

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

КУРСОВАЯ РАБОТА
по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: Исследование рандомизированной дерамиды

Студент гр. 9384

Нистратов Д.Г.

Преподаватель

Ефремов М.А.

Санкт-Петербург

2020

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ (КУРСОВОЙ ПРОЕКТ)

Студент Нистратов Д.Г.

Группа 9384

Тема работы : Исследование рандомизированной дерамиды

Исходные данные:

GUI, разработанный на языке C++ с фреймворком “Qt”. Данные массива, генерируемые пользователем, или случайные данные, генерируемые стандартной функцией C++ Rand().

Содержание пояснительной записки:

«Содержание» «Введение» «Анализ задачи» «Визуализация» «Анализ результатов» «Тестирование» «Заключение» «Список использованных источников»

Предполагаемый объем пояснительной записки:

Не менее 10 страниц.

Дата выдачи задания: 15.11.2020

Дата сдачи реферата: 28.12.2020

Дата защиты реферата: 28.12.2020

Студент

Нистратов Д.Г.

Преподаватель

Ефремов М.А.

АННОТАЦИЯ

В данном курсовом проекте осуществлено исследование методов вставки и удаления данных из рандомизированной дерамиды. Для отображения результатов вставки и удаления, реализовано отображение статистики в виде графиков. Также были реализованы случаи худшей вставки и удаления для сравнения результатов.

SUMMARY

In this course project, a study of methods for inserting and deleting data from a randomized treap was carried out. To display the results of insertion and deletion, statistics are displayed in the form of graphs. Worse insertion and deletion cases were also implemented to compare the results.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	5
1.	Анализ задачи	6
1.1.	Основные теоретические сведения	6
2.	Визуализация	7
3.	Анализ результатов	9
4.	Тестирование	11
	Заключение	13
	Список использованных источников	14
	Приложение А. Исходный код программы	15

ВВЕДЕНИЕ

Основной целью данной работы является исследование методов вставки и удаления данных в дерамиде, а также сравнения данных в худшем и лучшем случаях. Дерамиды – это структура данных, хранящая в себе пару элементов (X, Y) , где X являются ключами, а Y – приоритетами. Приоритеты – это случайно генерируемые числа, определяющие положение вставки следующего элемента.

1. АНАЛИЗ ЗАДАЧИ

1.1. Основные теоретические сведения

Дерاميда состоит из двух элементов, ключей и приоритетов.

Предполагается что в дерамиде все ключи и приоритеты дерева различные, левый ключ и приоритет поддерева всегда меньше корня, а в правом поддереве, ключ больше корня, а приоритет меньше.

Если бы приоритетов не было, то обычному бинарному дереву поиска соответствовало множество деревьев, некоторые из которых являются вырожденными (например, в виде цепочки), а поэтому чрезвычайно медленные (операции добавления и удаления выполнялись бы за $O(n)$).

Для создания Дерамиды были описаны следующие функции:

Split – разделяет дерево на два поддерева таким образом, что одно содержит все элементы меньше чем заданные, а второе содержит все элементы больше чем заданные.

Merge – обратная функция **split**, объединяет 2 поддерева и возвращает новое дерево. Функция находит дерево с наибольшим приоритетом и вставляет элемент на данное место, объединяя поддерева в одно.

Данные функции необходимы для функционала вставки (**insert**) и удаления (**erase**). Функция **insert** осуществляет обход по дереву проверяя является ли значение нового элемента больше или меньше, а также проверку приоритетов. Если приоритет нового элемента оказался больше вызывается метод **split** и происходит вставка элемента. Сложность данного алгоритма в лучшем случае $O(\log n)$, а в худшем $O(n)$. Также с помощью данной функции осуществлено построение дерева с сложностью $O(n \log n)$. Функция **erase** производит обход по дереву до нахождения заданного элемента. При нахождении вызывается метод **merge** и на место данного элемента встает поддерево с наименьшим ключом и наибольшим приоритетом. Сложность данного алгоритма в лучшем случае $O(\log n)$, а в худшем $O(n)$.

Для получения ключей дерева, а также обхода всего дерева реализована функция `print`. Обход по дерамиде осуществлен в формате КЛП. А сложность обхода дерева – $O(n)$.

2. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ

Визуализация полученной статистики выполняется с помощью классов QGraphicsScene, QGraphicsView и QCharts фреймворка Qt. Реализована отрисовка дерева (Рисунок 1), а также 3 графика (Рисунок 2). Первый график показывает по оси X – кол-во элементов в дерамиде, а по оси Y – время затраченное на добавление элемента. Второй график показывает по оси X – кол-во удаленных элементов в дерамиде, а по оси Y – время затраченное на удаление элемента. Третий график показывает зависимость вставки и удаления элемента. По оси X – 1000 элементов, которые были вставлены в дерамиду и удалены, по оси Y – затраченное время. Синий график показывает вставку элементов, а зеленый удаление элементов.

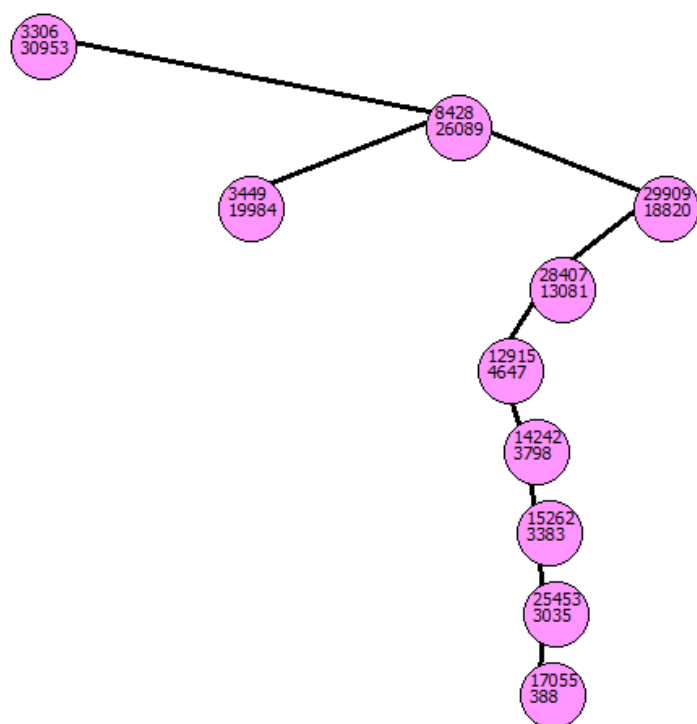


