

9ª Ficha de exercícios para as aulas práticas: 27 - 30 Novembro de 2006

1) Determine uma primitiva da função definida (em algum intervalo apropriado) pela expressão:

a) $|x|$ b) $\frac{1}{2-x}$ c) $\frac{x}{1+x^4}$ d) $\frac{1}{x^3} + \frac{4}{x\sqrt{x}}$ e) $\left(\frac{1}{x^3} + \frac{4}{x\sqrt{x}}\right)^2$ f) $(x^2+1)^3$

g) $\frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}$ h) $\frac{1}{(x-1)^2}$ i) $\frac{x^3}{x^8+1}$ j) $\frac{1}{2x-5}$ k) $x\sqrt{x^2+1}$

l) $\frac{x^2}{1+x^3}$ m) $\frac{x^2}{1+x^2}$ n) $\frac{x}{1+x^2}$ o) $\frac{1}{\sqrt[5]{1-2x}}$

2) Determine uma primitiva da função:

a) $\frac{1}{\sqrt{3-4x^2}}$ b) $\frac{x+1}{x^2+2x}$ c) $\frac{1}{x-5}$ d) $\sqrt{\frac{1+x}{1-x^2}}$ e) $\frac{3}{(x+2)^2}$ f) $\frac{x^2}{1+x^6}$

g) $\frac{x}{\sqrt{2-3x^4}}$ h) $\frac{x+1}{2+4x^2}$ i) $\frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ j) $\frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}}{4}$ k) x^{-4} l) $\sqrt{2x} + \sqrt{\frac{x}{2}}$

m) $\frac{x}{x^2+x+1}$ n) $\frac{1}{x^2+x+4}$ o) $\frac{1}{x^2+x+1}$

3) Determine uma primitiva da função:

a) $3\sin x + 2x^2$ b) $\operatorname{sh}(2x+1)\sqrt{\operatorname{ch}(2x+1)}$ c) $\operatorname{sh}(\cos x)\sin x$ d) $x\operatorname{sh} x^2$ e) $\sin x \sin 2x$

f) $\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ g) $\cos x \cos 2x$ h) $\operatorname{tg} x \sec^2 x$ i) $\cos^3 x \sin x$ j) $\sin^3 x \cos^4 x$ k) $\cos^3 x \sin^2 x$

l) $\sin^3 x \cos^3 x$ m) $\sin^3 x$ n) $\operatorname{tg} 2x$ o) $\sin^2 x$ p) $\cos^2 x$ q) $\cotg^2 x$ r) $\operatorname{tg}^2 x$ s) $\operatorname{tg} x$

t) $\cos^3 x$ u) $\cotg x$ v) $\cos \frac{x}{\sqrt{2}}$ w) $\sin 2x$ x) $\frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}$ y) $\frac{x}{\cos^2 x^2}$ z) $\frac{1}{4} \cotg 2x$

4) Determine uma primitiva da função:

a) $\frac{x + \arcsen^2 3x}{\sqrt{1-9x^2}}$ b) $\frac{1}{\cos^2 3x}$ c) $\frac{\sen \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1 + \cos \sqrt{x})}$ d) $\frac{\sec^2 x}{\sqrt{1 - \tg^2 x}}$ e) $\frac{\tg \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

f) $(\tg 2x + \sec 2x)^2$ g) $\sen 2x \cos 2x$ h) $\frac{\sen x}{\cos x + 2}$ i) $\tg^3 x + \tg^4 x$ j) $\frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\tg x - 1}}$

k) $(1 + \tg^2 x) \tg x$ l) $\frac{1}{(1 + x^2)(1 + \arctg^2 x)}$ m) $\frac{3 \sen x}{(1 + \cos x)^2}$ n) $\frac{\sen x + \cos x}{\cos x}$

o) $\frac{\sen 2x}{1 + \cos^2 x}$ p) $\frac{\sen x}{1 + \cos^2 x}$ q) $\frac{\sen 2x}{1 + \cos 2x}$ r) $x^2 \cos(x^3 + 1)$ s) $\frac{\arcsen x}{\sqrt{1-x^2}}$

t) $\frac{\sen 6x}{\sqrt[3]{\sen^2 3x + 1}}$ u) $\sen x \sqrt{1 - \cos x}$ v) $\sen(\cos x) \sen x$ w) $x \sec^2(3 - 2x^2)$

x) $\frac{\sqrt{\arctg x}}{1 + x^2}$ y) $\frac{\arctg^4 x}{1 + x^2}$ z) $\frac{\sec^2 x}{3 + \tg^2 x}$

