МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №5
по дисциплине «Качество и метрология программного обеспечения»
Тема: «Оценка параметров надежности программ по временным моделям обнаружения ошибок»

Студент гр. 8304	________________________	Чешуин Д. И.
Преподаватель	________________________	Кирьянчиков В. А.

Санкт-Петербург
2022

Цель работы.

Выполнить исследование показателей надежности программ, характеризуемых моделью обнаружения ошибок Джелинского-Моранды, для различных законов распределения времен обнаружения отказов и различного числа используемых для анализа данных.

Задание.

1. Сгенерировать массивы данных $\{X_i\}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними $(i-1)$–ой и i–ой ошибками $(i = [1{,}30])$, в соответствии с:
   a. Равномерным законом распределения в интервале $[0{,}20]$; при этом средний интервал между ошибками будет $m_{\text{равн}} = 10$, СКО $s_{\text{равн}} = 20/(2 * sqrt(3)) = 5.8$;
   b. Экспоненциальным законом распределения, $W(y) = b * exp(-b * y)$, $y \geq 0$, с параметром $b = 0.1$ и соответственно $m_{\text{эксп}} = s_{\text{эксп}} = 1/b = 10$. Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» можно получить по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале $[0{,}1]$, по формуле: $Y = -ln(t)/b$;
   c. Релеевским законом распределения $W(y) = (y/c^2) * exp(-y^2/(2 * c^2))$, $y >= 0$, с параметром $c = 8.0$ и соответственно $m_{\text{рел}} = c * sqrt(\pi/2)$, $s_{\text{рел}} = c * sqrt(2 - \pi/2)$. Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «c» можно получить по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале $[0{,}1]$, по формуле: $Y = \text{c} * sqrt(-2 * ln(t))$.
2. Каждый из 3-х массивов $\{X_i\}$ интервалов времени между соседними ошибками упорядочить по возрастанию.
3. Для каждого из 3-х массивов $\{X_i\}$ оценить значение первоначального числа ошибок в программе B. При этом для каждого закона использовать 100%, 80% и 60% входных данных (то есть в массивах $\{X_i\}$ использовать n = 30, 24 и 18 элементов).

Примечание: для каждого значения n следует генерировать и сортировать новые массивы.

4. Если $B > n$, оценить значения средних времен X_j, $j = n + 1, n + 2 \dots, n + k$ до обнаружения $k \leq 5$ следующих ошибок и общее время на выполнение тестирования.
5. Результаты вычислений представить в виде двух таблиц, одна из которых содержит оценки первоначального числа ошибок, а другая – оценки полных времен проведения тестирования - для разных законов распределения времен между отказами и разного числа используемых данных.
6. Сравнить и объяснить результаты, полученные для различных законов распределения времени между соседними отказами и различного числа используемых для анализа данных.

Ход работы.

1. **Равномерный закон распределения.**

   a) **100% входных данных.**

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, распределенных по равномерному закону в интервале $[0,20]$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Равномерное распределение (100%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	0.417	0.569	3.33	3.382	4.036	4.218	4.507	6.025	6.121	7.677
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	8.562	11.008	11.54	11.583	11.834	12.618	12.783	13.043	14.596	15.13
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	15.227	15.241	15.68	16.99	17.366	17.466	17.645	17.812	18.113	18.76

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 19.82$. Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $19.82 > 15.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-i}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 2.

Таблица 2 –Значения функций для равномерного распределения (100%).

m	31	32	33	34	35	**36**	37
$f_n(m)$	3.9949	3.0273	2.5585	2.2555	2.0349	**1.8635**	1.7245
$g(m, A)$	2.6844	2.4639	2.2769	2.1163	1.9768	**1.8546**	1.7467
$\|f_n(m) - g(m, A)\|$	1.3105	0.5634	0.2816	0.1392	0.0581	**0.0089**	0.0222

Минимум при $m = 36$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 35$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0055648$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \ldots, n+k$. Результат представлен в таблице 3.

