

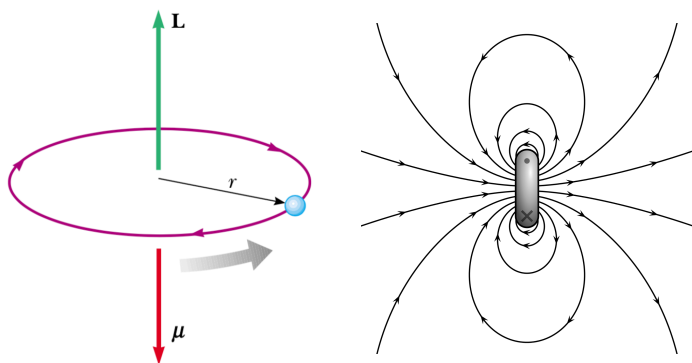
Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC

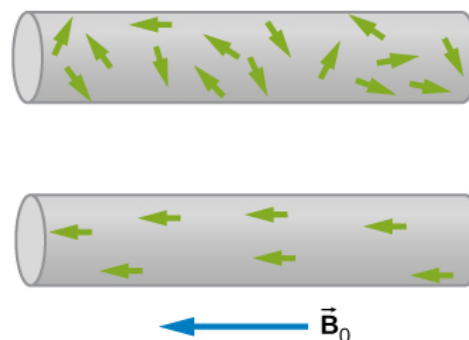
AULA 14 – Magnetostática IV

Resumo da aula anterior

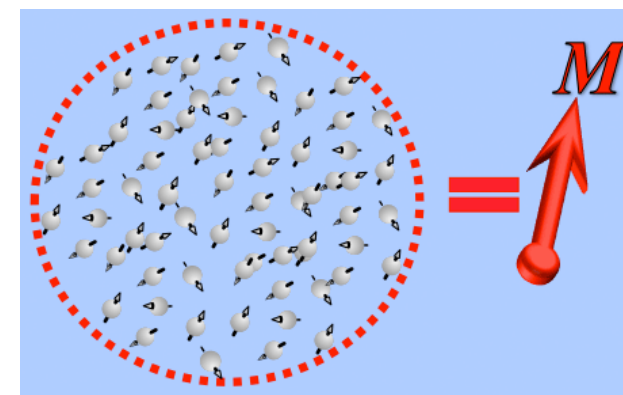
Dipolos magnéticos



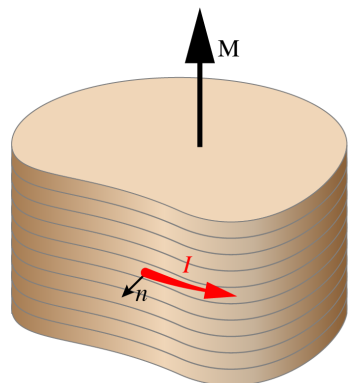
Magnetização



Vector magnetização



Correntes de magnetização



$$\vec{J}_m = \vec{M} \times \vec{n}$$

$$\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

Intensidade de campo magnético \vec{H}

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

Lei de Ampère generalizada

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{livre}$$

Campo magnético na matéria

- Condições de fronteira do campo magnético
- Campo magnético nos materiais ferromagnéticos

Popovic & Popovic Cap. 13.5 – 13.6

Serway Cap. 30.8

Classificação das substâncias

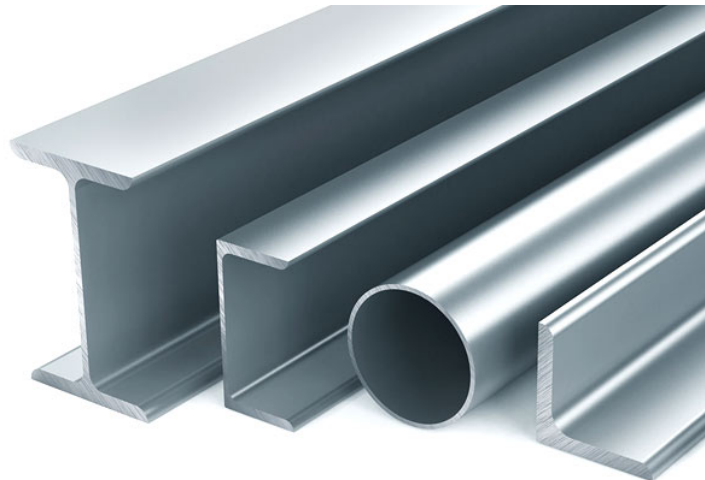
Ferromagnéticas

Possui átomos / moléculas com momento magnético permanente, alinhados em domínios magnéticos.