5) Determine uma primitiva da função:

a) 2^{x-1} b) e^{x+3} c) e^{-5x} d) xe^{-x^2} e) e^{x+e^x} f) $\frac{e^x}{2+e^x}$ g) $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$ h) $\frac{e^{4x}}{(3+e^{4x})^2}$

i) $\frac{3e^x}{\sqrt[3]{1-4e^x}}$ j) $\frac{1}{1+e^x}$ k) $\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ l) $\frac{e^x}{e^{2x}+4}$ m) $\frac{\log x}{x} + \frac{1}{x \log x} + \frac{1}{x \log x \log(\log x)}$

n) $\frac{3}{(2x+3)\sqrt{1-\log^2(2x+3)}}$ o) $\frac{1}{x+x \log^2 x}$ p) $\frac{\sqrt{1+\log x^3}}{x}$ q) $\frac{\log x}{x(1-\log^2 x)}$

r) $\frac{1}{x(2-3 \log x)^{2/3}}$ s) $\frac{\log x}{x\sqrt{1+\log^2 x}}$ t) $\frac{\arctg(\log x^2)}{x(1+\log^2 x^2)}$ u) $\frac{x+e^{\arctg \frac{1}{x}}}{x^2+1}$ v) $\sen(\log x) \frac{1}{x}$

w) $\sec x$ x) $\operatorname{cosec} x$ y) $\frac{e^x}{1+e^{2x-1}}$ z) $\frac{e^{\arctg x}(2+e^{\arctg x})}{1+x^2}$

6) Determine a função f que verifica as seguintes condições.

a) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f'(x) = \cos^2 x \sin^2 x \quad \text{e} \quad f(0) = 1.$

b) $f :] - \infty; -1[\cup]1; +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}, \quad f'(x) = \frac{x^3}{\sqrt{(x^4 - 1)^3}}, \quad f(2) = 0 \quad \text{e} \quad f(-2) = 1.$

c) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f'(x) = \frac{(1 + 2 \operatorname{arctg} x)^3}{1 + x^2}, \quad f(0) = 0.$

d) $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f''(x) = 3x + \frac{1}{(1-x)^2}, \quad f(0) = 0, \quad f'(e+1) = 1, \quad f(e+1) = 0 \quad \text{e} \quad f'(0) = 0.$

e) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f'(x) = \frac{x+1}{4x^2+9}, \quad f(0) = 1.$

7) Determine uma primitiva da função racional:

a) $\frac{1}{x^2-1}$ b) $\frac{x^4}{1-x}$ c) $\frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)}$ d) $\frac{x^4}{x^4-1}$ e) $\frac{1}{(x+1)(x^2+1)}$ f) $\frac{x+1}{x^3(x-2)^2}$

g) $\frac{x+1}{x^5+4x^3}$ h) $\frac{x^5}{x^2-1}$ i) $\frac{x+3}{x^2-x-2}$ j) $\frac{x}{x^2+2x+3}$ k) $\frac{1}{x^4-x^3-x+1}$

l) $\frac{3x+1}{x^3-x}$ m) $\frac{x^2}{(x^2+1)^2}$ n) $\frac{x}{(x+1)(x+2)^2}$

8) Utilizando o método de primitivação por partes, calcule uma primitiva da função:

a) $\frac{\log(\log x)}{x}$ b) $x \operatorname{sen} x$ c) $x^2 \operatorname{sen} x$ d) $x \cos x$ e) $\frac{x \operatorname{sen} x}{\cos^2 x}$ f) $\log^3 x$ g) $x^2 e^x$ h) $x^3 e^{-x^2}$

