

Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC
Prof. Gonçalo Figueira

AULA 16 – Lei de Faraday

Lei de Faraday

- Força electromotriz induzida
- Lei de Faraday - Lenz - Neumann

Popovic & Popovic Cap. 14

Serway Cap. 31

Revisão: geradores e força electromotriz

Para criar uma diferença de potencial é preciso mover cargas. Esta é a função do **gerador**, usando uma fonte de energia.

As cargas são separadas por uma **força não eléctrica**, que pode ser escrita

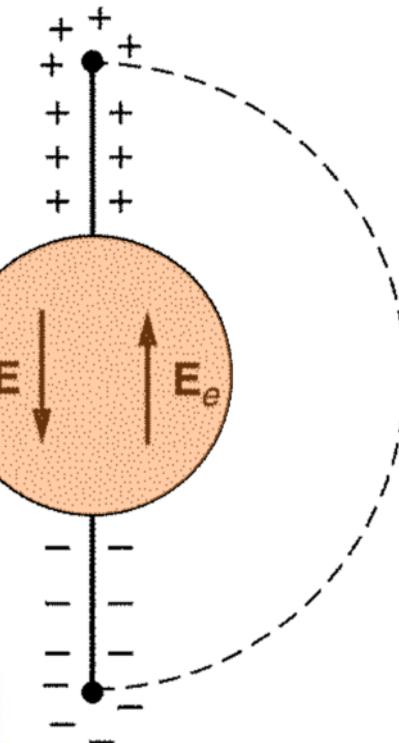
$$\vec{F} = Q\vec{E}_i \quad E_i = \text{Campo eléctrico induzido}$$

A **força electromotriz** do gerador é o trabalho realizado por essa força ao transportar cargas do terminal – ao +:

$$\mathcal{E} = \left\{ \int_{-}^{+} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} \right\}_{\text{através do gerador}} [V]$$



$$\mathcal{E} = 9 \text{ V}$$



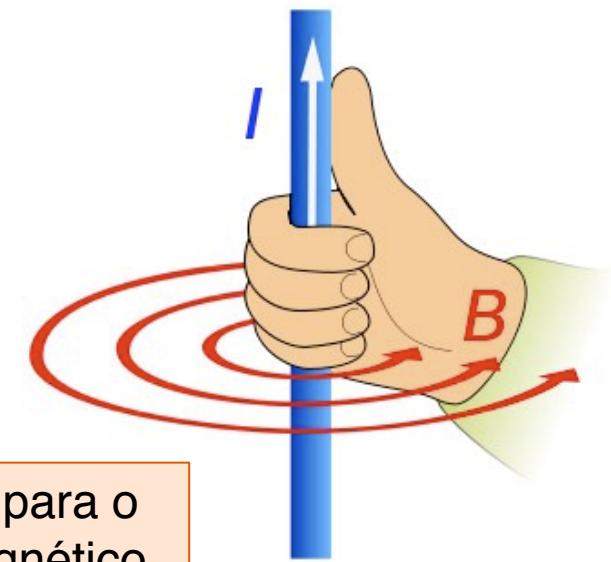
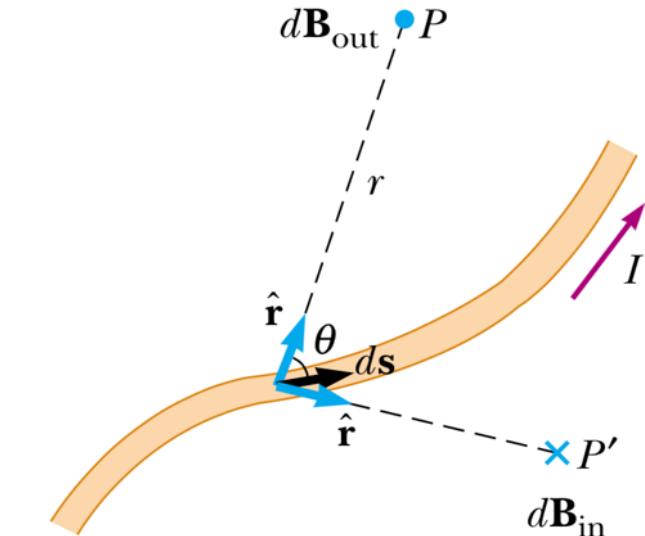
Revisão: Lei de Biot-Savart

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \overrightarrow{dl} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

**Lei de Biot-Savart
(forma diferencial)**

O campo magnético \overrightarrow{dB} criado por um elemento de corrente $I \overrightarrow{dl}$ a uma distância r é

- **proporcional** a $I \overrightarrow{dl}$
- **inversamente proporcional** a r^2
- **perpendicular** ao plano definido por \overrightarrow{dl} e \vec{u}_r



Regra da mão direita para o sentido do campo magnético

Revisão: Campo magnético e força magnética

Campo magnético criado por um circuito fechado:

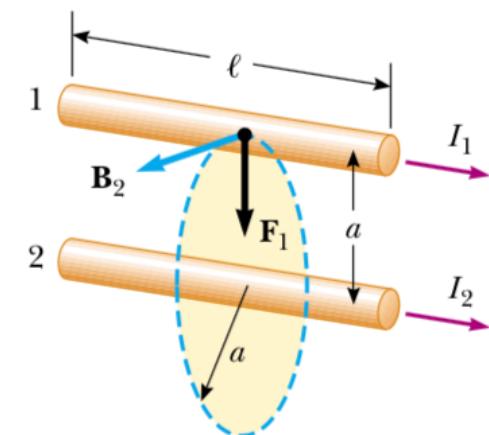
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I \vec{dl} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

**Lei de Biot-Savart
(forma integral)**

Força exercida pelo campo magnético sobre um elemento de corrente $I \vec{dl}$:

$$\vec{dF} = I \vec{dl} \times \vec{B}$$

Esta expressão aplica-se a todas as cargas (em movimento) em \vec{dl} .

