

Sejam a, b, c e d constantes reais. A notação R (...) indica que se trata de uma função racional (envolvendo apenas somas, diferenças, produtos e quocientes) do que se encontra entre parêntesis.

| Tipo de função | Substituição |
|---|--|
| $\frac{1}{(x^2 + a^2)^k}, k \in \mathbb{N}, k > 1$ | $x = a \operatorname{tg} t$ |
| $\frac{P(x)}{(ax^2 + bx + c)^k}, k \in \mathbb{N}, k > 1, b^2 - 4ac < 0,$ onde $P(x)$ é um polinómio de grau inferior a $2k$ | $ax + \frac{b}{2} = t$ |
| $\frac{P(x)}{((x-p)^2 + q^2)^k}, k \in \mathbb{N}, k > 1,$ onde $P(x)$ é um polinómio de grau inferior a $2k$ | $x = p + qt$ |
| $R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{p}{q}}, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{r}{s}}, \dots\right)$ | $\frac{ax+b}{cx+d} = t^m$, onde $m = \text{m.m.c}(q, s, \dots)$ |
| $R\left(x, (ax+b)^{\frac{p}{q}}, (ax+b)^{\frac{r}{s}}, \dots\right)$ | $ax+b = t^m$, onde $m = \text{m.m.c}(q, s, \dots)$ |
| $R\left(x, x^{\frac{p}{q}}, x^{\frac{r}{s}}, \dots\right)$ | $x = t^m$, onde $m = \text{m.m.c}(q, s, \dots)$ |
| $R(x, \sqrt{a^2 - b^2 x^2})$ | $x = \frac{a}{b} \operatorname{sen} t$ ou $x = \frac{a}{b} \cos t$ |
| $R(x, \sqrt{a^2 + b^2 x^2})$ | $x = \frac{a}{b} \operatorname{tg} t$ |
| $R(x, \sqrt{b^2 x^2 - a^2})$ | $x = \frac{a}{b} \sec t$ |
| $R(x, \sqrt{x}, \sqrt{a - bx})$ | $x = \frac{a}{b} \operatorname{sen}^2 t$ ou $x = \frac{a}{b} \cos^2 t$ |
| $R(x, \sqrt{x}, \sqrt{a + bx})$ | $x = \frac{a}{b} \operatorname{tg}^2 t$ |
| $R(x, \sqrt{x}, \sqrt{bx - a})$ | $x = \frac{a}{b} \sec^2 t$ |
| $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$ | <ul style="list-style-type: none"> • Se $a > 0$ faz-se $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a} x + t$ • Se $a < 0$ e $c > 0$ faz-se $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{c} - xt$ • Se $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$ faz-se $\sqrt{ax^2 + bx + c} = (x - r_1)t$ ou $\sqrt{ax^2 + bx + c} = (x - r_2)t$ |
| $R(a^{rx}, a^{sx}, \dots)$ | $a^{mx} = t$, onde $m = \text{m.d.c}(r, s, \dots)$ |
| $R(x, \log_a x)$ | $t = \log_a x$ |

| | |
|--|---|
| $x^m (a + bx^n)^{\frac{p}{q}}$ | <p>• Se $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Q}$ faz-se $a + bx^n = t^q$</p> <p>• Se $\frac{m+1}{n} + \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ faz-se $a + bx^n = x^n t^q$</p> |
| <p>$R(\sin x, \cos x)$:</p> <p>a. Se R é ímpar em $\sin x$, isto é, $R(-\sin x, \cos x) = -R(\sin x, \cos x)$</p> <p>b. Se R é ímpar em $\cos x$, isto é, $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$</p> <p>c. Se R é par em $\sin x$ e $\cos x$, isto é, $R(-\sin x, -\cos x) = R(\sin x, \cos x)$</p> <p>d. Nos restantes casos (e até nos anteriores)</p> | <p>$\cos x = t$</p> <p>$\sin x = t$</p> <p>$\operatorname{tg} x = t$, sendo então $\left(\text{supondo } x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[\right) \sin x = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \cos x = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$</p> <p>$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$, sendo então $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$</p> |