

# 1 Eletrostática

## Campo elétrico no vácuo

**Exercício 1.1:** Duas moedas de cobre estão colocadas em cima de uma mesa separadas de  $0,5\text{ m}$ . Cada moeda tem uma massa de  $5\text{ g}$ .

- Determine o número de átomos e a carga elétrica total dos elétrons existentes em cada moeda.
- Se colocarmos uma carga de  $1\text{ C}$  a  $1\text{ mm}$  de uma moeda ela sofrerá alguma força mensurável?
- Imagine que 1% dos átomos de cobre das moedas perdia 1 elétron; qual seria a força necessária para manter as moedas na sua posição?

(Dados:  $Z(\text{Cu}) = 29$  ;  $M(\text{Cu}) = 63,5\text{ g.mol}^{-1}$ )

**Exercício 1.2:** Calcule a intensidade da força elétrica entre dois prótons colocados a  $1\text{ m}$  de distância um do outro. Repita os cálculos para uma distância de  $1\text{ nm}$ . Determine para ambos os casos a razão entre a força elétrica e a força gravítica.

**Exercício 1.3:** Duas cargas pontuais  $Q_1 = Q_2 = 1\text{ C}$  estão separadas por uma distância de  $1\text{ m}$ , na vertical.

- Desenhe o vetor posição da carga  $Q_2$  em relação à carga  $Q_1$ .
- Calcule a força elétrica que a carga  $Q_1$  exerce sobre a carga  $Q_2$  e represente-a no desenho anterior.
- Se a carga  $Q_1$  estiver pousada no chão e a carga  $Q_2$  só se puder mover na vertical, qual a massa que poderia estar suportada na carga  $Q_2$  para que o conjunto ficasse a flutuar.

**Exercício 1.4:** Considere uma carga  $Q_1 = 6\text{ }\mu\text{C}$  de massa  $m_1 = 6\text{ g}$  colocada na origem de um referencial cartesiano e uma carga  $Q_2 = -8\text{ }\mu\text{C}$  colocada na posição  $(6,0,0)\text{ m}$ .

- Calcule o vetor posição da carga  $Q_2$  em relação à carga  $Q_1$ . Represente-o graficamente.
- Calcule o vetor posição da carga  $Q_1$  em relação à carga  $Q_2$ . Represente-o graficamente.
- Represente graficamente as forças a que as cargas estão sujeitas.
- Calcule a força que a carga  $Q_1$  exerce sobre a carga  $Q_2$ .
- Calcule a força que a carga  $Q_2$  exerce sobre a carga  $Q_1$ .
- Qual seria a aceleração sofrida pela carga  $Q_1$  se estivesse livre?

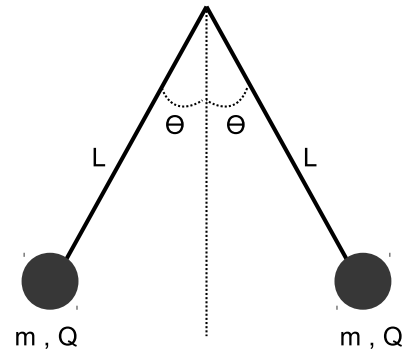
- g) Em que ponto do espaço poderá ser colocada uma carga  $Q_3 = -1 \mu\text{C}$  para que a resultante das forças sobre ela seja zero?

**Exercício 1.5:** No modelo de Bohr para o átomo de hidrogénio o eletrão descreve órbitas circulares de raio  $R = 0,529 \times 10^{-10} \text{ m}$ .

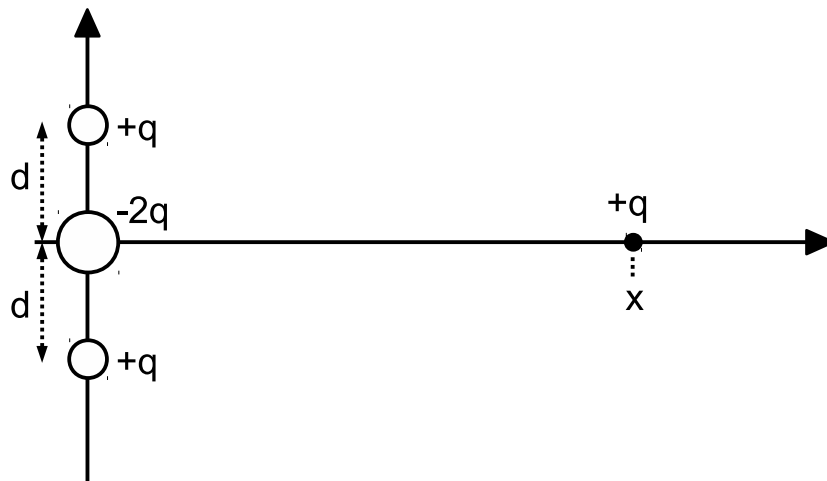
- Calcule a força elétrica a que o eletrão está sujeito.
- Segundo este modelo, qual seria a velocidade do eletrão?

**Exercício 1.6:** Dois pêndulos de comprimento  $L$ , massa  $m$  e carga  $Q$ , encontram-se suspensos num mesmo ponto. Considere que os pêndulos se encontram na sua posição de equilíbrio e que o ângulo que os fios fazem com a vertical do lugar,  $\theta$ , é pequeno.

- Represente graficamente as forças que atuam as duas massas e calcule-as.
- Determine a distância entre as duas massas (em função de  $m$ ,  $Q$  e  $L$ ).



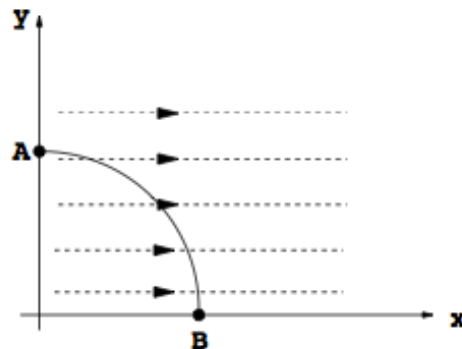
**Exercício 1.7:** Considere o conjunto de três cargas representado na figura, em que no ponto  $(x, 0)$  vai ser colocada uma carga de teste  $+q$ .



- Determine a força elétrica exercida sobre a carga de teste.
- Determine a força elétrica exercida sobre a carga de teste para um ponto no eixo dos  $xx$  relativamente afastado da origem ( $x \gg d$ ).
- Determine a força elétrica exercida sobre a carga de teste para um ponto no eixo dos  $xx$  muito afastado do sistema de cargas ( $x \rightarrow \infty$ ).

[Nota:  $[1 + (\frac{d}{x})^2]^{-\frac{3}{2}} \sim 1 - \frac{3}{2} (\frac{d}{x})^2$  , se  $(\frac{d}{x}) \sim 0$  ]

**Exercício 1.8:** Determine o trabalho realizado por uma força elétrica uniforme  $\vec{F} = F_0 \vec{u}_x$  ao transportar uma carga elétrica  $q$  desde um ponto A  $(0, y_A)$  até um ponto B  $(x_B, 0)$  (ver figura).



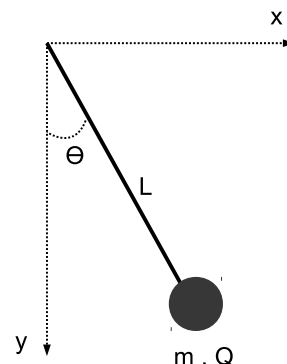
**Exercício 1.9:** Uma carga elétrica pontual  $Q = -5 \mu C$  está sujeita a uma força  $\vec{F} = 20 \vec{u}_x N$ . Qual o campo elétrico existente no ponto em que está a carga?

**Exercício 1.10:** Uma partícula  $\alpha$  é constituída por dois prótons e dois nêutrons (núcleo de um átomo de Hélio).

- Esboce as linhas do campo elétrico em torno da partícula  $\alpha$ .
- Calcule o campo elétrico criado pela partícula  $\alpha$  num qualquer ponto do espaço em coordenadas esféricas.

**Exercício 1.11:** Um pêndulo é constituído por um fio de comprimento  $L$  e uma massa  $m$  que se encontra eletrizada com uma carga  $Q$ . Na região em que o pêndulo se encontra existe um campo elétrico uniforme dado pela expressão  $\vec{E} = E \vec{u}_x$ .

- Determine a força que o pêndulo sofre devida ao campo elétrico.
- Determine o ângulo  $\theta$  de equilíbrio do sistema.



**Exercício 1.12:** Considere uma carga  $Q_1 = 6 \mu C$  colocada na origem de um referencial cartesiano e uma carga  $Q_2 = 6 \mu C$  colocada na posição  $(3, 0, 0) m$ .

- Esboce as linhas do campo elétrico no plano  $xy$ .
- Calcule o campo elétrico e a força a que a carga  $Q_1$  está sujeita.
- Calcule o campo elétrico e a força a que a carga  $Q_2$  está sujeita.
- Calcule o campo elétrico criado pelas cargas no ponto  $P$  de coordenadas  $(6, 0, 0) m$ .
- Em que ponto do espaço será nulo o campo elétrico criado pelas cargas  $Q_1$  e  $Q_2$ ?

**Exercício 1.13:** Qual o trabalho realizado pelo campo elétrico ao acelerar uma carga  $Q = 5 C$  entre dois pontos  $a$  e  $b$  que estão com uma diferença de potencial  $V_{ab} = 20 kV$ ?

**Exercício 1.14:** À superfície da Terra existe um campo elétrico que pode ser descrito por  $\vec{E} = -120 \vec{u}_y \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ . Determine a diferença de potencial entre um ponto ao nível do solo e um ponto a uma altura de  $2 \text{ m}$ .

**Exercício 1.15:** Numa dada região do espaço existe um campo elétrico expresso por  $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ . Uma carga elétrica  $Q$  é transportada por um agente exterior entre os pontos  $A = (0, y_A)$  e  $B = (x_B; 0)$ . Determine:

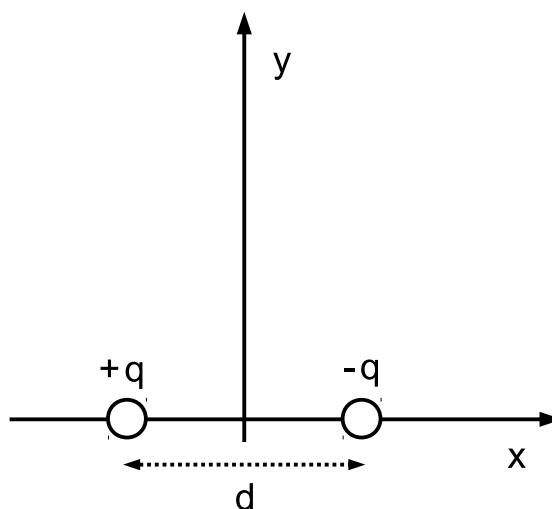
- a diferença de potencial entre os pontos  $A$  e  $B$ ;
- o trabalho realizado pelo agente exterior.

**Exercício 1.16:** Considere uma carga  $Q_1 = 6 \mu\text{C}$  colocada na posição  $(-3, 0, 0) \text{ m}$  de um referencial cartesiano e uma carga  $Q_2 = 6 \mu\text{C}$  colocada na posição  $(3, 0, 0) \text{ m}$

- Determine o potencial elétrico na porção do eixo  $xx$  compreendida entre as duas cargas ( $x \in ]-3; 3[$  )
- Qual o ponto em que o campo elétrico é nulo? Qual o valor do potencial elétrico nesse ponto?
- Qual a diferença de potencial entre as posições das duas cargas?
- Que tipo de movimento teria uma carga positiva  $q$ , confinada ao eixo  $xx$  com  $x \in ]-3; 3[$  e largada sem velocidade inicial junto da carga  $Q_1$ ?

**Exercício 1.17:** Um dipolo é um sistema de duas cargas simétricas de módulo  $q$  e separadas de uma distância  $d$ . Considere o dipolo representado na figura.

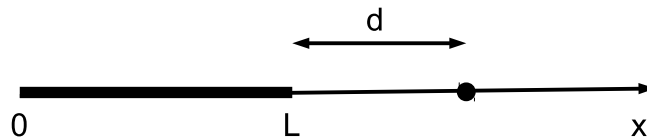
[Nota: uma grandeza que caracteriza o campo elétrico criado por um dipolo é o momento dipolar, um vetor de módulo  $p = qd$  ; tente identificar essa grandeza nos seus resultados]



- Esboce as linhas do campo elétrico criado pelo dipolo.
- Determine o campo elétrico criado pelo dipolo num ponto do eixo dos  $xx$ .
- Determine o campo elétrico criado pelo dipolo num ponto do eixo dos  $yy$ .
- Determine o campo elétrico criado pelo dipolo num ponto do eixo dos  $xx$  quando  $x \gg d$ .
- Determine o campo elétrico criado pelo dipolo num ponto do eixo dos  $yy$  quando  $y \gg d$ .