Paramagnéticas

Possui átomos / moléculas com momento magnético permanente.



Diamagnéticas

Composto por átomos / moléculas sem momento magnético permanente.



Condições fronteira do campo magnético na matéria

Como varia o campo magnético quando se muda de meio?

Vamos derivar as **condições fronteira** para \vec{B} e \vec{H} usando as equações fundamentais da magnetostática:

Lei de Gauss para o campo \vec{B} : $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

Lei de Ampère generalizada: $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{livre} = \int_S \vec{J}_{livre} \cdot \vec{n} dS$

Condições fronteira do campo magnético na matéria: componente normal

Considere-se um cilindro de altura $h \rightarrow 0$ e base S que intersecta a fronteira. Aplicando a Lei de Gauss:

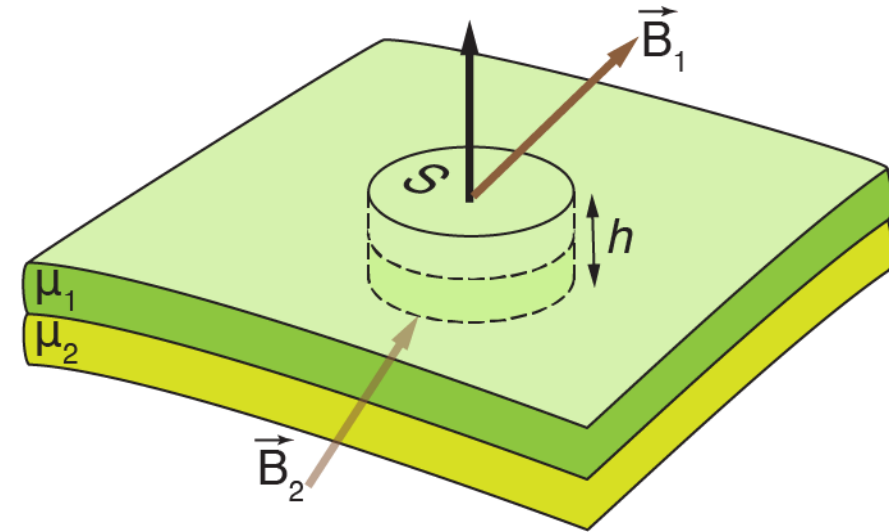
$$\begin{aligned}\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= \int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{lado}} \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 S + \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_2 S = (B_{1n} - B_{2n})S = 0\end{aligned}$$

A componente **normal** de \vec{B} é **contínua**:

$$B_{1n} = B_{2n}$$

\Leftrightarrow

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$$



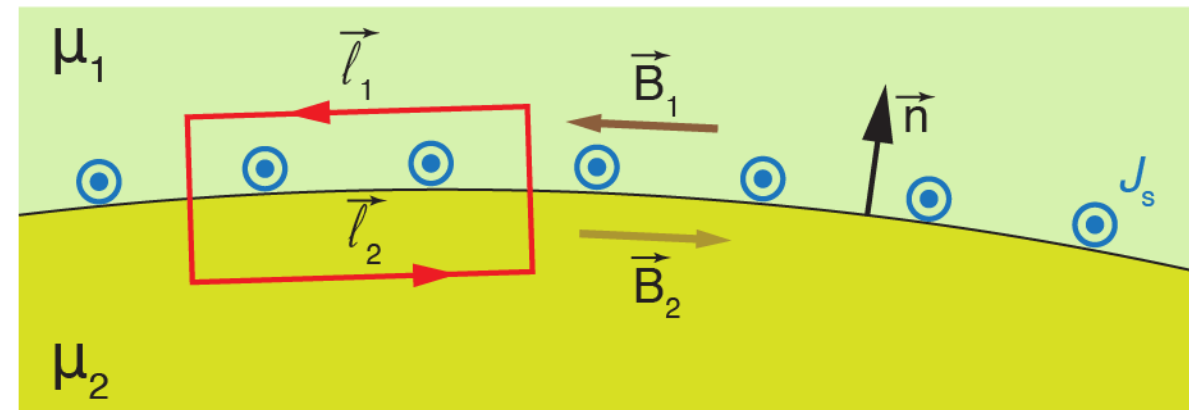
Condições fronteira do campo magnético na matéria: componente tangencial

Um circuito rectangular de altura $h \rightarrow 0$ e lado l abarca a fronteira, onde passam correntes de superfície \vec{J}_s . Aplicando a Lei de Ampère generalizada:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{l_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{l_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{\text{lado}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{livre}}$$
$$= \int (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \cdot d\vec{l} = \int_C \vec{J}_s \cdot (\vec{n} \times d\vec{l}) = \int_C (\vec{J}_s \times \vec{n}) \cdot d\vec{l}$$

