

Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC

AULA 12 – Magnetostática II

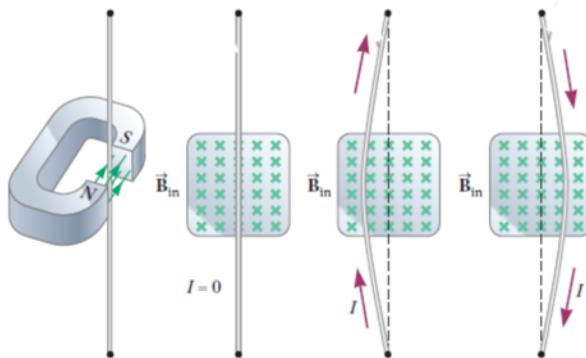
Resumo da aula anterior

Lei de Biot-Savart

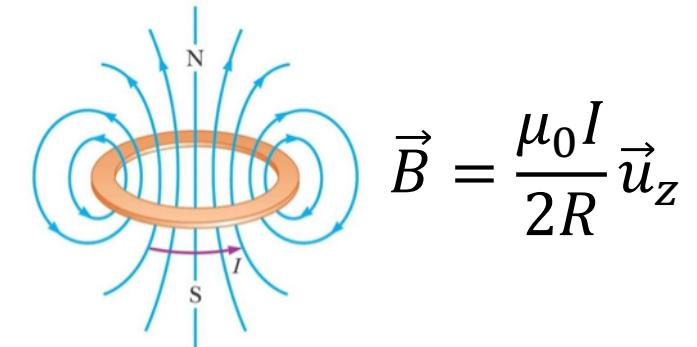
$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \overrightarrow{dl} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I \overrightarrow{dl} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

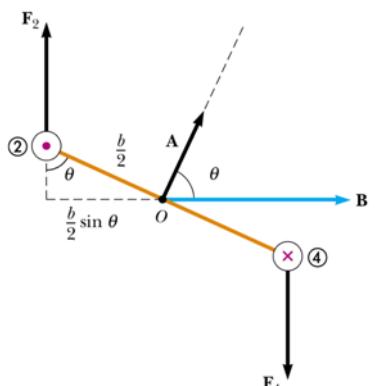
Corrent + c. magnético



Campo magnético de uma espira



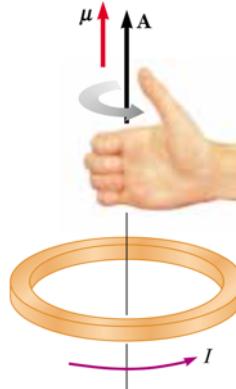
Espira num campo magnético



Momento magnético

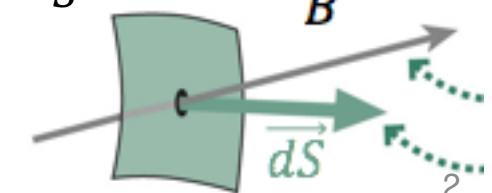
$$\vec{\mu} = IA$$

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Conserv. fluxo magnético

$$\oint_S \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$$



Campo magnético no vácuo

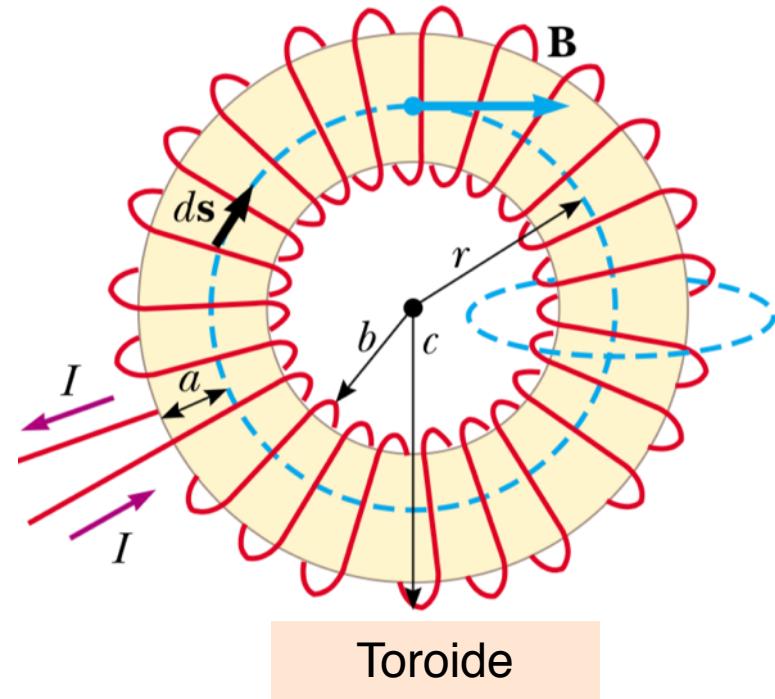
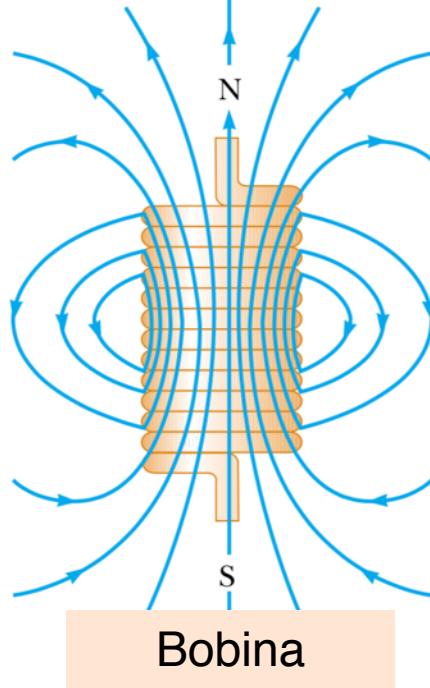
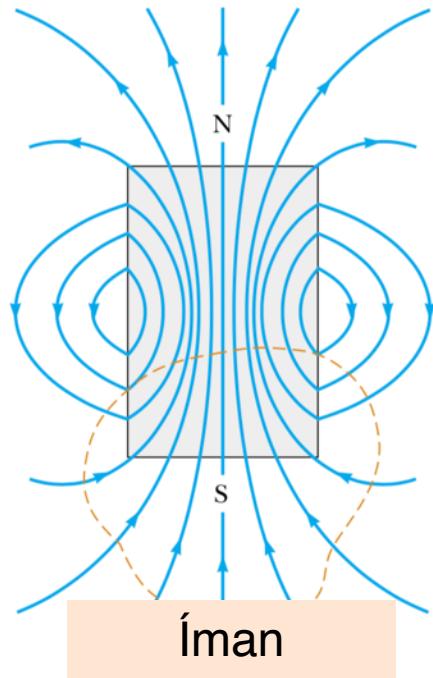
- Lei de Ampére
- Comparação campo eléctrico – campo magnético
- Exemplos: fio, cabo coaxial, espira toroidal, solenóide