- f) Determine o potencial elétrico criado pelo dipolo num qualquer ponto do espaço  $(x, y)$ .
- g) Determine o campo elétrico criado pelo dipolo num qualquer ponto do espaço  $(x, y)$ .

**Exercício 1.18:** Um pedaço de fio retilíneo de comprimento  $L = 2,5 \text{ m}$  tem uma carga  $Q = 5 \mu\text{C}$  uniformemente distribuída.

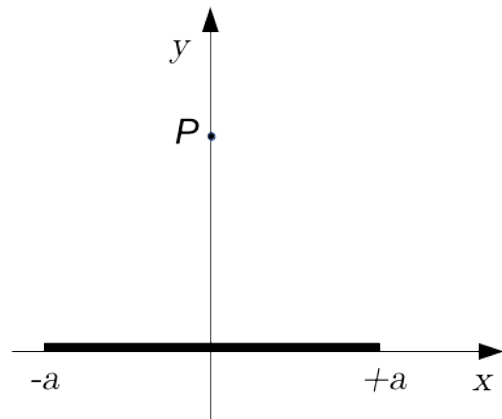


- a) Determine a densidade de carga do fio.
- b) Determine o campo elétrico criado pelo fio num ponto a uma distância  $d = 10 \text{ cm}$  de uma das suas extremidades, como mostra a figura.

**Exercício 1.19:** Um fio muito comprido está carregado com uma densidade de carga uniforme  $\lambda = 0,3 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$ . Assumindo que o fio pode ser considerado infinito, determine o campo elétrico criado pelo fio a uma distância  $r = 3 \text{ m}$ .

**Exercício 1.20:** Um fio de comprimento  $2a$ , encontra-se carregado com uma densidade de carga elétrica  $\lambda \text{ (C} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$ .

- a) Determine a expressão do campo elétrico num ponto  $P$  a uma distância  $y$  do fio e situado no eixo que o divide ao meio (ver figura).

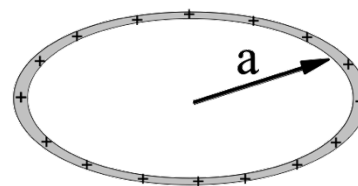


- b) Como se sabe não há fios infinitos. Contudo, esta pode ser uma boa aproximação na resolução de determinados problemas envolvendo fios finitos. Verifique em que medida se trata de uma boa aproximação no caso de um fio carregado de comprimento  $2a = 50 \text{ cm}$  e o ponto  $P$  situar-se às seguintes distâncias:

- i.  $y = 10 \text{ cm}$ ;
- ii.  $y = 5 \text{ cm}$ ;
- iii.  $y = 1 \text{ cm}$ .

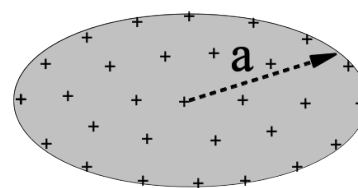
(Nota: utilize o resultado do problema anterior para obter o valor do campo criado por um fio infinito)

**Exercício 1.21:** Um aro circular de raio  $a$  está carregado uniformemente com uma carga  $Q$ .



- Determine o potencial elétrico criado pelo aro num qualquer ponto do eixo de simetria que passa pelo seu centro (eixo  $zz$  se o aro estiver no plano  $xy$  com o seu centro na origem).
- Determine o campo elétrico criado pelo aro num qualquer ponto do mesmo eixo de simetria.
- Determine o campo elétrico criado pelo aro para  $z \gg R$  e compare-o com o campo criado por uma carga pontual.

**Exercício 1.22:** Um disco sem espessura e de raio  $a = 5 \text{ cm}$  está carregado uniformemente em superfície com uma densidade de carga  $\sigma = 0,1 \text{ } \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$ .



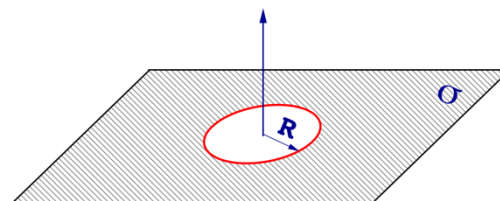
- Determine a expressão do campo criado pelo disco num qualquer ponto do eixo de simetria que passa pelo seu centro (eixo  $zz$  se o disco estiver no plano  $xy$  com o seu centro na origem).
- Utilize a expressão encontrada na alínea a) para determinar a expressão do campo elétrico criado por um plano infinito carregado uniformemente em superfície com uma densidade de carga

**Exercício 1.23:** O campo elétrico na atmosfera varia com a altitude ( $y$ ) e entre as altitudes de  $200 \text{ m}$  e  $300 \text{ m}$  pode ser descrito como:

$$\vec{E} = -(180 - 0,4y) \vec{u}_y$$

Determine a quantidade de carga que existe no interior de um cubo de  $100 \text{ m}$  de lado e com as faces superior e inferior às altitudes de  $200 \text{ m}$  e  $300 \text{ m}$ .

**Exercício 1.24:** Considere um plano infinito carregado uniformemente com uma densidade de carga  $\sigma$ .



- Determine, usando a lei de Gauss, o campo elétrico a uma distância  $r$  do plano.
- Considere agora o plano infinito inicial com uma abertura circular de raio  $R$  (ver figura). Calcule o campo elétrico num ponto qualquer do eixo dessa abertura (eixo  $zz$ ).

(Nota: se necessário utilize resultados de exercícios anteriores).

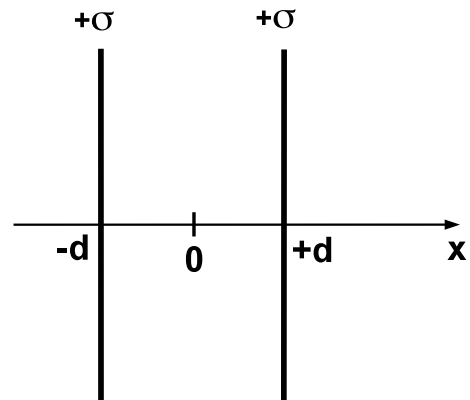
**Exercício 1.25:** Uma esfera condutora de raio  $a = 4 \text{ cm}$  tem a sua superfície uniformemente carregada com uma densidade de carga  $\sigma = 0,3 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$ .

- Calcule o campo elétrico num ponto a uma distância  $2 \text{ cm}$  do centro da esfera.
- Determine o campo elétrico num ponto a uma distância  $8 \text{ cm}$  do centro da esfera.
- Determine o potencial na superfície da esfera (considere como ponto de referencia o infinito).

**Exercício 1.26:** Considere uma carga distribuída uniformemente em volume (densidade  $\rho$ ) com a forma de um cilindro muito comprido e de raio  $a$ .

- Determine o campo elétrico para  $r > a$ .
- Determine o campo elétrico para  $r < a$ .
- Faça o gráfico da intensidade do campo elétrico em função da distância ao centro do cilindro,  $r$ .
- Determine uma expressão para o potencial elétrico criado pela carga, dentro e fora do cilindro.
- Faça o gráfico do potencial elétrico em função da distância ao centro do cilindro,  $r$ .

**Exercício 1.27:** Determine o campo elétrico criado em todo o espaço por dois planos infinitos paralelos, carregados com densidades de carga uniforme  $\sigma$  separados por uma distância  $2d$ , tal como mostrado na figura.



## Campo elétrico na presença de condutores

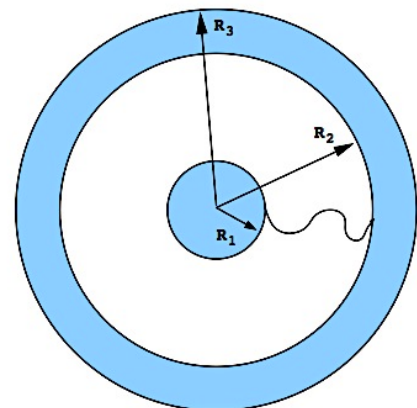
**Exercício 1.28:** Considere uma esfera condutora de raio  $a$ , carregada com uma carga  $+Q$ , na situação de equilíbrio eletrostático.

- Calcule as distribuições de carga em volume,  $\rho$ , e em superfície,  $\sigma$ , existentes na esfera.
- Obtenha a expressão do campo elétrico nas diferentes regiões do espaço ( $r < a$ ,  $r > a$ ).
- Calcule a energia necessária para trazer uma carga  $+q$  desde o infinito até ao centro da esfera.

**Exercício 1.29:** Considere duas esferas condutoras de raios  $R_A$  e  $R_B$  e relativamente afastadas uma da outra pelo que a influência recíproca dos campos pode ser desprezada. Cada uma das esferas tem uma carga  $Q$ .

- Diga como está distribuída a carga nas esferas condutoras e calcule a sua densidade em função de  $Q$  e dos seus raios.
- Calcule o campo elétrico junto à superfície das duas esferas em função de  $Q$  e dos seus raios.
- Suponha que se ligavam as esferas através de um fio condutor. Calcule a carga que existiria em cada esfera após se atingir a situação de equilíbrio,  $Q_A$  e  $Q_B$ , em função de  $Q$  e dos seus raios.

**Exercício 1.30:** Um condutor esférico oco de raios interior e exterior respetivamente  $R_2$  e  $R_3$ , tem no seu interior um outro condutor esférico maciço de raio  $R_1$ . As duas esferas estão inicialmente ligadas por um fio condutor. Coloca-se uma carga positiva  $Q$  na esfera exterior e, passado algum tempo, retira-se o fio condutor que unia as duas esferas.

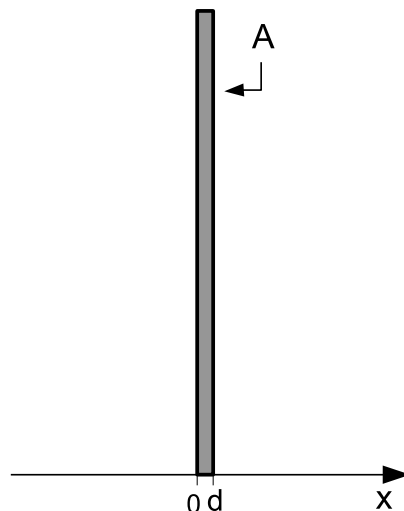


- Qual a diferença de potencial entre as duas esferas?
- Qual a distribuição de carga nas duas esferas após se ter retirado o fio?
- O resultado da alínea anterior modificava-se se inicialmente se tivesse carregado a esfera interior em vez da exterior?



**Exercício 1.31:** Um paralelepípedo condutor neutro, com a forma de uma folha de papel A4 (espessura  $d$  muito pequena quando comparada com as dimensões das suas duas faces maiores, de área  $A$ ), foi colocado no plano  $yz$  com uma das faces em  $x = 0$  e outra em  $x = d$  numa zona do espaço em que existe um campo elétrico expresso por  $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x \text{ V.m}^{-1}$ .

- Determine o campo elétrico no interior do condutor.
- Determine a densidade de carga junto às duas faces de maior dimensão do paralelepípedo, (0) e ( $d$ ), e o campo elétrico por ela criado no interior e no exterior do condutor.
- Se for introduzida uma carga  $Q$  no condutor, qual o campo elétrico total no interior e no exterior do condutor?



**Exercício 1.32:** Uma esfera condutora de raio  $a = 10 \text{ cm}$  está carregada com uma carga  $Q = 0,3 \text{ } \mu\text{C}$ .

- Determine o campo elétrico criado pela esfera em todas as regiões do espaço.
- Qual o raio mínimo que a esfera poderia ter sem que houvesse disrupção do ar junto da sua superfície? ( $E_{max} = 3 \text{ MV.m}^{-1}$ )

**Exercício 1.33:** Uma esfera condutora está a um potencial  $V = 60 \text{ kV}$  em relação à Terra. Qual o raio mínimo da esfera para que não ocorra disrupção do ar junto da sua superfície? ( $E_{max} = 3 \text{ MV.m}^{-1}$ )

**Exercício 1.34:** Um condutor esférico oco de raios interior e exterior respetivamente  $R_2$  e  $R_3$ , tem no seu interior um outro condutor esférico maciço de raio  $R_1$ . A esfera interior está carregada com uma carga  $Q$ .

- Determine a densidade de carga nas superfícies dos condutores.
- Determine o campo elétrico no espaço entre os condutores.
- Determine a diferença de potencial entre os condutores.
- Se ligar o condutor oco à terra, o que se altera nas alíneas anteriores?

