Capítulo 2

Lógica Proposicional (I)

2.3 O sistema semântico

- 2.3.1. Sendo α_1 , α_2 e α_3 fbfs da Lógica Proposicional, escolha a única alternativa que torna incorreta a seguinte afirmação:
 - " $\Delta = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ não é satisfazível se e só se
 - A. Nenhuma das fbfs de Δ é satisfazível.
 - B. A fbf $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3$ não é satisfazível.
 - C. $\{\alpha_1, \alpha_2\} \models \neg \alpha_3$."
- 2.3.2. Classifique as seguintes afirmações em sempre verdadeira (\mathbf{V}) , sempre falsa (\mathbf{F}) , ou possivelmente verdadeira (\mathbf{P}) :
 - (a) A $fbf \alpha$ é tautológica e falsificável.
 - (b) A $fbf \alpha$ é satisfazível e falsificável.
 - (c) A $fbf \alpha$ é satisfazível e contraditória.
 - (d) A $fbf \alpha$ é satisfazível ou falsificável.
 - (e) A fbf α é tautológica ou contraditória.
- 2.3.3. Prove que $\alpha=P\to R$ não é uma consequência semântica do conjunto $\Delta=\{(P\to R)\vee (Q\to R)\}.$
- 2.3.4. Determine os modelos dos seguintes conjuntos de fbfs. Para cada conjunto, indique todas as fbf atómicas que sejam consequências semânticas do conjunto, se tais fbfs existirem.
 - (a) $\{\neg P \to Q, \neg Q\}$.
 - (b) $\{(P \wedge Q) \rightarrow R, P, \neg R\}.$

(c)
$$\{P \to R, Q \to R, P \lor Q\}$$
.

- 2.3.5. Prove que a fbf ((P \wedge Q) \to R) \to ((P \to R) \vee (Q \to R)) é uma tautologia.
- 2.3.6. Prove que $(P \vee Q) \to R$ é uma consequência semântica do conjunto Δ = $\{P \to R, Q \to R\}$, preenchendo apenas as posições necessárias da tabela abaixo. Justifique a sua resposta.

| Interpretação | P | Q | R | $P \rightarrow R$ | $Q \to R$ | $P \lor Q$ | $(P \lor Q) \to R$ |
|---------------|---|---|---|-------------------|-----------|------------|--------------------|
| I_1 | V | V | V | V | V | | |
| I_2 | V | V | F | F | | | |
| I_3 | V | F | V | V | V | | |
| I_4 | V | F | F | F | | | |
| I_5 | F | V | V | V | V | | |
| I_6 | F | V | F | V | F | | |
| I_7 | F | F | V | V | V | | |
| I_8 | F | F | F | V | V | | |

2.3.7. Prove a seguinte afirmação:

"Se Δ for um conjunto de *fbfs* não satisfazível, então dada qualquer *fbf* α , tem-se que $\Delta \models \alpha$."