

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №5
по дисциплине «Качество и метрология программного обеспечения»
Тема: «Оценка параметров надежности программ по временным моделям
обнаружения ошибок»

Студентка гр. 8304

Сершеев А.Д.

Преподаватель

Ефремов М.А.

Санкт-Петербург

2022

Задание

Выполнить исследование показателей надежности программ, характеризуемых моделью обнаружения ошибок Джелинского-Моранды, для различных законов распределения времен обнаружения отказов и различного числа используемых для анализа данных. Для проведения исследования требуется:

1. Сгенерировать массивы данных $\{X_i\}$, где X_i – случайное значение *интервала между соседними (i-1)-ой и i-ой ошибками* ($i=[1,30]$, также смотри примечание в п.3), в соответствии с:

А) равномерным законом распределения в интервале $[0,20]$; при этом средний интервал между ошибками будет $m_{\text{равн}} = 10$, СКО $s_{\text{равн}} = 20/(2*\sqrt{3}) = 5.8$.

Б) экспоненциальным законом распределения

$$W(y) = b * \exp(-b * y), \quad y \geq 0, \text{ с параметром } b=0.1 \text{ и}$$

соответственно $m_{\text{эксп}} = S_{\text{эксп}} = 1/b = 10$.

Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» можно получить по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = -\ln(t) / b$

В) релеевским законом распределения

$$W(y) = (y/c^2) * \exp(-y^2/(2*c^2)), \quad y \geq 0, \text{ с параметром } c=8.0 \text{ и}$$

$$\text{соответственно } m_{\text{рел}} = c * \sqrt{\pi/2}, \quad s_{\text{рел}} = c * \sqrt{2-\pi/2}.$$

Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «с» можно получить по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = c * \sqrt{-2 * \ln(t)}$.

2. Каждый из 3-х массивов $\{X_i\}$ интервалов времени между соседними ошибками упорядочить по возрастанию.
3. Для каждого из 3-х массивов $\{X_i\}$ оценить значение первоначального числа ошибок в программе В. При этом для каждого закона использовать 100%, 80% и 60% входных данных (то есть в массивах $\{X_i\}$ использовать $n = 30, 24$ и 18 элементов).

Примечание: для каждого значения n следует генерировать и сортировать новые массивы.

4. Если $V > n$, оценить значения средних времен X_j , $j = n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения $k \leq 5$ следующих ошибок и общее время на выполнение тестирования.
5. Результаты вычислений представить в виде двух таблиц, одна из которых содержит оценки первоначального числа ошибок, а другая – оценки полных времен проведения тестирования - для разных законов распределения времен между отказами и разного числа используемых данных.

Сравнить и объяснить результаты, полученные для различных законов распределения времени между соседними отказами и различного числа используемых для анализа данных.

Ход работы

1) РАВНОМЕРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

100% входных данных:

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, равномерно распределённых на интервале $[0, 20]$.

Генерация происходила с помощью функции `np.random.uniform(0, 20, 30)`. Массив был упорядочен по возрастанию. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Равномерное распределение, $n = 30$ (100%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xi	1.851	2.745	2.922	3.94	3.972	4.619	4.743	5.201	7.14	7.365
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Xi	7.454	7.513	7.638	9.362	9.781	11.084	11.151	11.938	12.739	12.821
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Xi	13.293	13.457	13.527	13.684	13.724	13.831	13.93	14.42	14.941	18.754

Условие сходимости: $A > (n + 1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$A = 19.392 > 15.5$$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \quad \text{и} \quad g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Расчёт значений функций для равномерного распределения (100%).

m	31	32	33	34	35	36	37	38	39
f _n (m)	3.995	3.027	2.559	2.255	2.035	1.863	1.725	1.609	1.51
g(m, A)	2.585	2.38	2.205	2.054	1.922	1.806	1.704	1.612	1.53
f _n (m) – g(m, A)	1.41	0.648	0.354	0.202	0.113	0.057	0.021	0.004	0.02

Минимум разности достигается при $m = 38$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 37$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$$K = 0.006$$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок.

$$X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}, \text{ где } j = n+1, n+2, \dots, n+k.$$

Результат представлен в таблице 3.

