МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №5
по дисциплине «Качество и метрология программного обеспечения»
Тема: Оценка параметров надежности программ по временным моделям обнаружения ошибок

Студент гр. 8304	________________________	Кирьянов Д. И.
Преподаватель	________________________	Ефремов М. А.

Санкт-Петербург
2022

Цель работы.

Выполнить исследование показателей надежности программ, характеризуемых моделью обнаружения ошибок Джелинского-Моранды, для различных законов распределения времен обнаружения отказов и различного числа используемых для анализа данных.

Задание.

1. Сгенерировать массивы данных $\{X_i\}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними $(i-1)$–ой и i–ой ошибками $(i = [1{,}30])$, в соответствии с:
    a. Равномерным законом распределения в интервале $[0{,}20]$; при этом средний интервал между ошибками будет $m_{\text{равн}} = 10$, СКО $s_{\text{равн}} = 20/(2 * sqrt(3)) = 5.8$;
    b. Экспоненциальным законом распределения, $W(y) = b * exp(-b * y)$, $y \geq 0$, с параметром $b = 0.1$ и соответственно $m_{\text{эксп}} = s_{\text{эксп}} = 1/b = 10$. Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» можно получить по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале $[0{,}1]$, по формуле: $Y = -ln(t)/b$;
    c. Релеевским законом распределения $W(y) = (y/c^2) * exp(-y^2/(2 * c^2))$, $y >= 0$, с параметром $c = 8.0$ и соответственно $m_{\text{рел}} = c * sqrt(\pi/2)$, $s_{\text{рел}} = c * sqrt(2 - \pi/2)$. Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «c» можно получить по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале $[0{,}1]$, по формуле: $Y = \text{c} * sqrt(-2 * ln(t))$.
2. Каждый из 3-х массивов $\{X_i\}$ интервалов времени между соседними ошибками упорядочить по возрастанию.
3. Для каждого из 3-х массивов $\{X_i\}$ оценить значение первоначального числа ошибок в программе B. При этом для каждого закона использовать 100%, 80% и 60% входных данных (то есть в массивах $\{X_i\}$ использовать n = 30, 24 и 18 элементов).

Примечание: для каждого значения n следует генерировать и сортировать новые массивы.

4. Если $B > n$, оценить значения средних времен X_j, $j = n+1, n+2 \ldots, n+k$ до обнаружения $k \leq 5$ следующих ошибок и общее время на выполнение тестирования.
5. Результаты вычислений представить в виде двух таблиц, одна из которых содержит оценки первоначального числа ошибок, а другая – оценки полных времен проведения тестирования - для разных законов распределения времен между отказами и разного числа используемых данных.
6. Сравнить и объяснить результаты, полученные для различных законов распределения времени между соседними отказами и различного числа используемых для анализа данных.

Ход работы.

1. **Равномерный закон распределения.**

100% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 30-ти элементов, равномерно распределенных в интервале [0,20] (см. Таблица 1).

Таблица 1 – Равномерное распределение при $n = 30$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	0.202	0.309	0.403	0.85	1.038	1.076	2.662	2.67	2.696	3.49
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	4.416	4.948	5.577	6.733	7.311	9.072	11.636	11.845	12.878	13.175
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	14.9	15.711	16.003	16.225	16.622	16.842	16.915	17.705	18.647	19.843

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 21.743 > 15.5 \text{ условие сходимости выполнено.}$$

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-i}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$(см. Таблица 2).

Таблица 2 – Значения функций для равномерного распределения при n = 30.

m	31	**32**	33
f	3.995	**3.027**	2.559
g	3.241	**2.925**	2.665
|f-g|	0.754	**0.102**	0.106

Минимум разности достигается при $m = 32$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 31$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.010738$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 3.

Таблица 3 – Время обнаружения следующих ошибок для равномерного распределения при n = 30.

j	31
X_j	93.13

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 93.13$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{общ} = 365.53$ дней.

80% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 24-ти элементов, равномерно распределенных в интервале [0,20](см Таблица 4).

Таблица 4 – Равномерное распределение, $n = 24$.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	2.93	5.734	6.732	7.6	7.68	7.863	8.09	8.361
i	9	10	11	12	13	14	15	16
X_i	9.55	9.723	10.108	10.208	11.654	14.263	14.72	14.821
i	17	18	19	20	21	22	23	24
X_i	15.674	16.078	16.145	16.985	17.407	17.784	17.92	17.977

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 15.044 > 12.5$$ – условие сходимости выполнено.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$ (см. Таблица 5)

Таблица 5 – Расчёт значений функций для равномерного распределения n = 24.

m	25	26	27	28	29	30	31	32	**33**	34
f	3.776	2.816	2.354	2.058	1.844	1.678	1.545	1.434	**1.341**	1.26
g	2.41	2.19	2.007	1.852	1.72	1.605	1.504	1.415	**1.337**	1.266
$\|f\text{-}g\|$	1.366	0.626	0.347	0.206	0.124	0.073	0.041	0.019	**0.004**	0.006

Минимум разности достигается при $m = 33$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 32$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.00467$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 6.