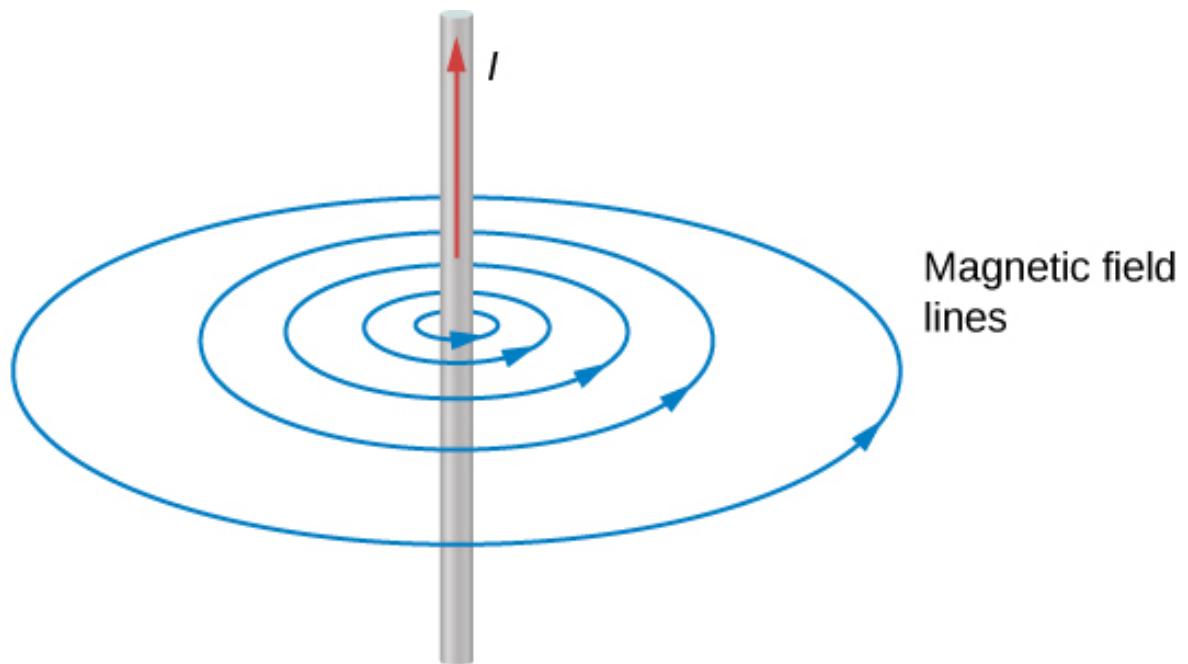
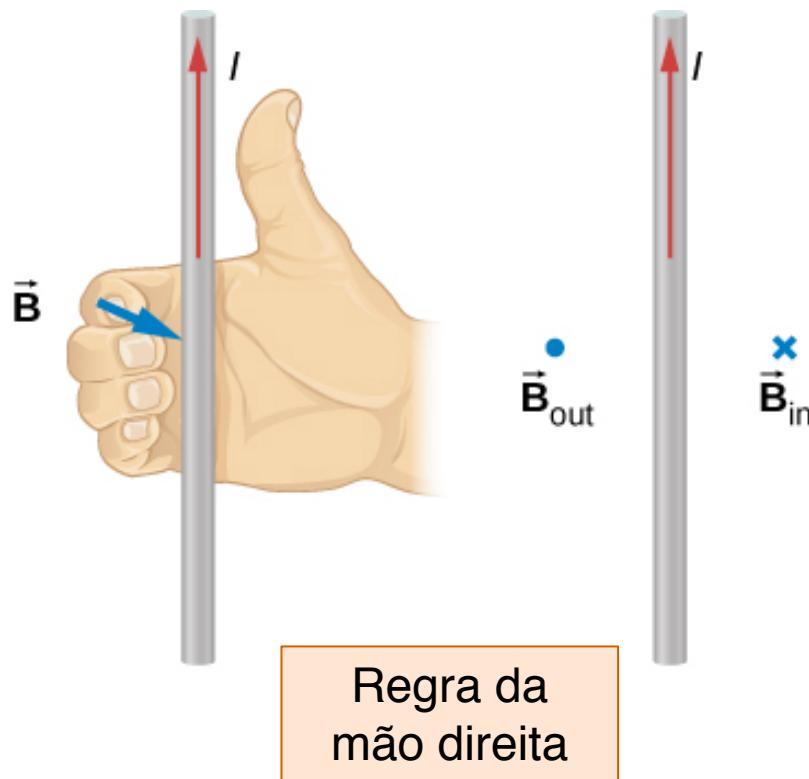


Revisão: Lei de Ampère

Campo magnético de um fio com corrente I a uma distância r do fio:

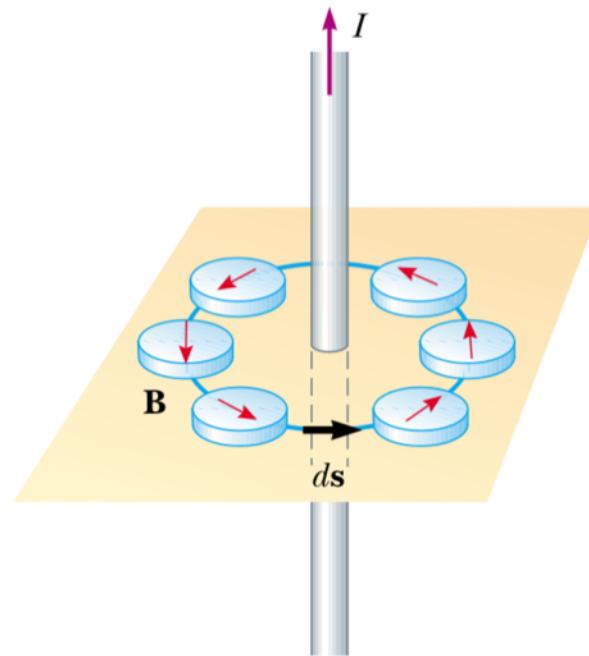
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

**Lei de Ampère,
forma integral**

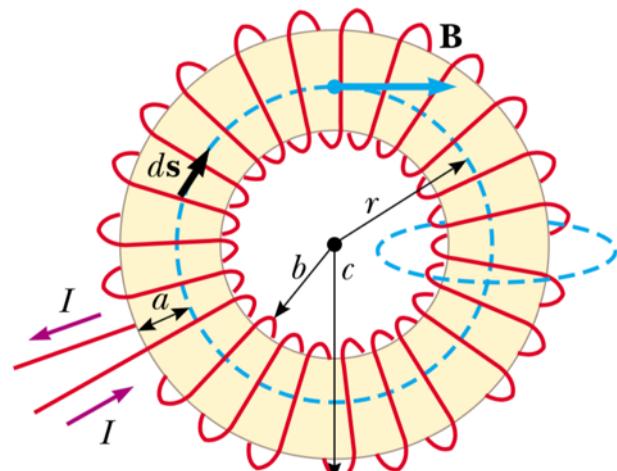


Revisão: a corrente é uma fonte de campo magnético

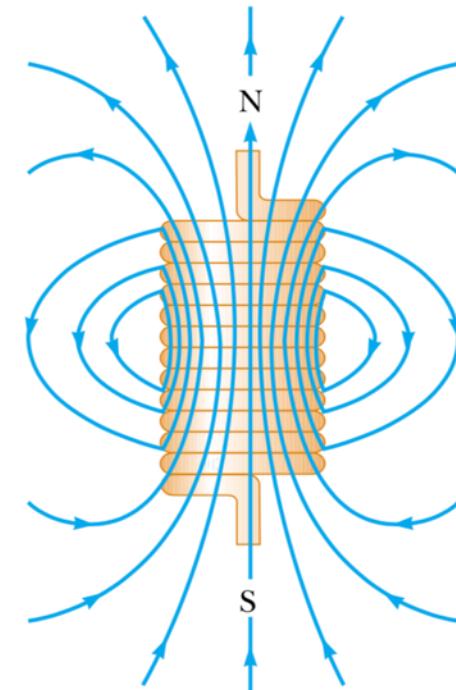
Casos característicos:



Fio infinito



Espira toroidal



Solenóide

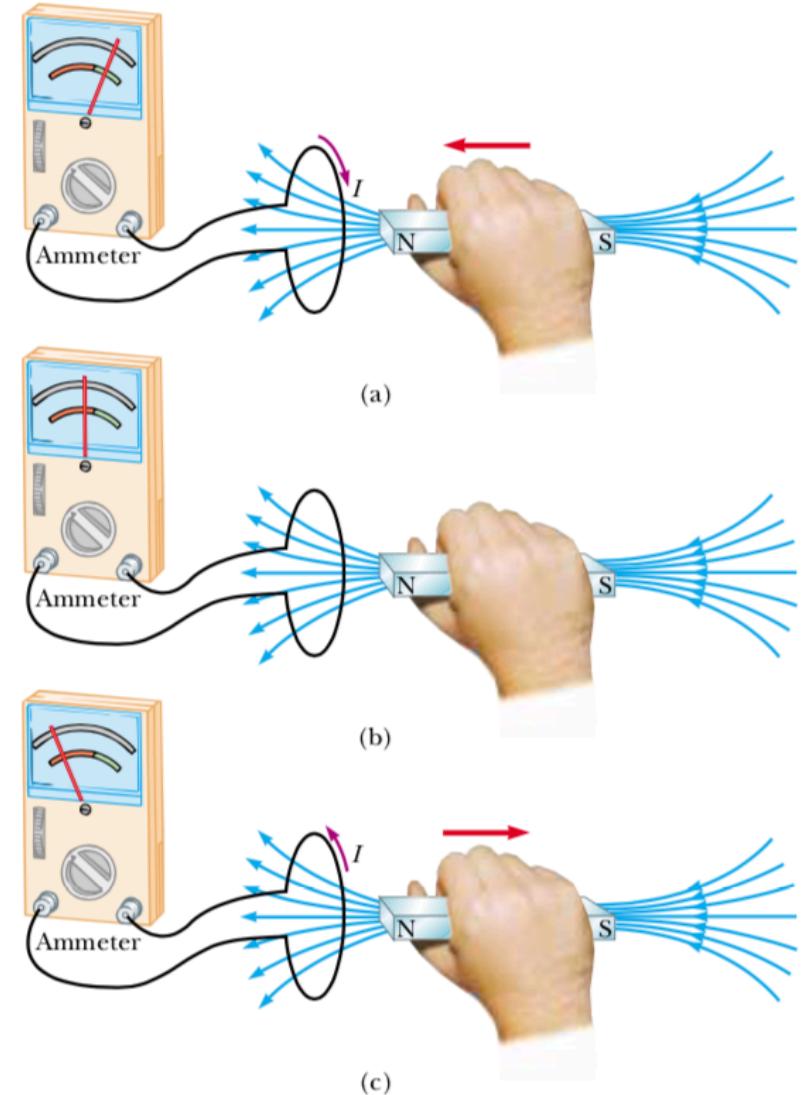
O campo magnético será uma fonte de corrente?

Experiência: um íman e uma espira de fio condutor ligada a um amperímetro

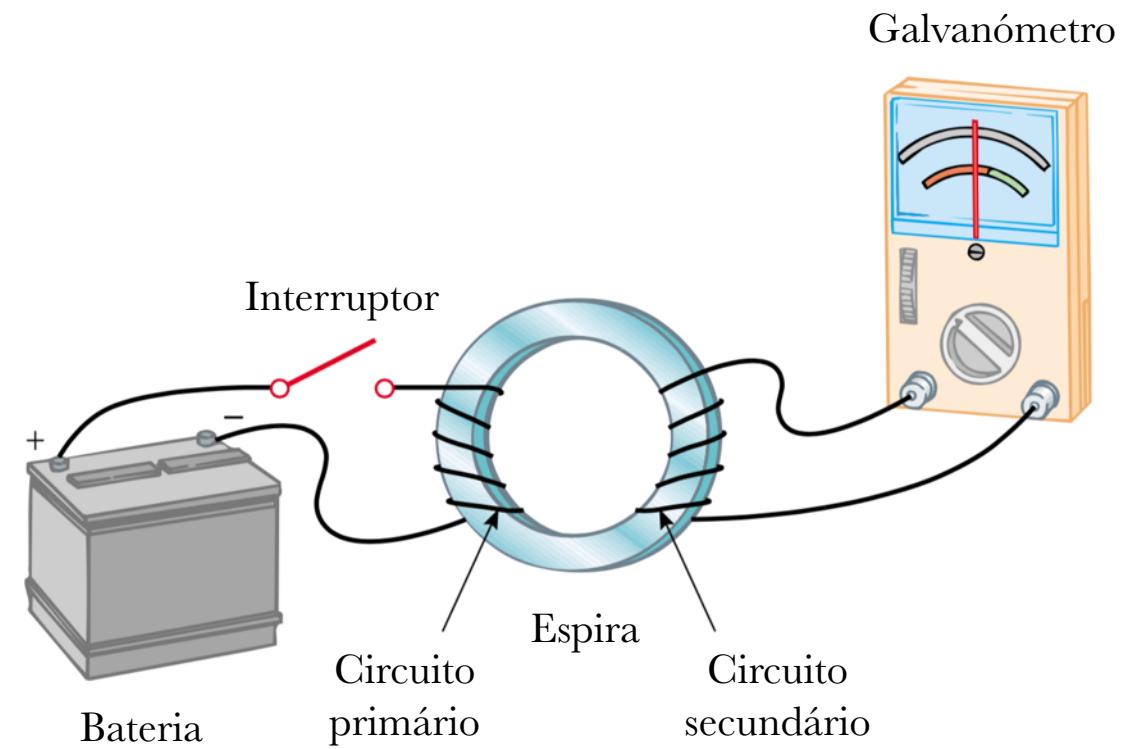
(equivalente à exp. Faraday, 1831)

- a) Enquanto o íman ou o fio são deslocados em relação um ao outro, é observada corrente
- b) Caso estejam em repouso, não se observa corrente
- c) Ao se inverter o movimento relativo, o sentido da corrente também se inverte
- d) Caso o íman se mantenha parado e a espira seja deslocada, observa-se corrente

Onde está a fonte de corrente?



Experiência de Faraday (1831)



Faraday concluiu que é possível gerar uma **corrente induzida** através de um **campo magnético variável**.

Força electromotriz induzida

Expressão para a f.e.m. induzida por um campo B variável:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad [V]$$

Lei da indução
de Faraday

É induzida uma f.e.m. no circuito quando o fluxo Φ do campo magnético através da superfície S delimitada pelo circuito varia em função do tempo.

