Representação em Lógica de Primeira Ordem (LPO)

- Há muito a dizer sobre a LPO como linguagem de representação do conhecimento!

Alfabeto básico – disse que voltaríamos aqui

- Letras de função com n argumentos (aridade n), para $n \geq 0$ e $i \geq 1$: f_i^n
- Letras de predicado com aridade n, para $n \geq 0$ e $i \geq 1$: P_i^n
- Variáveis individuais para $i \geq 1$: x_i
- Termos (que representam objectos – constantes, variáveis e letras de função aplicadas a termos são termos)

Alfabeto básico (cont.)

- Letras de função com n argumentos (aridade n), para $n \geq 0$ e $i \geq 1$: f_i^n
  - Representam funções sobre os elementos da linguagem
  - f_i^0 corresponde a funções de aridade zero que representam constantes
  - Usamos $a, b, c, \ldots$ para representar constantes e $f, g, h, \ldots$ para representar as letras de função que não são constantes

Alfabeto básico (cont.)

- funç int string

- predicado bool

- Letras de predicado com aridade n, para $n \geq 0$ e $i \geq 1$: P_i^n
  - Representam relações sobre elementos da linguagem, produzindo valores lógicos
  - Usamos $P, Q, R, \ldots$ para representar as letras de predicado

Alfabeto básico (cont.)

- Variáveis individuais para $i \geq 1$: x_i
  - Têm como domínio os objectos da conceptualização
  - Usamos $x, y, z, \ldots$ para representar as variáveis

Exemplos

- Consideremos
  - P letra de predicado com aridade 2
  - Q letra de predicado com aridade 1
  - A e B letras de predicado com aridade 0
  - f letra de função com aridade 1
  - g letra de função com aridade 3
  - a, b, c constantes
  - x variável
- Então são fbfs
  - $(\neg P(a, g(a, b, c)))$
  - $(P(a, b) \rightarrow \forall_x [(\neg Q(f(x)))])$
  - $(A \wedge B)$
- Parêntesis redundantes podem ser eliminados

Exemplos

relação (Predicado)

capital(x, y): capital é verdade se y for a capital de x

- Funções
  - $capital(x) =$ capital de x
  - $soma(x, y) = x + y$
- Relações
  - $Fronteira(x, y) =$ verdade se x tem fronteira com y

aluno(x)

predicado

Termos

- Termos representam objectos; correspondem a sintagmas nominais em linguagem natural
- São definidos recursivamente
  - Cada letra de função com aridade zero (letra de constante) é um termo
  - Cada variável é um termo
  - Se $t_1, t_2, \ldots, t_n$ são termos, então $f_i^n(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ é um termo
  - Nada mais é um termo
- Termo sem variáveis é chamado um termo chão (do Inglês ground term)

$P(t_1, \ldots, t_n)$

Exemplos

- Termos (com letras de função)
  - Portugal
  - capital(Portugal)
  - pai(Maria)
  - pai(pai(pai(Maria)))
  - x
  - capital(x)
  - pai(x)
- Fbf atómica (com letras de relação)
  - capital(x, y): verdade se x é a capital de y
  - pai(x, y): verdade se x é o pai de y
  - pai(João, Maria): verdade se João é o pai da Maria

Representação em LPO – vamos lá fazer uns exercícios

Exercício 1

~~Cal A AL~~

Constantes: Pedro, Cálculo (Cal), Álgebra (AL)
Predicados: Aluno(x) = x é aluno e Freq(x, y) = x frequenta a cadeira y

$\neg(A \to \neg B)$

$A \to \neg B$

$\neg A \vee \neg B$

$\neg(\neg A \wedge \neg B)$

$\wedge$ $\vee$ $\neg$

1. O Pedro é um aluno.

Sol: $aluno(Pedro)$

$pai(Pedro)$

2. O Pedro não frequenta Cálculo.

Sol: $\neg Freq(Pedro, Cal)$

3. O Pedro frequenta Cálculo e Álgebra.

Sol: $Freq(Pedro, Cal) \wedge Freq(Pedro, AL)$

4. O Pedro frequenta Cálculo ou Álgebra (ou ambos).

Sol: $\vee$

ou exclusivo

$\veebar$

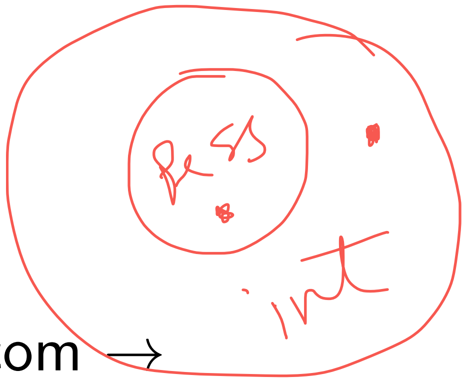
5. O Pedro frequenta Cálculo ou Álgebra (mas não ambos).

