

① Escalamiento Paramétrico

1- Traslación a $(-x_v, -y_v)$

$$T(-x_v, -y_v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_v \\ 0 & 1 & -y_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2- Escalamiento en el origen

$$S(x_s, y_s) = \begin{pmatrix} x_s & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3- Traslación de vuelta a (x_v, y_v)

$$T(x_v, y_v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_v \\ 0 & 1 & y_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz compuesta

$$T(x_v, y_v) \times S(x_s, y_s) \times T(-x_v, -y_v) =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & x_v \\ 0 & 1 & y_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_s & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_v \\ 0 & 1 & -y_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_s & 0 & x_v(1-x_s) \\ 0 & y_s & y_v(1-y_s) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

② Rotación Paramétrica

1= Traslación $(-x_r, y_r)$

$$T(-x_r, -y_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_r \\ 0 & 1 & -y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2= Rotación en el origen

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3= Traslación de vuelta

$$T(x_r, y_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz compuesta:

$$T(x_r, y_r) \cdot R(\theta) \cdot T(-x_r, y_r) =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_r \\ 0 & 1 & -y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & x_r(1 - \cos(\theta)) + y_r \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & y_r(1 - \cos(\theta)) - x_r \sin(\theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

③ Rotación y Escalamiento Paramétrico

1- Traslación $(-X_r, -Y_r)$:

$$T = (-X_r, -Y_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -X_r \\ 0 & 1 & -Y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2- Rotación en el origen

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3- Escalamiento en el origen

$$S(X_s, Y_s) = \begin{pmatrix} X_s & 0 & 0 \\ 0 & Y_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4- Traslación de vuelta (X_r, Y_r)

$$T(X_r, Y_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & X_r \\ 0 & 1 & Y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz compuesta es:

$$T(X_r, Y_r) \cdot S(X_s, Y_s) \cdot R(\theta) \cdot T(-X_r, -Y_r) =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & X_r \\ 0 & 1 & Y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_s & 0 & 0 \\ 0 & Y_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -X_r \\ 0 & 1 & -Y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_s \cos(\theta) & -X_s \sin(\theta) & X_r(1 - X_s \cos(\theta)) + Y_r X_s \sin(\theta) \\ Y_s \sin(\theta) & Y_s \cos(\theta) & Y_r(1 - Y_s \cos(\theta)) - X_r Y_s \sin(\theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

④ Escalamiento, Rotación paramétrica

1- Traslación $(-x_r, -y_r)$

$$T(x_r, -y_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_r \\ 0 & 1 & -y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2- Escalamiento en el origen

$$S(x_s, y_s) = \begin{pmatrix} x_s & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3- Rotación en el origen

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4- Traslación de vuelta (x_r, y_r)

$$T(x_r, y_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La Matriz compuesta: $T(x_r, y_r) \cdot R(\theta) \cdot S(x_s, y_s) \cdot T(-x_r, -y_r)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_s & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_r \\ 0 & 1 & -y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_s \cos(\theta) & -y_s \sin(\theta) & x_r(1 - x_s \cos(\theta)) + y_r y_s \sin(\theta) \\ x_s \sin(\theta) & y_s \cos(\theta) & y_r(1 - y_s \cos(\theta)) - x_r x_s \sin(\theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$