Popovic & Popovic Cap. 12.6

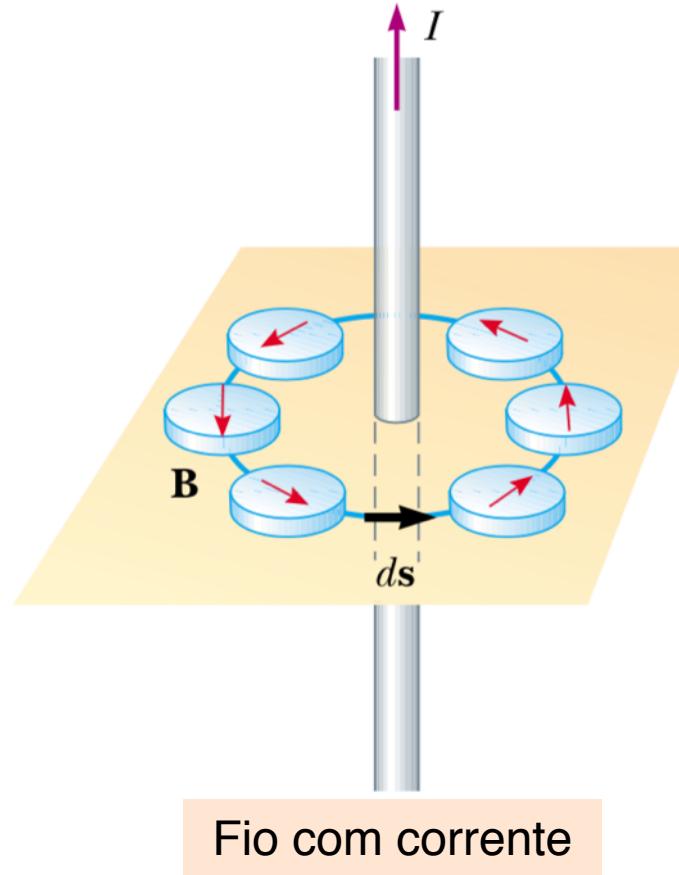
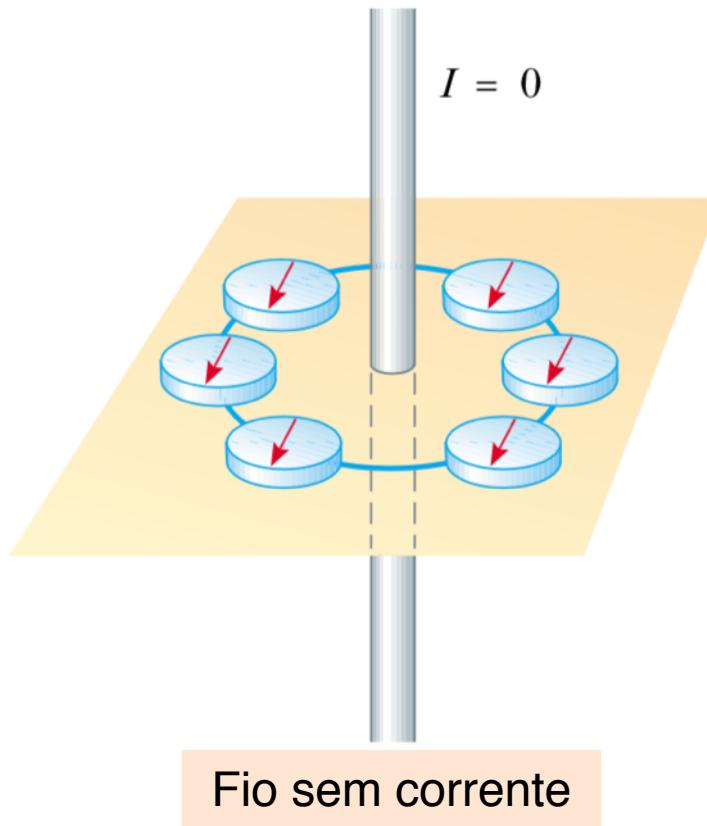
As linhas de campo magnético são fechadas

No caso do campo eléctrico, as linhas de campo têm origem nas cargas positivas e terminam nas cargas negativas.

Não há “cargas magnéticas” pelo que as linhas de campo são **fechadas**.



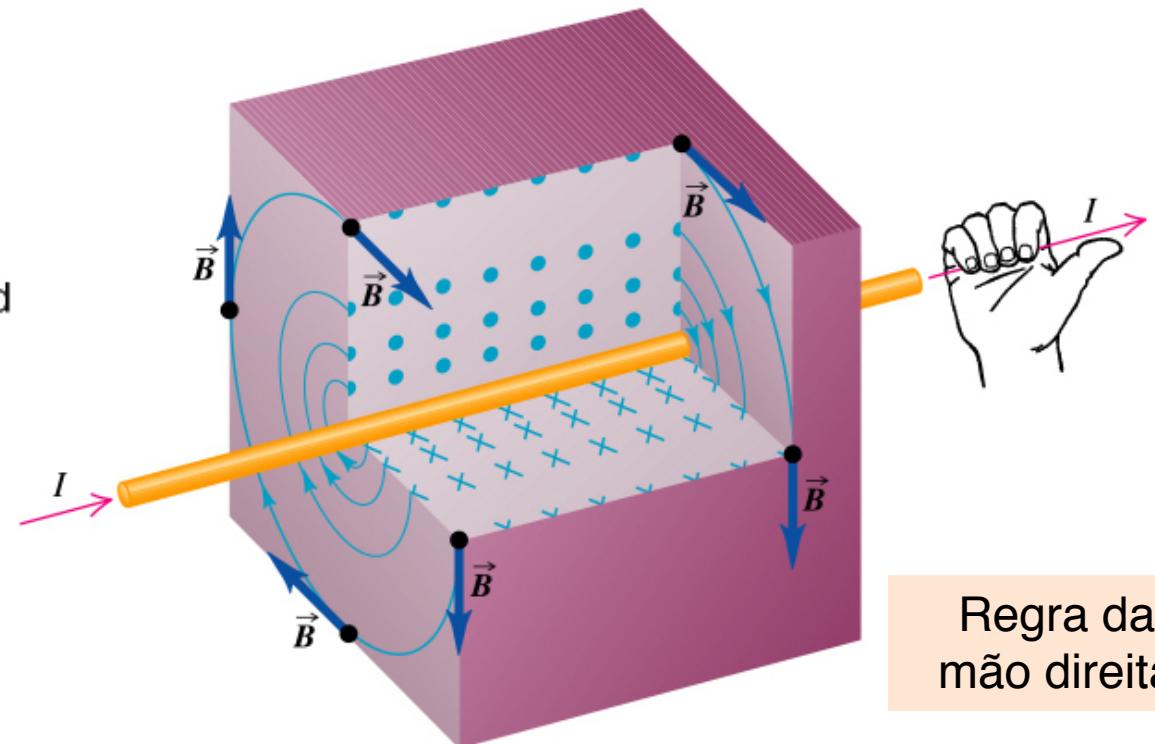
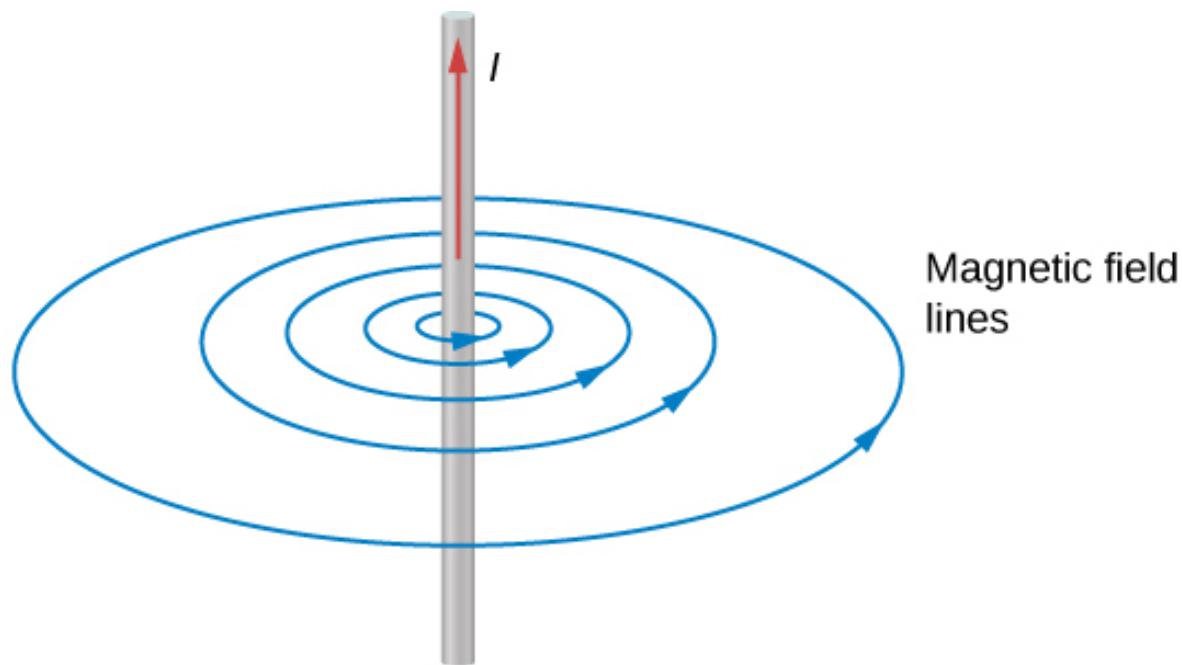
As linhas de campo rodeiam um condutor onde passa corrente



Qual a relação entre o valor de \vec{B} numa linha de campo e a corrente que esta rodeia?