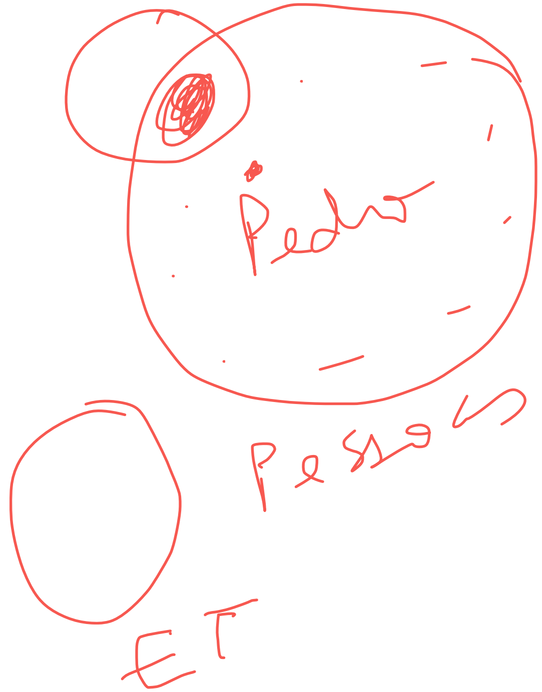
Sol: $(Freq(Pedro, Cal) \wedge \neg Freq(Pedro, AL)) \vee (\neg Freq(Pedro, Cal) \wedge Freq(Pedro, AL))$

Representação em LPO – dica

Todas as pessoas são inteligentes

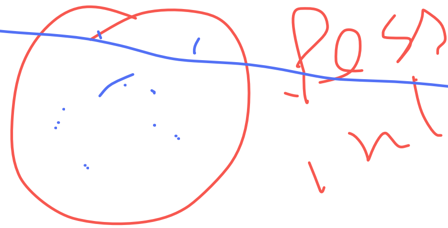
$\forall x [pessoa(x) \rightarrow int(x)]$





- $\forall$ é usado com $\rightarrow$
- $\exists$ é usado com $\land$
- Exemplos (usar diagramas de Venn)
  - Todas as pessoas são inteligentes
  - Existem pessoas inteligentes

$\forall x \; pessoa(x) \land int(x)$



Exercício 2

Predicados: Do Ex1 + Inteligente(x), Gosta(x,y), Diferente (x,y)

1. Existe um aluno.

Sol: $\exists x\,[\text{aluno}(x)]$

2. Existe um aluno inteligente.

Sol: $\exists x\,[\text{aluno}(x) \land \text{inteligente}(x)]$

3. Todos os alunos são inteligentes.

Sol: $\forall x\,[\text{aluno}(x) \rightarrow \text{inteligente}(x)]$

4. Todos os alunos gostam de algum aluno.

Sol: $\forall x\,[\text{aluno}(x) \rightarrow \exists y\,(\text{aluno}(y) \land \text{gosta}(x,y))]$

5. Existe um aluno de quem gostam todos os ~~outros~~ alunos.

Sol: $\exists x\,[\text{aluno}(x) \land \forall y\,(\text{aluno}(y) \rightarrow \text{gosta}(y,x))]$

6. Nenhum aluno gosta do Pedro.

Sol:

$\neg(\exists x\,(\text{aluno}(x) \land \text{gosta}(x,\text{Pedro})))$

Exercício 3

~~$freq(aluno(x), AL)$~~

Predicados: Do Ex2 + Irmã(x,y), Reprovou(x,y)

1. O Pedro tem pelo menos uma irmã.

Sol: $\exists x \; irma(x, Pedro)$

2. O Pedro tem exactamente uma irmã.

Sol: $\exists x \; irma(x, Pedro) \wedge [\forall y \; irma(y, Pedro) \rightarrow \neg diferente(x, y)]$

3. O Pedro tem pelo menos duas irmãs.

Sol: $\exists x \exists y (irma(x, Pedro) \wedge irma(y, Pedro) \wedge diferente(x, y))$

4. Todos os alunos que frequentam Cálculo também frequentam Álgebra.

Sol: $\forall x [(aluno(x) \wedge freq(x, Cal)) \rightarrow freq(x, AL)]$

5. Nenhum aluno reprovou a Álgebra.

Sol: $\forall x \; [aluno(x) \rightarrow \neg reprovou(x, AL)]$

$\neg \exists x \; [aluno(x) \wedge rep(x, AL)]$

6. Pelo menos um aluno reprovou a Cálculo.

Sol: $\exists x \; [aluno(x) \wedge reprovou(x, Cal)]$

Momento de Aprendizagem Activa