J_s = densidade *linear* de corrente [A/m]

A componente **tangencial** de \vec{H}
é **descontínua**: $H_{1t} - H_{2t} = J_s$



Condições fronteira: comparação

Campo eléctrico

Na fronteira entre dois meios de permitividades dieléctricas ϵ_1 e ϵ_2 :

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma \Leftrightarrow \epsilon_1 E_{1n} - \epsilon_2 E_{2n} = \sigma$$

$$E_{1t} = E_{2t}$$

em que σ é a densidade de cargas [C/m²] na superfície da fronteira. D e σ têm as mesmas unidades.

Campo magnético

Na fronteira entre dois meios de permeabilidades magnéticas μ_1 e μ_2 :

$$B_{1n} = B_{2n} \Leftrightarrow \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$$

$$H_{1t} - H_{2t} = J_s$$

em que J_s é a densidade de corrente [A/m²] na superfície da fronteira. H e J_s têm as mesmas unidades.

Exemplo: lei da refração das linhas de campo magnético

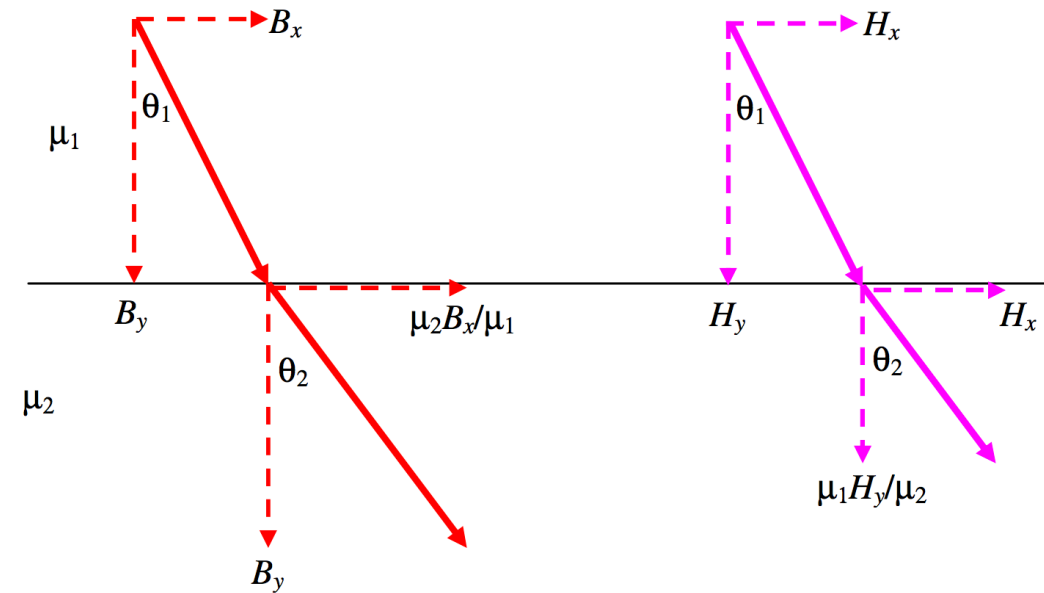
Dois meios de permeabilidade μ_1 e μ_2 atravessados por um campo magnético ($J_s = 0$). Qual a relação entre os ângulos θ_1 e θ_2 ?

$$\text{Meio 1: } \vec{B} = B_{1t}\vec{e}_x + B_{1n}\vec{e}_y \quad \tan \theta_1 = B_{1t}/B_{1n}$$

$$\text{Meio 2: } \vec{B} = B_{2t}\vec{e}_x + B_{2n}\vec{e}_y \quad \tan \theta_2 = B_{2t}/B_{2n}$$

