Ficha extra

A ficha extra é constituída por 10 questões. As respostas certas valem os valores indicados. Respostas erradas descontam de acordo com as fórmulas de cotação.

Classificação Total: 12

Pergunta: 1
Cotação: 2
Classificação: 2

Considere o sistema de equações lineares nas variáveis $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$ representado pela matriz $\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{a} & \mathbf{b} \end{pmatrix}$.

Faça a discussão do sistema em função dos parâmetros $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$.
A resposta correta é:

- O Sistema é determinado sse $\mathbf{a \neq 0}$ e é indeterminado sse $\mathbf{a = 0}$
- O Sistema é possível sse $\mathbf{a \neq 0}$ e é impossível sse $\mathbf{a = 0}$
- O Sistema é determinado sse $\mathbf{a \neq 0}$, é impossível sse $\mathbf{a = 0}$ e $\mathbf{b \neq 0}$ e é indeterminado sse $\mathbf{a = 0}$ e $\mathbf{b = 0}$ ✔
- O Sistema é determinado sse $\mathbf{a \neq 0}$, é impossível sse $\mathbf{a = 0}$ e $\mathbf{b = 0}$ e é indeterminado sse $\mathbf{a = 0}$ e $\mathbf{b \neq 0}$

Pergunta: 2
Cotação: 2
Classificação: 2

Sejam $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$, $\mathbf{v_3}$, $\mathbf{v_4}$ **e** $\mathbf{v_5}$ vetores não nulos de um espaço vectorial e $\mathcal{L}\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ o subespaço V por eles gerado. Admitindo que:
$v_2 \in \mathcal{L}\{v_1\}$
$v_1 + 3\,v_2 + v_3 = 0$
$v_4 \notin \mathcal{L}\{v_1, v_2, v_3\}$
$-2\,v_1 - 3\,v_2 + 3\,v_3 + 2\,v_5 = 0$
descubra qual a dimensão de V .

- 5
- 3
- 2 ✔
- 1

Pergunta: 3
Cotação: 2
Classificação: 2

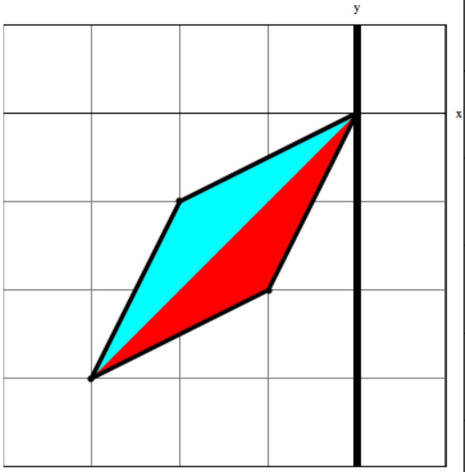
Considere o seguinte modelo de mobilidade da população numa dada região. Cada ano, 50% da população da cidade desloca-se para viver nos arredores. Por outro lado, anualmente, 45% da população que vive nos arredores passa a viver na cidade.
Indique todas as afirmações verdadeiras.

- [x] A matriz de mobilidade da população da região em causa é dada por $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.45 \\ 0.5 & 0.55 \end{pmatrix}$ ✔
- [ ] Suponha que em 2011 a população de 1 000 000 de habitantes dessa região dividia-se em 300000 habitantes da cidade e 700000 habitantes dos arredores. A distribuição da população em 2014 será: 523837 pessoas na cidade e 476162 pessoas nos arredores.
- [ ] O vector estacionário para a distribuição da população é dado por 52,6316% de população a residir na cidade e 47,3684% a residir nos arredores.
- [ ] Nenhuma

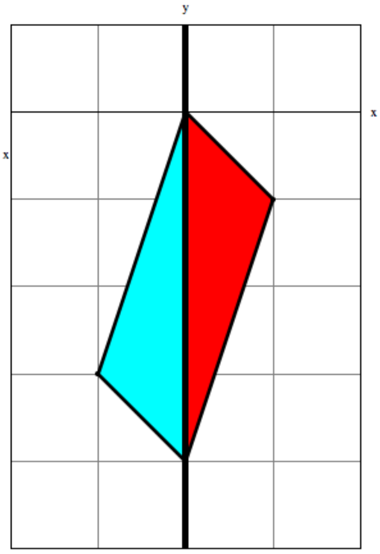
Pergunta: 4
Cotação: 2
Classificação: -0,67

Considere a aplicação linear T de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}^2$ que transforma o paralelogramo da figura 1 no da figura 2, sendo cada triângulo levado no correspondente triângulo da mesma cor. Qual das seguintes matrizes é a matriz da transformação T?