Рисунок 1

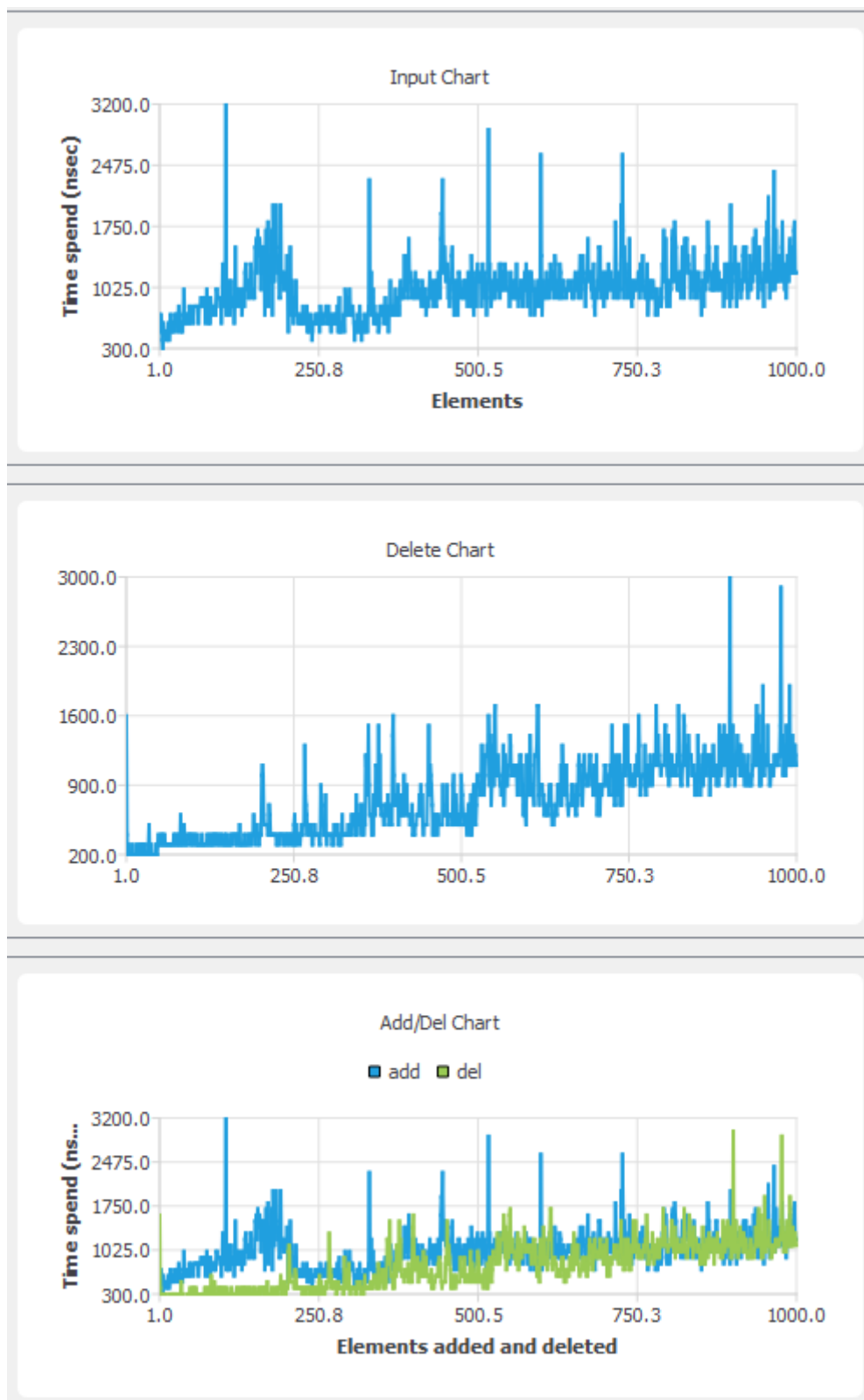


Рисунок 2

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Согласно теории, вставка элементов должна выполняться со сложностью $O(\log n)$, результаты работы программы будут соответствовать теории только при большой выборке, 1000 элементов и больше (см. Рисунок 3 и Рисунок 4). При отображении худшего случая добавление элементов будет выполняться со сложностью $O(n)$ (см. Рисунок 5). При рассмотрении удаления элементов, согласно теории будет осуществляться за $O(\log n)$, что советуется тестам на вставку и удаление 1000 элементов (см. Рисунок 7), а так же удалении большого кол-ва элементов (см. Рисунок 6). Из данных графиков можно сделать вывод: Сложность вставки и удаления элементов $O(\log n)$ в лучшем случае.