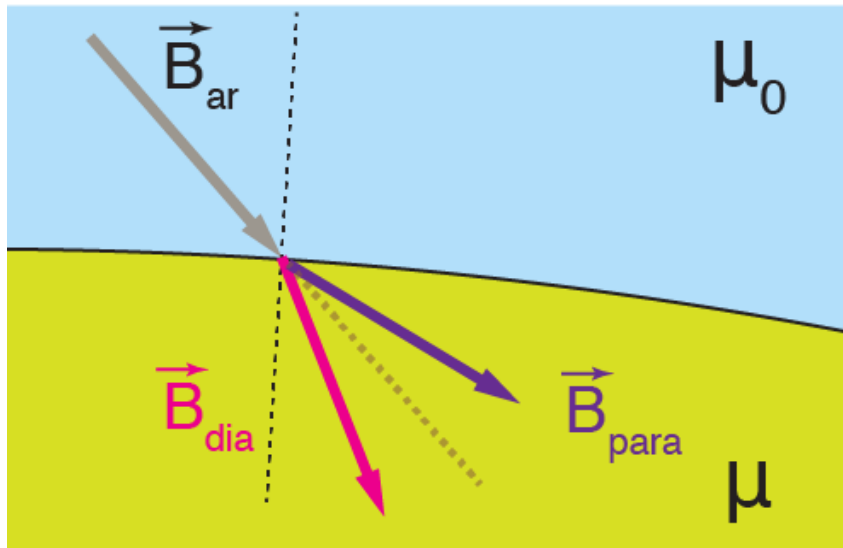
$$\text{Cond. fronteira: } B_{1n} = B_{2n}, \quad B_{1t}/\mu_1 = B_{2t}/\mu_2$$

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$



Ex.º: materiais diamagnéticos ($\mu < \mu_0$) e paramagnéticos ($\mu > \mu_0$)

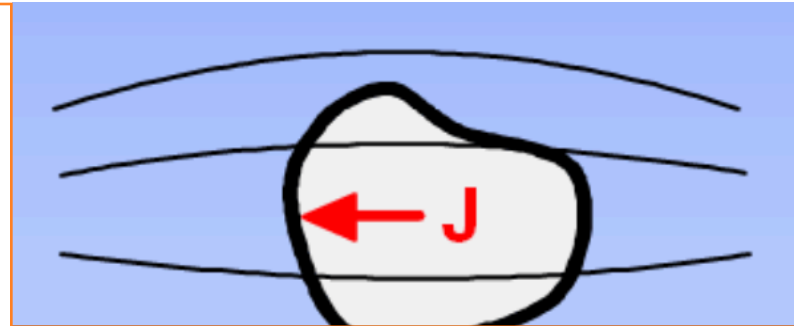
Quando o ar é o meio 1 ($\mu \approx \mu_0$) e na ausência de densidades de corrente ($J_s = 0$):



Material diamagnético

$$\frac{\tan \theta_{ar}}{\tan \theta_{dia}} \approx \frac{\mu_0}{\mu_{dia}} > 1$$

$$\rightarrow \theta_{ar} > \theta_{dia}$$

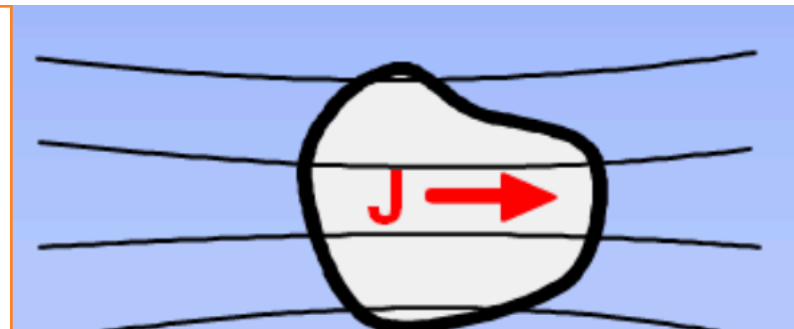


Substância diamagnética: as linhas de campo **convergem** ao sair

Material paramagnético

$$\frac{\tan \theta_{ar}}{\tan \theta_{para}} \approx \frac{\mu_0}{\mu_{para}} < 1$$

$$\rightarrow \theta_{ar} < \theta_{para}$$



Substância paramagnética: as linhas de campo **divergem** ao sair

Exemplo: refração entre o ar (μ_0) e um material ferromagnético ($\mu_F \gg \mu_0$)