Campo magnético de um fio com corrente I a uma distância r do fio:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Leftrightarrow 2\pi r B = \mu_0 I \Leftrightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



A Lei de Ampère relaciona o valor do campo e a corrente rodeada

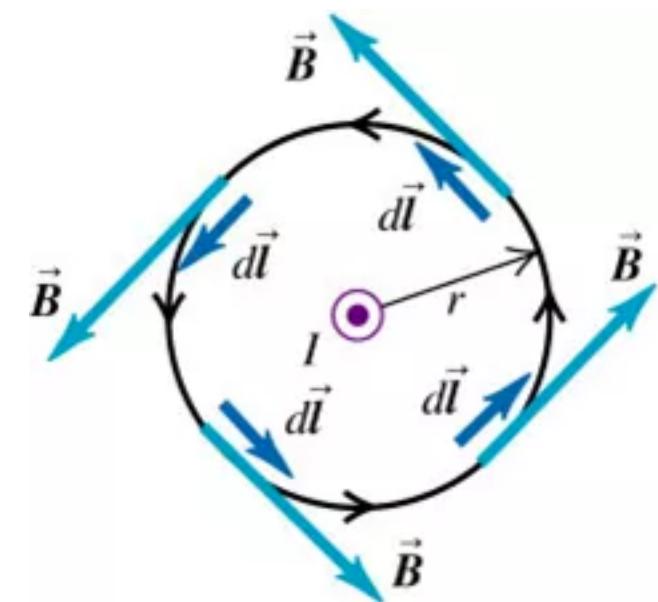
A relação anterior é válida para um fio.

É possível demonstrar que é válida para qualquer caminho fechado em qualquer geometria:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

**Lei de Ampère,
forma integral**

- C é um caminho fechado *qualquer*
- I é a corrente total que atravessa a superfície delimitada por C (orientação dada pela regra da mão direita)



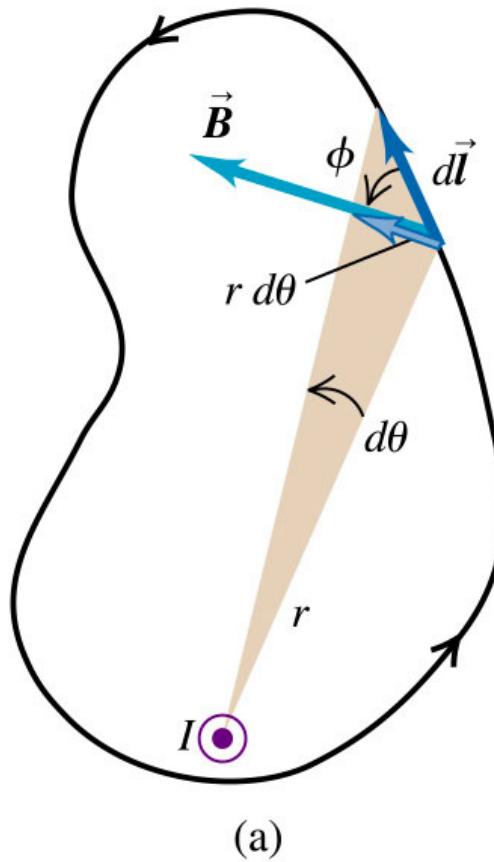
Num caminho que não contenha nenhuma corrente o integral é zero

Se $I = 0$:

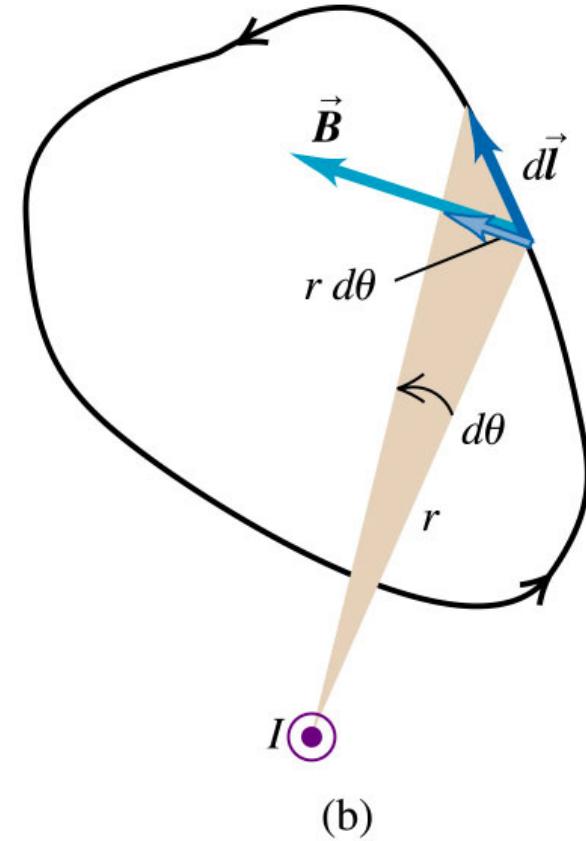
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Este resultado também se verifica se:

- no interior existirem correntes com sentidos opostos, em que a corrente *total* é nula.
- $\vec{B} \perp d\vec{l}$ em todos os pontos do caminho



(a)



(b)

Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

Lei de Ampère local

No caso de a corrente estar distribuída na forma de densidade de corrente \vec{J} :

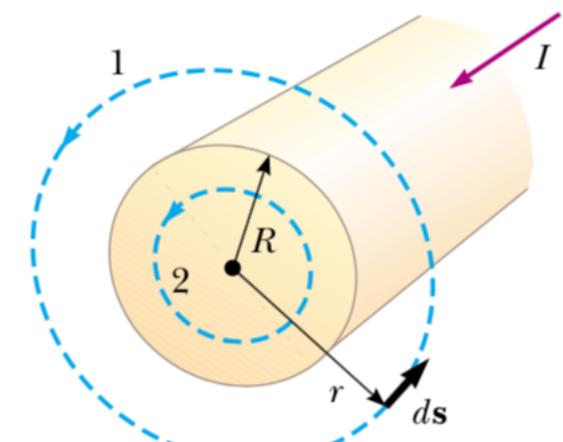
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$$

Usando o Teorema de Stokes:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

**Lei de Ampère,
forma local**

$$I = \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$$



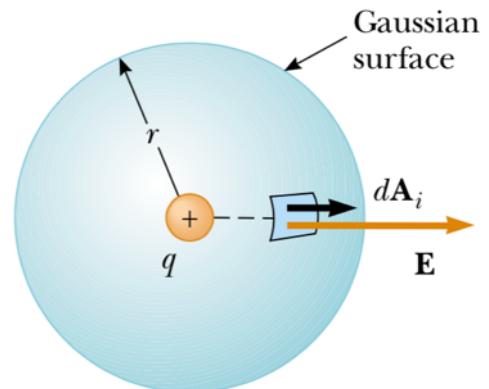
Lei de Gauss e Lei de Ampère: comparação

