

Álgebra Linear
Cursos
1 Semestre — 14 de Outubro de 2015

Versão A

Nome: _____
Número: _____ Curso: _____

Prob.	A	B	C	D	Classificação
1.					
2.					
3.					
4.					

5.	
6.	
7.	
Nota Final	

-
- A prova que vai realizar tem a duração de 45 minutos.
 - **Desligue completamente o seu telemóvel.**
 - As perguntas de escolha múltipla devem ser respondidas no quadro acima, assinalando uma única resposta. As cotações de cada pergunta de escolha múltipla são:

Certa: **0.6 val.** Errada: - **0.1 val.** Branco: **0.0 val.**

1. Sejam A, B e C matrizes 4×2 , 3×2 e 4×4 , respectivamente.

[0.6]

- 1) AB^T é uma matriz 4×3 .
- 2) AB^T é uma matriz 4×2 .
- 3) É possível realizar a operação CAB .
- 4) É possível realizar a operação BA^TC .

A lista completa das afirmações correctas é:

- A) 1 e 4; B) 1, 3 e 4; C) 2 e 3; D) 1 e 3.

2. Considere a matriz A , dependente dos parâmetros reais α e β , e o vector coluna b ,

[0.6]

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \alpha \\ \beta & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 1) A característica da matriz do sistema é 3 para todo o valor de β .
- 2) A característica da matriz do sistema depende de β .
- 3) Existe um único valor de α para o qual o sistema correspondente à matriz aumentada $[A|b]$ é impossível.
- 4) A característica da matriz aumentada $[A|b]$ é 3 para todo o valor de β .

A lista completa das afirmações correctas é:

- A) 1 e 4; B) 3 e 4; C) 2 e 4; D) 1 e 3.

3. Seja A a matriz de um sistema com m equações e n incógnitas e $A|b$ a respectiva matriz aumentada.

[0.6]

- 1) Se $\text{car}(A) = \text{car}(A|b) = n$ então necessariamente o sistema é possível e determinado.
- 2) Se $\text{car}(A) = \text{car}(A|b) = m$ então necessariamente o sistema é possível e determinado.
- 3) Se $\text{car}(A) < \text{car}(A|b)$ o sistema é impossível.
- 4) Se $m = n$ o sistema é sempre possível.

A lista completa das afirmações correctas é:

- A) 1 e 4; B) 2 e 3; C) 1 e 3; D) 1, 3 e 4.

4. Considerando que A e B designam duas matrizes $n \times n$, I a matriz identidade $n \times n$,

[0.6]

- 1) Se A e B são invertíveis, então AB é necessariamente invertível.
- 2) Se A e B são invertíveis, então $A + B$ é necessariamente invertível.
- 3) Se A^2 é a matriz nula, então necessariamente A é nula.
- 4) Se $A^2 + 2A + 2I = 0$ então A é invertível.

A lista completa das afirmações correctas é:

- A) 1; B) 1 e 3; C) 1 e 4; D) 2, 3 e 4.

5. Considere o seguinte sistema linear

[0.9]

$$\begin{cases} 3z - 9w &= 6 \\ 5x + 15y - 10z + 40w &= -45 \\ x + 3y - z + 5w &= -7 \end{cases}$$

Qual o grau de indeterminação deste sistema? Descreva o conjunto das suas soluções.

6. Calcule pelo método de Gauss–Jordan, caso seja possível, a inversa da matriz

[0.7]

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

7. a) Diga o que é uma matriz elementar.

[0.2]

b) Dê exemplo de duas matrizes elementares cujo produto é ainda uma matriz elementar.

[0.4]

c) Todo o produto de matrizes elementares é uma matriz elementar? Justifique a resposta.

[0.4]