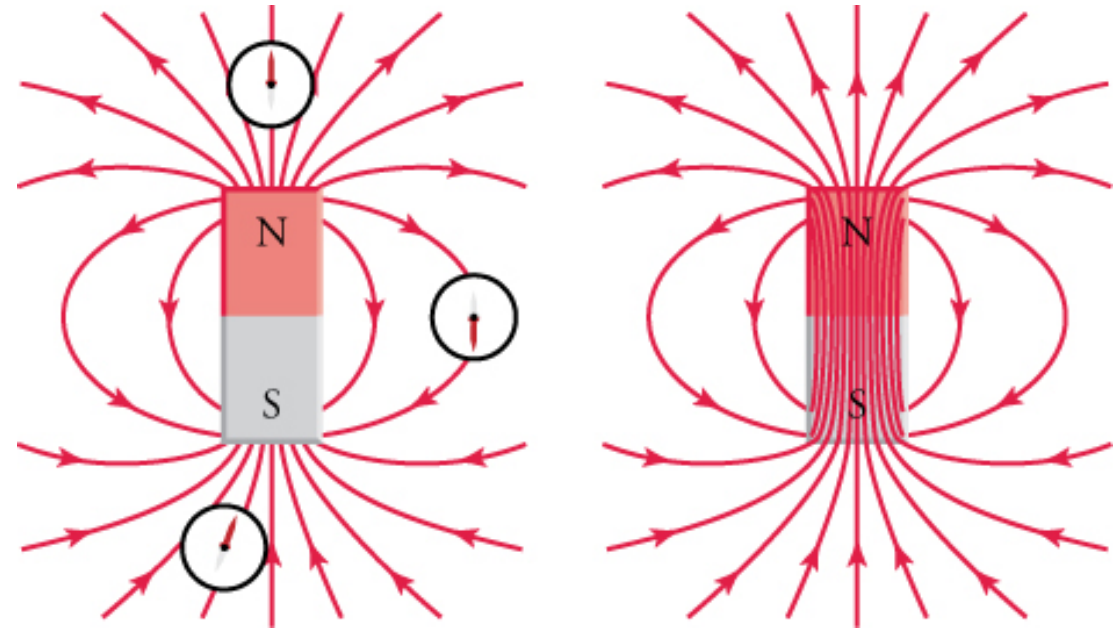
Supondo que o ar é o meio 1:

$$\frac{\tan \theta_{\text{ar}}}{\tan \theta_{\text{ferro}}} = \frac{\mu_0}{\mu_F} \ll 1$$

Qualquer que seja $\theta_{\text{ferro}} (< \pi/2)$, temos

$$\theta_{\text{ar}} \ll \theta_{\text{ferro}}$$

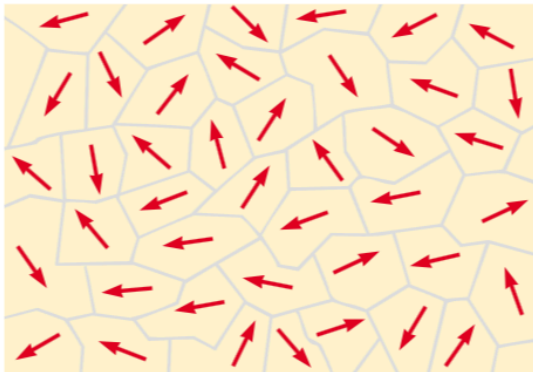
As linhas de campo no ar são praticamente **perpendiculares** à fronteira.



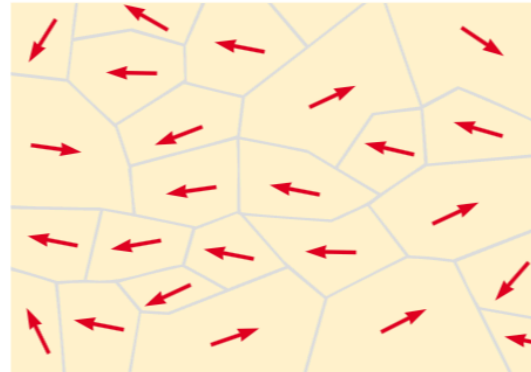
Substâncias ferromagnéticas

- Mostram efeitos magnéticos fortes
- Fortemente atraídas por campos magnéticos
- Momentos magnéticos dos átomos alinham-se no mesmo sentido e permanecem alinhados quando o campo é retirado
- Exemplos: ferro, cobalto, níquel, gadolínio