Lei de Gauss

Relaciona o **campo eléctrico** \vec{E} com a **densidade de carga** ρ no interior de uma **superfície fechada**

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$



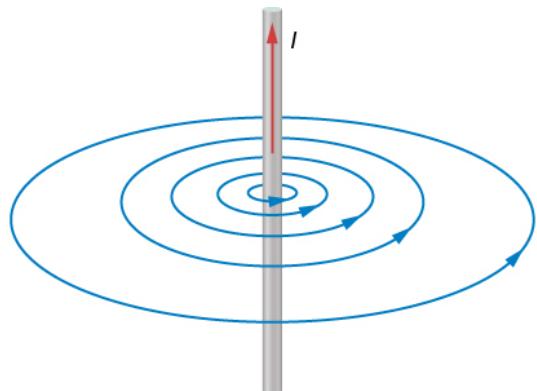
Permite calcular o **campo eléctrico** em situações de simetria

Lei de Ampère

Relaciona o **campo magnético** \vec{B} com a **densidade de corrente** \vec{J} no interior de um **caminho fechado**

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$



Permite calcular o **campo magnético** em situações de simetria

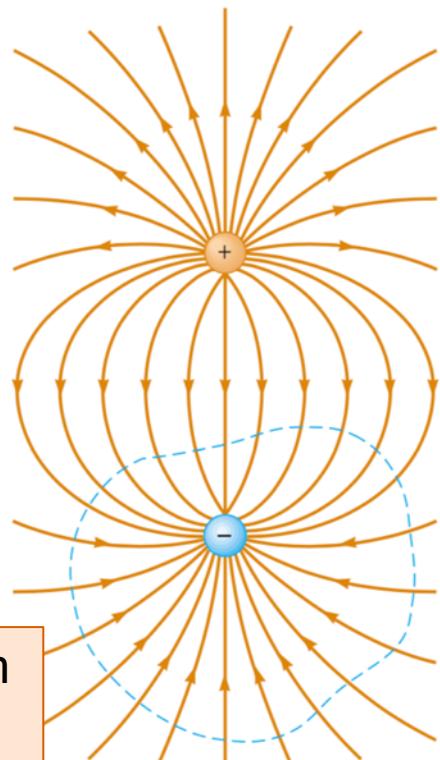
Lei de Gauss e Lei de Ampère: observações

Lei de Gauss

As linhas de campo eléctrico **têm origem e fim nas cargas**: as linhas que entram ou saem duma superfície dependem da carga no interior.

O fluxo é proporcional à carga rodeada.

Superfície que contém uma carga: $\vec{V} \cdot \vec{E} \neq 0$

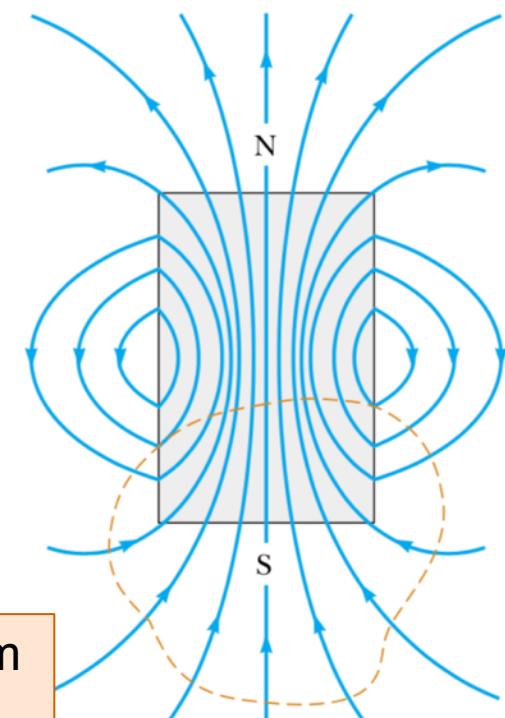


Lei de Ampère

As linhas de campo magnético **são fechadas**: todas as linhas que entram numa superfície fechada também saem.

O fluxo é sempre nulo.

Superfície que contém um pólo: $\vec{V} \cdot \vec{B} = 0$



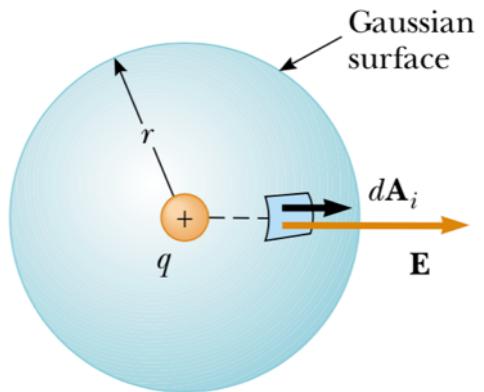
Lei de Gauss e Lei de Ampère: observações

Lei de Gauss

Apenas permite calcular a componente de \vec{E} **perpendicular** à superfície de Gauss: $\vec{E} \cdot d\vec{S}$

Simetrias típicas:

- esfera
- cilindro axial
- cilindro de bases paralelas
- plano infinito

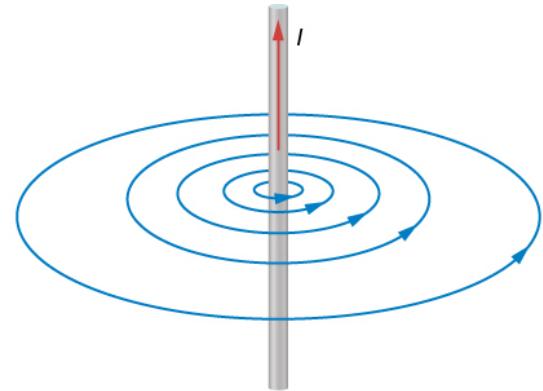


Lei de Ampère

Apenas permite calcular a componente de \vec{B} **paralela** ao caminho de Ampère: $\vec{B} \cdot d\vec{l}$

Simetrias típicas:

- anel
- toroidal
- anel axial
- plano infinito



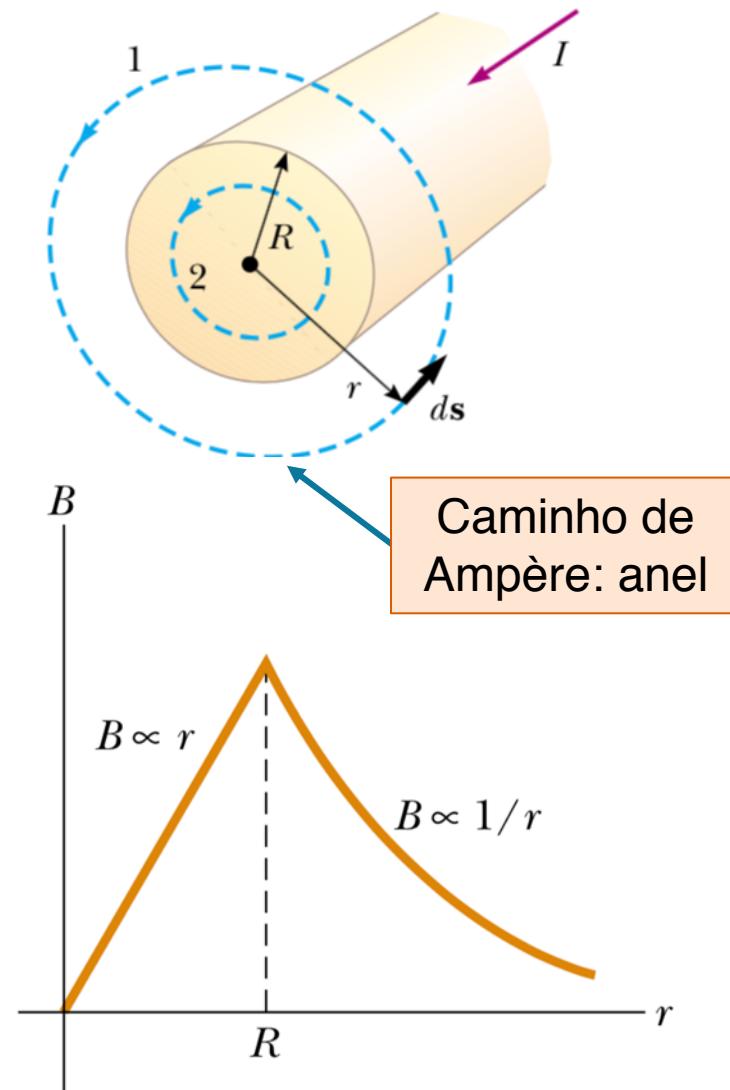
Exemplo: fio condutor de raio R

No **exterior** do fio, $B = \mu_0 I / 2\pi r$. E no **interior**?

