Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática

1º semestre 12/13

1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

LEE, LEGI, LEIC-T, LERC
12 de outubro de 2012

Teste 101

Nome:
Número:
Curso:

O Teste que vai realizar tem a duração total de **45 minutos** e consiste de sete problemas. Os cinco primeiros são perguntas de escolha múltipla, pelo que deve assinalar a sua opção no primeiro quadro abaixo. As resposta erradas descontam 1/10 da cotação indicada. Os restantes problemas têm as cotações indicadas na segunda tabela abaixo.

Perg 1	2 Val	a
Perg 2	2 Val	a
Perg 3	3 Val	a
Perg 4	3 Val	d
Perg 5	3 Val	c

O quadro abaixo destina-se à correção da prova. Por favor não escreva nada.

Prob 6	4 Val	
Prob 7	3 Val	

NOTA FINAL:

Problema 1
Identifique a única matriz em forma reduzida de linhas.

(a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Assinale a sua opção no quadro da página 1 !

Problema 2
Classifique o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{array}{rrrcr} x_1 & +x_2 & +x_3 & = & 7 \\ x_1 & -x_2 & +2x_3 & = & 7 \\ 5x_1 & +x_2 & +x_3 & = & 11 \end{array}$$

Indique a única afirmação verdadeira.

(a) Possível e determinado

(b) Possível e indeterminado

(c) Impossível

Assinale a sua opção no quadro da página 1 !

Problema 3
Dada a seguinte matriz aumentada dum sistema de equações lineares

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -9 \\ 0 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & -2 & -8 & 17 \end{bmatrix}$$

verifique se o sistema é possível e encontre a solução geral. Caso não haja solução, escolha essa afirmação.

(a) Não existe solução

(b) $\begin{aligned} x_1 &= -9 - 2x_2 + 3x_3 \\ x_2 &\in \mathbb{R} \\ x_3 &\in \mathbb{R} \end{aligned}$

(c) $\begin{aligned} x_1 &= -25 + 11x_3 \\ x_2 &= 8 - 4x_3 \\ x_3 &\in \mathbb{R} \end{aligned}$

Assinale a sua opção no quadro da página 1 **!**

Problema 4
Sejam os vetores $\mathbf{a_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{a_2} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{a_3} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$. Verifique se o vetor $\mathbf{b}$ se pode escrever como combinação linear dos vetores $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ e $\mathbf{a_3}$, i.e verifique se existem pesos x_1, x_2 e x_3 tais que $x_1\mathbf{a}_1 + x_2\mathbf{a}_2 + x_3\mathbf{a}_3 = \mathbf{b}$.

(a) $x_1 = -6$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$

(b) $x_1 = -2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$

(c) $x_1 = 2$, $x_2 = 1$, $x_3 = -\frac{3}{2}$

(d) Não existe solução

Assinale a sua opção no quadro da página 1 **!**

Problema 5

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 5 & -1 \\ 3 & -6 & -3 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$.

Considere a equação matricial $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ e descreva o conjunto de todos os vetores $\mathbf{b}$, i.e. as condições sobre as coordenadas $b_1,\ b_2,\ b_3$, para os quais a equação tem solução.

(a) A equação tem solução para todos as possíveis coordenada $b_1,\ b_2,\ b_3$.

(b) A equação tem solução para todos os $b_1,\ b_2,\ b_3$ que pertençam ao plano $-3b_1 + b_3 = 0$.

(c) A equação tem solução para todos os $b_1,\ b_2,\ b_3$ que pertençam ao plano $3b_1 + 3b_2 + b_3 = 0$.

(d) A equação tem solução para todos os $b_1,\ b_2,\ b_3$ que pertençam ao plano $-b_1 + b_2 + b_3 = 0$.

Assinale a sua opção no quadro da página 1 !

Problema 6

Descreva o conjunto solução do seguinte "sistema" homogéneo

$$-2x_1 + 12x_2 - 6x_3 = 0,$$

que consiste apenas duma equação linear. Dê a sua resposta na forma vectorial paramétrica, escolhendo x_2 e x_3 para variáveis livres.

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar!

Problema 7
Seja $\mathbf{p}$ uma solução para a equação matricial não-homogénea $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, i.e. $A\mathbf{p} = \mathbf{b}$. Seja ainda $\mathbf{v}_h$ uma qualquer solução para a equação homogénea $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
Finalmente, considere $\mathbf{u} = \mathbf{p} + \mathbf{v}_h$ e mostre que se trata também duma solução para a equação matricial não-homogénea $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Sugestão: use as propiedades do produto matriz-vetor.