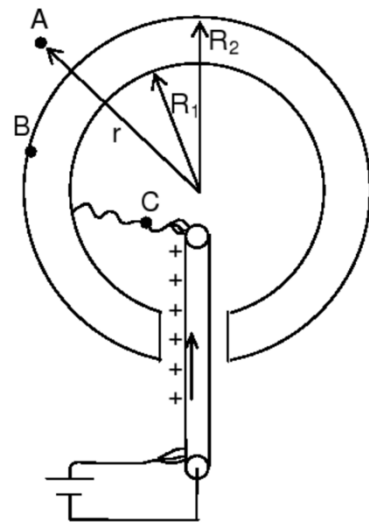
**Exercício 1.35:** Um cabo coaxial de comprimento muito grande quando comparado com a sua espessura (infinito), é constituído por um condutor cilíndrico de raio  $a$  e por uma malha cilíndrica condutora, de raios interno e externo respetivamente  $b$  e  $c$  ( $c > b > a$ ). O cabo foi ligado a uma bateria que carregou o cabo interior com uma densidade de carga  $\lambda$  ( $C.m^{-1}$ ), sendo a malha ligada à terra.

- Determine o campo elétrico nas várias regiões do espaço. Esboce o gráfico de  $E(r)$ .
- Calcule a diferença de potencial entre os cabos e desenhe as linhas equipotenciais.

**Exercício 1.36:** O gerador de Van de Graaf (também descrito na secção 25.8 de *Serway e Jewett*) foi inventado para produzir um potencial elétrico elevado e desta forma funcionar como acelerador de partículas (eletrostático). Pretende-se carregar eletricamente uma coroa esférica metálica de raios interno e externo  $R_1 = 0,25\text{ m}$  e  $R_2 = 0,30\text{ m}$ .

Como para carregar a coroa a partir de um outro gerador elétrico seria necessária uma diferença de potencial tão elevada como a que se pretende atingir, a carga neste caso é transportada através de um sistema mecânico constituído por correia de borracha acionada por um motor, que transporta cargas elétricas até ao interior da coroa esférica. Uma vez no interior estas cargas são recolhidas por um fio condutor que liga a correia à coroa. A correia é por sua vez facilmente eletrizada longe da influência do campo criado pela coroa metálica.

Considere que, apesar da abertura existente na parte inferior do gerador para que a correia de borracha possa passar, é uma boa aproximação considerar que há simetria esférica no problema, desde que não se esteja a considerar a região junto à abertura.



- Determine o campo elétrico num ponto  $A$ , a uma distância  $r > R_2$  do centro da coroa esférica condutora, em função da carga depositada na coroa,  $Q$ .
- Sabendo que o campo elétrico máximo que o ar suporta sem que haja disrupção é  $E_{max,ar} = 3 \times 10^6\text{ V.m}^{-1}$ , calcule o potencial máximo a que pode ficar a coroa metálica (que referência está a considerar?).
- A diferença de potencial entre os pontos  $B$  e  $C$  será nula? Porque razão se dirigem as cargas da correia para o exterior da coroa esférica?

## Materiais isolantes, condensadores e energia

**Exercício 1.37:** Uma esfera condutora de raio  $R_1$  é revestida com material isolante de permissividade relativa  $\varepsilon_r = 5$ , de forma a obter-se uma esfera de raio  $R_2$ . Durante o processo de fabrico a superfície interior do isolante ( $r = R_1$ ) adquiriu uma carga eletrostática  $Q$ .

- a) Determine o campo  $\vec{D}$  em função da distancia ao centro da esfera,  $r$ .
- b) Determine o campo  $\vec{E}$  em função da distancia ao centro da esfera,  $r$ .
- c) Represente graficamente  $\vec{D}$  e  $\vec{E}$ .

**Exercício 1.38:** Uma esfera de material isolante de permissividade  $\varepsilon$  e raio  $a$  está uniformemente carregada em volume, com uma densidade de carga  $\rho$  e imersa no vácuo.

- a) Determine, explicando detalhadamente todos os cálculos efetuados, o campo elétrico,  $\vec{E}$ , dentro e fora da esfera.
- b) Determine a expressão do potencial elétrico dentro e fora da esfera.
- c) Represente graficamente  $\vec{E}$  e  $V$ .

**Exercício 1.39:** Para campos eletrostáticos ou lentamente variáveis o planeta Terra pode ser considerado um condutor (por isso se ligam as coisas à terra!).

- a) Determine a capacidade do nosso planeta.
- b) Qual teria de ser o raio da Terra para que a sua capacidade fosse  $C = 1 \text{ F}$ ?

**Exercício 1.40:** Um condensador tem armazenada uma carga  $Q = 5 \mu\text{C}$ . Mediu-se a diferença de potencial entre suas armaduras e obteve-se um valor  $V = 10,0 \text{ V}$ .

- a) Qual a capacidade do condensador?
- b) Como se altera a sua capacidade se for ligado a uma pilha de  $9 \text{ V}$ ?

**Exercício 1.41:** Um cabo utilizado para ligar uma antena de satélite a uma *box* de uma televisão tem  $20 \text{ m}$  de comprimento e é constituído um condutor cilíndrico interior de raio  $a = 2 \text{ mm}$ , por um isolamento de plástico de permissividade elétrica relativa  $\varepsilon_r = 2$  e por uma película exterior metálica de raio  $b = 5 \text{ mm}$ . Calcule a capacidade do cabo.

**Exercício 1.42:** Um condensador plano é constituído por duas armaduras circulares de área  $A = 100 \text{ cm}^2$  paralelas e separadas por  $1 \text{ mm}$  de ar.

- a) Calcule a capacidade do condensador.
- b) Calcule a distância a que teriam de estar as armaduras uma da outra para o condensador ter a mesma capacidade que o planeta Terra (ver problema anterior).

- c) Calcule a carga que é transportada de uma armadura para a outra quando o condensador é ligado a uma pilha de  $1,5 \text{ V}$ .
- d) Qual a energia transferida da pilha para o condensador nesse processo de transporte de carga?

**Exercício 1.43:** Considere uma gota de chuva de forma esférica com um raio  $a = 2 \text{ mm}$  e uma carga  $Q = 10^{-9} \text{ C}$  uniformemente distribuída pela sua superfície.

- a) Calcule o potencial elétrico a que se encontra a gota em relação ao infinito e a sua energia potencial eletrostática.
- b) Suponha que em determinado momento a gota se divide em duas gotas iguais, igualmente esféricas e que estas se afastam muito. Averigue se esta nova situação corresponde a um ganho ou uma perda de energia electrostática.

**Exercício 1.44:** Um condensador plano é constituído por duas armaduras quadradas de área  $A = 10 \text{ dm}^2$  paralelas e separadas por  $2 \text{ mm}$  de ar. O condensador tem uma carga  $Q = 10 \text{ nC}$ .

- a) Calcule a capacidade do condensador.
- b) Calcule a energia armazenada no condensador.
- c) Calcule o trabalho e a força que são necessários para afastar uma armadura da outra de modo a que a distância final entre elas seja  $4 \text{ mm}$ .

**Exercício 1.45:** Um condensador esférico é constituído por uma esfera condutora de raio  $a = 1 \text{ cm}$  e uma coroa esférica concêntrica com a esfera interior e de raios  $b = 2 \text{ cm}$  e  $c = 2,5 \text{ cm}$ .

- a) Calcule a capacidade do condensador.

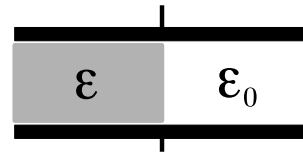
As armaduras do condensador foram carregadas de forma independente. A esfera interior tem uma carga  $Q_1 = 5 \text{ nC}$  e a coroa esférica exterior tem uma carga  $Q_2 = 2 \text{ nC}$ .

- b) Calcule a energia eletrostática armazenada no interior do condensador.
- c) O campo no exterior deste condensador é nulo? Porquê?

**Exercício 1.46:** Um condensador plano é constituído por duas armaduras quadradas de área  $A = 20 \text{ dm}^2$  paralelas e separadas por uma distância  $d = 10 \text{ }\mu\text{m}$  de um isolante de permissividade elétrica relativa  $\varepsilon_r = 5000$ . O condensador está ligado a uma fonte de  $12 \text{ V}$ .

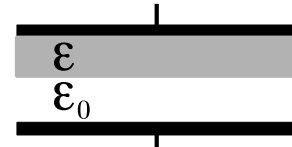
- a) Calcule a capacidade do condensador.
- b) Calcule a carga e energia armazenada no condensador.

**Exercício 1.47:** O condensador plano do problema 1.45 é desligado da fonte, mantendo a sua carga. É-lhe então retirado metade do material isolante, perpendicularmente às faces.



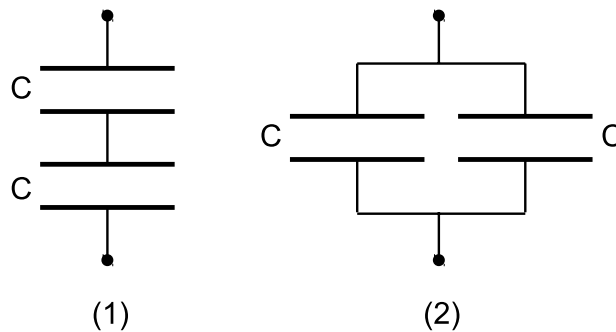
- Calcule a nova capacidade do condensador.
- Calcule a nova energia do condensador e interprete o resultado.

**Exercício 1.48:** O condensador plano do problema 1.45 é desligado da fonte, mantendo a sua carga. É-lhe então retirado metade do material isolante, paralelamente às faces.



- Calcule a nova capacidade do condensador.
- Calcule a nova energia do condensador e interprete o resultado.

**Exercício 1.49:** Dois condensadores idênticos de capacidade  $C = 2 \mu F$  são ligados de duas formas distintas, como se mostra na figura (sistema 1 e sistema 2).

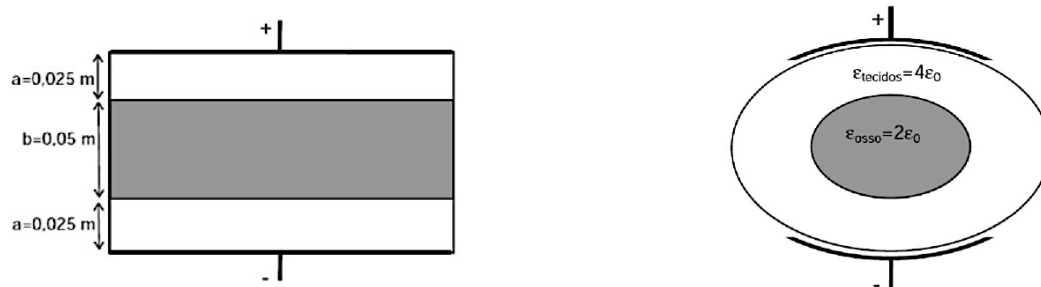


- Calcule a capacidade do sistema (1).
- Calcule a capacidade do sistema (2).

**Exercício 1.50:** Um cabo coaxial muito comprido é constituído um condutor cilíndrico interior de raio  $a = 5 \text{ mm}$  e por uma película exterior de raio  $b = 1 \text{ cm}$ . O espaço entre os condutores é preenchido por ar.

- Calcule a capacidade por cada metro de cabo coaxial.
- Calcule a carga armazenada por cada metro de cabo coaxial quando este é ligado a uma pilha de  $9 \text{ V}$ .
- Nas condições da alínea b) qual a densidade de energia no interior do cabo coaxial?
- Integre o resultado da alínea c) no volume de  $1 \text{ m}$  de cabo coaxial e compare com a energia eletrostática do sistema calculada por  $U_E = \frac{1}{2} CV^2$

**Exercício 1.51:** Os ossos humanos são piezoelétricos, ou seja, quando sujeitos a uma pressão produzem uma diferença de potencial. Esta diferença de potencial é fundamental no processo de fixação do cálcio. Por exemplo, para não descalcificarem quando estão em órbita, os astronautas fazem exercício físico. Pessoas com ossos partidos não os podem exercitar e uma terapia utilizada para promover a fixação do cálcio nestas situações é a aplicação de uma diferença de potencial exterior. Considere a aplicação de uma diferença de potencial a um braço, de acordo com a figura: a figura da esquerda representa uma secção do braço com os eléktodos encostados e a figura da direita representa uma aproximação do problema real.