- Corrente dentro de $r_1 > R$: $I = \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = |\vec{J}| \pi R^2$
- Corrente dentro de $r_2 < R$: $I' = |\vec{J}| \pi r_2^2 < I$
- Campo magnético em $r_2 < R$:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = \mu_0 I'$$

$$2\pi r_2 |\vec{B}| = \mu_0 |\vec{J}| \pi r_2^2 \rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 |\vec{J}| r_2}{2} = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r_2}$$



Exemplo: cabo coaxial

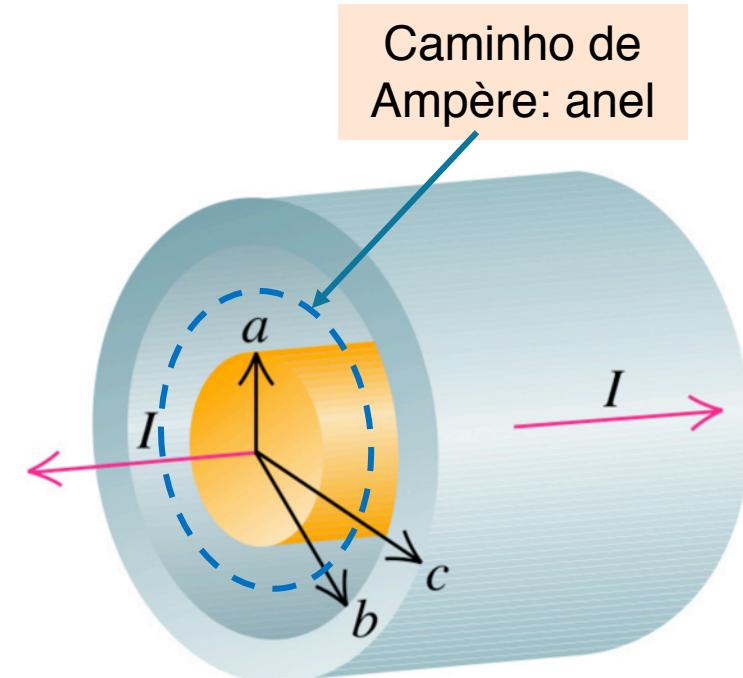
Condutor interno rodeado por cilindro oco externo,
correntes idênticas em sentido oposto: $I = I_{int} = -I_{ext}$

- $r < a$ e $a < r < b$: slide anterior
- $r > c$: corrente total é nula e $B = 0$
- $b < r < c$:

$$I_{total} = I_{int} + \int_S \vec{J}_{ext} \cdot \vec{n} dS = \pi a^2 |\vec{J}| - \pi(r^2 - b^2) |\vec{J}|$$

$$2\pi r |\vec{B}| = \mu_0 |\vec{J}| \pi(c^2 - r^2) \rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 |\vec{J}|}{2\pi r} \pi(c^2 - r^2)$$

$$|\vec{B}(r)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}$$



$$I_{int} = \pi a^2 |\vec{J}|$$

$$I_{ext} = \pi(c^2 - b^2) |\vec{J}|$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

Exemplo: espira toroidal

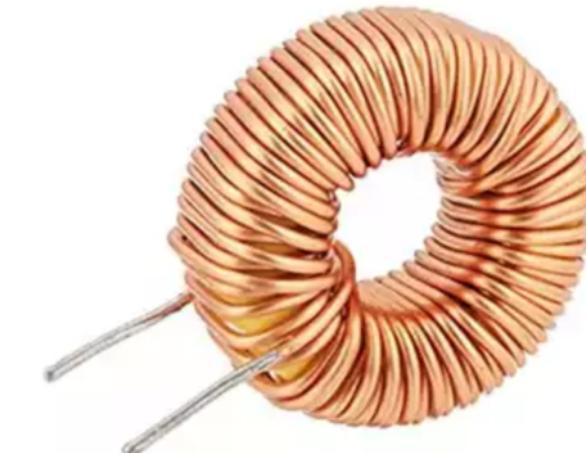
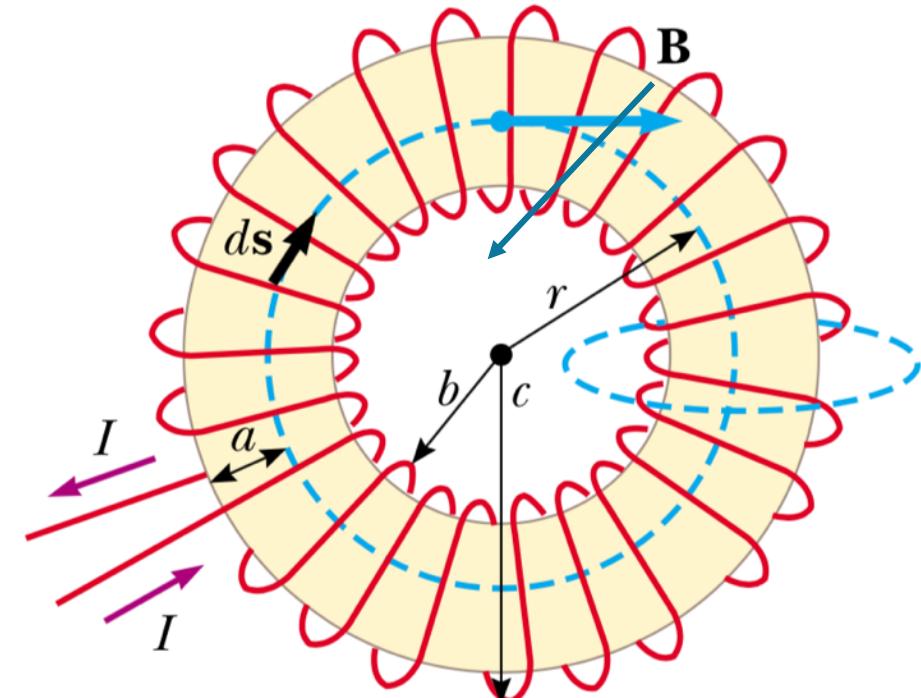
Condutor toroidal com N espiras de corrente I

- $r < b$ e $r > c$: corrente total é nula e $B = 0$
- $b < r < c$: num anel de raio r , $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl$