Exemplo: solenóide com N espiras

Como Φ_B é igual para cada uma, é induzida a f.e.m. total

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Exemplo: espira num campo \vec{B} uniforme

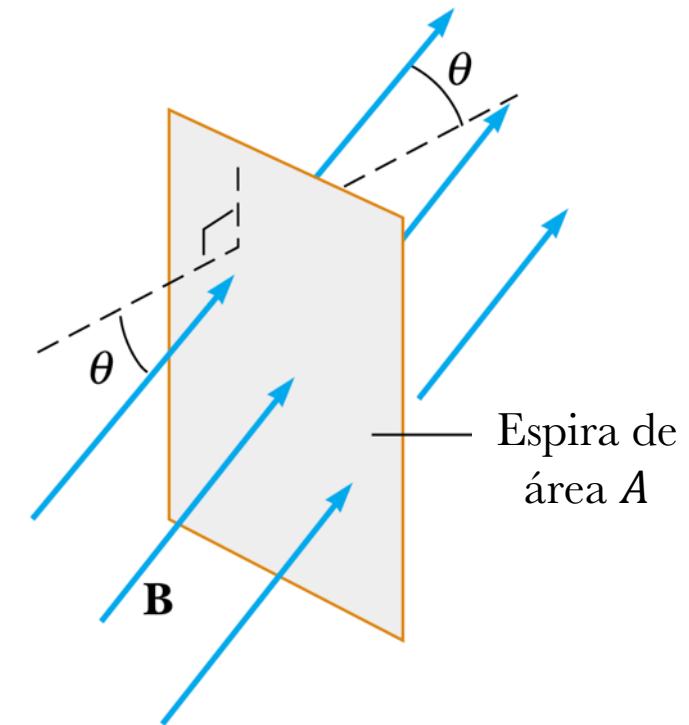
Uma espira de corrente de área A é colocada num campo uniforme \vec{B} , com um ângulo θ em relação a \vec{A}

Fluxo magnético: $\int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = BA \cos \theta$

F.e.m. induzida: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta)$

É induzida f.e.m. $\neq 0$ se variar no tempo um dos seguintes:

- O módulo do campo B
- A área da espira A
- A orientação da espira θ



Força electromotriz de movimento

Um condutor desloca-se perpendicularmente a um campo \vec{B} constante. Os electrões sofrem uma força ao longo do condutor

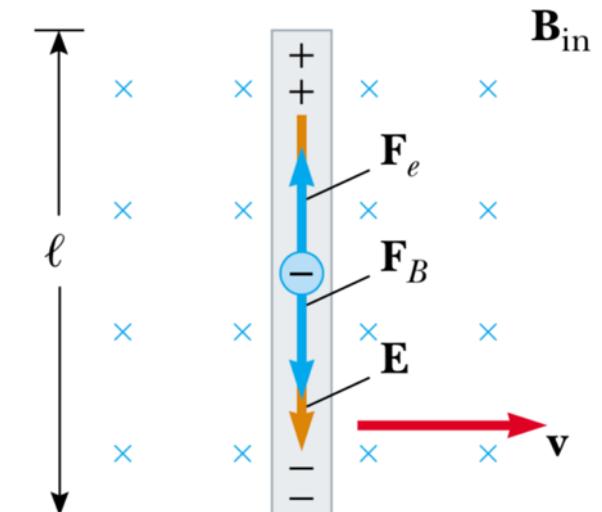
$$|\vec{F}_B| = |q\vec{v} \times \vec{B}| = qvB$$

As cargas param de se mover quando se atinge o equilíbrio:

$$qvB = qE \rightarrow E = vB$$

Enquanto o movimento continua, mantém-se uma **d.d.p. constante** entre as extremidades:

$$\Delta V = El = Blv$$



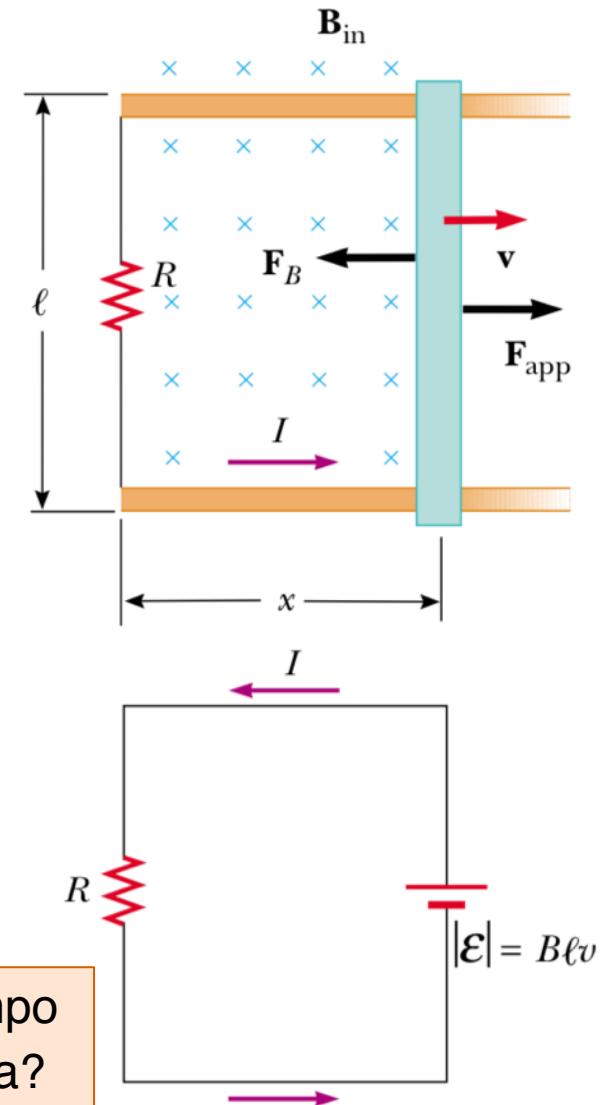
Força electromotriz de movimento

Se o condutor fizer parte de um circuito fechado, o fluxo através do circuito varia com o tempo. Supõe-se que o condutor móvel não tem resistência e o resto do circuito tem resistência R .

Neste caso, F_B gera uma **corrente eléctrica induzida**, já que as cargas são livres de se mover pelo circuito.

- Área do circuito: $A = lx$
- Fluxo: $\Phi_B = BA = Blx$
- f.e.m: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -Bl \frac{dx}{dt} = -Blv$
- Corrente induzida: $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{Blv}{R}$

Qual a direcção do campo \vec{B} criado por esta espira?



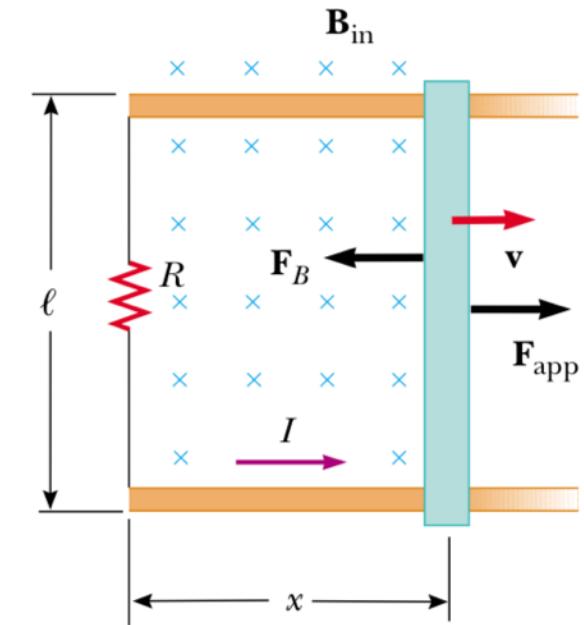
Força electromotriz de movimento

Vamos analisar as trocas de energia neste sistema:

A **resistência** dissipa uma potência $P = \mathcal{E}^2/R$ (Lei de Joule)

De onde vem esta energia?