$\vec{B} = 0$: distribuição aleatória de
de momentos magnéticos

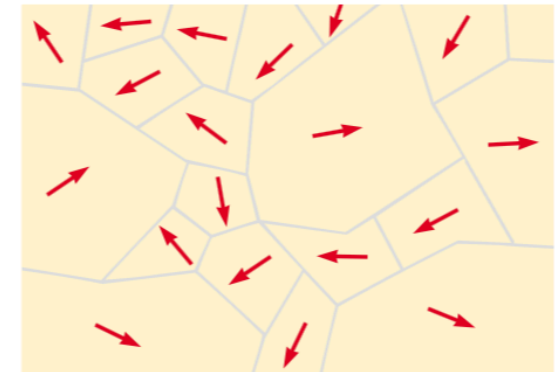


$\vec{B} \neq 0$: domínios alinhados
com o campo externo crescem



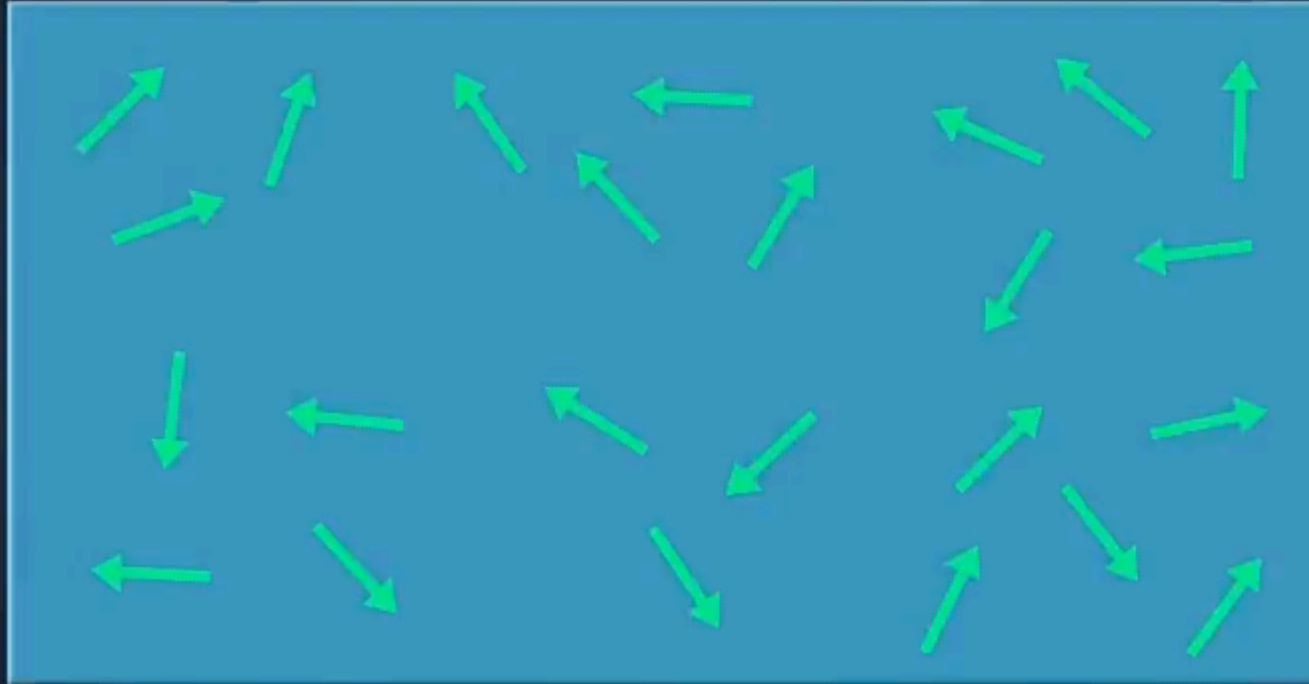
\vec{B}_0

À medida que \vec{B} cresce, as
regiões desalinhadas diminuem.

