos durante a execução do algoritmo para cálculo de caminhos mais curtos de origem única em grafos dirigidos acíclicos (DAGs) a partir do vértice v_1. Deve considerar a ordenação topológica mais pequena por ordem lexicográfica.

b) Ord. topologica:

~~V_1~~ ~~V_2~~ ~~V_3~~ V_5 V_4 V_6

V_3 depende do V_2

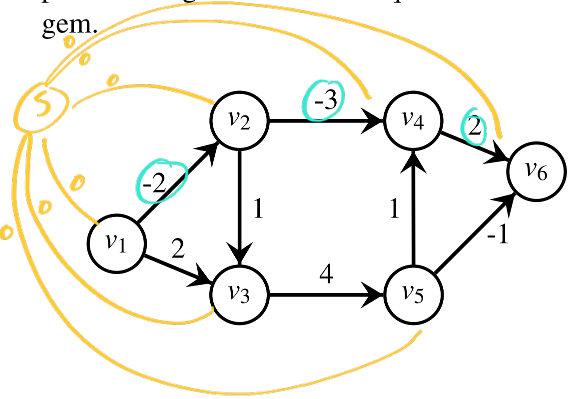
V_4 depende do V_5

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
d	0	3	2	8	6	
π	NIL	V_1	V_1	V_2	V_3	

no exame
Ou aplica johnson
ou repesagem

1. Estender G com S
2. $\delta(S, v)$ $v \in V$
3. w'

Q3 (R1 08/09 II.3) Considere a execução do algoritmo de Johnson, sobre o grafo dirigido e pesado da figura abaixo. Indique o valor dos pesos dos arcos, após o procedimento de repesagem.

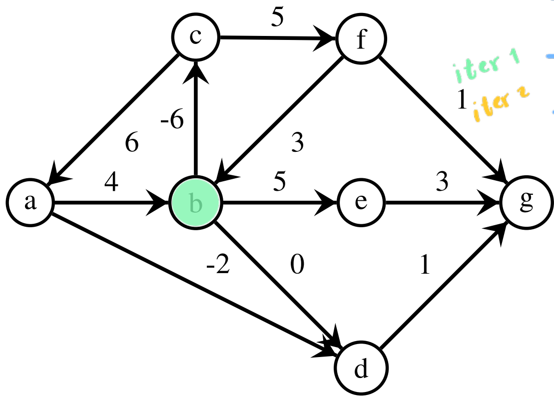


$w'(u,v) = w(u,v) + h(u) - h(v)$

$h(v_1) = 0$
$h(v_2) = 0 - 2$
$h(v_3) = -2 + 1$
$h(v_4) = -2 - 3$
$h(v_5) = 0$
$h(v_6) = -5 + 2$

$w'(1,2) = -2 + 0 - (-2) = 0$
$1,3 = 2 + 0 - (-1) = 3$
$2,3 = 1 - 2 - (-1) = 0$
$2,4 = -3 - 2 - -5 = 0$
$3,5 = 4 - 1 - 0 = 3$
$4,6 = 2 - 5 - -3 = 0$
$5,4 = 1 + 0 - -5 = 6$
$5,6 = -1 + 0 - -3 = 2$

Q4 (R1 06/07 II.1) Considere o grafo da figura.



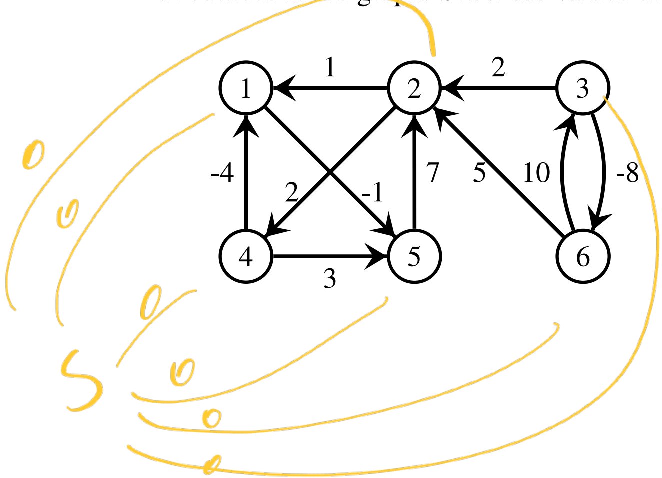
ab ad bc bd be ca cf dg eg fb fg

iter 1
iter 2

	a	b	c	d	e	f	g
d	0	0	-6	~~0~~ -2	5	-1	~~1~~ 0
π	c	NIL	b	~~b~~ a	b	c	~~e~~ f

Indique os valores de d e π para todos os vértices após duas iteraçõess do ciclo principal do algoritmo de Bellman-Ford. Considere como fonte o vértice b e que uma ordem lexicográfica para o tratamento dos arcos (ou seja, ordem alfabética dos nós de partida e, dentre estes, ordem alfabética dos nós de chegada).

Q5 (CLRS Ex. 25.3-1) Use Johnson's algorithm to find the shortest paths between all pairs of vertices in the graph. Show the values of h and $\hat{w}$ computed by the algorithm.



$\delta(S,1) = h(1) = -5$
$\delta(S,2) = h(2) = -3$
$\delta(S,3) = h(3) = 0$
$\delta(S,4) = h(4) = -1$
$h(5) = -6$
$h(6) = -8$

$w'(1,5) = -1 - 5 - -6 = 0$
$w'(2,1) = 1 - 3 - -5 = 3$
$w'(2,4) = 2 - 3 - -1 = 0$
$w'(3,2) = 2 + 0 - -3 = 5$
$w'(3,6) = -8 + 0 - -8 = 0$
$w'(4,1) = -4 - 1 - -5 = 0$
$w'(4,5) = 3 - 1 - -6 = 8$
$w'(5,2) = 7 - 6 - -3 = 4$
$w'(6,2) = 5 - 8 - -3 = 0$
$w'(6,3) = 10 - 8 - 0 = 2$

Q6 (R1 08/09 II.2) Considere os algoritmos para o cálculo de caminhos mais curtos. Indique se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira (V) ou falsa (F).

a. O algoritmo de Bellman-Ford permite detectar ciclos negativos. ✓

b. Se a relaxação dos arcos de um grafo dirigido e acíclico for efectuada de acordo com a ordenação topológica dos respectivos vértices, é possível determinar os caminhos mais curtos de fonte única em tempo $\Theta(V+E)$. ✓ DAG

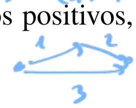
c. No algoritmo de Dijkstra, quando um vértice u é extraído da fila de prioridade, $d[u]$ e $\pi[u]$ já têm o respectivo valor final, mesmo em grafos contendo arcos com peso negativo.
F

d. O algoritmo de Dijkstra produz os valores finais correctos, mesmo que o ciclo principal seja executado apenas $|V|-\cancel{2}$ vezes. F

e. Se num grafo existir mais do que um componente fortemente ligado (SCC), têm obrigatoriamente que existir dois vértices u e v, tal que $\delta(u,v)=\infty$. V

f. Os caminhos mais curtos obedecem sempre à desigualdade triangular. V, se π, π válidos
(u,v) $d(v) \leq d[u] + w(u,v)$ cams. + curtos

g. Em grafos em que os pesos dos arcos sejam todos diferentes e inteiros positivos, existe apenas um caminho mais curto entre qualquer par de vértices. F



h. O tempo de execução do algoritmo de Bellman-Ford é $O(VE^2)$. V

$\Theta(VE) \in O(VE^2)$