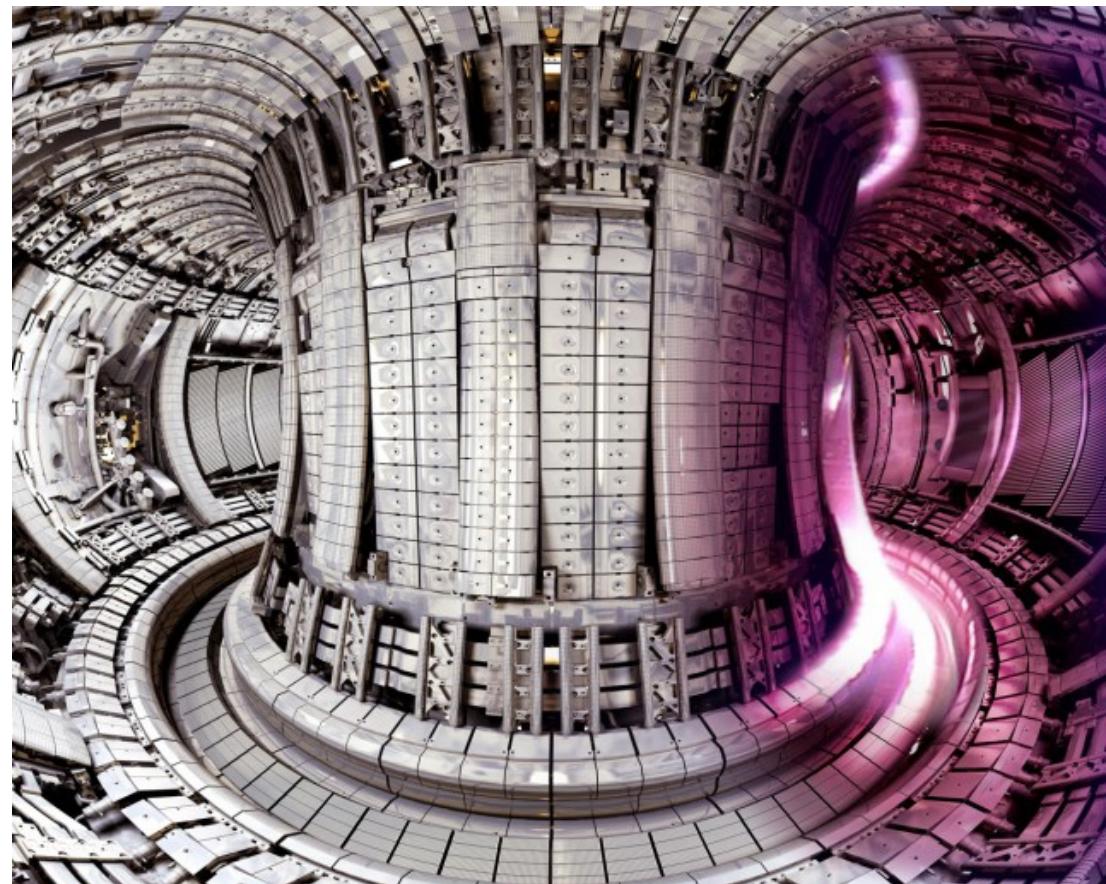
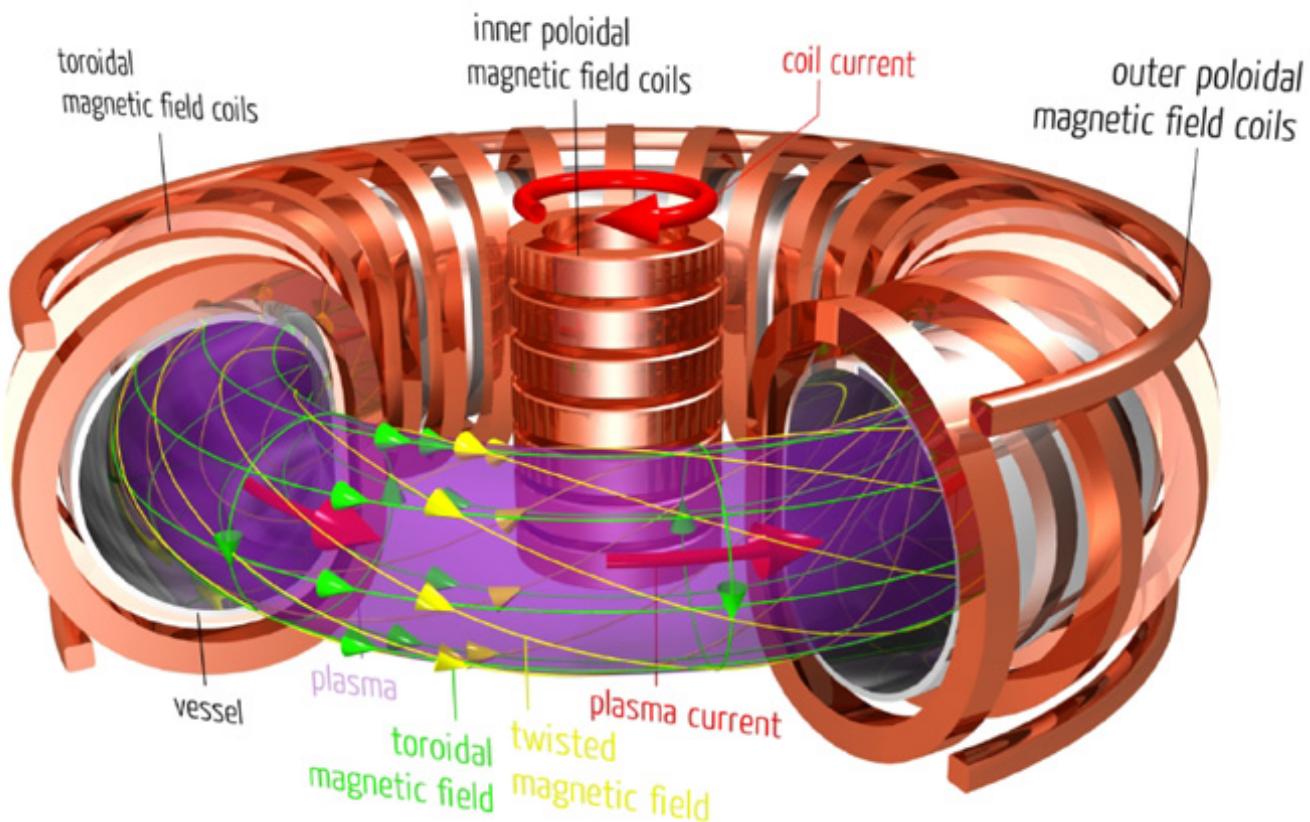
$$I_{total} = NI \quad 2\pi r B = \mu_0 N I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

- Se $a \ll r$ o campo é aproximadamente uniforme
- Para $r \approx b, r \approx c$ tem-se $B \approx 0$, mas na verdade existe uma componente perpendicular



Aplicação: reactores de fusão nuclear

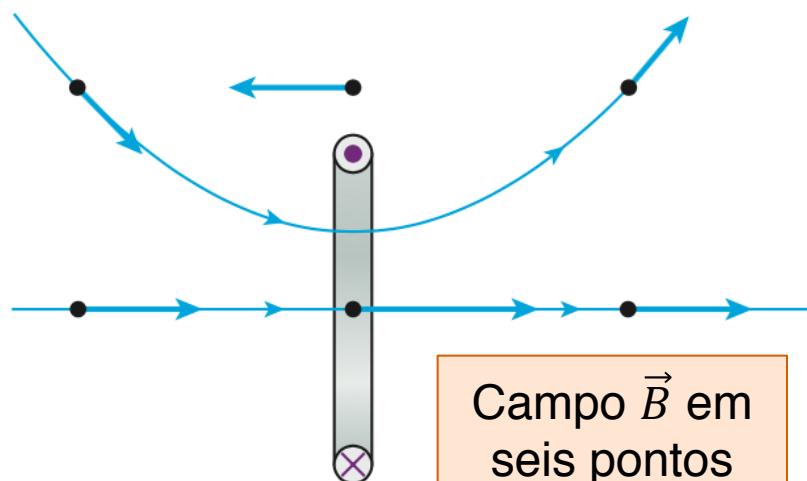


Exemplo: solenóide (bobina)

