

Análisis de una armadura estáticamente determinada

Estudiantes Grupo 2: Fabián Crawford Barquero,
Irene Muñoz Castro, Luis Morales Rodríguez,
Steven Badilla Soto, Adrián Trejos Salazar

I. RESUMEN

En el área de la ingeniería estructural es de alta importancia poder encontrar el valor de las fuerzas y reacciones asociadas a una armadura estáticamente determinada

II. PROBLEMA

Como se puede observar en la Figura 1, las fuerzas (F) representan tensiones o compresiones sobre la armadura, las reacciones (H_2 , V_2 y V_3) son fuerzas de la interacción de la armadura con la superficie de soporte, en el nodo 2 se tiene un apoyo fijo por lo que se transmiten fuerzas verticales y horizontales mientras que en el nodo 3 se tiene un apoyo móvil por lo que se transmiten solo fuerzas verticales, también se puede observar en la Figura 1 una carga externa de 1000lb que se distribuye entre los componentes de la armadura.

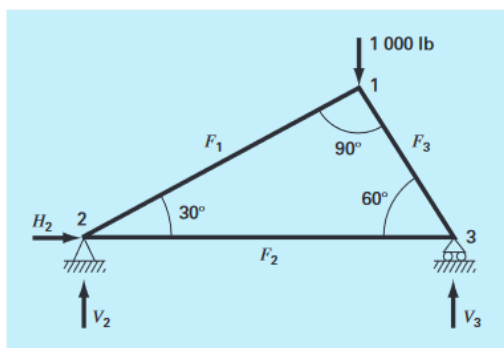


Fig. 1. Fuerzas en una armadura estáticamente determinada

III. SOLUCIÓN

Este problema se puede describir como un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales, con las cuales formar un sistema de ecuaciones. Para esto se tiene que realizar el diagrama de fuerzas de cuerpo libre para cada nodo como se observa en la Figura 2, y luego tomar en cuenta que la suma de fuerzas tanto verticales como horizontales deben ser 0 para cada nodo ya que el sistema está en reposo. Es importante considerar que una fuerza positiva horizontal va de izquierda a derecha y una fuerza positiva vertical va de abajo a arriba

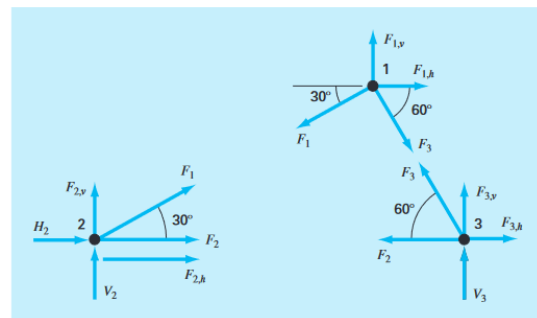


Fig. 2. Diagramas de fuerza de cuerpo libre para cada nodo

De esta forma se obtienen las siguientes ecuaciones para el nodo 1:

$$\sum F_h = -F_1 \cos(30^\circ) + F_3 \cos(60^\circ) + F_1 h = 0$$

$$\sum F_v = -F_1 \sin(30^\circ) - F_3 \sin(60^\circ) + F_1 v = 0$$

Para el nodo 2:

$$\sum F_h = F_2 + F_1 \cos(30^\circ) + F_2 h + H_2 = 0$$

$$\sum F_v = F_1 \sin(30^\circ) + F_2 v + V_2 = 0$$

Para el nodo 3:

$$\sum Fh = -F2 - F3\cos(60) + F3h = 0$$

$$\sum Fv = F3\sin(60) + F3v + V3 = 0$$

Donde Fih es la fuerza horizontal externa sobre el nodo i y Fiv es la fuerza vertical externa sobre el nodo i, para este problema todas estas fuerzas son 0 a excepción de la fuerza F1v = -1000lb como se pudo apreciar en la Figura 1. El planteamiento en forma de sistema de ecuaciones entonces queda de forma:

$$\begin{bmatrix} 0.866 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.866 & 0 & 0 & 0 \\ -0.866 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.866 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F1 \\ F2 \\ F3 \\ H2 \\ V2 \\ V3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

IV. SOLUCIÓN COMPUTACIONAL

Para la solución del sistema de ecuaciones se utilizara una implementación computacional del método de la pseudoinversa en el lenguaje sagemath, esta implementación del método se puede observar en la Figura 3, en esta misma figura se puede observar la definición de las variables que representan el sistema de ecuaciones obtenido anteriormente, por ultimo se pueden observar los resultados del método en la Figura 4

V. REFERENCIAS

[1]Steven C. Chapra y Razmond P. Canale.Métodos Numéricos para ingenieros. Mc-Graw Hill, México, quinta edición, 2007.

```
#Sistema de ecuaciones
#resultado del planteamiento del problema
A = matrix([[0.866,0,-0.5,0,0,0],
            [0.5,0,0.866,0,0,0],
            [-0.866,-1,0,-1,0,0],
            [-0.5,0,0,0,-1,0],
            [0,1,0.5,0,0,0],
            [0,0,-0.866,0,0,-1]])
#Resultados esperados para el sistema de ecuaciones
#resultado del planteamiento del problema
b = matrix([[0,-1000,0,0,0,0]].T

def pinversa(A, b, itermax, tol):
    X = (1/(norm(A)**2))*(transpose(A))
    xk = X * b
    m = len(A[0])
    I = identity_matrix(m)
    k = 0
    I = 2*I
    error = tol + 1
    while k < itermax and error > tol:
        X = X*(I-A*X)
        xkn = X * b
        error = norm(xkn - xk) / norm(xkn)
        xk = xkn
        k += 1
    return xk
```

Fig. 3. Método de la pseudoinversa para la solución de este problema

```
#El primer valor de xk es F1
#El segundo valor de xk es F2
#El tercer valor de xk es F3
#El cuarto valor de xk es H2
#El quinto valor de xk es V2
#El sexto valor de xk es V3
```

```
pinversa(A,b,500,1*10**-10)
```

```
[ -500.022000968043]
[  433.019052838325]
[ -866.038105676650]
[ 2.08600078751633e-27]
[  250.011000484021]
[  749.988999515979]
```

Fig. 4. Resultados de la aplicación del método al problema