Embora a aproximação a um problema de condensador com placas infinitas, representada na figura da direita, só seja válida na zona central dos eléktodos, vamos considerá-la como válida para efeitos deste problema. Os eléktodos estão isolados mas a espessura do isolante pode ser desprezada.

- Sabendo que a tensão aplicada aos eléktodos é  $V = 45 \text{ V}$ , calcule o campo eléctrico no interior do osso.
- Sabendo que a área dos eléktodos é  $45 \text{ cm}^2$ , calcule a capacidade do sistema.
- A densidade de energia eléctrica é maior no osso ou nos tecidos? Justifique.

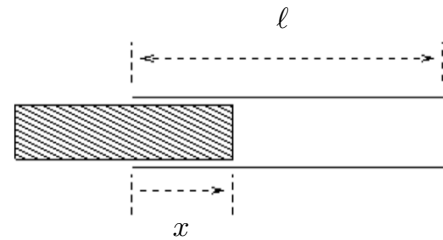
**Exercício 1.52:** Duas cargas  $q_1$  e  $q_2$  são colocadas respetivamente em dois pontos  $A$  e  $B$  que estão separados por uma distância  $d$ .

- Determine o potencial eléctrico nos pontos  $A$  e  $B$ , assumindo o potencial nulo no infinito.
- Determine a energia potencial eletrostática do sistema de duas cargas.
- Utilizando o resultado da alínea b) determine a força eléctrica que a carga  $q_1$  exerce sobre a carga  $q_2$ .
- Diga, justificando a sua resposta, no caso de termos  $q_1 = -q_2$ , como poderíamos adicionar uma terceira carga  $q_3$  ao sistema sem realizar trabalho.

**Exercício 1.53:** Uma placa condutora quadrada de lado  $\ell$  é carregada com uma carga  $Q$ .

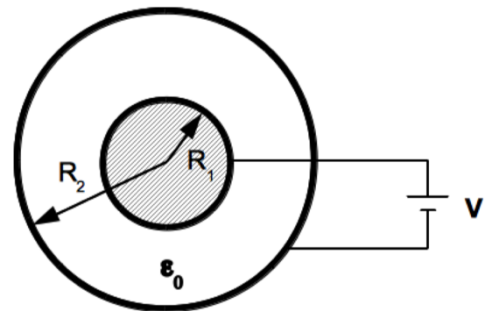
- Determine a intensidade do campo elétrico num ponto a uma distância  $d$  muito próximo da placa.
- Uma segunda placa condutora, também de lado  $\ell$  e carregada com uma carga  $-Q$ , é colocada a uma distância  $d$  da primeira, formando um condensador de faces paralelas. Determine a intensidade da força exercida sobre esta segunda placa.

**Exercício 1.54:** Um condensador plano com armaduras quadradas de lado  $\ell$  e distanciadas de  $d$  ( $d \ll \ell$ ), é ligado a uma fonte de tensão  $V$ . O espaço entre as armaduras do condensador encontra-se parcialmente preenchido com um material dielétrico de permissividade  $\epsilon$ . O material dielétrico pode mover-se segundo a direção do eixo  $xx$ .



- Determine a capacidade do condensador em função da posição do dielétrico.
- Determine a energia armazenada pelo condensador em função da posição do dielétrico. Esboce a curva da energia em função da posição do dielétrico.
- Determine a força exercida sobre o dielétrico.

**Exercício 1.55:** Um condensador esférico é composto por um condutor de raio  $R_1$  envolvido por uma película condutora de raio  $R_2$ . O espaço entre os condutores está preenchido por ar. O condensador está ligado a uma fonte de tensão que carrega o condutor interior com uma carga  $Q$ .



- Calcule a energia armazenada no condensador.
- Calcule a pressão exercida sobre a película devido ao campo elétrico.





## Soluções

- 1.1 a)  $N = 4,8 \times 10^{22}$  ;  $Q = -220 \text{ kC}$   
 b) *Não*  
 c)  $F = 207 \text{ TN}$
- 1.2  $F(1 \text{ m}) = 23 \times 10^{-29} \text{ N}$   
 $F(1 \text{ nm}) = 23 \times 10^{-11} \text{ N}$   
 $Fe/Fg = 1,24 \times 10^{36}$
- 1.3 b)  $9 \times 10^9 \text{ N}$ , *para cima*  
 c)  $m \sim 919 \text{ 000 toneladas}$
- 1.4 a)  $\vec{r}_{12} = 6 \vec{u}_x \text{ m}$   
 b)  $\vec{r}_{21} = -6 \vec{u}_x \text{ m}$   
 d)  $\vec{F}_{12} = -12 \times 10^{-3} \vec{u}_x \text{ N}$   
 e)  $\vec{F}_{21} = 12 \times 10^{-3} \vec{u}_x \text{ N}$   
 f)  $\vec{a} = 2 \times 10^6 \vec{u}_x \text{ m.s}^{-2}$   
 g)  $x = -38,8 \text{ m}$
- 1.5 a)  $\vec{F} = -82,3 \times 10^{-9} \vec{u}_r \text{ N}$   
 b)  $v = 2,19 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$
- 1.6 a)  $\vec{P} = m\vec{g}$   
 $\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{4L^2 \sin^2\theta} \vec{u}_x$   
 $\vec{T} = -(\vec{F}_e + \vec{P})$   
 b)  $x = \sqrt[3]{\frac{Q^2 L}{2\pi\epsilon_0 m g}}$
- 1.7 a)  $\vec{F} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 x^2} \left[ \frac{1}{[1+(\frac{d}{x})^2]^{3/2}} - 1 \right] \vec{u}_x$   
 b)  $\vec{F} = -\frac{3q^2 d^2}{4\pi\epsilon_0 x^4} \vec{u}_x$   
 c)  $F = 0$
- 1.8  $W = F \cdot x_B$
- 1.9  $\vec{E} = -4 \times 10^6 \vec{u}_x \text{ V.m}^{-1}$
- 1.10 b)  $\vec{E} = \frac{28,8 \times 10^{-10}}{r^2} \vec{u}_r \text{ (V.m}^{-1}\text{)}$
- 1.11 a)  $\vec{F} = QE \vec{u}_x$
- b)  $\theta = \arctg\left(\frac{QE}{mg}\right)$
- 1.12 b)  $\vec{E}(0;0;0) = -6 \times 10^3 \vec{u}_x \text{ V.m}^{-1}$   
 $\vec{F}_{21} = -36 \times 10^{-3} \vec{u}_x \text{ N}$   
 c)  $\vec{E}(3;0;0) = 6 \times 10^3 \vec{u}_x \text{ V.m}^{-1}$   
 $\vec{F}_{21} = 36 \times 10^{-3} \vec{u}_x \text{ N}$   
 d)  $\vec{E}(6;0;0) = 7,5 \times 10^3 \vec{u}_x \text{ V.m}^{-1}$   
 e) *No ponto (1,5 ; 0 ; 0) m*
- 1.13  $W_{campo} = 100 \text{ mJ}$
- 1.14  $V = -240 \text{ V}$
- 1.15 a)  $V_{AB} = E_0 x_B$   
 b)  $W = -Q E_0 x_B$
- 1.16 a)  $V(x) = \frac{324 \times 10^3}{9-x^2} \text{ V}$   
*(impondo  $V_1(\infty) = V_2(\infty) = 0$ )*  
 b)  $E(0,0,0) = 0$  ;  $V(0,0,0) = 36 \text{ kV}$   
 c)  $V_{12} = 0$   
 d) *Movimento oscilatório entre as duas cargas  $Q_1$  e  $Q_2$*
- 1.17 b)  $\vec{E}(|x| > \frac{d}{2}, 0) = -\frac{p}{2\pi\epsilon_0} \frac{x}{[x^2 - (\frac{d}{2})^2]^2} \vec{u}_x$   
 $\vec{E}(|x| < \frac{d}{2}, 0) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{x^2 + (\frac{d}{2})^2}{[x^2 - (\frac{d}{2})^2]^2} \vec{u}_x$   
 c)  $\vec{E}(0, y) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{[y^2 + (\frac{d}{2})^2]^{3/2}} \vec{u}_x$   
 d)  $\vec{E}(x \gg d, 0) = -\frac{p}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^3} \vec{u}_x$   
 e)  $\vec{E}(0, y \gg d) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{y^3} \vec{u}_x$   
 f)  $V(x, y) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \{ [(x + d/2)^2 + y^2]^{-1/2} - [(x - d/2)^2 + y^2]^{-1/2} \}$   
 g)  $\vec{E}(x, y) = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y$   
 $E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{x + d/2}{[(x + d/2)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{x - d/2}{[(x - d/2)^2 + y^2]^{3/2}} \right\}$

$$E_y = \frac{qy}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{[(x+d/2)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{1}{[(x-d/2)^2 + y^2]^{3/2}} \right\}$$

$$1.18 \quad a) \lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ C.m}^{-1}$$

$$b) \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{d(d+L)} \vec{u}_x = 173 \vec{u}_x \text{ kN.C}^{-1}$$

$$1.19 \quad \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_r = 1,8 \vec{u}_r \text{ kN.C}^{-1}$$

$$1.20 \quad a) \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{a}{y\sqrt{a^2+y^2}} \vec{u}_y$$

$$b) i) \frac{E_\infty}{E_{2a}} = 1,08$$

$$b) ii) \frac{E_\infty}{E_{2a}} = 1,02$$

$$b) iii) \frac{E_\infty}{E_{2a}} = 1,00$$

$$1.21 \quad a) V(z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (z^2+a^2)^{1/2}}$$

$$b) \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(z^2+a^2)^{3/2}} \vec{u}_z$$

*nota: pode utilizar-se o potencial para calcular o campo elétrico verificando primeiro que a direção do campo elétrico é segundo zz; num caso geral precisaríamos de conhecer V em toda a região em torno do ponto onde queremos calcular o campo e não apenas no eixo zz.*

$$c) \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{z^2} \vec{u}_z$$

$$1.22 \quad a) \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \frac{z}{|z|} - \frac{z}{(z^2+a^2)^{1/2}} \right) \vec{u}_z$$

$$b) \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \vec{u}_z$$

$$1.23 \quad Q = 3,5 \mu\text{C}$$

$$1.24 \quad a) \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \vec{u}_z$$

$$b) \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2+a^2)^{1/2}} \vec{u}_z$$

$$1.25 \quad a) E = 0$$

$$b) \vec{E} = 8,5 \vec{u}_r \text{ kV.m}^{-1}$$

$$c) V(a) = 1,36 \text{ kV}$$

$$1.26 \quad a) \vec{E} = \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0 r} \vec{u}_r$$

$$b) \vec{E} = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \vec{u}_r$$

$$d) V(r \leq a) = -\frac{\rho r^2}{4\epsilon_0}$$

*nota: está a considerar-se como referência um ponto do eixo do cilindro*

$$V(r \geq a) = -\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \left( \ln\left(\frac{r}{R}\right) + \frac{1}{2} \right)$$