Таблица 3 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для равномерного распределения (100%).

i	31	32	33	34	35	36	
X _i	25.656	29.931	35.918	44.897	59.863	89.794	179.588

Время до полного завершения тестирования: 465.647

Полное время: 755

80% входных данных:

Был сгенерирован массив из 24-х элементов, равномерно распределённых на интервале [0, 20]. Генерация происходила с помощью функции `pr.random.uniform(0, 20, 24)`. Массив был упорядочен по возрастанию. Результаты представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Равномерное распределение, n = 24 (80%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X _i	0.386	2.079	2.508	3.279	4.687	5.7	7.632	8.677	9.121	10.198
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X _i	10.602	11.637	11.64	11.859	12.736	15.559	16.973	17.835	18.349	19.024
i	21	22	23	24						
X _i	19.251	19.525	19.656	19.782						

Условие сходимости: $A > (n+1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$A = 16.156 > 12.5$$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \text{ и } g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Расчёт значений функций для равномерного распределения (80%).

m	25	26	27	28	29	30
$fn(m)$	3.776	2.816	2.354	2.058	1.844	1.678
$g(m, A)$	2.714	2.438	2.213	2.026	1.869	1.734
$ fn(m) - g(m, A) $	1.062	0.378	0.141	0.032	0.025	0.055

Минимум разности достигается при $m = 29$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 28$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$K = 0.007$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок.

$$X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}, \text{ где } j = n+1, n+2, \dots, n+k.$$

Результат представлен в таблице 6.

Таблица 6 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для равномерного распределения (80%).

i	25	26	27	28
X_i	37.286	49.715	74.572	149.145

Время до полного завершения тестирования: 310.718

Полное время: 589

60% входных данных:

Был сгенерирован массив из 18-ти элементов, равномерно распределённых на интервале $[0, 20]$. Генерация происходила с помощью функции `pr.random.uniform(0, 20, 18)`. Массив был упорядочен по возрастанию. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 7 – Равномерное распределение, $n = 18$ (60%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	0.631	0.668	1.135	5.31	6.546	6.702	9.52	10.011	10.407	12.273
i	11	12	13	14	15	16	17	18		
X_i	13.612	14.476	14.742	15.413	15.809	18.563	18.826	19.467		

Условие сходимости: $A > (n+1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$A = 12,43 > 12.354$$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \text{ и } g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 8.

Таблица 8 – Расчёт значений функций для равномерного распределения (60%).

m	19	20	21	22
$f_n(m)$	3.495	2.548	2.098	1.812
$g(m, A)$	2.709	2.354	2.082	1.866
$ f_n(m) - g(m, A) $	0.787	0.193	0.016	0.054

Минимум разности достигается при $m = 21$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 20$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$$K = 0.011$$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок.

$$X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}, \text{ где } j = n+1, n+2, \dots, n+k.$$

Результат представлен в таблице 9.

Таблица 9 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для равномерного распределения (60%).

i	19	20
X_i	46.617	93.233

Время до полного завершения тестирования: 139.849

Полное время: 333

2) ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

100% входных данных:

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, распределённых по закону $W(y) = b \cdot \exp(-b \cdot y), y \geq 0$, с параметром $b=0.1$.

Генерация происходила с помощью функции `np.random.exponential(10, 30)`.

Массив был упорядочен по возрастанию.

Результаты представлены в таблице 10.

Таблица 10 – Экспоненциальное распределение, $n = 30$ (100%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X _i	0.505	1.288	1.289	2.234	2.627	2.972	3.273	3.608	3.633	3.66
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X _i	3.674	3.762	4.205	4.539	4.868	4.985	5.564	5.706	5.776	6.638
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X _i	6.679	10.114	10.119	10.257	10.374	27.566	31.381	40.123	43.124	51.422

Условие сходимости: $A > (n + 1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n i X_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$A = 23.882 > 15.5$$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \quad \text{и} \quad g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 11.

Таблица 11 – Расчёт значений функций для экспоненциального распределения (100%).

m	31	32
$f_n(m)$	3.995	3.027
$g(m, A)$	4.215	3.696
$ f_n(m) - g(m, A) $	0.22	0.668

Минимум разности достигается при $m = 31$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 30$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$$K = 0.013$$

Условие $B > n$ не выполняется.

Полное время: 315

80% входных данных:

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, распределённых по закону $W(y) = b \cdot \exp(-b \cdot y), y \geq 0$, с параметром $b=0.1$.

Генерация происходила с помощью функции `np.random.exponential(10, 24)`.