- Trabalho da força aplicada: $W_{ext} = F_{app}x$
- Potência da força aplicada: $P = (dW_{ext}/dt) = F_{app}v$



Por outro lado, sabemos que um condutor com corrente num campo magnético sofre uma força lateral $F_B = IBl$.

Como $v = \text{const.}$ deve-se ter $F_{app} = F_B = IBl$:

$$P = IBlv = \left(\frac{Blv}{R}\right) Blv = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

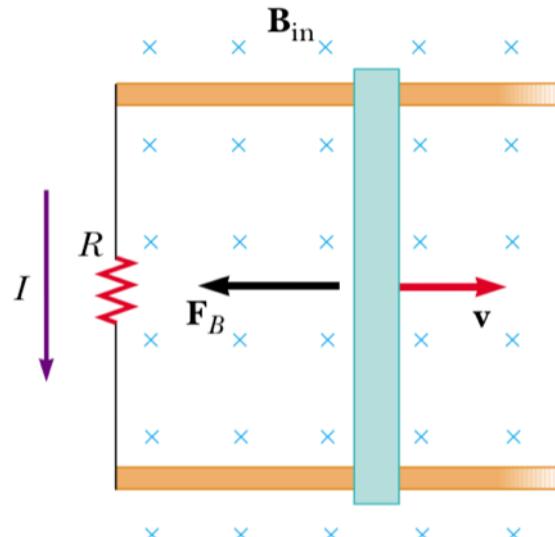
A energia mecânica é convertida em energia eléctrica

Lei de Lenz

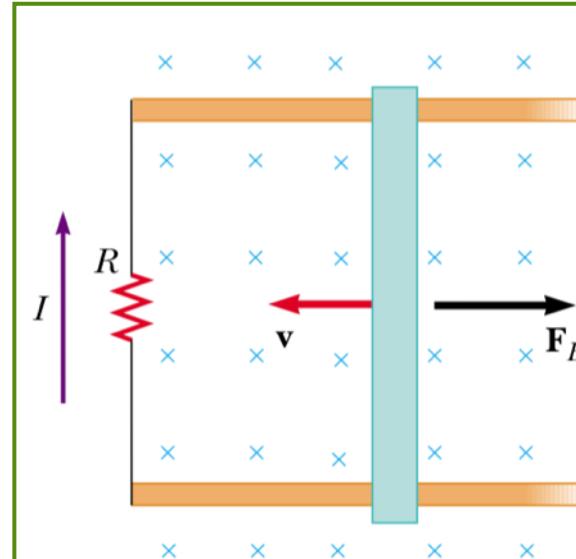
Existirá um significado físico no **sinal negativo** da Lei de Faraday?

O sentido da f.e.m. ou da corrente induzida pode ser encontrado pela **Lei de Lenz**:

A corrente induzida num circuito tem um sentido tal que **o campo magnético criado por ela se opõe à mudança do fluxo magnético através da área do circuito**



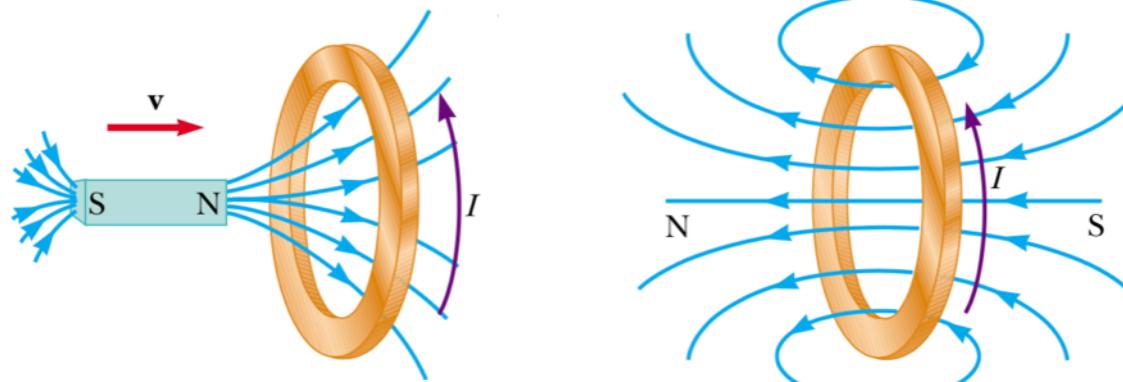
Área aumenta
Corrente ↑
Campo \vec{B} ⊖



Área diminui
Corrente ↘
Campo \vec{B} ⊕

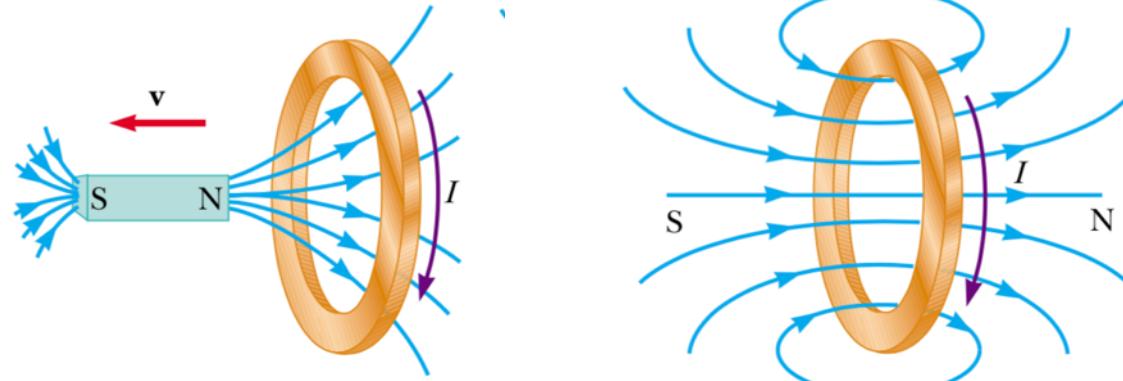
Exemplo: íman e espira condutora

Quando o íman se **aproxima** da espira condutora, é induzida uma corrente no sentido indicado.



Esta corrente produz um campo magnético próprio, que contraria o **aumento** do fluxo magnético.

Quando o íman se **afasta** da espira condutora, é induzida uma corrente no sentido indicado.



Esta corrente produz um campo magnético próprio, contraria a **diminuição** do fluxo magnético.