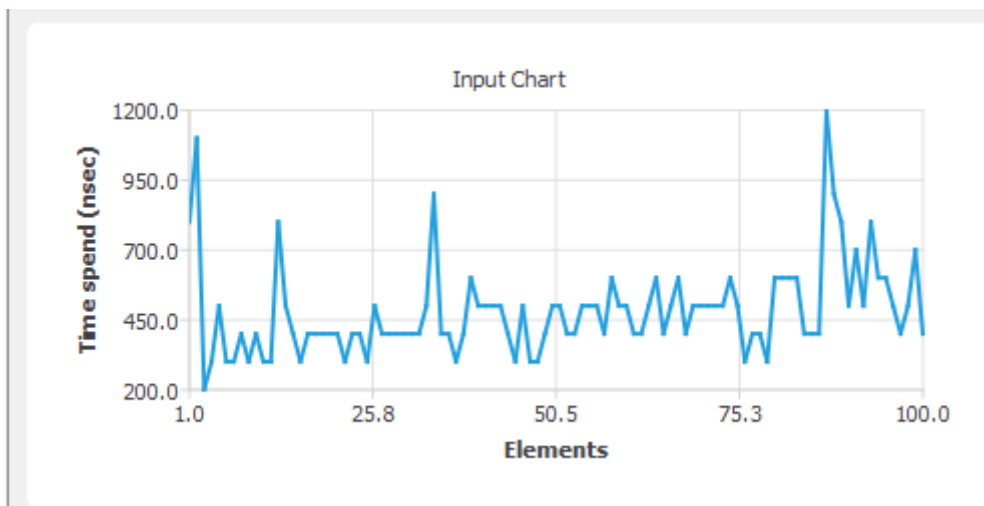


Рисунок 3 Вставка малого кол-ва аргументов

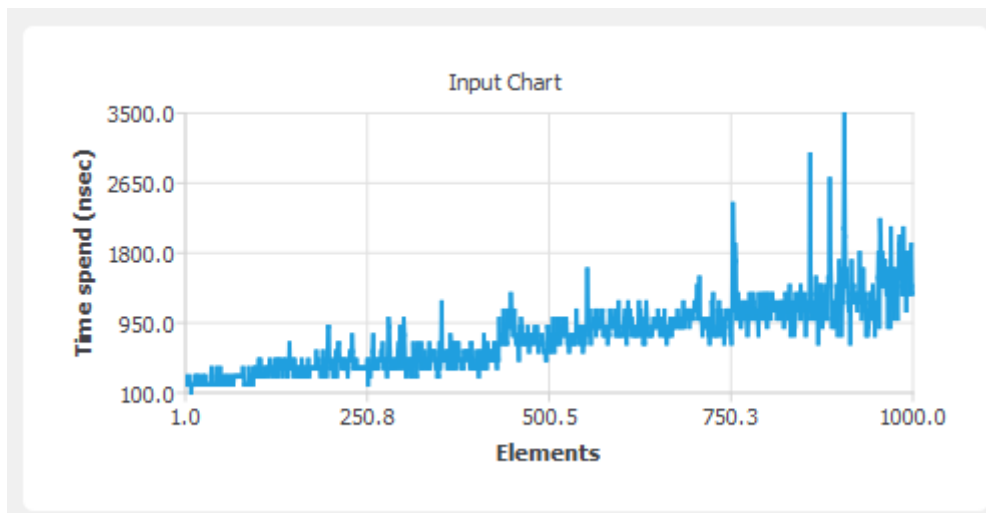


Рисунок 4 Вставка 1000 элементов

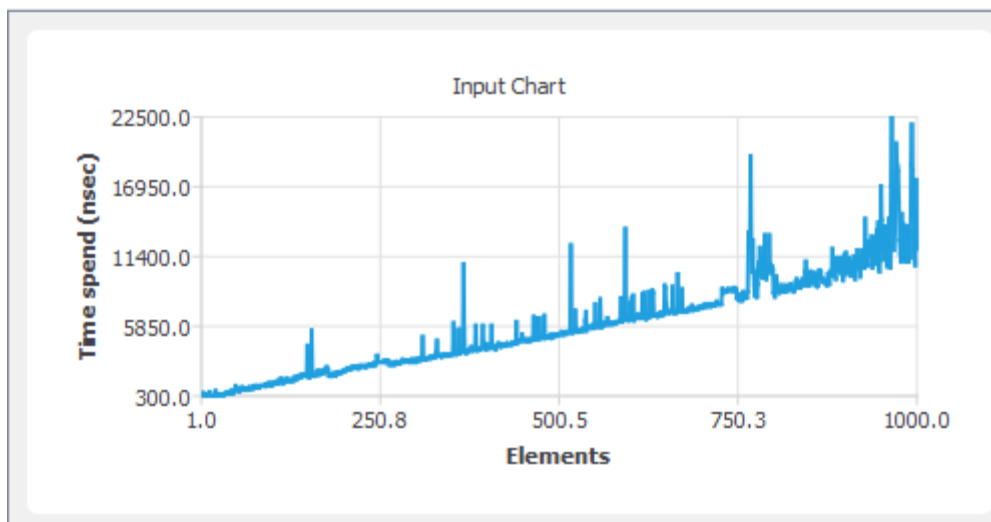


Рисунок 5 Вставка в худшем случае

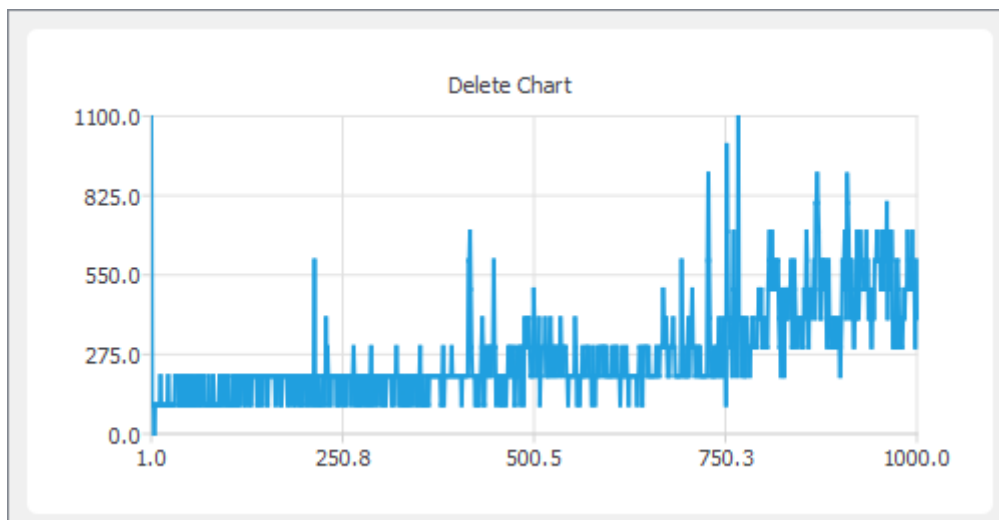


Рисунок 6 Удаление элементов

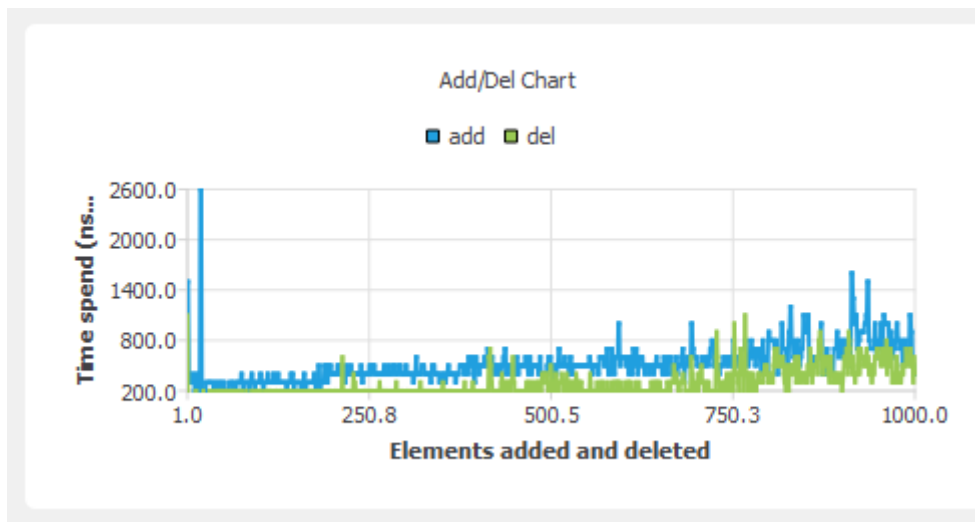


Рисунок 7 Вставка и удаление 1000 элементов

4. ТЕСТИРОВАНИЕ

Результаты тестирования (см. Таблица 1)

Таблица 1 Результаты Тестирования

№ п/п	Входные данные	Выходные данные	Комментарии
1.	Массив случайных чисел из 1000 элементов	Рисунок 8	Ожидаемая сложность вставки и удаления элемента $O(\log n)$, что соответствует графикам
2.	Массив из 1000 элементов. Худший случай дерамиды	Рисунок 9	Ожидаемый результат вставки $O(n)$, что соответствует графику
3.	Массив из 100 элементов	Рисунок 10	Малая выборка кол-ва элементов. Несоответствие сложности $O(\log n)$
4	Массив из 10000 элементов	Рисунок 11	Создание дерева из 10000 элементов с сложностью $O(\log n)$