Массив был упорядочен по возрастанию.

Результаты представлены в таблице 12.

Таблица 12 – Экспоненциальное распределение, $n = 24$ (80%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X _i	0.095	0.497	0.787	0.818	1.439	1.556	1.671	1.926	2.259	2.339
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X _i	2.637	2.887	4.525	4.866	5.495	6.574	6.657	12.669	12.731	13.017
i	21	22	23	24						
X _i	18.185	19.767	24.332	36.021						

Условие сходимости: $A > (n+1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$A = 19.356 > 12.5$$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \quad \text{и} \quad g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Расчёт значений функций для экспоненциального распределения (80%).

m	25	26
$f_n(m)$	3.776	2.816
$g(m, A)$	4.252	3.612
$ f_n(m) - g(m, A) $	0.476	0.796

Минимум разности достигается при $m = 25$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 24$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$K = 0.0231$

Условие $B > n$ не выполняется.

Полное время: 183

60% входных данных:

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, распределённых по закону $W(y) = b \cdot \exp(-b \cdot y), y \geq 0$, с параметром $b=0.1$.

Генерация происходила с помощью функции `np.random.exponential(10, 18)`.

Массив был упорядочен по возрастанию.

Результаты представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Экспоненциальное распределение, $n = 18$ (60%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	1.925	1.943	2.5	3.541	3.949	3.991	4.701	5.502	7.421	10.765
i	11	12	13	14	15	16	17	18		
x_i	12.331	13.074	15.43	16.819	17.065	17.084	24.498	26.826		

Условие сходимости: $A > (n+1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$A = 13.095 > 9.5$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \quad \text{и} \quad g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Расчёт значений функций для экспоненциального распределения (60%).

m	19	20	21
$f_n(m)$	3.495	2.548	2.098
$g(m, A)$	3.048	2.607	2.277
$ f_n(m) - g(m, A) $	0.447	0.059	0.179

Минимум разности достигается при $m = 20$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 19$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$K = 0.0124$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок.

$$X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}, \text{ где } j = n+1, n+2, \dots, n+k.$$

Результат представлен в таблице 16.

Таблица 16 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для экспоненциального распределения (60%).

i	19
Xi	72.641

Время до полного завершения тестирования: 72.641

Полное время: 262

3) РЕЛЕЕВСКИЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

100% входных данных:

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, распределённых по закону $W(y) = (y/c^2) \cdot \exp(-y^2/(2 \cdot c^2))$, $y \geq 0$, с параметром $c=8.0$.

Генерация происходила с помощью функции `np.random.rayleigh(8, 30)`.

Массив был упорядочен по возрастанию.

Результаты представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Релеевское распределение, $n = 30$ (100%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	3.736	3.771	4.385	4.816	5.083	6.065	6.426	7.364	7.799	8.939
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	9.246	9.681	10.071	10.391	11.184	11.264	12.044	12.898	13.529	14.003
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	14.192	14.661	15.647	16.116	16.359	16.6	17.59	19.549	20.085	20.43

Условие сходимости: $A > (n+1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$A = 19.222 > 15.5$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \text{ и } g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 18.

Таблица 18 – Расчёт значений функций для релеевского распределения (100%).

m	31	32	33	34	35	36	37
$fn(m)$	3.995	3.027	2.559	2.255	2.035	1.863	1.725
$g(m, A)$	2.547	2.348	2.177	2.03	1.901	1.788	1.687
$ fn(m) - g(m, A) $	1.448	0.68	0.381	0.225	0.134	0.075	0.037
m	38	39	40				
$fn(m)$	1.609	1.510	1.425				
$g(m, A)$	1.598	1.517	1.444				
$ fn(m) - g(m, A) $	0.011	0.007	0.019				

Минимум разности достигается при $m = 39$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 38$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$$K = 0.004$$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок.

$$X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}, \text{ где } j = n + 1, n + 2 \dots, n + k.$$

Результат представлен в таблице 19.

Таблица 19 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для релеевского распределения (100%).

i	31	32	33	34	35	36	37	38
X_i	28.343	32.392	37.791	45.349	56.686	75.581	113.372	226.743

Время до полного завершения тестирования: 616.256

Полное время: 960

80% входных данных:

Был сгенерирован массив из 24-х элементов, распределённых по закону $W(y) = (y/c^2) \cdot \exp(-y^2/(2 \cdot c^2))$, $y \geq 0$, с параметром $c=8.0$.