*1.27 No espaço entre os planos  $E = 0$ . No restante espaço  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  com a direção perpendicular aos planos e o sentido do afastamento em relação aos planos.*

$$1.28 \quad a) \rho = 0 \quad ; \quad \sigma = \frac{Q}{4\pi a^2}$$

$$b) r < a, E = 0$$

$$r > a, \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \vec{u}_r$$

$$d) U_E = q \frac{\sigma a}{\epsilon_0}$$

$$1.29 \quad a) \sigma_A = \frac{Q}{4\pi R_A^2}$$

$$\sigma_B = \frac{Q}{4\pi R_B^2}$$

$$b) \vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_A^2} \vec{u}_{r_A}$$

$$\vec{E}_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_B^2} \vec{u}_{r_B}$$

$$c) Q_A = \frac{2R_A Q}{R_A + R_B}$$

$$Q_B = \frac{2R_B Q}{R_A + R_B}$$

$$1.30 \quad a) V = 0$$

*b) Na superfície exterior do condutor oco.*

*c) Não*

$$1.31 \quad a) E = 0$$

$$b) \sigma(x=0) = -E_0\epsilon_0$$

$$\sigma(x=d) = +E_0\epsilon_0$$

$$\vec{E}'(0 < x < d) = -E_0 \vec{u}_x$$

$$\vec{E}'(x < 0 \wedge x > d) = 0$$

$$c) \vec{E}(0 < x < d) = 0$$

$$\vec{E}(x < 0) = \left( E_0 - \frac{Q}{2\epsilon_0 A} \right) \vec{u}_x$$

$$\vec{E}(x > d) = \left( E_0 + \frac{Q}{2\epsilon_0 A} \right) \vec{u}_x$$

$$1.32 \quad a) r < 0,1 : E = 0$$

- $r > 0,1 : \vec{E} = \frac{27 \times 10^2}{r^2} \vec{u}_r$   
 b)  $a_{min} = 3 \text{ cm}$
- 1.33  $R_{min} = 2 \text{ cm}$
- 1.34 a)  $\sigma(R_1) = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$   
 $\sigma(R_2) = -\frac{Q}{4\pi R_2^2}$   
 $\sigma(R_3) = \frac{Q}{4\pi R_3^2}$   
 b)  $\vec{E}(R_1 < r < R_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$   
 c)  $V_{1-2} = V(R_1) - V(R_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right) \quad (> 0)$   
 d) *Apenas se alteraria o resultado*  
 $\sigma(R_3) = 0$
- 1.35 a)  $r < a : E = 0$   
 $a < r < b : \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_r$   
 $r > b : E = 0$   
 b)  $V_{ab} = V(a) - V(b) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (> 0)$
- 1.36 a)  $\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_A^2} \vec{u}_r$   
 b)  $V(R_2) = 900 \text{ kV}$   
 c) *A diferença de potencial entre os pontos B e C na realidade não é nula pois existe um campo elétrico no interior da coroa devido ao facto de a correia estar a trazer carga para essa zona; mas em cada instante, essa carga fluirá para a superfície exterior do sistema no sentido de tornar nulo o campo dentro dos materiais condutores (fio e coroa esférica); note que, como verá no capítulo seguinte, esta transferência de carga é muito rápida, praticamente instantânea quando comparada com o tempo que a correia necessita para depositar a carga.*
- 1.37 a)  $r < R_1, D = 0$   
 $r > R_1, \vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$   
 b)  $r < R_1, E = 0$   
 $R_1 < r < R_2, \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
- $r > R_2, \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
- 1.38 a)  $r < a, \vec{E} = \frac{\rho r}{3\epsilon} \vec{u}_r$   
 $r > a, \vec{E} = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$   
 b)  $r > a, V = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r}$   
 $r = a, V = \frac{\rho a^2}{3\epsilon_0}$   
 $r < a, V = \frac{\rho}{3\epsilon} \left( \frac{a^2 - r^2}{2} \right) + \frac{\rho a^2}{3\epsilon_0}$
- 1.39 a)  $C = 4\pi\epsilon_0 R_T = 708 \text{ } \mu F$   
 b)  $R = 9 \times 10^6 \text{ km}$  (*~ 13 x o raio do Sol*)
- 1.40 a)  $C = 500 \text{ nF}$   
 b) *Não se altera*
- 1.41  $C = \frac{4\pi\epsilon_0 L}{\ln(\frac{b}{a})} = 2,43 \text{ nF}$
- 1.42 a)  $C = \frac{A\epsilon_0}{d} = 88 \text{ pF}$   
 b)  $d = 1,25 \text{ } \text{\AA}$   
 c)  $Q = 132 \text{ pC}$   
 d)  $U_E = \frac{1}{2} QV = 99 \text{ pJ}$
- 1.43 a)  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a}$   
 $U_E = 2,2 \text{ } \mu J$   
 b) *A uma perda.*
- 1.44 a)  $C = \frac{A\epsilon_0}{d} = 440 \text{ pF}$   
 b)  $U_E = 113 \text{ nJ}$   
 c)  $W = 113 \text{ nJ} ; F = 56,5 \text{ } \mu N$
- 1.45 a)  $C = \frac{4\pi ab\epsilon_0}{b-a} = 2,2 \text{ pF}$   
 b)  $U_E = 5,63 \text{ } \mu J$   
 c) *Não pois a sua carga total não é nula (não foi carregado a partir de uma fonte de tensão).*
- 1.46 a)  $C = \frac{A\epsilon}{d} = 884,2 \text{ } \mu F$   
 b)  $U_E = 63,7 \text{ mJ}$   
 $\sigma_{placas} = \pm 53,05 \text{ mC} \cdot m^{-2}$

1.47 a)  $C \approx \frac{1}{2} \frac{A\epsilon}{d} = 442 \text{ } \mu F$   
b)  $U_E = 2 \times U_{E \text{ inicial}} = 127,4 \text{ mJ}$

1.48 a)  $C \approx 2 \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \frac{A\epsilon}{d} = 354 \text{ nF}$   
b)  $U_E = \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \times U_{E \text{ inicial}} =$   
 $= 159,3 \text{ mJ}$

1.49 a)  $C_{eq} = \frac{C}{2} = 1 \text{ } \mu F$   
b)  $C_{eq} = 2C = 4 \text{ } \mu F$

1.50 a)  $C' = \frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})} = 80 \text{ pF}$   
b)  $Q' = \frac{Q}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0\Delta V}{\ln(\frac{b}{a})} = 720 \text{ pC}$   
c)  $u_E = \frac{0,745 \times 10^{-9}}{r^2} \text{ [J} \cdot \text{m}^{-3}]$   
d)  $U_E = 3,24 \text{ nJ}$  (idêntico ao resultado obtido por  $U_E = \frac{1}{2} CV^2$  )

1.51 a)  $E_{osso} = \frac{V}{a+b} = 600 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$   
b)  $C = 1 \text{ pF}$   
c)  $u_{E \text{ osso}} = \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0}$  ;  $u_{E \text{ tecido}} = \frac{\sigma^2}{8\epsilon_0}$  ;

nos ossos a densidade de energia eletrostática é o dobro

1.52 a)  $V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{d}$   
 $V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{d}$   
b)  $U_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d}$   
c)  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{u}_r$   
d) Trazendo a carga para um ponto da superfície equipotencial  $V = 0$ , constituída pelos pontos equidistantes das duas cargas.

1.53 a)  $E = \frac{Q}{2\ell^2\epsilon_0}$   
b)  $F = \frac{Q^2}{2\ell^2\epsilon_0}$  (atrativa)

1.54 a)  $C(x) = \frac{\ell}{d} (\epsilon x + \epsilon_0(\ell - x))$   
 $(C = C_1 + C_2)$

b)  $U_E(x) = \frac{1}{2} C(x) V^2$

c)  $F_x = \frac{1}{2} V^2 \frac{\ell}{d} (\epsilon - \epsilon_0)$

1.55 a)  $U_E = 2\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} V^2$

b)  $P = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \frac{1}{(R_2 - R_1)^2} V^2$   
(para dentro; implosão)

Série 1

16, 18, 26, 30

①

1.1

Cobalt

a)

$$\begin{cases} d = 0.5 \text{ m} \\ m = 5 \text{ g} = 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \end{cases}$$

$$Z(\omega) = 29$$

$$M(\omega) = 63,5 \text{ g mol}^{-1}$$

$$1 \text{ mol} = 6,023 \times 10^{23}$$

$$\begin{array}{ccc} 63,5 \text{ g} & \text{---} & 6,023 \times 10^{23} \\ 5 \text{ g} & \text{---} & x \end{array}$$

$$x = \frac{5 \times 6,023 \times 10^{23}}{63,5}$$

$$x = 4,72 \times 10^{22}$$

$$|Q| = 29 \times 4,72 \times 10^{22} \times 1,6 \times 10^{-19} = 2,19 \times 10^5 \text{ C}$$

$$b) \quad e + p \Rightarrow Q = 0 \quad . \quad \text{Nd}$$

$$c) \quad Q = -2,19 \times 10^3 \text{ C}$$



$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2,19 \times 10^3)^2}{(5 \times 10^{-1})^2}$$

$$|\vec{F}| = 9 \times 10^9 \frac{(2,19)^2 \times 10^6}{25 \times 10^{-2}}$$

(2)

$$= 1,73 \times 10^{17} \text{ N}$$

~

1.2

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{1^2} = 9 \times 10^9 \times (1,6 \times 10^{-19})^2$$

$$= 2,3 \times 10^{-28} \text{ N}$$

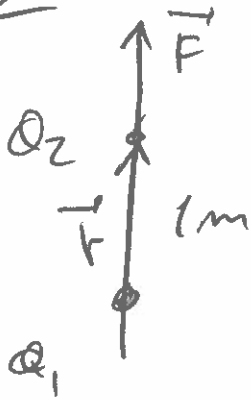
$$|F| = 9 \times 10^9 \times \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(10^{-9})^2} = 2,3 \times 10^{-10} = 2,3 \times 10^{-10} \text{ N}$$

$$|F_g| = 8 \times \frac{(1,67 \times 10^{-27})^2}{1^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times (1,67 \times 10^{-27})^2$$

$$= 18,6 \times 10^{-65}$$

$$\frac{|F_e|}{|F_g|} = \frac{2,3 \times 10^{-29}}{18,6 \times 10^{-65}} = 1,23 \times 10^{+36}$$

1.3



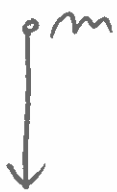
$$Q_1 = Q_2 = 1\text{C}$$

a)

b)  $|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1^2}{1^2}$

$$= 9 \times 10^9$$

c)



$$\underline{h = 1\text{m}}$$

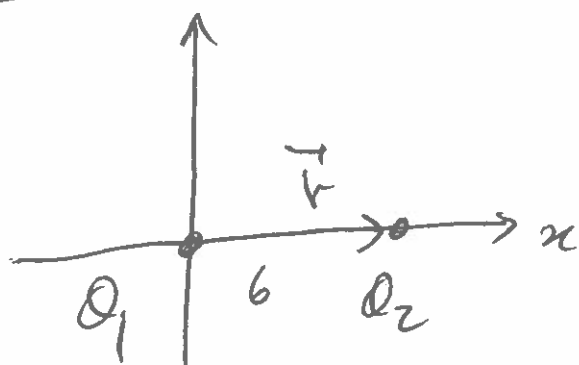
$$mgh = 9 \times 10^9$$

$$m = \frac{9 \times 10^9}{g} = \frac{9 \times 10^9}{9.8}$$

$$m = 0.918 \times 10^9 \text{ kg}$$

1.4

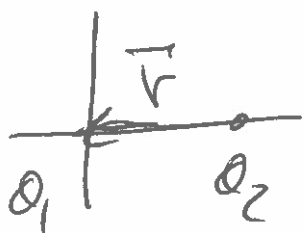
(4)



$$\begin{array}{l} Q_1 = 6 \mu\text{C} \quad m_1 = 6\text{g} \\ Q_2 = -8 \mu\text{C} \end{array}$$

a)  $\vec{r} = (6, 0, 0) = 6 \vec{e}_x$

b)



$$\vec{r} = -6 \vec{e}_x$$

c)



d)  $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \vec{r}$

$$= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1| |Q_2|}{r^3} \vec{r}$$

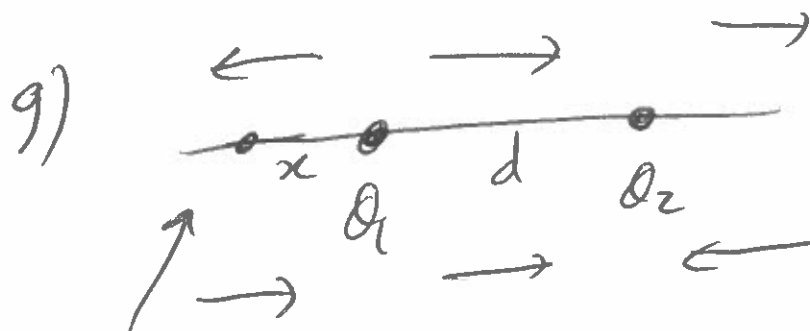
$$|\vec{F}_{12}| = 9 \times 10^9 \frac{6 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{36} = 12 \times 10^{-3} \text{ N}$$

e)  $\vec{F}_{12}$



$$f) \vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{e}_x \frac{12 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-3}} = 2 \vec{e}_x$$



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1|}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_2|}{(d+x)^2}$$

$$x^2 |Q_2| = (d+x)^2 |Q_1|$$

$$8x^2 = 6(d+x)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{8}{6}x^2 = 36 + x^2 + 12x$$

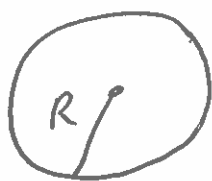
$$\frac{1}{3}x^2 = 12x + 36$$

$$x^2 - 36x - 108 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \left[ 36 \pm \sqrt{(36)^2 + 4 \times 108} \right] = 38,78 \text{ m}$$

1.5

⑥



$$R = 0,529 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$a) |\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(0,529 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(0,529 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 82,33 \times 10^{-9}$$