1



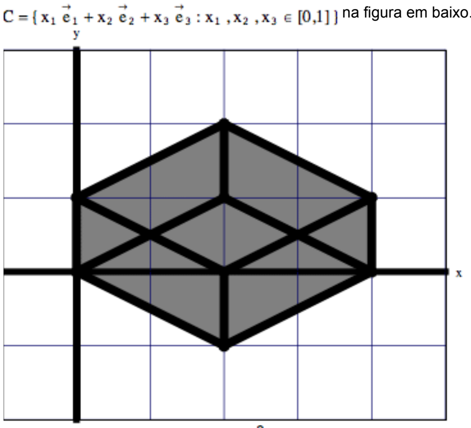
2



- $\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{5}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -1 \\ \frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Pergunta: 5
Cotação: 2
Classificação: 2

Considere a aplicação linear T de $\mathbb{R}^3$ em $\mathbb{R}^2$ que transforma o cubo unitário $C = \{ x_1 \vec{e}_1 + x_2 \vec{e}_2 + x_3 \vec{e}_3 : x_1, x_2, x_3 \in [0,1] \}$ na figura em baixo.



Tendo em conta que T satisfaz $T\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, qual dos seguintes vectores é $T\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$?

- $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ ✔
- $\begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Pergunta: 6
Cotação: 2
Classificação: -0,67

Considere a transformação linear que tomando um vector de $\mathbb{R}^2$ o reflete relativamente ao eixo dos yy, seguidamente o roda $\frac{\pi}{3}$ no sentido dos ponteiros do relógio e finalmente o projecta ortogonalmente no eixo dos yy. Diga qual das seguintes matrizes é a matriz canónica da transformação linear.

◎ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

◉ $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ✘

Pergunta: 7
Cotação: 2
Classificação: 2

Qual o determinante da matriz $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta \end{pmatrix}$?

○ $125\alpha - 25\alpha\beta$
○ $25\beta\alpha + 125\alpha$
○ $125\alpha + 125\beta$
◉ $125\alpha - 125\beta$ ✔

Pergunta: 8
Cotação: 2
Classificação: 2

Seja A uma matriz 3x4 cujo espaço das linhas admite uma base formada pelos vectores $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Indique todas as conclusões que pode tirar.

☑ O conjunto $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ constitui uma base do espaço nulo da matriz A . ✔

☑ O conjunto $\left\{ \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ constitui uma base do espaço das linhas da matriz A . ✔

☐ O espaço das linhas de A tem dimensão 1.
☐ O espaço nulo de A tem dimensão 1.
☐ Nenhuma

Pergunta: 9
Cotação: 2
Classificação: -0,67

Considere o subespaço de $\mathbb{R}^3$ definido por $W = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3y + 4z = 0 \}$ e o produto interno usual em $\mathbb{R}^3$.

Seja $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$, a distância de $\mathbf{v}$ a W é:

◉ 1 ✘
○ 25
○ 125
◎ 5

Pergunta: 10
Cotação: 2
Classificação: 2

Seja o espaço linear $\mathcal{P}_2$ dos polinómios reais de variável real de grau menor ou igual a 2 e a transformação linear definida por

$T : \mathcal{P}_2 \longrightarrow \mathcal{P}_2$
$\quad f(t) \mapsto 2f''(t) - f'(t) + 2f(t)$

onde f´´ representa a segunda derivada e f´ representa a primeira derivada de f em ordem a t.

A matriz canónica que representa T é dada por

○ $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

◉ $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ✔

○ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

Voltar