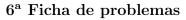
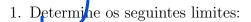
Cálculo Diferencial e Integral I



Funções reais. Diferenciabilidade



a)
$$\lim_{x \to 0} \frac{10^{2} - 5^{x}}{x}$$
 b) $\lim_{x \to 0^{+}} \frac{x^{2} \operatorname{sen}(\frac{1}{x})}{\operatorname{sen} x}$ c) $\lim_{x \to 0^{+}} \frac{10^{2} - 5^{x}}{\operatorname{sen} x}$

b)
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)}{\operatorname{sen} x}$$

c)
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$$

$$d$$
) $\lim_{x \to +\infty} x^{\frac{1}{x-1}}$

2. Calcule

$$a) \lim_{x \to +\infty} (\ln x)^{\frac{1}{2}}$$

a)
$$\lim_{x \to +\infty} (\ln x)^{\frac{1}{x}}$$
 b) $\lim_{x \to 0} (\sec x)^{\sin x}$ c) $\lim_{x \to 0^{+}} \frac{\ln x}{x^{2}e^{\ln^{2}x}}$ d) $\lim_{x \to 0} (\cot x)^{\coth x}$

c)
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{x^2 e^{\ln^2 x}}$$

$$d$$
) $\lim_{x\to 0} (\operatorname{ch} x)^{\coth x}$

3. Seja
$$f: [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \to \mathbb{R}$$
 tal que $f(x) = \operatorname{arctg}(x^2) + 1$

- a) Determine o polinómio de Taylor de 2° grau em potências de x.
- b) Determine um majorante para o erro que se comete em [-1/2, 1/2] ao aproximar f pelo polinómio indicado em a).
- 4. Prove que se $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é três vezes diferenciável e se g'''(x) > 0, $\forall x \in \mathbb{R}$, então g não pode ter mais do que dois pontos de extremo local. Admitindo agora que g tem de facto extremos locais em α e β , com $\alpha < \beta$, indique se $g(\alpha)$ e $g(\beta)$ são máximos ou mínimos da função. Justifique.

Escreva a fórmula de Taylor para q e com resto de Lagrange de segunda ordem e aproveite-a para mostrar que $g(x) > g(\beta)$ para $x > \beta$.

5. Seja
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, $f(x) = |x|e^{1-x^2}$

- a) Estude a função f do ponto de vista da continuidade e da diferenciabilidade. Em cada ponto em que f não seja diferenciável, calcule as derivadas laterais.
- b) Complete o estudo da função f, considerando em particular os aspectos seguintes: crescimento, extremos, concavidade, inflexões e assíntotas. Esboce o gráfico da função f.