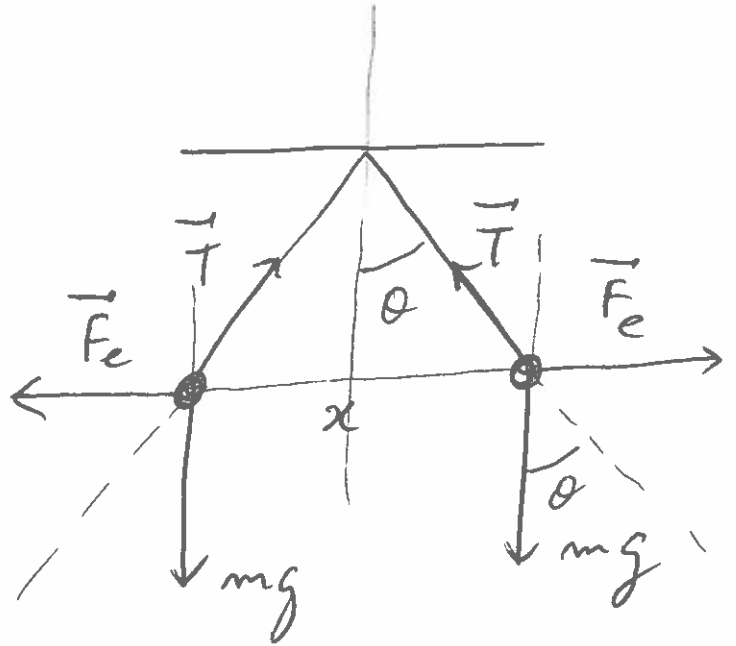
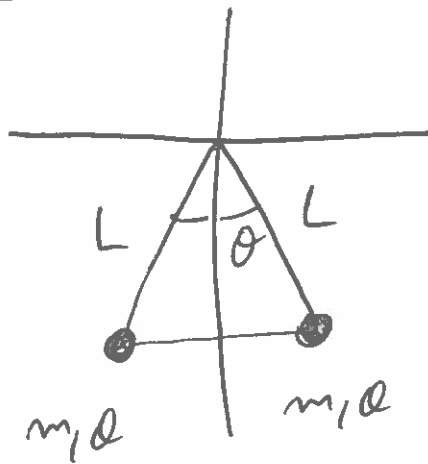
$$b) F_c = \frac{mv^2}{R} = F_e$$

$$v^2 = \frac{R}{m} F_e = \frac{0,529 \times 10^{-10}}{9,1 \times 10^{-31}} \times 82,33 \times 10^{-9}$$

$$v = \sqrt{4,786 \times 10^{12}} = 2,187 \times 10^6 \text{ m/s}$$

1.6

(7)



$$|\vec{F}_e| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{x^2}$$

$$\begin{cases} T \cos \theta = mg \\ T \sin \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{x^2} \end{cases}$$

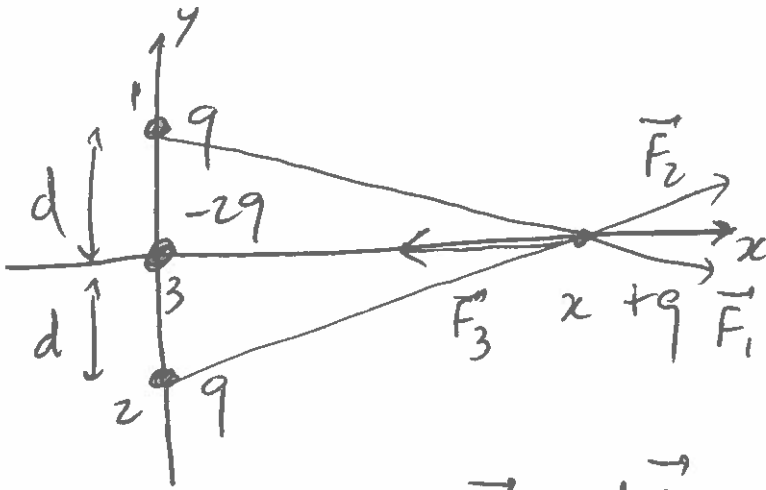
$$\tan \theta = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2 mg}$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{x}{2}}{L \cos \theta}$$

$$x^2 = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 mg \tan \theta}$$

$$x^2 = \frac{Q^2 L \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 mg}, \quad \cos \theta \sim 1 \Rightarrow x = \left( \frac{Q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$

67



$$\vec{F}_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{x\vec{e}_x - d\vec{e}_y}{|x\vec{e}_x - d\vec{e}_y|^3}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{x\vec{e}_x + d\vec{e}_y}{|x\vec{e}_x + d\vec{e}_y|^3}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{-2q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{x\vec{e}_x}{|x\vec{e}_x|^3}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{x\vec{e}_x - d\vec{e}_y}{(x^2 + d^2)^{3/2}} + \frac{x\vec{e}_x + d\vec{e}_y}{(x^2 + d^2)^{3/2}} - 2 \frac{x\vec{e}_x}{x^3} \right]$$

$$\vec{F} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{2x}{(x^2+d^2)^{3/2}} - \frac{2}{x^3} \right] \vec{e}_x \quad (9)$$

$$\vec{F} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left[ \frac{x}{(x^2+d^2)^{3/2}} - \frac{1}{x^3} \right] \vec{e}_x$$

b)  $x \gg d$

$$\vec{F} \approx \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^3} \left[ \frac{1}{\underbrace{\left(1 + \left(\frac{d}{x}\right)^2\right)^{3/2}}_{\sim 1 - \frac{3}{2}\left(\frac{d}{x}\right)^2}} - 1 \right] \vec{e}_x$$

$$\vec{F} \approx \frac{-q^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{\frac{3}{2}d^2}{x^4} \vec{e}_x$$

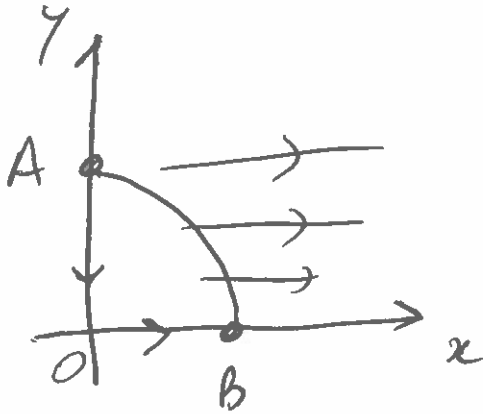
Quadrupolo

c)  $F=0$

$$\begin{array}{c} \uparrow \vec{p} \\ \downarrow \vec{p} \end{array}$$

1.8

(10)



$$\vec{F} = F_0 \vec{e}_x$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{e}$$

$$W = \int dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{e}$$

$$= F_0 \int \vec{e}_x \cdot d\vec{e}$$

$$\vec{F} = q \vec{E} = -q \nabla \phi$$

independente do caminho

$$W_{AB} = W_{AO} + W_{OB}$$

$\begin{smallmatrix} \parallel \\ 0 \end{smallmatrix}$

$$W_{AB} = F_0 x_B$$

(11)

1.9

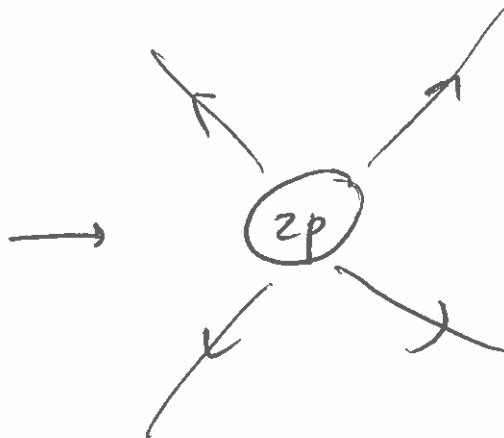
$$Q = -5 \mu\text{C}$$

$$\vec{F} = 20 \vec{e}_x \text{ N}$$

$$\vec{F} = Q \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} = \frac{-20}{5 \times 10^{-6}} \vec{e}_x$$

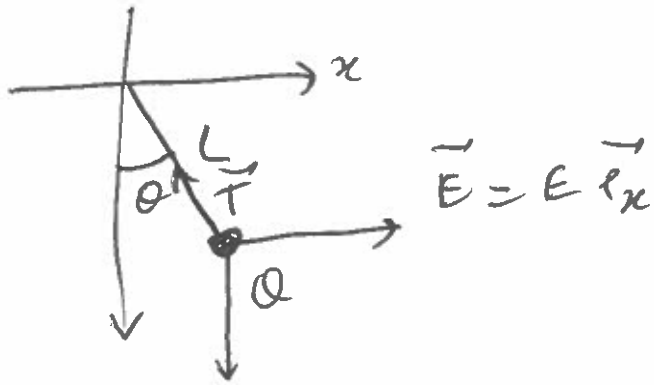
$$\vec{E} = -4 \times 10^6 \text{ V/m } \vec{e}_x$$

1.10a)  $\begin{pmatrix} 2p \\ 2m \end{pmatrix}$  $Q_p > 0$ 

$$b) \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q_p}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19}}{r^2} \vec{e}_r \text{ V/m}$$

$$\vec{E} = \frac{28,8 \times 10^{-10}}{r^2} \vec{e}_r \text{ V/m}$$

1.11

$$a) \quad \vec{F} = QE \vec{e}_x$$

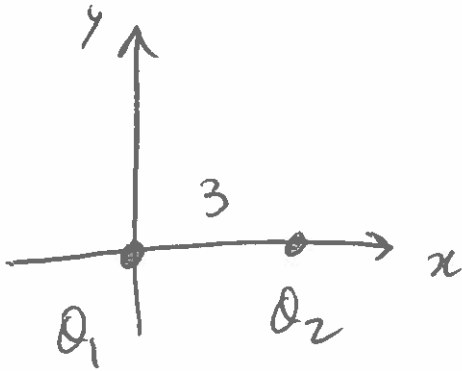
$$\begin{cases} T \cos \theta = mg \\ T \sin \theta = QE \end{cases}$$

$$b) \quad T \cos \theta = \frac{QE}{mg}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{QE}{mg} \right)$$

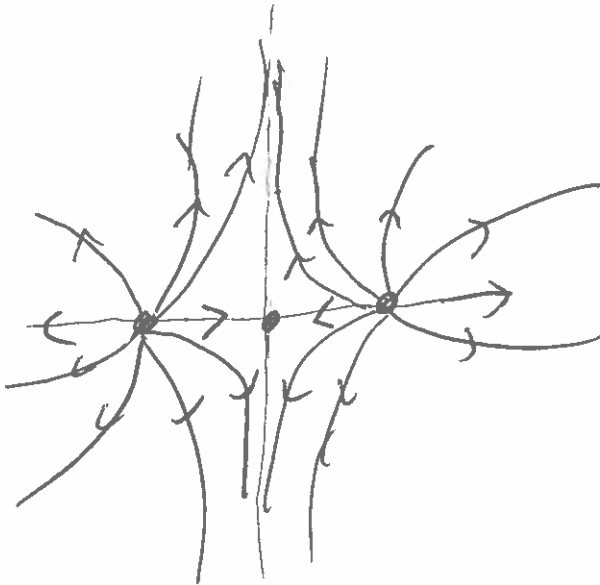


1-12



$$\begin{cases} Q_1 = 6 \mu\text{C} \\ Q_2 = 6 \mu\text{C} \end{cases}$$

a)



$$b) \quad \vec{E}_{21} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{3^2} (-\vec{e}_x)$$

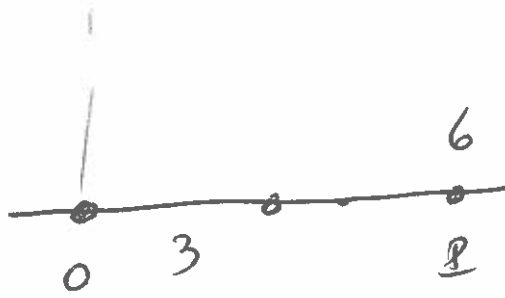
$$\vec{F}_{21} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{3^2} (-\vec{e}_x)$$

$$c) \quad \vec{E}_{21} = -\vec{E}_{12}$$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

(14)

d)



$$Q_1 = Q_2 = Q = 6 \mu C$$

$$\vec{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{6^2} + \frac{1}{3^2} \right] \vec{e}_x$$

e)  $x = 1,5 m$

~

1.13

$$Q = 5 C$$

$$V_{ab} = 20 kV$$

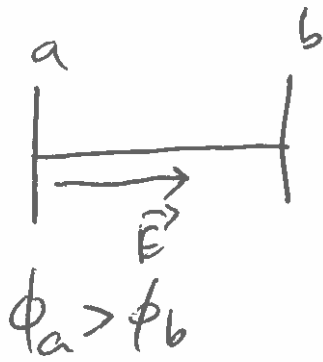


$$V_{ab} = V_b - V_a = \phi_b - \phi_a$$

$$\vec{F} = q \vec{E} = -q \vec{\nabla} \phi$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{e} = -q \vec{\nabla} \phi \cdot d\vec{e} = -q d\phi$$

$$W = -q \int_a^b d\phi = -q (\phi(b) - \phi(a)) = -5 \times 20 \times 10^3 J = -10^5 J$$