Таблица 3 – Время обнаружения ошибок для равн. распределения (100%).

j	31	32	33	34	35
X_j (дней)	35.94	44.93	59.9	89.85	179.7

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 410.32$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 743.6$ дней.

b) 80% входных данных.

Был сгенерирован массив из 24-ти элементов, распределенных по равномерному закону в интервале $[0,20]$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Равномерное распределение (80%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	0.197	2.823	2.877	4.007	4.193	7.303	8.222	8.629
i	9	10	11	12	13	14	15	16
X_i	9.144	9.52	10.101	11.851	11.862	13.728	13.753	14.116
i	17	18	19	20	21	22	23	24
X_i	14.189	14.658	15.361	15.502	16.827	19.16	19.329	19.432

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 15.83$. Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $15.83 > 12.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 5.

Таблица 5 –Значения функций для равномерного распределения (80%).

m	25	26	27	28	29	**30**	31
$f_n(m)$	3.7759	2.8159	2.3544	2.0581	1.8438	**1.6783**	1.5449
$g(m, A)$	2.6181	2.3606	2.1492	1.9726	1.8228	**1.6941**	1.5824
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	1.1578	0.4553	0.2052	0.0855	0.021	**0.0158**	0.0375

Минимум при $m = 30$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 29$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.00635$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \ldots, n+k$. Результат представлен в таблице 6.

Таблица 6 – Время обнаружения ошибок для равн. распределения (80%).

j	25	26	27	28	29
X_j (дней)	31.5	39.37	52.49	78.74	157.48

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 359.58$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 626.36$ дней.

c) 60% входных данных.

Был сгенерирован массив из 18-ти элементов, распределенных по равномерному закону в интервале $[0,20]$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 7.

Таблица 7 – Равномерное распределение (60%).

$\boldsymbol{i}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\boldsymbol{X_i}$	0.153	0.759	1.078	1.512	2.805	2.997	5.207	5.26	8.203
$\boldsymbol{i}$	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\boldsymbol{X_i}$	8.355	8.87	10.368	13.229	13.764	14.582	14.711	15.509	16.988

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 13.09$. Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $13.09 > 9.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 8.

Таблица 8 – Расчёт значений функций для равномерного распределения (60%).

m	19	**20**	21
$f_n(m)$	3.4951	**2.5477**	2.0977
$g(m, A)$	3.044	**2.6037**	2.2747
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	0.4511	**0.056**	0.177

Минимум при $m = 20$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 19$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0180373$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 9.

Таблица 9 – Время обнаружения ошибок для равн. распределения (60%).

j	19
X_j (дней)	55.44

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 55.44$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 199.79$ дней.

2. Экспоненциальный закон распределения.

а) 100% входных данных.

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, распределенных по экспоненциальному закону с параметром $b = 0.1$. Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» были получены по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле: $Y = -ln(t)/b$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 10.

Таблица 10 – Экспоненциальное распределение (100%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	0.131	0.587	0.704	0.769	1.767	2.219	2.319	2.485	2.957	3.025
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	3.216	3.96	4.62	5.888	7.052	9.014	10.161	11.147	12.31	12.983
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	13.744	14.355	17.72	19.38	20.794	20.875	22.828	35.066	40.745	47.105

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 23.42$. Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $23.42 > 15.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 11.

Таблица 11 – Значения функций для экспоненциального распределения (100%).

m	**31**	32
$f_n(m)$	**3.995**	3.0272
$g(m, A)$	**3.9598**	3.4981
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	**0.0352**	0.4709

Минимум при $m = 31$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 30$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.01131613$.

Условие $B > n$ не выполняется.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{общ} = 349.93$ дней.

b) 80% входных данных.

Был сгенерирован массив из 24-ти элементов, распределенных по экспоненциальному закону с параметром $b = 0.1$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 12.