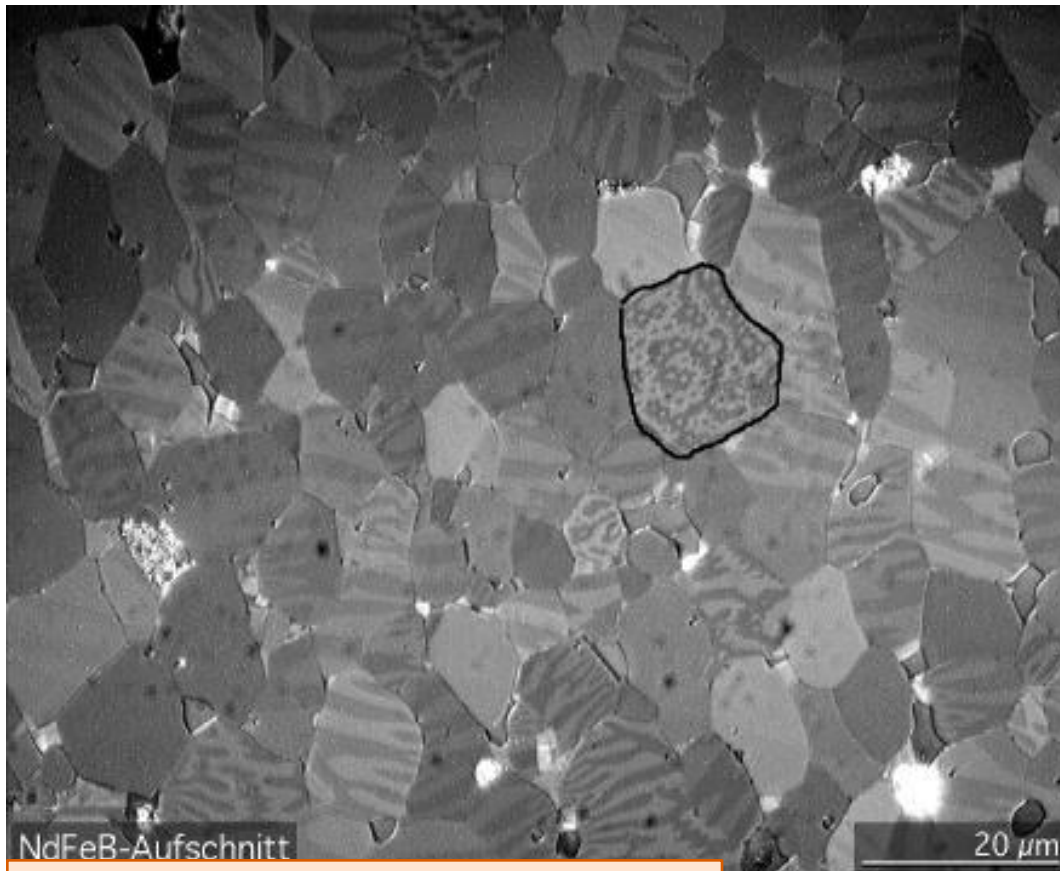


\vec{B}_0

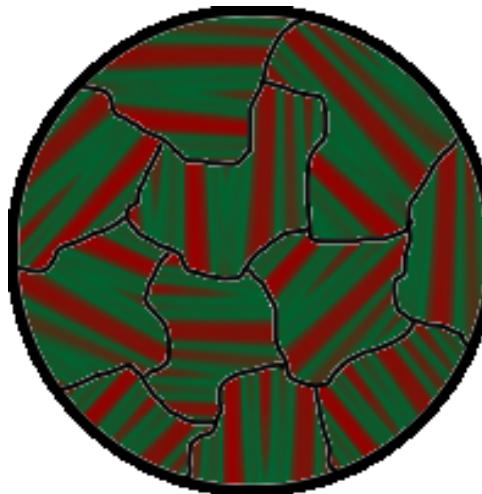
FERRO MAGNETISM



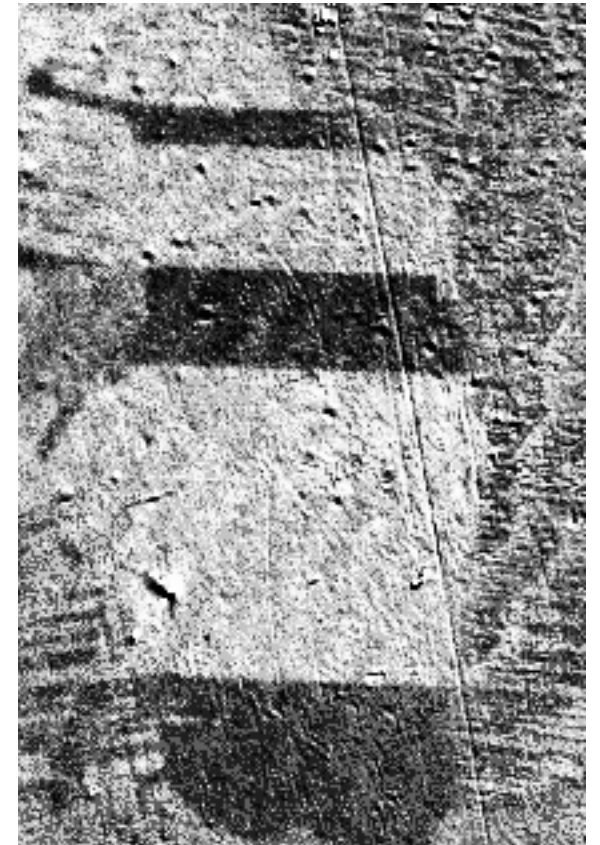
Domínios magnéticos



Liga metálica de $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$
(usada em ímanes de Nd)



Domínios
magnéticos: $\sim 10^{-5}$ m,
 10^{17} - 10^{21} átomos



À medida que \vec{B} cresce, as
regiões desalinhadas diminuem.