F.e.m. induzida e campos eléctricos

- Um campo magnético variável induz uma corrente e uma f.e.m. num circuito
- As correntes estão associadas a campos eléctricos
- Assim, podemos também afirmar que a corrente induzida é gerada por um **campo eléctrico induzido**, por sua vez criado pelo campo magnético variável

Propriedades do campo eléctrico induzido

- **não depende da presença de cargas**: ele pode ser criado mesmo no espaço vazio, *sem a presença de um condutor*
- ao contrário do campo electrostático, **não é conservativo**

O campo eléctrico induzido é não-conservativo

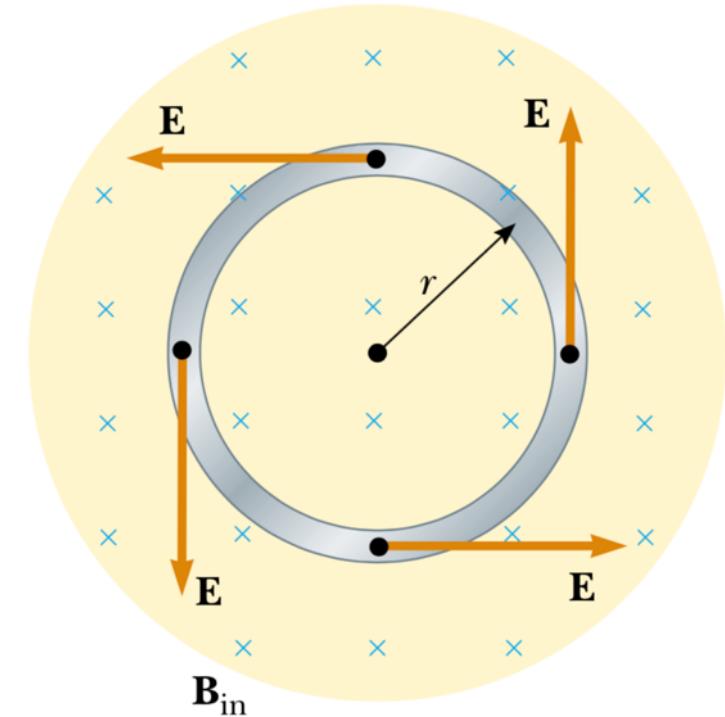
- Espira de corrente num campo \vec{B} variável: $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$
- F.e.m. para um circuito fechado: $\mathcal{E} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$
- Trabalho da f.e.m.: $W = q\mathcal{E}$
- Trabalho do campo \vec{E} : $W_e = \oint_C q\vec{E} \cdot d\vec{l} = qE(2\pi r)$

Como $W = W_e$:

$$q\mathcal{E} = qE2\pi r \rightarrow E = \frac{\mathcal{E}}{2\pi r}$$

$$\Phi_B = BA = B\pi r^2 \rightarrow E = \frac{1}{2\pi r} \frac{d}{dt} (-B\pi r^2) = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Sabendo $B(t)$ calcula-se E , tendo-se $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0$



Lei de Faraday generalizada

A f.e.m. para um circuito fechado é $\mathcal{E} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$.

Na situação mais geral, em que E pode variar no tempo e para qualquer forma de circuito, a Lei de Faraday escreve-se

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

**Lei de Faraday
generalizada**

O campo eléctrico é gerado pela variação de Φ_B é é claramente não-conservativo.

Aplicação: geradores de corrente alterna (AC)

Um gerador transforma trabalho em energia eléctrica.

Por exemplo: rodando uma espira num campo magnético

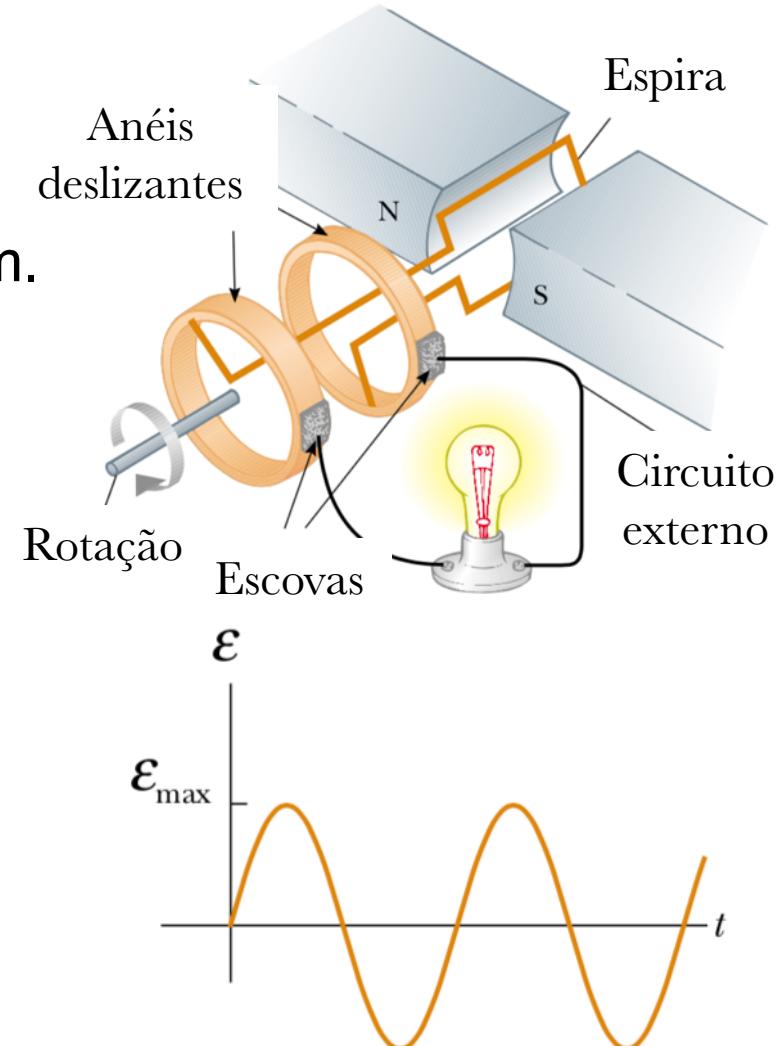
Ao rodar, o fluxo Φ_B varia em função do tempo e uma f.e.m. (e uma corrente) é induzida: $\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$

Para uma bobina com N espiras:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NAB \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = NAB\omega \sin \omega t$$
$$\mathcal{E}_{max} = NAB\omega$$

Corrente alterna

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{NAB\omega}{R} \sin \omega t$$



Aplicação: geradores de corrente alterna (AC)