Таблица 12 – Экспоненциальное распределение (80%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	0.121	0.253	0.758	0.823	2.971	3.313	3.538	3.567
i	9	10	11	12	13	14	15	16
X_i	4.05	6.972	7.963	8.074	8.651	11.907	13.168	13.471
i	17	18	19	20	21	22	23	24
X_i	15.702	15.847	16.983	21.456	28.473	37.723	39.12	48.283

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 18.73$. Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $18.73 > 12.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 13.

Таблица 13 – Значения функций для экспоненциального распределения (80%).

m	**25**	26
$f_n(m)$	**3.7759**	2.8159
$g(m, A)$	**3.8306**	3.3034
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	**0.0547**	0.4875

Минимум при $m = 25$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 24$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0122311$.

Условие $B > n$ не выполняется.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{общ} = 313.19$ дней.

c) 60% входных данных.

Был сгенерирован массив из 18-ти элементов, распределенных по экспоненциальному закону с параметром $b = 0.1$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Экспоненциальное распределение (60%).

$\boldsymbol{i}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\boldsymbol{X_i}$	0.192	3.079	3.23	3.945	4.604	5.142	5.656	7.154	7.215
$\boldsymbol{i}$	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\boldsymbol{X_i}$	7.34	8.486	13.471	16.503	16.82	18.773	24.651	25.903	28.647

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 13.24.$ Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $13.24 > 9.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 15.

Таблица 15 – Значения функций для экспоненциального распределения (60%).

m	19	**20**	21
$f_n(m)$	3.4951	**2.5477**	2.0977
$g(m, A)$	3.1227	**2.661**	2.3183
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	0.3724	**0.1133**	0.2206

Минимум при $m = 20$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 19$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.01325143.$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n + 1, n + 2 \dots, n + k$. Результат представлен в таблице 16.

Таблица 16 – Время обнаружения ошибок для эксп. распределения (60%).

j	19
X_j (дней)	75.46

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 75.46$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{общ} = 276.27$ дней.

3. Релеевский закон распределения.

а) 100% входных данных.

Был сгенерирован массив из 30-ти элементов, распределенных по релеевскому закону с параметром $c = 8.0$. Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «c» были получены по значениям случайной величины t, равномерно распределенной в интервале [0,1], по формуле: $Y = c * sqrt(-2 * ln(t))$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Релеевское распределение (100%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	1.872	3.203	3.246	3.246	3.372	3.711	4.152	5.178	5.314	5.374
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	5.969	7.439	7.452	9.028	9.583	10.11	10.152	11.576	11.592	12.747
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	12.80	13.575	14.155	14.199	14.242	16.04	17.806	19.783	21.186	24.026

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 20.38.$ Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $20.38 > 15.5.$

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 18.

Таблица 18 – Значения функций для релеевского распределения (100%).

m	31	32	33	34	**35**	36
$f_n(m)$	3.995	3.027	2.558	2.255	**2.035**	1.863
$g(m, A)$	2.826	2.583	2.378	2.203	**2.053**	1.921
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	1.169	0.444	0.18	0.052	**0.018**	0.058

Минимум при $m = 35$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 34$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0067939.$

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 19.

Таблица 19 – Время обнаружения ошибок для релеев. распределения (100%).

j	31	32	33	34
X_j (дней)	36.8	49.06	73.6	147.19

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 306.65$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{общ} = 608.78$ дней.

b) 80% входных данных.

Был сгенерирован массив из 24-ти элементов, распределенных по релеевскому закону с параметром $c = 8.0$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 20.

Таблица 20 – Релеевское распределение (80%).

i	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	3.267	3.918	4.643	4.692	4.978	5.493	5.741	5.856
i	9	10	11	12	13	14	15	16
X_i	6.012	6.194	6.689	8.258	8.271	8.562	8.575	8.988
i	17	18	19	20	21	22	23	24
X_i	11.084	11.312	12.027	13.075	13.398	13.575	14.242	14.557

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 15.32$. Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $15.32 > 12.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 21.