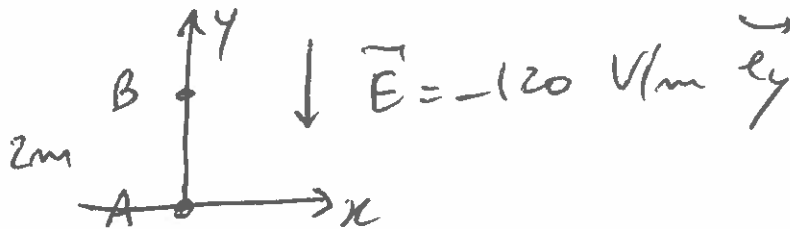
$$\rightarrow V_{ab} = \phi_a - \phi_b$$

$$\rightarrow W = 10^5 \text{ J}$$

$C_{eq}$



1.14



$$d\phi = -\vec{E} \cdot d\vec{e} = -E dy$$

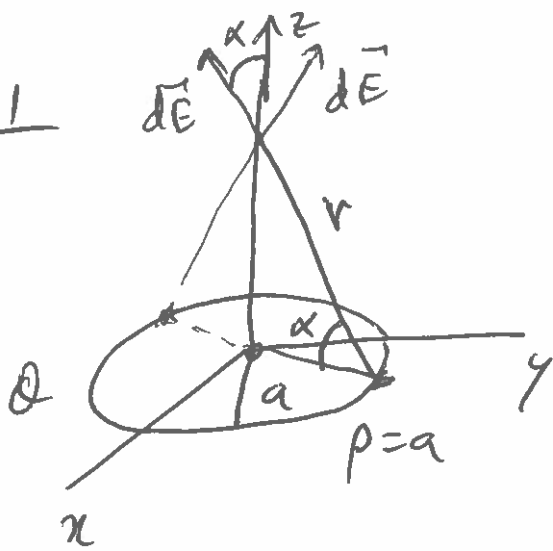
$$\int_A^B d\phi = - \int_A^B E dy = 120 \int_A^B dy = 240$$

$$\phi(B) - \phi(A) = 240 \text{ V}$$

$$\phi(A) - \phi(B) = -240 \text{ V}$$

1.21

16



$$\lambda = \frac{Q}{2\pi a}$$

a)  $dE_z = |d\vec{E}| \cos \alpha$

$$\left\{ \begin{aligned} d\phi &= \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \\ r &= \sqrt{a^2 + z^2} \quad dl = a d\phi \end{aligned} \right.$$

$$\phi = \int_{\text{ring}} d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda a d\phi}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

$$\phi = \frac{2\pi \lambda a}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

$$b) E_z = - \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$E_z = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right)$$

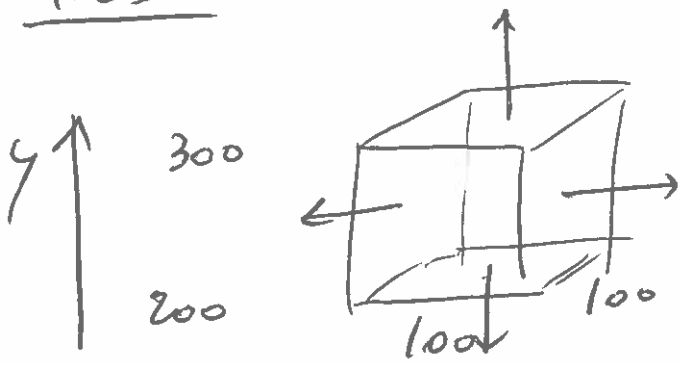
$$= - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{z} \right) \frac{2z}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\parallel E_z = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$c) z \gg a \quad E_z \rightarrow \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{z^2}$$

1.23

(18)



$$\vec{E} = -(180 - 0,4y) \vec{e}_y$$

$$\begin{cases} y=200 & \vec{E} = -100 \vec{e}_y \\ y=300 & \vec{E} = -60 \vec{e}_y \end{cases}$$

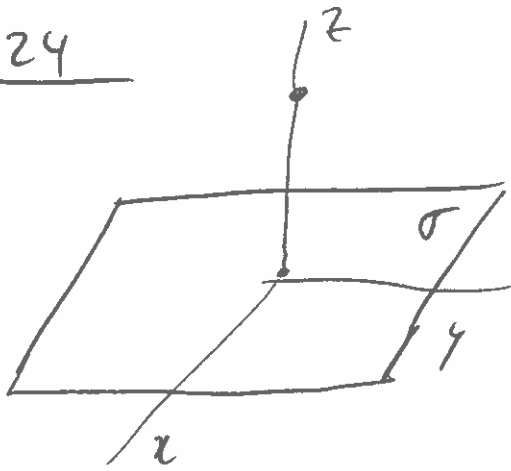
$$\int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$

$$\int_{S(200)} \vec{E} \cdot \vec{n} dS + \int_{S(300)} \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$

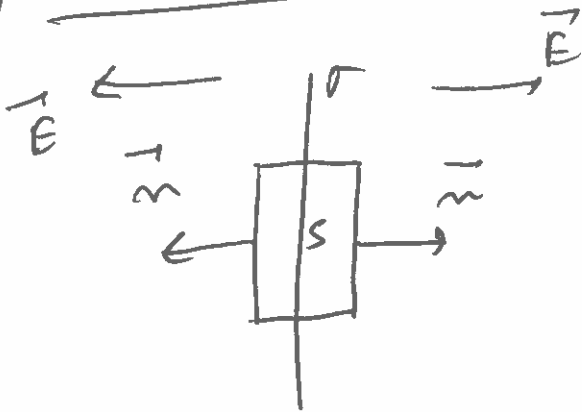
$$100 \times 100^2 + (-) 60 \times 100^2 = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$

$$Q_S = \epsilon_0 \times 40 \times 100^2 = \frac{4 \times 10^5}{4\pi \times 9 \times 10^9}$$

$$Q_S = 0,035 \times 10^{-4} = 3,5 \times 10^{-6} \text{ C}$$

1.24

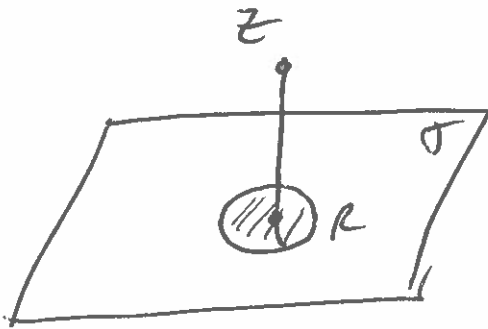
$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|}$$

a) Lei de Gauss

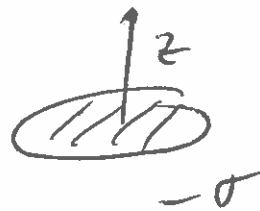
$$ES + ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

b)



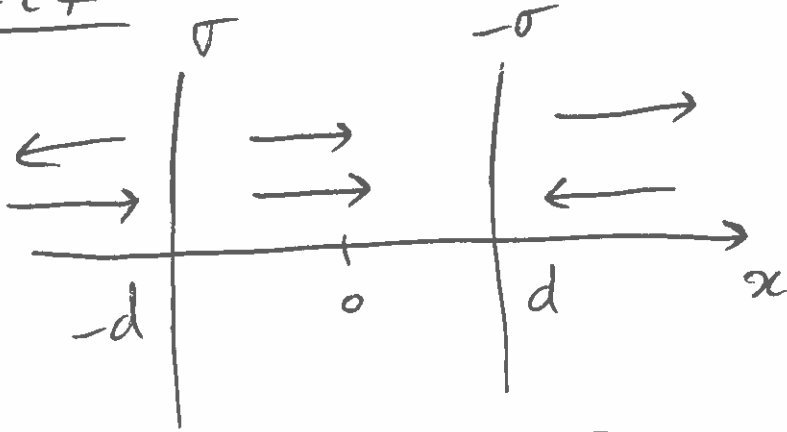
$$\sigma + (-\sigma) = 0$$

Sobreposição

$$E_z = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \left[ \frac{1z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right]$$

$$\Rightarrow E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

1.27

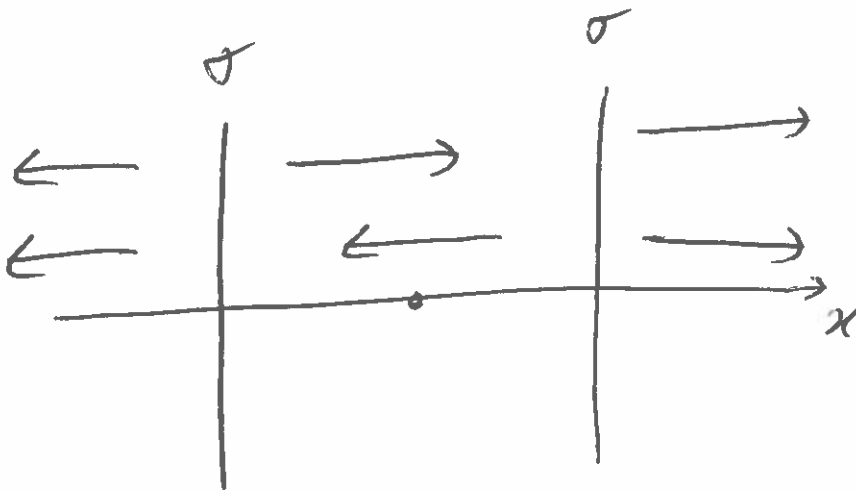


$$E = \infty$$

$$E = \infty$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x, \quad -d < x < d$$



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

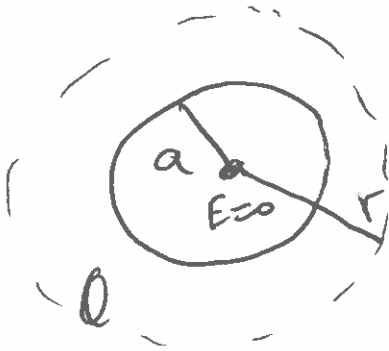
$$E = \infty$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



1.28

(21)



$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r$$

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -d\phi$$

$$E_r dr = -d\phi$$

$$\int_A^B \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = -\int_A^B d\phi$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_A^B = -(\phi(B) - \phi(A))$$

$$A : r$$

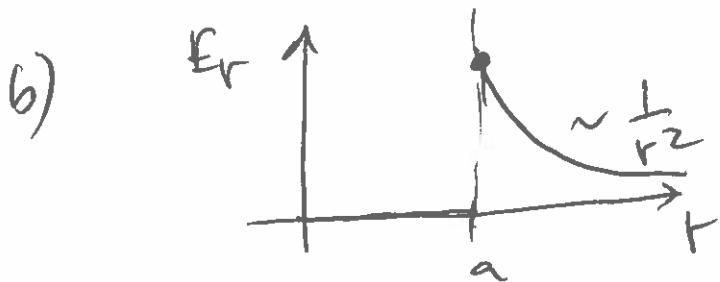
$$B : \infty$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} = \phi(r)$$

$$\phi(\infty) = 0$$

a)  $Q = Q_{\text{imp}}$

$$\left| \begin{array}{l} \rho = 0 \\ \sigma = \frac{Q}{4\pi a^2} \end{array} \right.$$



c)  $W_p = q E$

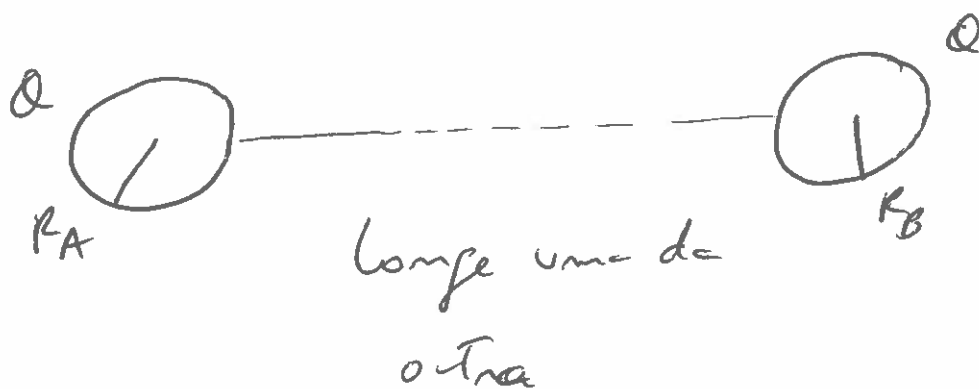
$$W_p = ?$$

$$W_{\text{cipo}} = \int_{\infty}^0 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^a q E_r dr$$

$$= q \int_{\infty}^a \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{\infty}^a = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}$$