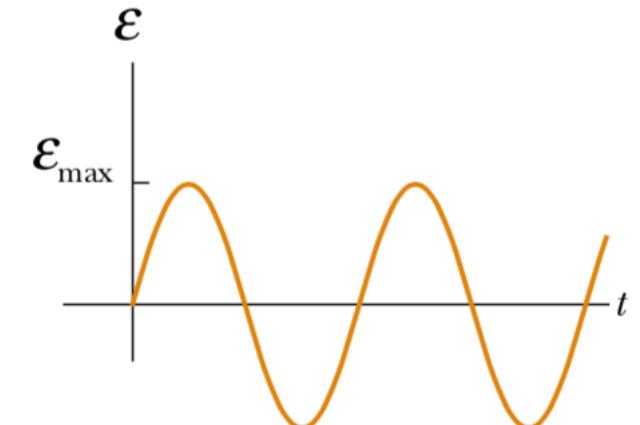
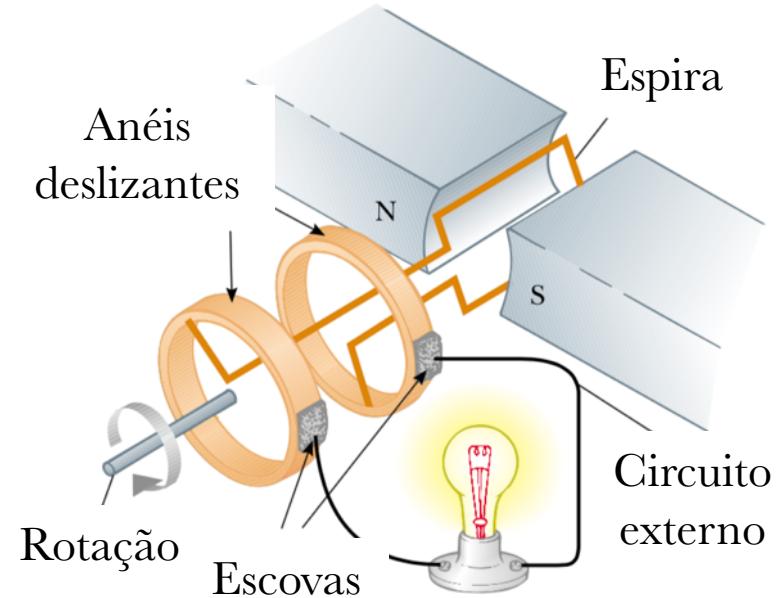
A potência dissipada pela resistência é $P_{dis} = \mathcal{E}I$

De onde vem esta energia?

- Momento magnético da espira: $\vec{\mu} = NI\vec{A}$
- Momento da força: $|\vec{M}| = |\vec{\mu} \times \vec{B}| = NIAB \sin \omega t$
- Potência para rodar a espira:

$$P = \frac{dW}{dt} = \omega |\vec{M}| = NIAB\omega \sin \omega t = \mathcal{E}I$$

O gerador converte energia mecânica em eléctrica.

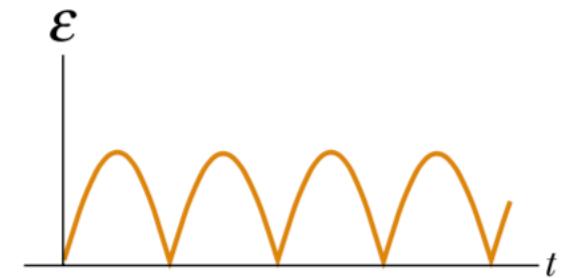
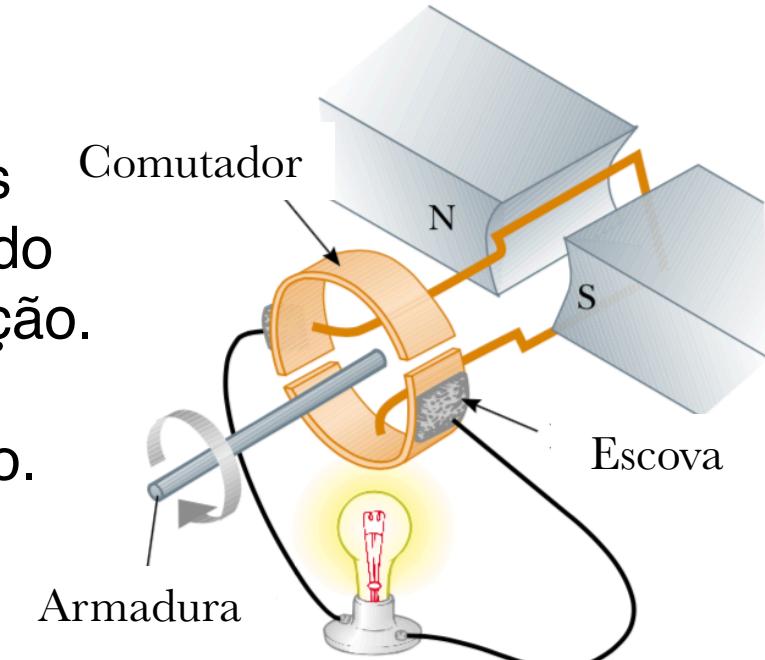


Aplicação: geradores de corrente contínua (DC)

São semelhantes aos geradores de corrente alterna, mas os contactos com a bobina são feitos através de um anel dividido (comutador), o que altera a polaridade após cada meia rotação.

A f.e.m. tem sempre o mesmo sinal, mas oscila com o tempo.

Sobrepondo várias bobinas e comutadores com diferentes fases, é possível obter uma f.e.m. constante e estável.



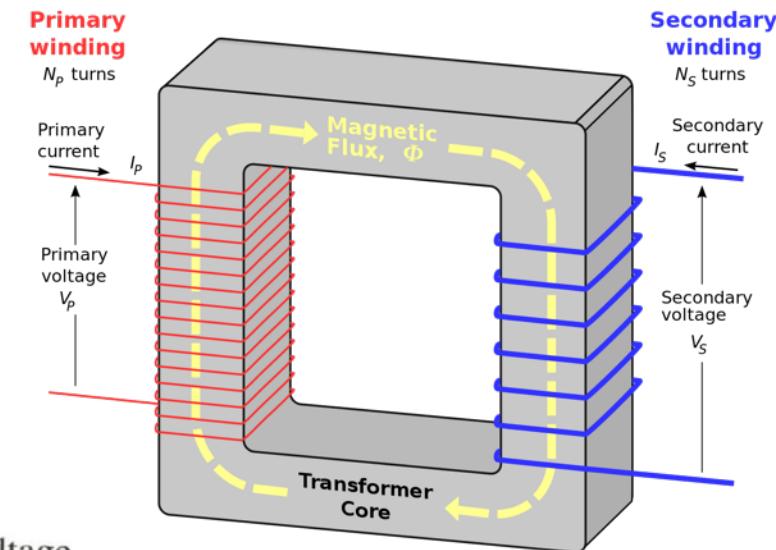
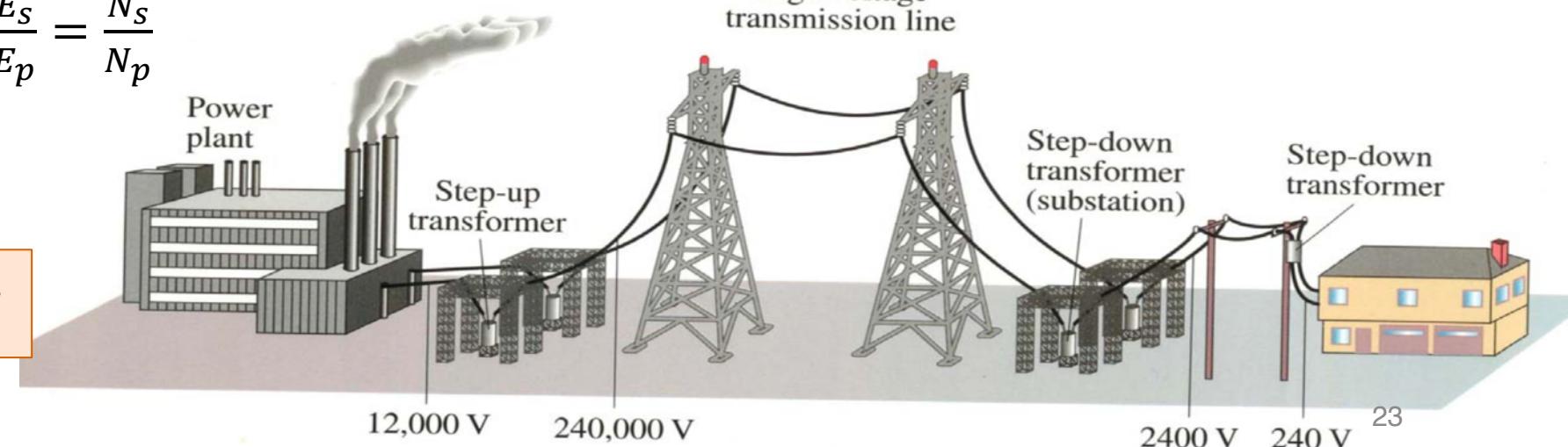
Aplicação: transformador