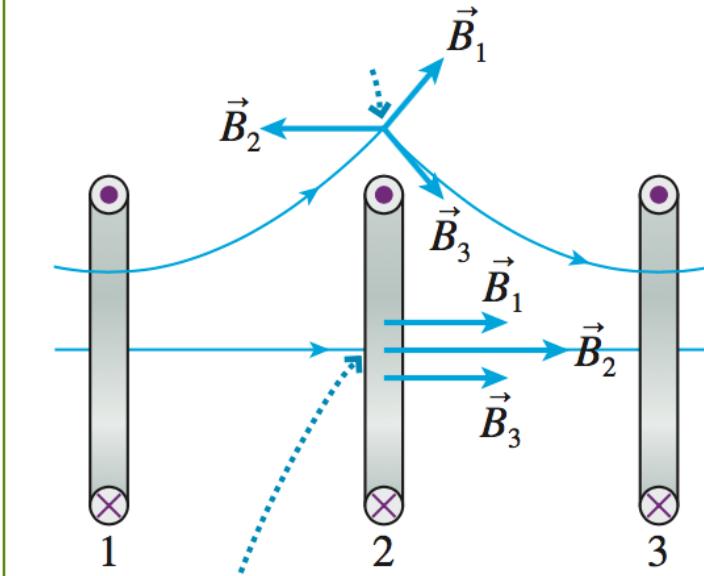
Condutor linear com N espiras de corrente I (pode ser imaginado como uma espira toroidal de raio $\rightarrow \infty$). Qual o campo magnético produzido?



Campo de uma espira



Campo de três espiras

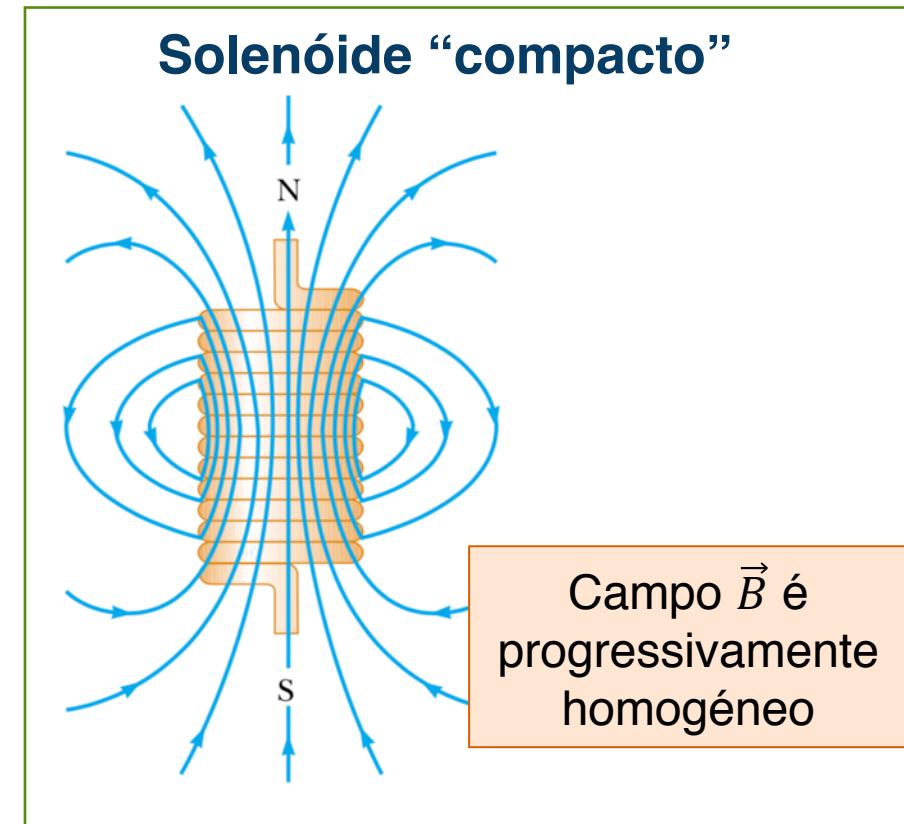
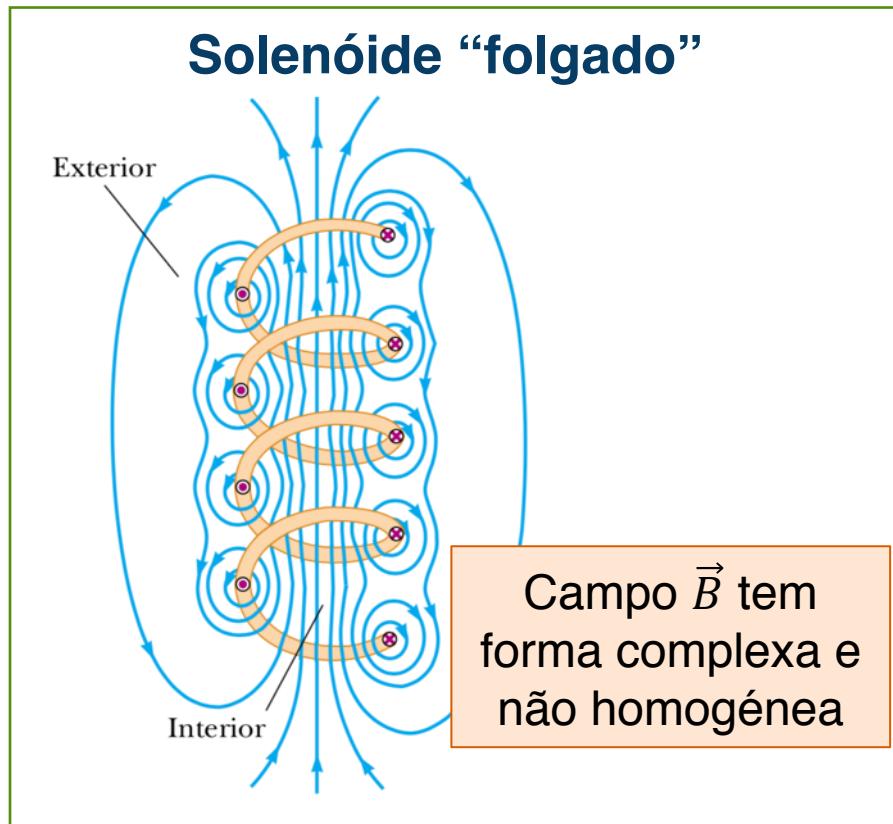


Fora das espiras:
campos anulam-se

Dentro das espiras:
campos reforçam-se

Exemplo: solenóide (bobina)

À medida que aumenta o número de espiras, o campo magnético no interior torna-se homogéneo, e no exterior torna-se nulo.



Exemplo: solenóide (bobina)

Lei de Ampère aplicada ao caminho fechado $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$:

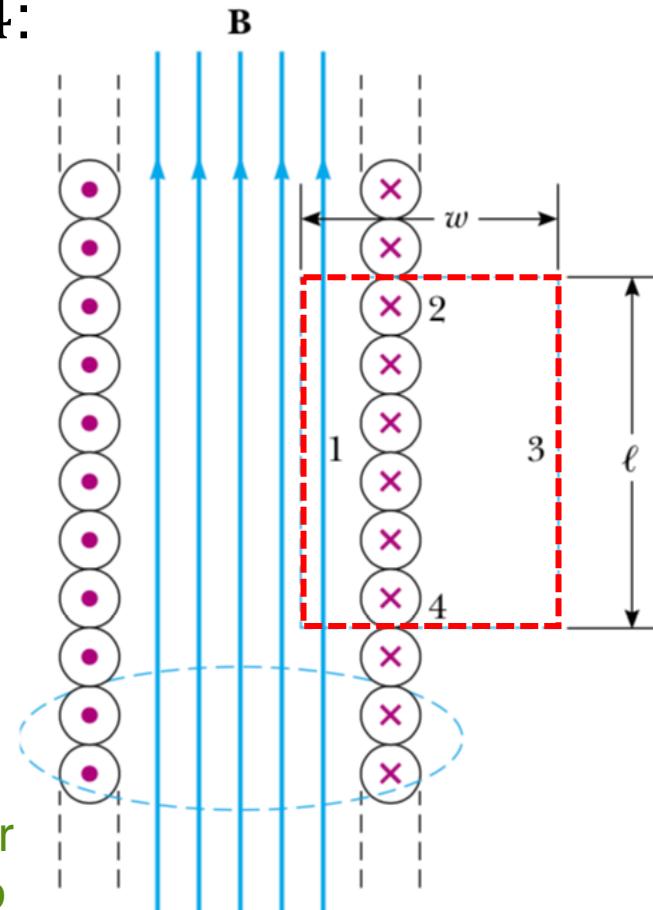
- Em 2,4 tem-se $\vec{B} \perp \vec{dl} \rightarrow \vec{B} \cdot \vec{dl} = 0$
- Em 3 tem-se $\vec{B} = 0$
- Em 1:

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint_{\text{lado } 1} \vec{B} \cdot \vec{dl} = Bl$$

- Se no interior do contorno houver N espiras: $I_{\text{tot}} = NI$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} = \mu_0 nI$$

$n = N/l$ Núm. espiras por un. comprimento

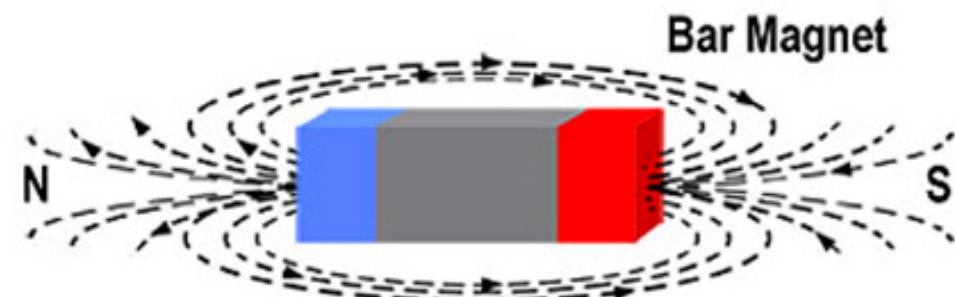
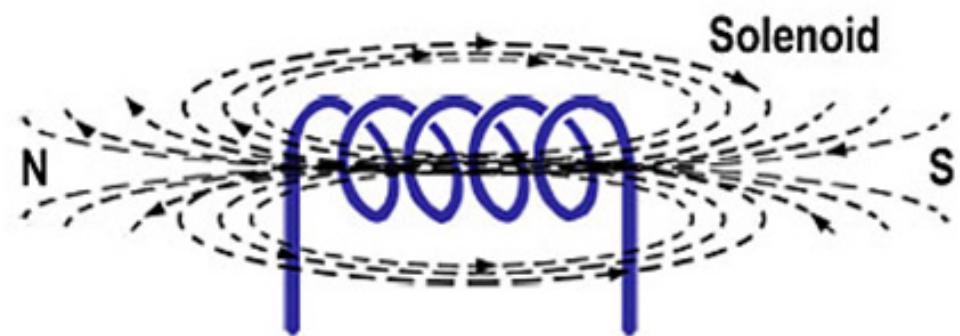
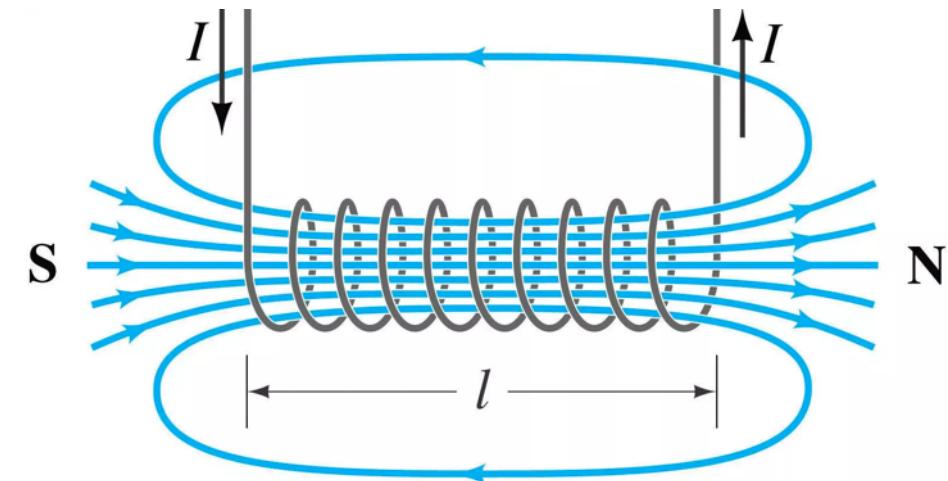


Exemplo: solenóide (bobina)

O resultado é válido para um solenóide comprido.

O campo magnético é:

- **uniforme** no interior
- **praticamente nulo** no exterior
- as linhas de campo fecham longe do eixo
- O resultado é equivalente a um íman em barra



Aplicações de solenóides

Fechaduras de segurança



Controlo de fluxo de medicamentos



Engrenagens automóveis



Controlo de válvulas industriais

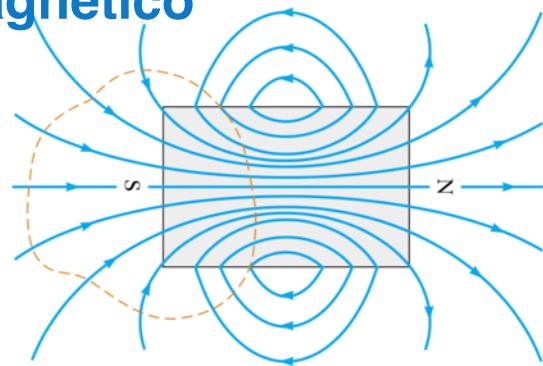


Sumário

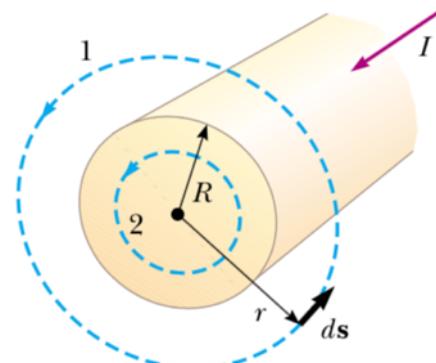
Lei de Ampère

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

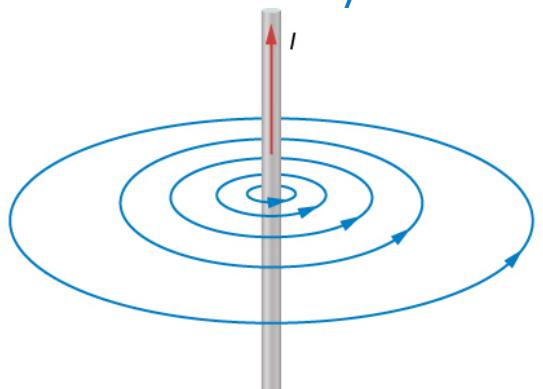
Linhas do campo magnético



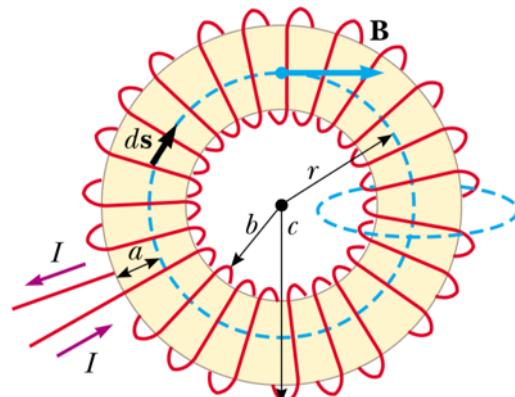
Caminho de Ampère



Fio infinito: $B \propto I/r$



Espira: $B \propto NI/r$



Solenóide: $B \propto nI$