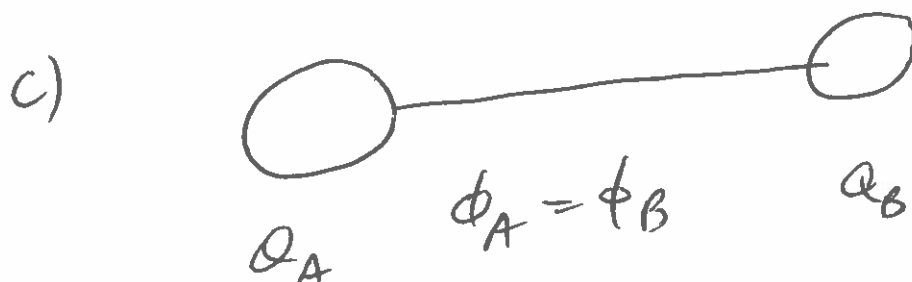
$$W_{\text{ext}} = -W_{\text{cipo}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a} = q \phi(a) = q \frac{\sigma a}{\epsilon_0}$$



a)  $\sigma_A = \frac{Q}{4\pi R_A^2}$

$\sigma_B = \frac{Q}{4\pi R_B^2}$

b)  $E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_A^2}$  ,  $E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_B^2}$

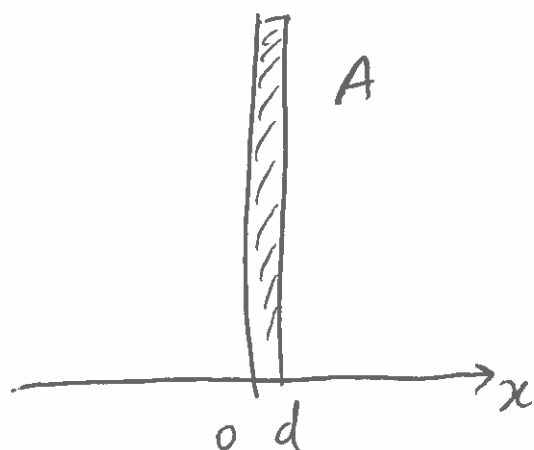


$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_A}{R_A} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_B}{R_B} \\ Q_A + Q_B &= 2Q \end{aligned} \right.$$

$$Q_A = 2Q \frac{R_A}{R_A + R_B} , \quad Q_B = 2Q \frac{R_B}{R_A + R_B}$$

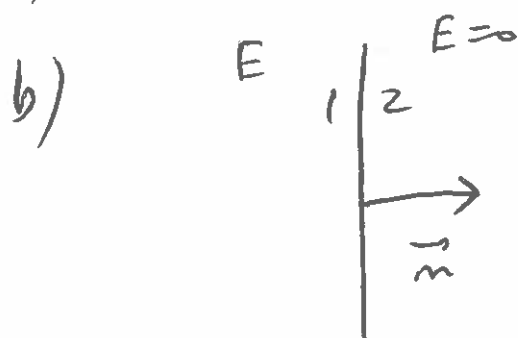
1.31

24



$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_x$$

a)  $E = 0$

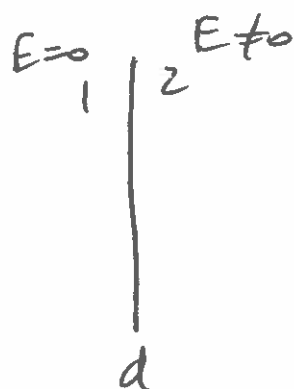


$$E_{m2} - E_{m1} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

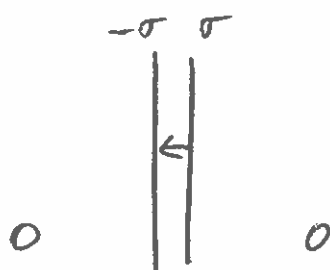
$$-E_{m1} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_{m1} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\sigma_0 = -\frac{E_0 \epsilon_0}{\epsilon_0}$$

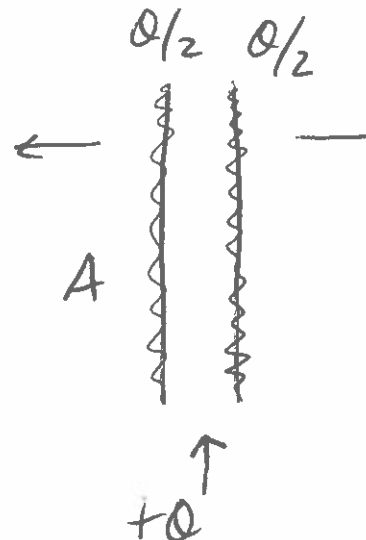


$$\sigma_d = E_0 \epsilon_0$$



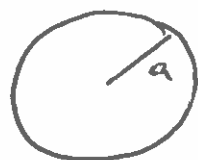
$$\vec{E} = -\frac{E_0 \epsilon_0}{\epsilon_0} = -E_0 \vec{e}_x$$

c)



$$\vec{E}_{int} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}(x > d) = \left( E_0 + \frac{Q}{2\epsilon_0 A} \right) \vec{e}_x \\ \vec{E}(x < 0) = \left( E_0 - \frac{Q}{2\epsilon_0 A} \right) \vec{e}_x \end{array} \right.$$

1.32

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 10 \text{ cm} \\ Q = 0,3 \mu\text{C} \end{array} \right.$$

a)

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \quad r > a$$

$$E_r = 0 \quad r < a$$

b)

$$E_{\text{sup}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2} = E_{\text{max}}$$

$$a^2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 E_{\text{max}}} = \frac{3 \times 10^{-7} \times 9 \times 10^9}{3 \times 10^6}$$

$$a = 3 \times 10^{-2} \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

1.33

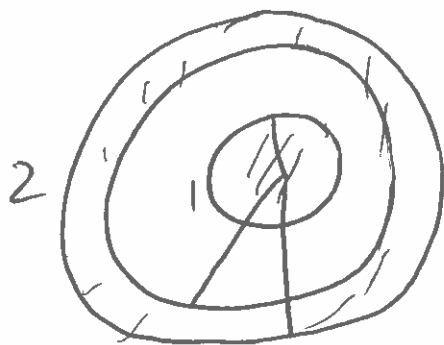
$$\phi = 6 \times 10^4 \text{ V}$$

$$E = \frac{\phi}{R}$$

$$R = \frac{\phi}{E} = \frac{6 \times 10^4}{3 \times 10^6}$$

$$R = 2 \times 10^{-2} = 2 \text{ cm}$$

~

1.34

$$R_1 < R_2 < R_3$$

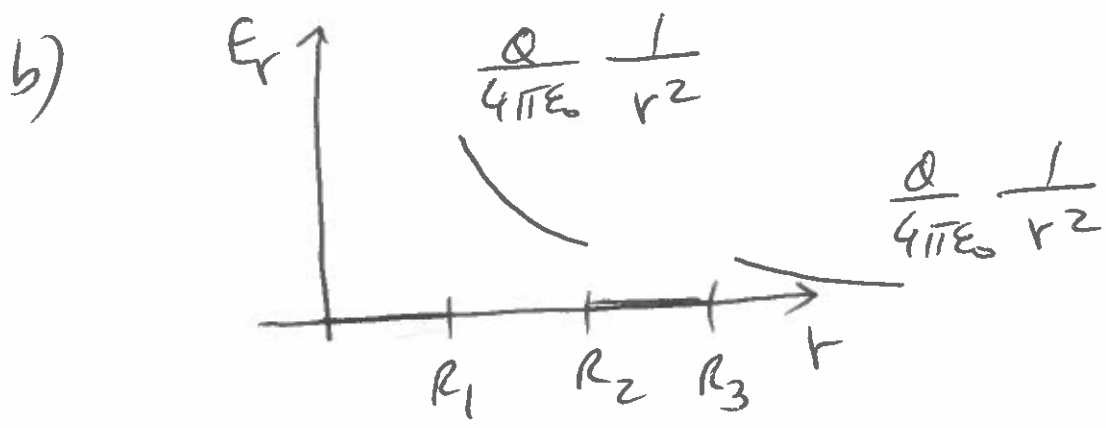
$$Q_1 = Q$$

a) {

$$\sigma_1 = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$$

$$\sigma_2 = -\frac{Q}{4\pi R_2^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{Q}{4\pi R_3^2}$$



c)

$$d\phi = -E_r dr$$

$$\int_{R_1}^{R_2} d\phi = - \int_{R_1}^{R_2} E_r dr = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{R_1}^{R_2}$$

$$\phi(R_2) - \phi(R_1) = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\phi(R_1) - \phi(R_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} > 0$$

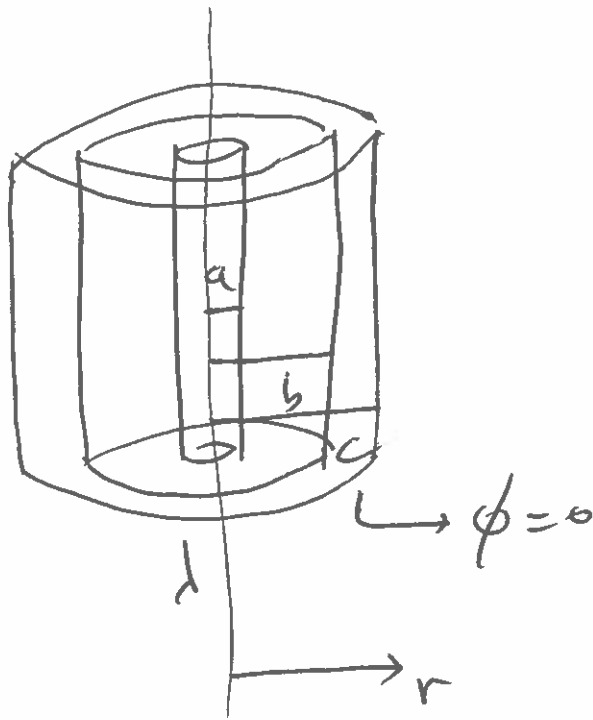
d)  $N_{dc}$

$$\phi(R_2) = 0$$

$$\sigma(R_3) = 0$$

1.35

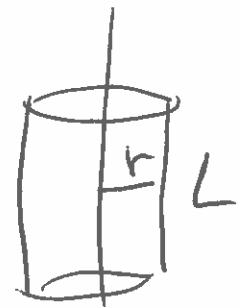
(28)



$$c > b > a$$

$$d\phi = -E_r dr$$

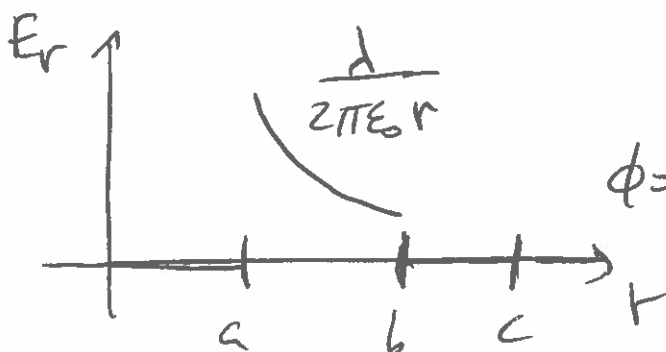
$$a) \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$



$$a < r < b$$

$$E_r 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$|E_r| = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



$$\phi = 0 \Rightarrow \sigma_c = 0 \Rightarrow E = 0$$

exterior



(29)

b)

$$d\phi = -E_r dr$$

$$\phi(b) = \phi(c) = 0$$

$$\int_b^a d\phi = - \int_b^a E_r dr$$

$$\phi(a) - \phi(b) = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r} = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \phi(a) - \phi(b) = \phi(a) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right) > 0$$

1.36

$$a) \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{e}_r}{r^2}$$

$$r > R_2$$

$$r = R_A$$

$$b) \quad E_{\max} = 3 \times 10^6 \text{ V/m}$$

$$E \sim \frac{\phi}{r}$$

$$R_1 = 0,25 \text{ m}$$

$$R_2 = 0,30 \text{ m}$$

$$\phi = E r$$

$$\phi = 3 \times 10^6 \times 0,3 = 9 \times 10^5 = 900 \text{ kV}$$

c) Ven folugjör