Um transformador converte um valor de d.d.p (*tensão primária* V_p) noutro valor (*tensão secundária* V_s).

É composto por duas bobinas (*enrolamento*) e um núcleo que guia o fluxo magnético.

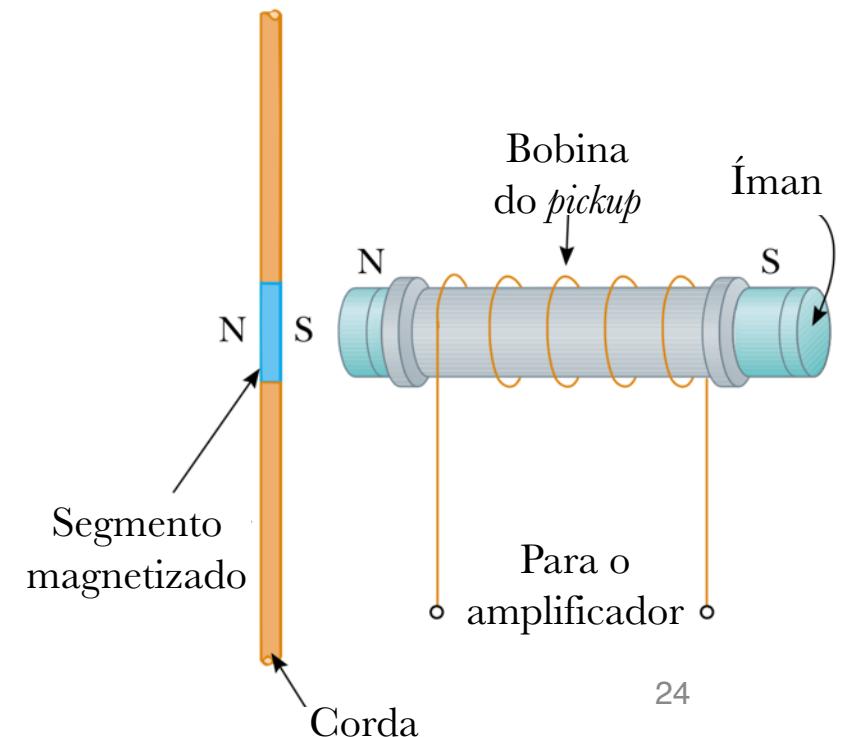
- Enrolamento primário: $E_p = N_p \frac{d\Phi_B}{dt}$
- Enrolamento secundário: $E_s = N_s \frac{d\Phi_B}{dt}$
- Razão entre d.d.p.: $\frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p}$

É mais eficiente transmitir a energia eléctrica a uma d.d.p. elevada



Aplicação: guitarra eléctrica

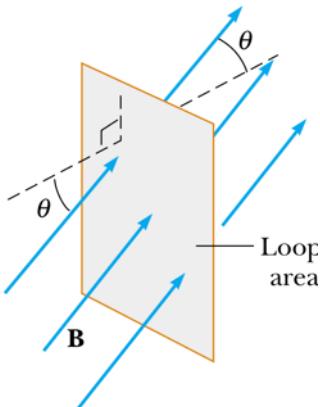
- As cordas de uma guitarra eléctrica são feitas de um material que pode ser magnetizado.
- Por baixo de cada corda há um *pickup*: um íman permanente que magnetiza um segmento da corda
- Ao vibrar, o campo magnético da corda varia no tempo, induzindo uma f.e.m. numa bobina
- A corrente resultante é amplificada e enviada a um altifalante.



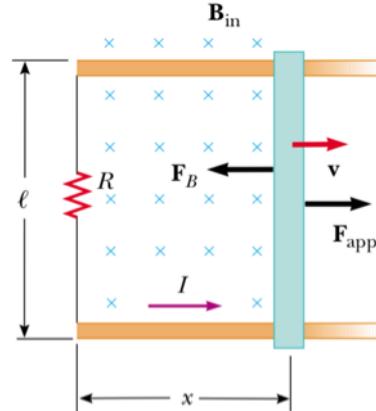
Conclusões

Lei de Faraday

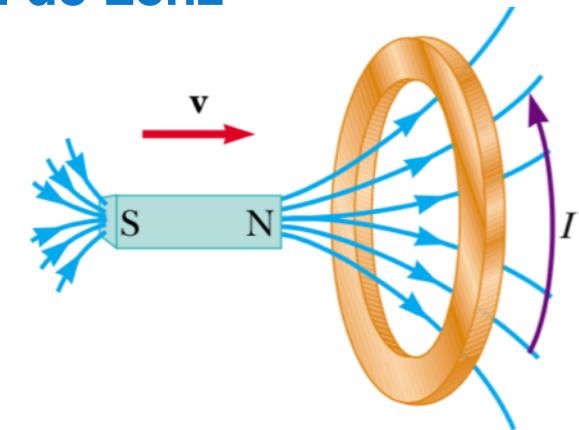
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



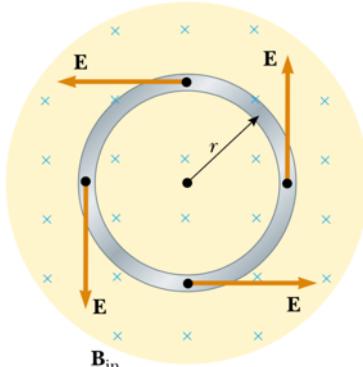
f.e.m. de movimento



Lei de Lenz



Campo eléctrico induzido



Lei de Farady generalizada

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Geradores AC e DC

