

**Ficha 1**  
**Resolução dos exercícios propostos**

**I.1** Calcule as derivadas das seguintes funções:

**a)**  $x^5 - e$

**Resolução:**

$$(x^5 - e)' = 5x^4$$

**b)**  $x^4 - x^{-4}$

**Resolução:**

$$(x^4 - x^{-4})' = (x^4)' - (x^{-4})' = 4x^3 - (-4)x^{-5} = 4x^3 + \frac{4}{x^5}$$

**c)**  $x\sqrt{x}$

**Resolução:**

$$(x\sqrt{x})' = (x)' \sqrt{x} + x(\sqrt{x})' = 1\sqrt{x} + x \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}\sqrt{x} + x}{2\sqrt{x}} = \frac{2x + x}{2\sqrt{x}} = \frac{3x\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

**d)**  $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$

**Resolução:**

$$\left(\frac{x^2}{\sqrt{x}}\right)' = \frac{(x^2)' \sqrt{x} - x^2 (\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} = \frac{2x\sqrt{x} - x^2 \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{\frac{2x\sqrt{x}2\sqrt{x} - x^2}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{\frac{3x^2}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{3x^2}{2\sqrt{x}} \frac{1}{x} = \frac{3x}{2\sqrt{x}}$$

**I.2** Calcule as derivadas das seguintes funções:

**a)**  $e^{x-1} - 1$

**Resolução:**

$$(e^{x-1} - 1)' = (x-1)' e^{x-1} = 1e^{x-1} = e^{x-1}$$

**b)**  $e^{2x} + 1$

**Resolução:**

$$(e^{2x} + 1)' = (2x)' e^{2x} = 2e^{2x}$$

**c)**  $4^x - 2^x$

**Resolução:**

$$\begin{aligned}(4^x - 2^x)' &= (4^x)' - (2^x)' = (x)' 4^x \ln 4 - (x)' 2^x \ln 2 = 4^x \ln 4 - 2^x \ln 2 = 4^x \ln 2^2 - 2^x \ln 2 = 2 \cdot 4^x \ln 2 - 2^x \ln 2 \\ &= 2 \cdot 2^{2x} \ln 2 - 2^x \ln 2 = 2 \cdot 2^x 2^x \ln 2 - 2^x \ln 2 = 2^x \ln 2 (2^{x+1} - 1)\end{aligned}$$

**d)**  $xe^{-x^2}$

**Resolução:**

$$(xe^{-x^2})' = (x)' e^{-x^2} + x(e^{-x^2})' = 1e^{-x^2} + x(-x^2)' e^{-x^2} = e^{-x^2} + x(-2x)e^{-x^2} = e^{-x^2} - 2x^2 e^{-x^2} = e^{-x^2} (1 - 2x^2)$$

e)  $\ln \sqrt{x}$

**Resolução:**

$$(\ln \sqrt{x})' = \frac{(\sqrt{x})'}{\sqrt{x}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$$

f)  $\sqrt{\ln x}$

**Resolução:**

$$(\sqrt{\ln x})' = \frac{(\ln x)'}{2\sqrt{\ln x}} = \frac{\frac{(x)'}{x}}{2\sqrt{\ln x}} = \frac{\frac{1}{x}}{2\sqrt{\ln x}} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\ln x}} = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}$$

g)  $\ln \frac{x-1}{x^3}$

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \left(\ln \frac{x-1}{x^3}\right)' &= \frac{\left(\frac{x-1}{x^3}\right)'}{\frac{x-1}{x^3}} = \frac{\left(\frac{x-1}{x^3}\right)'}{\frac{x-1}{x^3}} = \frac{\frac{(x-1)'x^3 - (x-1)(x^3)'}{(x^3)^2}}{\frac{x-1}{x^3}} = \frac{\frac{1 \cdot x^3 - (x-1)3x^2}{x^6}}{\frac{x-1}{x^3}} = \frac{x^3 - (x-1)3x^2}{x^6} \cdot \frac{x^3}{x-1} = \frac{-2x^3 + 3x^2}{x^3(x-1)} \\ &= \frac{x^2(-2x+3)}{x^3(x-1)} = \frac{-2x+3}{x(x-1)} \end{aligned}$$