Numa substância ferromagnética a relação entre \vec{H} e \vec{B} não é linear

Curva de magnetização de um material ferromagnético

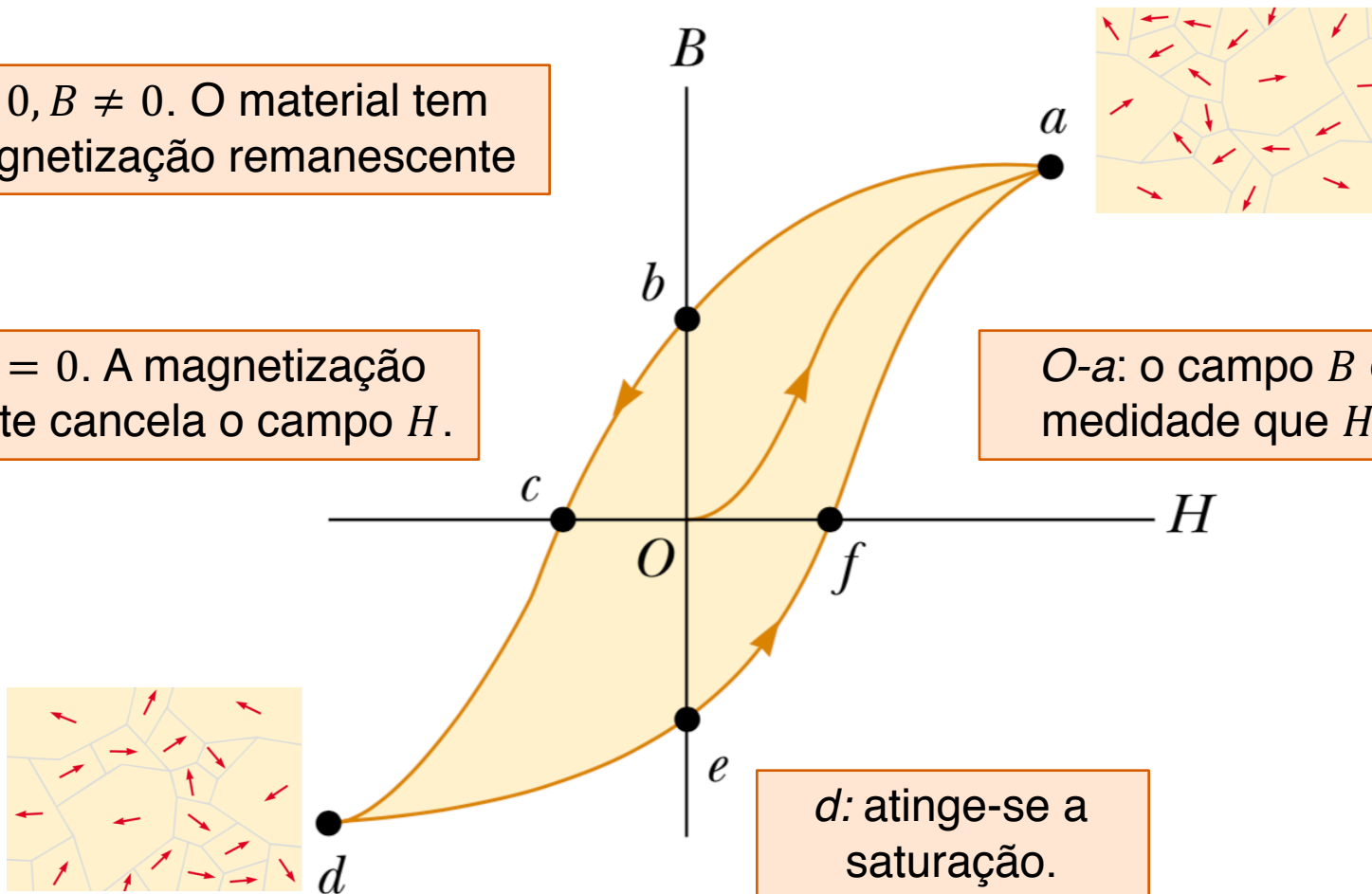
b : $H = 0, B \neq 0$. O material tem uma magnetização remanescente

c : $H < 0, B = 0$. A magnetização remanescente cancela o campo H .

O - a : o campo B cresce à medida que H cresce.

d : atinge-se a saturação.

a : atinge-se a saturação.



Sumário: propriedades magnéticas das substâncias

	Diamagnetismo	Paramagnetismo	Ferromagnetismo
$\vec{\mu}$ permanente?	Não	Sim (fraco)	Sim (forte)
Mecanismo de magnetização	$\vec{\mu}$ orbital dos electrões	$\vec{\mu}$ de spin dos electrões	Domínios magnéticos
Direcção do campo magnético induzido	Oposta	Igual	Histerese
χ_m	$\approx -10^5$	$\approx 10^5$	$\gg 1$
μ/μ_0	≈ 1	≈ 1	$\gg 1$