i) $\frac{x^7}{(1-x^4)^2}$ j) $\cos(\log x)$ k) $\operatorname{ch} x \cos x$ l) $\log(2x+3)$ m) $x \log x$ n) $x^2 \operatorname{sh} x$

o) $x \operatorname{arctg} x$ p) $\sqrt{x} \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ q) $x \operatorname{arctg}^2 x$ r) $x(1+x^2) \operatorname{arctg} x$ s) $\frac{x^5}{\sqrt{1+x^3}}$

9) Utilizando o método de primitivação por partes, calcule uma primitiva da função:

- a) $\frac{\log(\arcsen x)}{\sqrt{1-x^2}}$ b) $\arcsen \frac{1}{x}$ c) $x \arcsen \frac{1}{x}$ d) $e^x(e^x + x)$ e) $\sin(\log x + 1)$ f) $\frac{1}{(x^2 + 1)^2}$
g) $\cos x \log(1 + \sin^2 x)$ h) $\cos x \log(1 + \sin x)$ i) $\sec^2 x \log(\operatorname{tg} x)$ j) $\frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}$ k) $3x\sqrt{1-x^2} \arcsen x$
l) $\cos 2x \log(\operatorname{tg} x)$ m) $\frac{1}{x^3} \cos \frac{1}{x}$ n) $x^2 \log^2 x$ o) $\frac{\log x}{\sqrt{x}}$ p) $\log\left(\frac{1}{x} + 1\right)$ q) $\frac{\log x}{(1+x)^2}$

10) Utilizando uma substituição conveniente, determine uma primitiva da função:

- a) $\frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{e^x-1}}$ c) $\frac{\sqrt{x^2+2}}{x}$ d) $\frac{x^2+3}{\sqrt{9-x^2}}$ e) $\frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}$ f) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-3}}$
g) $\frac{1}{x^2\sqrt{4-x^2}}$ h) $\frac{2}{\sqrt{x^2-9}}$ i) $\frac{x}{\sqrt{2-3x}}$ j) $\sqrt{1+\sqrt{x}}$ k) $(1+x^2)^{-\frac{3}{2}}$ l) $x\sqrt{2+x}$
m) $\frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}}$ n) $\frac{\sqrt[4]{1-x}-1}{(1-x)(1+\sqrt{1-x})}$ o) $\frac{1}{1-\sin x - \cos x}$ p) $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$

11) Utilizando uma substituição conveniente, determine uma primitiva da função:

- a) $\frac{1}{\cos^4 x}$ b) $\sqrt{4-4x-x^2}$ c) $\frac{1-\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg} x}$ d) $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}+1}$ e) $\frac{1}{\operatorname{sh} x}$ f) $\frac{\sin 2x}{\cos^2 x - \sin x - 3}$
g) $\frac{e^{3x}}{(1+e^{2x})(e^x-2)^2}$ h) $\frac{e^{3x}+3e^{2x}+6}{e^{3x}+3e^x}$ i) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}+1}$ j) $\frac{2\log x-1}{x\log x(\log x-1)^2}$ k) $\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$
l) $\frac{\sqrt{x-1}}{x}$ m) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}$ n) $\frac{\log x}{\sqrt{1+x}}$ o) $\frac{\log x}{x\sqrt{1+\log x}}$ p) $\frac{x\log x}{\sqrt{1-x^2}}$ (1º por partes)

12) Um ponto percorre o eixo dos xx com aceleração $12-8t$ (m/s^2) em cada instante t . Sabendo que ocupava a posição $x=0$ no instante $t=0$ e tinha velocidade 0 nesse instante, calcule:

- a) A sua velocidade no instante $t=2$ segundos.
b) A sua posição no instante $t=3$ segundos.
c) A sua velocidade positiva máxima durante todo o movimento e o instante em que essa velocidade foi atingida.
d) Excluindo o instante inicial $t=0$, o ponto esteve parado em mais algum instante?