Таблица 6 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для равномерного распределения при n = 24.

j	25	26	27	28	29	30	31	32
X_j	26.747	30.568	35.663	42.795	53.494	71.326	106.989	213.977

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 581.056$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 867.567$ дней.

60% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 18-ти элементов, равномерно распределенных в интервале [0,20](см Таблица 7).

Таблица 7 – Равномерное распределение при $n = 18$.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_i	0.349	0.534	6.923	8.049	8.446	10.477	12.249	12.692	14.546
i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
X_i	14.773	15.742	17.004	17.445	17.628	17.99	18.195	18.263	18.919

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 11.676 > 9.5 \text{ условие сходимости выполнено}$$

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$(см. Таблица 8)

Таблица 8 – Значения функций для равномерного распределения при n=18.

m	19	20	21	22	23	**24**	25
f	3.495	2.548	2.098	1.812	1.607	**1.451**	1.326
g	2.458	2.163	1.93	1.744	1.59	**1.461**	1.351
$\|f - g\|$	1.037	0.385	0.166	0.068	0.018	**0.01**	0.025

Минимум разности достигается при $m = 24$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 23$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.00634$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n + 1, n + 2 \dots, n + k$. Результат представлен в таблице 9.

Таблица 9 – Время обнаружения следующих ошибок для равномерного распределения при n = 18.

j	19	20	21	22	23
X_j	31.525	39.406	52.541	78.812	157.623

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 359.906$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{общ} = 590.13$ дней.

2. Экспоненциальный закон распределения.

100% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 30-ти элементов, распределенных по экспоненциальному закону с параметром $b = 0.1$. Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» были получены по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале [0,1], по формуле: $Y = -ln(t)/b$(см Таблица 10).

Таблица 10 – Экспоненциальное распределение при $n = 30$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	0.219	0.334	0.426	0.673	0.708	0.888	1.553	1.691	1.808	1.908
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	2.106	3.571	3.941	4.433	4.959	6.3	9.054	11.074	12.47	14.06
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	16.738	18.037	18.144	18.228	19.675	20.709	26.503	28.776	31.032	38.706

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 23.579 > 15.5$$ – условие сходимости выполнено

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$(см Таблица 11).

Таблица 11 – Значения функций для экспоненциального распределения при n = 30.

m	**31**	32
f	**3.995**	3.027
g	**4.043**	3.563
$\lvert f-g \rvert$	**0.048**	0.536

Минимум разности достигается при $m = 31$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 30$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.01268$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$.

Условие $B > n$ не выполняется.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 318.721$ дней.

80% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 24-ти элементов, распределенных по экспоненциальному закону с параметром $b = 0.1$ (см Таблица 12).

Таблица 12 – Экспоненциальное распределение, $n = 24$.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	0.268	0.347	0.465	0.59	0.666	1.752	2.668	2.903
i	9	10	11	12	13	14	15	16
X_i	3.091	3.197	3.425	3.539	3.915	4.117	4.304	6.115
i	17	18	19	20	21	22	23	24
X_i	7.273	7.336	8.834	16.286	17.507	30.148	42.508	43.36

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 19.895 > 12.5$$ – условие сходимости выполнено

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$(см. Таблица 13).

Таблица 13 – Значения функций для экспоненциального распределения при n = 24.

m	25	26
f	3.776	2.816
g	4.702	3.931
$\lvert f-g \rvert$	0.926	1.115

Минимум разности достигается при $m = 25$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 24$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.02191$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \ldots, n+k$.

Условие $B > n$ не выполняется.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 214.611$ дней.

60% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 18-ти элементов, распределенных по экспоненциальному закону с параметром $b = 0.1$ (см Таблица 14).

Таблица 14 – Экспоненциальное распределение при $n = 18$.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_i	0.517	0.6	0.651	0.712	1.55	1.944	2.096	2.25	2.299
i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
X_i	2.493	3.194	4.125	5.334	7.6	9.323	9.671	18.46	40.611

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 15.023 > 9.5 \text{ – условие сходимости выполнено}$$

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$ (см Таблица 15).

Таблица 15 – Значения функций для экспоненциального распределения при n = 18

m	**19**	20
f	**3.495**	2.548
g	**4.526**	3.616
$\|f\text{-}g\|$	**1.031**	1.068

Минимум разности достигается при $m = 19$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 18$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0399$.

Условие $B > n$ не выполняется.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 113.43$ дней.

3. Релеевский закон распределения.

100% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 30-ти элементов, распределенных по релеевскому закону с параметром $\text{c} = 8.0$. Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «с» были получены по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле: $Y = \text{c} * sqrt(-2 * ln(t))$ (см Таблица 16).