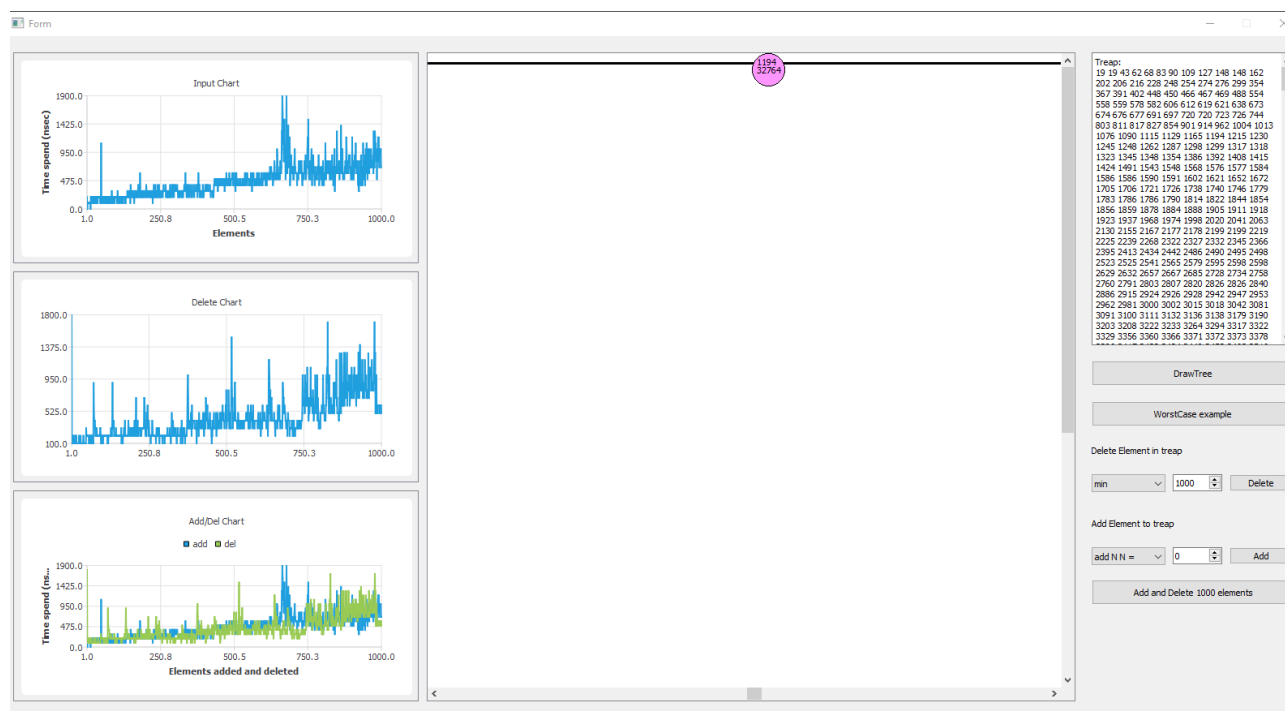


Рисунок 8



Рисунок 9

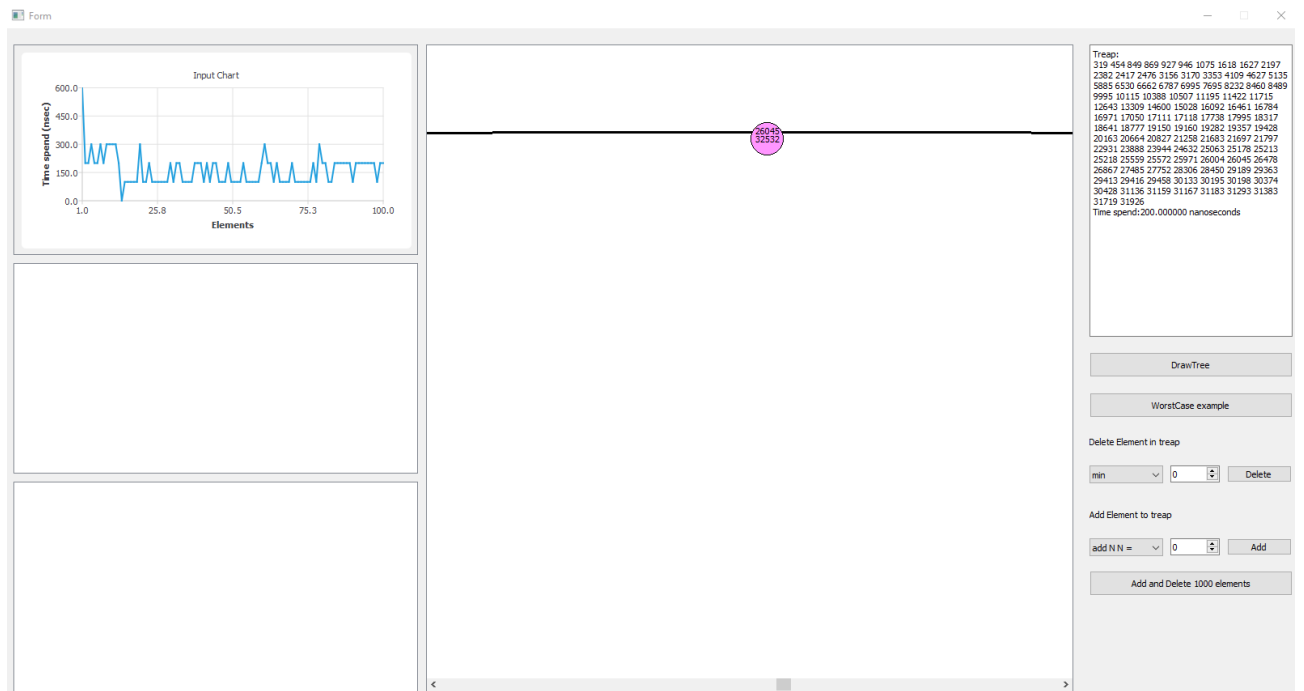


Рисунок 10

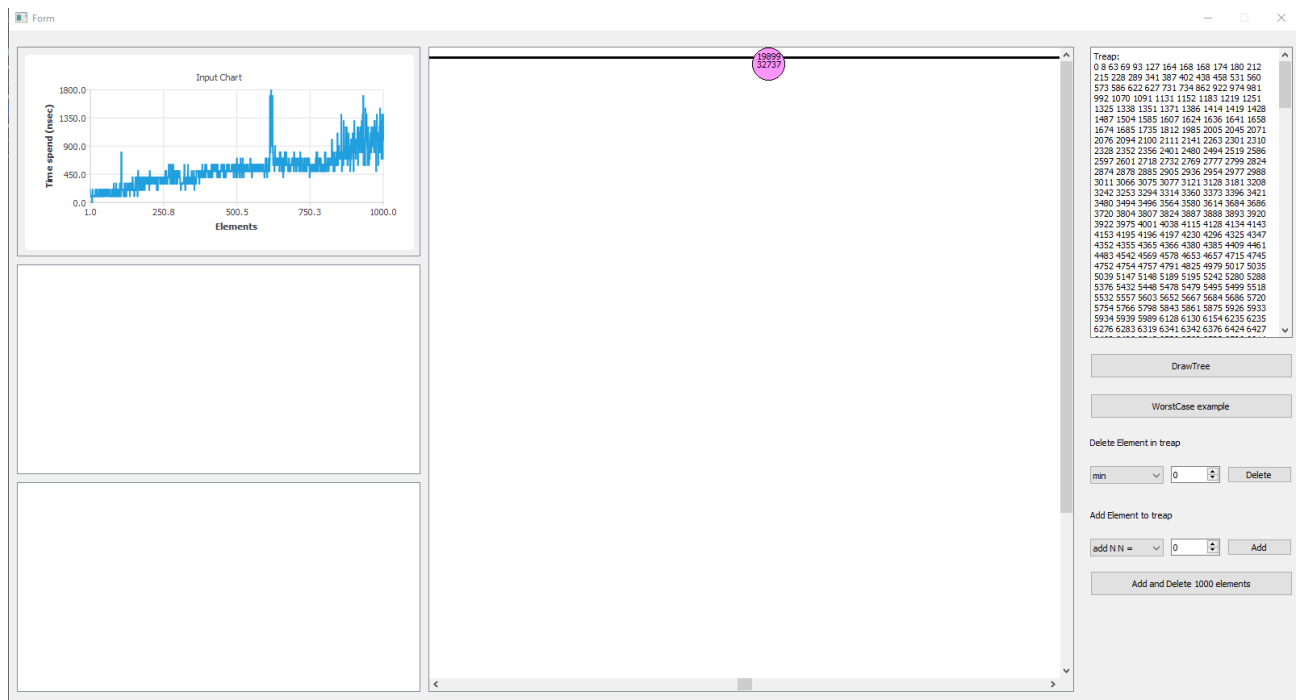


Рисунок 11

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении работы были исследованы методы вставки и удаления из рандомизированной дерамиды, а также было реализовано отображение данных в виде графика и построенного дерева. В ходе исследования была показана сложность вставки и удаления элементов в дерамиде.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Методические указания // umd edu URL: <https://www.cs.umd.edu/class/fa112019/cmsc420-0201/Lects/lect07-treap-skip.pdf>