Таблица 21 – Значения функций для релеевского распределения (80%).

m	25	26	27	28	29	30	31	**32**	33
$f_n(m)$	3.776	2.816	2.354	2.058	1.846	1.68	1.545	**1.434**	1.34
$g(m, A)$	2.479	2.247	2.055	1.893	1.754	1.635	1.53	**1.439**	1.357
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	1.297	0.569	0.299	0.165	0.092	0.045	0.015	**0.005**	0.017

Минимум при $m = 32$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 31$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0070738$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 22.

Таблица 22 – Время обнаружения ошибок для релеев. распределения (80%).

j	25	26	27	28	29	30	31
X_j (дней)	20.2	23.56	28.27	35.34	47.12	70.68	141.37

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 366.54$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 569.95$ дней.

c) 60% входных данных.

Был сгенерирован массив из 18-ти элементов, распределенных по релеевскому закону с параметром $c = 8.0$. Массив был отсортирован по возрастанию. Результаты представлены в таблице 23.

Таблица 23 – Релеевское распределение (60%).

$\boldsymbol{i}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\boldsymbol{X_i}$	0.948	1.763	2.104	4.708	4.993	5.254	6.797	7.426	7.875
$\boldsymbol{i}$	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\boldsymbol{X_i}$	8.205	9.284	11.389	12.5	13.859	13.901	14.864	15.395	18.116

Проверка существования максимума. Коэффициент $A = \frac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i} = 12.39$. Условие $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $12.39 > 9.5$.

Были вычислены значения функций $f_n(m) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m-1}$ и $g(m, A) = \frac{n}{m-A}$. Результаты расчета приведены в таблице 24.

Таблица 24 – Значения функций для релеевского распределения (60%).

m	19	20	**21**	22
$f_n(m)$	3.495	2.548	**2.098**	1.812
$g(m, A)$	2.725	2.367	**2.092**	1.874
$\lvert f_n(m) - g(m, A)\rvert$	0.77	0.181	**0.006**	0.062

Минимум при $m = 21$. Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 20$. $K = \frac{n}{(B+1)\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} iX_i} = 0.0131241$.

Было рассчитано среднее время обнаружения следующих ошибок $X_j = \frac{1}{K(B-j+1)}$, где $j = n+1, n+2 \dots, n+k$. Результат представлен в таблице 25.

Таблица 25 – Время обнаружения ошибок для релеев. распределения (60%).

m	19	20
X_j (дней)	38.1	76.2

Было рассчитано время до завершения тестирования $t_k = 114.3$ дней.

Было рассчитано общее время тестирования $t_{\text{общ}} = 273.67$ дней.

4. Результаты расчетов.

В таблицах 26 и 27 представлены сводные результаты оценки первоначального числа ошибок и полного времени проведения тестирования соответственно.

Таблица 26 – Оценка первоначального числа ошибок.

n	Входные данные, %	Распределение		
		Равномерное	Экспоненциальное	Релеевское
30	100	35	30	34
24	80	29	24	31
18	60	19	19	20

Таблица 27 – Оценка полного времени проведения тестирования.

n	Входные данные, %	Распределение		
		Равномерное	Экспоненциальное	Релеевское
30	100	743.6	349.9	608.8
24	80	626.4	313.2	569.9
18	60	199.8	276.3	273.7

Результаты при равномерном и релеевском распределениях, в среднем, одинаковые. При 60% и 80% данных равномерное распределение имеет меньшее число ошибок, но при 100% и 80% данных релеевское распределение имеет меньшее время проведения тестирования.

Экспоненциальный закон распределения демонстрирует лучшие результаты – это соответствует одному из предположений в модели Джелинского-Моранды, что время до следующего отказа программы распределено экспоненциально.

Выводы.

В ходе выполнения данной работы было выполнено исследование показателей надежности программ, характеризуемых моделью обнаружения ошибок Джелинского-Моранды, для различных законов распределения времен обнаружения отказов и различного числа используемых для анализа данных.