Таблица 16 – Релеевское распределение при $n = 30$.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	1.383	1.396	2.587	3.073	5.776	5.932	6.543	6.806	6.998	7.222
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	7.655	9.076	9.735	10.538	10.908	11.97	12.278	12.552	12.754	12.785
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	12.811	13.52	14.309	14.91	16.112	16.822	16.842	17.323	17.747	18.86

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 19.523 > 15.5$$ – условие сходимости выполнено

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$ (см Таблица 17).

Таблица 17 – Значения функций для релеевского распределения при n = 30.

m	31	32	33	34	35	36	**37**	38
f	3.995	3.027	2.559	2.255	2.035	1.863	**1.725**	1.609
g	2.614	2.404	2.226	2.072	1.938	1.821	**1.717**	1.624
$\|f\text{-}g\|$	1.381	0.623	0.333	0.183	0.097	0.042	**0.008**	0.015

Минимум разности достигается при $m = 37$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 36$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.00541$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \ldots, n+k$. Результат представлен в таблице 18.

Таблица 18 – Время обнаружения следующих ошибок для релеевского распределения при n = 30.

j	31	32	33	34	35	36
X_j	30.801	36.962	46.202	61.603	92.404	184.808

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 452.779$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{общ} = 770.002$ дней.

80% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 24-ти элементов, распределенных по релеевскому закону с параметром $c = 8.0$ (см Таблица 19).

Таблица 19 – Релеевское распределение при $n = 24$

i	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	2.044	2.685	2.829	3.944	3.962	5.802	6.444	7.103
i	9	10	11	12	13	14	15	16
X_i	7.8	9.213	9.269	10.065	10.598	10.703	10.924	12.441
i	17	18	19	20	21	22	23	24
X_i	13.678	14.198	14.586	16.291	18.122	18.632	18.861	21.242

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 16.103 > 12.5 \text{ – условие сходимости выполнено}$$

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$ (см Таблица 20).

Таблица 20 – Расчёт значений функций для релеевского распределения (80%).

m	25	26	27	28	**29**	30
f	3.776	2.816	2.354	2.058	**1.844**	1.678
g	2.698	2.425	2.202	2.017	**1.861**	1.727
$\|f-g\|$	1.078	0.391	0.152	0.041	**0.017**	0.049

Минимум разности достигается при $m = 29$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 28$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0074$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 21.

Таблица 21 – Время обнаружения следующих ошибок для релеевского распределения при n = 24

j	25	26	27	28
X_j	33.778	45.038	67.557	135.114

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 281.487$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 532.925$ дней.

60% входных данных.

Был сгенерирован и отсортирован массив из 18-ти элементов, распределенных по релеевскому закону с параметром $c = 8.0$ (см Таблица 22).

Таблица 22 – Релеевское распределение при $n = 18$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_i	2.216	3.514	3.531	3.715	3.805	5.302	5.513	7.456	7.539
i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
X_i	8.112	8.831	9.504	10.555	11.339	11.345	12.914	15.794	31.758

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 12.639 > 9.5$$ – условие сходимости выполнено.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$ (см Таблица 23).

Таблица 23 – Значения функций для релеевского распределения при n = 18.

m	19	20	**21**	22
f	3.495	2.548	**2.098**	1.812
g	2.83	2.445	**2.153**	1.923
$\|f\text{-}g\|$	0.665	0.103	**0.055**	0.111

Минимум разности достигается при $m = 21$. Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 20$. Коэффициент $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.01323$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 24.

Таблица 24 – Время обнаружения следующих ошибок для релеевского распределения при n = 18

m	19	20
X_j	37.799	75.597

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 113.396$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 276.136$ дней.

4. Результаты расчетов.

В таблицах 25 и 26 представлены сводные результаты оценки первоначального числа ошибок и полного времени проведения тестирования соответственно.

Таблица 25 – Оценка первоначального числа ошибок.

n	Входные данные, %	Распределение		
		Равномерное	Экспоненциальное	Релеевское
30	100	31	30	36
24	80	32	24	28
18	60	23	18	20

Таблица 26 – Оценка полного времени проведения тестирования.

n	Входные данные, %	Распределение		
		Равномерное	Экспоненциальное	Релеевское
30	100	365.53	318.721	770.002
24	80	867.567	214.611	532.925
18	60	590.13	113.43	276.136

Результаты при экспоненциальном распределении ниже, чем при равномерном или релеевском. Релеевское и равномерное распределения показывают примерно одинаковые результаты.

Выводы.

В ходе выполнения работы было выполнено исследование показателей надежности программ, характеризуемых моделью обнаружения ошибок Джелинского-Моранды, для различных законов распределения времен обнаружения отказов и различного числа используемых для анализа данных.