h)  $\sqrt{e^x}$

**Resolução:**

$$(\sqrt{e^x})' = \frac{(e^x)'}{2\sqrt{e^x}} = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x}}$$

i)  $\sqrt{\frac{x-1}{x}}$

**Resolução:**

$$\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)' = \frac{\left(\frac{x-1}{x}\right)'}{2\sqrt{\frac{x-1}{x}}} = \frac{\frac{(x-1)'x - (x-1)(x)'}{x^2}}{2\sqrt{\frac{x-1}{x}}} = \frac{\frac{1x - (x-1)1}{x^2}}{2\sqrt{\frac{x-1}{x}}} = \frac{1}{2x^2\sqrt{\frac{x-1}{x}}}$$

j)  $x \ln(1+x)$

**Resolução:**

$$(x \ln(1+x))' = (x)' \ln(1+x) + x(\ln(1+x))' = 1 \cdot \ln(1+x) + x \frac{(1+x)'}{1+x} = \ln(1+x) + x \frac{1}{1+x} = \ln(1+x) + \frac{x}{1+x}$$

k)  $\ln(1+x) + \frac{x}{1+x}$

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \left(\ln(1+x) + \frac{x}{1+x}\right)' &= (\ln(1+x))' + \left(\frac{x}{1+x}\right)' = \frac{(1+x)'}{1+x} + \frac{(x)'(1+x) - x(1+x)'}{(1+x)^2} = \frac{1}{1+x} + \frac{1 \cdot (1+x) - x \cdot 1}{(1+x)^2} \\ &= \frac{1}{1+x} + \frac{1}{(1+x)^2} = \frac{1+x+1}{(1+x)^2} = \frac{x+2}{(1+x)^2} \end{aligned}$$

**I.3** Calcule as derivadas das seguintes funções:

**a)**  $f(x) = \sin \sqrt{\ln(x)}$

**Resolução:**

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left( \sin \left( \sqrt{\ln(x)} \right) \right)' = \left( \sqrt{\ln(x)} \right)' \cos \left( \sqrt{\ln(x)} \right) = \frac{(\ln(x))'}{2\sqrt{\ln(x)}} \cos \left( \sqrt{\ln(x)} \right) = \frac{\left( \frac{x}{x} \right)'}{2\sqrt{\ln(x)}} \cos \left( \sqrt{\ln(x)} \right) \\ &= \frac{\frac{1}{x}}{2\sqrt{\ln(x)}} \cos \left( \sqrt{\ln(x)} \right) = \frac{\cos \left( \sqrt{\ln(x)} \right)}{2x\sqrt{\ln(x)}} \end{aligned}$$

**b)**  $f(x) = \arctg \left( 2e^{x+1} \right)$

**Resolução:**

$$f'(x) = \left( \arctg \left( 2e^{x+1} \right) \right)' = \frac{\left( 2e^{x+1} \right)'}{1 + \left( 2e^{x+1} \right)^2} = \frac{2e^{x+1}}{1 + \left( 2e^{x+1} \right)^2} = \frac{2e^{x+1}}{1 + 2^2 \left( e^{x+1} \right)^2} = \frac{2e^{x+1}}{1 + 4e^{2x+2}}$$

**c)**  $f(x) = \cos \left( \sin(3x) \right)$

**Resolução:**

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left( \cos \left( \sin(3x) \right) \right)' = - \left( \sin(3x) \right)' \sin \left( \sin(3x) \right) = - (3x)' \cos(3x) \sin \left( \sin(3x) \right) \\ &= -3 \cos(3x) \sin \left( \sin(3x) \right) \end{aligned}$$

**d)**  $f(x) = \arccos \left( \ln(3x) \right)$

$$f'(x) = \left( \arccos \left( \ln(3x) \right) \right)' = - \frac{(\ln(3x))'}{\sqrt{1 - (\ln(3x))^2}} = - \frac{\frac{(3x)'}{3x}}{\sqrt{1 - (\ln(3x))^2}} = - \frac{\frac{3}{3x}}{\sqrt{1 - (\ln(3x))^2}} = - \frac{1}{x\sqrt{1 - (\ln(3x))^2}}$$