Генерация происходила с помощью функции `pr.random.rayleigh(8, 24)`.

Массив был упорядочен по возрастанию. Результаты представлены в таблице 20.

Таблица 20 – Релеевское распределение, $n = 24$ (80%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x _i	2.131	2.403	2.995	3.169	3.362	3.464	3.542	3.65	4.379	4.596
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x _i	4.699	7.573	8.123	9.216	10.891	10.991	12.106	12.312	12.694	12.711
i	21	22	23	24						
x _i	14.115	15.217	15.741	15.886						

Условие сходимости: $A > (n + 1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$A = 16.428 > 12.5$$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \quad \text{и} \quad g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 21.

Таблица 21 – Расчёт значений функций для релеевского распределения (80%).

m	25	26	27	28	29
f _n (m)	3.776	2.816	2.354	2.058	1.844
g(m, A)	2.8	2.507	2.27	2.074	1.909
f _n (m) – g(m, A)	0.976	0.309	0.084	0.016	0.065

Минимум разности достигается при $m = 28$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 27$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$$K = 0.011$$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок.

$$X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}, \text{ где } j = n + 1, n + 2 \dots, n + k.$$

Результат представлен в таблице 22.

Таблица 22 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для релеевского распределения (80%).

i	25	26	27
X _i	31.497	47.245	94.49

Время до полного завершения тестирования: 173.232

Полное время: 369

60% входных данных:

Был сгенерирован массив из 18-ти элементов, распределённых по закону $W(y) = (y/c^2) \cdot \exp(-y^2/(2 \cdot c^2))$, $y \geq 0$, с параметром $c=8.0$. Генерация происходила с помощью функции `pr.random.rayleigh(8, 18)`. Массив был упорядочен по возрастанию. Результаты представлены в таблице 23.

Таблица 23 – Релеевское распределение, $n = 18$ (60%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X _i	1.58	3.393	4.18	4.729	6.07	8.553	9.583	9.827	10.526	10.647
i	11	12	13	14	15	16	17	18		
X _i	10.744	11.043	11.633	13.821	14.042	15.286	16.257	27.132		

Условие сходимости: $A > (n+1)/2$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

$$A = 12.08 > 9.5$$

Были вычислены значения

$$f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i} \quad \text{и} \quad g(m, A) = \frac{n}{m-A}.$$

Результаты представлены в таблице 24.

Таблица 24 – Расчёт значений функций для релеевского распределения (60%).

m	19	20	21	22	23
f _n (m)	3.495	2.548	2.098	1.812	1.607
g(m, A)	2.601	2.273	2.018	1.815	1.648
f _n (m) – g(m, A)	0.894	0.275	0.08	0.003	0.04

Минимум разности достигается при $m = 22$.

Первоначальное количество ошибок $B = m - 1 = 21$.

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i}$$

$K = 0.01$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок.

$$X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}, \text{ где } j = n + 1, n + 2 \dots, n + k.$$

Результат представлен в таблице 25.

Таблица 25 – Расчет времени обнаружения следующих ошибок для релеевского распределения (60%).

i	19	20	21
X_i	34.727	52.09	104.18

Время до полного завершения тестирования: 190.997

Полное время: 380

4) РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В таблицах 26 и 27 представлены сводные результаты оценки первоначального числа ошибок и полного времени выполнения тестирования соответственно.

Таблица 26 – Оценка первоначального числа ошибок.

n	Входные данные, %	Распределение		
		Равномерное	Экспоненциальное	Релеевское
30	100	37	30	38
24	80	28	24	27
18	60	20	19	21

Таблица 27 – Оценка полного времени проведения тестирования

n	Входные данные, %	Распределение		
		Равномерное	Экспоненциальное	Релеевское
30	100	755	315	960
24	80	589	183	369
18	60	333	262	380

Результаты при экспоненциальном распределении оказались ниже остальных, что связано с тем, что модель Джелинского-Моранды основана на том, что время до следующего отказа программы распределено экспоненциально. По сравнению с равномерным распределением, релеевское оказывается хуже.

Выводы.

В результате выполнения данной лабораторной работы было выполнено исследование показателей надежности программ, характеризуемых моделью обнаружения ошибок Джелински-Морданы, для различных законов распределения времен обнаружения отказов и различного числа используемых для анализа данных.