

# Cálculo Diferencial e Integral I

## 7ª Ficha de problemas

### Funções reais. Primitivação

1. Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções, indicando os domínios correspondentes:

$$\begin{aligned} & a) \frac{2}{\sqrt{x}} \quad , \quad b) \frac{x\sqrt{x}}{2} \quad , \quad c) \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \quad , \quad d) \frac{2}{1-2x} \\ & e) \frac{1}{4+x^2} \quad , \quad f) \cos^3 x \sin^2 x \quad , \quad g) \frac{1}{\sin^2 2x} \quad , \quad h) \left( \frac{1}{2x-1} \right)^2 \\ & i) \cotg x \quad , \quad j) \operatorname{tg}^5 x \quad , \quad k) \frac{x+1}{x^2+1} \quad , \quad l) \sin x \sqrt{1-\cos x} \\ & m) \frac{(\operatorname{arctg} x)^4}{x^2+1} \quad , \quad n) \frac{x^2}{x^2+2} \quad , \quad o) \frac{2x^4-3x^2+1}{3x^2} \quad , \quad p) \frac{2x+3}{2x+1} \quad , \\ & r) \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \quad , \quad s) \frac{4x}{x^4+1} \quad , \quad t) \frac{1}{x \ln x^2} \quad , \quad u) x\sqrt{1+x^2} \\ & v) \frac{e^x}{1+e^x} \quad , \quad x) e^{\cos^2 x} \sin 2x \quad , \quad y) \frac{e^x}{4+e^{2x}} \quad , \quad z) \frac{x}{\sqrt{1-2x^4}} \end{aligned}$$

2. Determine a função  $f$  que verifica as seguintes condições:  $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $f''(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$ ,  $f(0) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$ ,  $f(e+1) = 0$  e  $f'(0) = 0$

3. Usando o método de primitivação por partes, determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções, indicando os domínios correspondentes:

$$\begin{aligned} & a) x \cos 2x \quad , \quad b) \ln 2x \quad , \quad c) \operatorname{arctg} x \quad , \quad d) x^3 \operatorname{ch} x \\ & e) \operatorname{arcsen}^2 x \quad , \quad f) x \cos x \sin x \quad , \quad g) \left( \frac{1}{x^2+1} \right)^2 \quad , \quad h) \cos(\ln x) \\ & i) x^2 \ln x \quad , \quad j) x^2 e^{2x} \quad , \quad k) \frac{\ln 2x}{\sqrt{x}} \quad , \quad l) 2x \operatorname{arctg} x \end{aligned}$$