Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste

Enunciado B

Campus do Tagus Park **14 de Janeiro de 2012, 9 horas**

Eng. Electrónica, Eng. e Gestão Industrial,
Eng. Informática e de Computadores – Tagus Park,
Eng. de Redes de Comunicações

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(2,0+2,0) 1. Calcule (em $\overline{\mathbb{R}}$) ou mostre que não existem os seguintes limites:

$$a)\quad \lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arcsen} x^2}{e^x - 1}, \qquad\qquad b)\quad \lim_{x\to 0^+} (1-2x)^{\frac{1}{x}}.$$

(3,0+2,0) 2. Determine uma primitiva de cada uma das funções:

$$a)\quad \frac{x+1}{4+x^2}, \qquad\qquad b)\quad x\log^2 x.$$

(3,0) 3. Calcule a área da região

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 1 \le x \le 2 \text{ e } e^{1-x} \le y \le x^2\right\}.$$

(3,0) 4. Dada uma função f definida e com derivada contínua em $\mathbb{R}$, seja

$$\varphi(x) = \int_{2x}^{x^3} f(t)\,dt.$$

Calcule φ' e φ'' em termos de f e de f'.

(2,0) 5. Calcule ou justifique que a série diverge.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^n}{2^{2n-1}}.$$

(3,0) 6. Seja $g : [0,+\infty[\to \mathbb{R}$ uma função contínua, diferenciável em $]0,+\infty[$ e tal que

$$\begin{cases} 0 < g'(x) \le x^3, \text{ se } x > 0, \\ g(0) = 0. \end{cases}$$

Mostre que $0 < g(x) \le x^4$ se $x > 0$.