

## Capítulo 4

# Lógica de Primeira Ordem (I)

### 4.1 Sistema dedutivo

4.1.1. Demonstre os seguintes teoremas e argumentos usando o sistema de dedução natural. Apenas pode utilizar as regras de inferência básicas do sistema de dedução natural (Prem, Rep, Hip, Rei,  $I\wedge$ ,  $E\wedge$ ,  $I\vee$ ,  $E\vee$ ,  $I\neg$ ,  $E\neg$ ,  $I\rightarrow$ ,  $E\rightarrow$ ,  $I\forall$ ,  $E\forall$ ,  $I\exists$ ,  $E\exists$ ).

- (a)  $\{\forall x[\neg P(x)]\} \vdash \forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$
- (b)  $\{\exists x[P(x)], \forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]\} \vdash \exists x[Q(x)]$
- (c)  $(\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \forall x[P(x) \rightarrow \neg Q(x)]) \rightarrow \forall x[\neg P(x)]$
- (d)  $\{\forall x[P(x) \rightarrow R(x)], \forall x[Q(x) \rightarrow R(x)], P(a) \vee Q(a)\} \vdash R(a)$
- (e)  $\forall x[P(x) \vee \neg P(x)]$