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: input.h

```
#ifndef INPUT_H
#define INPUT_H

#include <QWidget>
#include <QValidator>
#include <QRegExpValidator>
#include "startmenu.h"

namespace Ui {
class input;
}

class input : public QWidget
{
    Q_OBJECT

public:
    explicit input(QWidget *parent = nullptr);
    ~input();
    std::string getline();

    void setarrsize(int n);
    void setPrior(bool n);

public slots:
    void on_ok_clicked();
    void on_closew_clicked();

private:
    Ui::input *ui;
    StartMenu* sWindow;

    int arraysize;
    bool prior;
};

#endif // INPUT_H
```

Название файла: mainwindow.h

```
#ifndef MAINWINDOW_H
#define MAINWINDOW_H

#include <QMainWindow>
#include <QGraphicsScene>
#include <QGraphicsTextItem>
#include "treap.h"
#include <QTextStream>
#include <QElapsedTimer>
#include <QIntValidator>
#include <QFileDialog>
#include <string>
#include <sstream>
#include "startmenu.h"
#include "input.h"

QT_BEGIN_NAMESPACE
namespace Ui { class MainWindow; }
QT_END_NAMESPACE

class MainWindow : public QMainWindow
{
    Q_OBJECT

public:
    MainWindow(QWidget *parent = nullptr);
    ~MainWindow();

public slots:
    void on_change_clicked();
    void on_inputarray_clicked();

private:
    Ui::MainWindow *ui;
    StartMenu* sWindow;
    input* inWindow;
};
#endif // MAINWINDOW_H
```

Название файла: startmenu.h

```
#ifndef STARTMENU_H
#define STARTMENU_H
```

```

#include <QWidget>
#include <QGraphicsScene>
#include <QGraphicsTextItem>
#include <QtCharts>
#include "treap.h"
#include <QLineSeries>
#include <QPainter>
#include <QTextStream>
#include <QElapsedTimer>
#include <QIntValidator>
#include <QFileDialog>
#include <string>
#include <sstream>

namespace Ui {
class StartMenu;
}

class StartMenu : public QWidget
{
    Q_OBJECT

public:
    explicit StartMenu(QWidget *parent = nullptr);
    ~StartMenu();

    void start();
    void setArrSize(int n);
    void setPrior(bool n);

    void random();
    void ingen(std::string str);
    template<typename T>
    void generate(T* array, size_t s, std::string info, bool prior);

public slots:
    void on_worst_clicked();
    void on_draw_clicked();
    void on_add_clicked();
    void on_deleteb_clicked();

private:
    Ui::StartMenu *ui;
    QGraphicsScene* scene, *chart1_scene, *chart2_scene;
    QLineSeries *series1, *series2;

```

```

QChart *chart1, *chart2;
QChartView *chartView1, *chartView2;

Treap<int>* treap;

std::string info;
int* array, *curr_array;
int arraysize, curr_arraysize, del_arraysize = 0, curr_del = 0, curr_del_last = 0,
time_array[10000], del_array[10000];
bool prior, newprior;

void setArray(std::string str);
void setChart();
void setDelChart();
};

#endif // STARTMENU_H
Название файла: treap.h

#ifndef TREAP_H
#define TREAP_H

#include <iostream>
#include <fstream>
#include <QPainter>
#include <QGraphicsScene>
#include <QGraphicsTextItem>
#include <QPen>
#include <math.h>

template <typename T>
class Treap
{
public:
    Treap() {};
    Treap(T value, int R) : value(value), R(R), Left(nullptr), Right(nullptr) {};

    void erase(T val)
    {
        _erase(root, val);
    }

    void insert(T val, int r)
    {
        _insert(root, new Treap<T>(val, r));
    }

```

```

    }

    void print(std::ostream& streamOut)
    {
        _print(root, streamOut);
    }

    void write(std::ofstream &file)
    {
        _write(root, file);
    }

    void drawTree(QGraphicsScene *scene, int size)
    {
        sz = 2*std::log2(size);
        draw(scene, root, 0);
    }

    void info_expand(std::string &str)
    {
        _info_expand(root, str);
    }
private:

    T value;
    int R;

    Treap *Left, *Right;
    Treap* root = nullptr;
    int sz;
    void split(Treap* t, Treap *&left, Treap *&right, T& val)
    {
        if (t == nullptr)
        {
            left = nullptr;
            right = nullptr;
        }
        else if (t->value > val)
        {
            split(t->Left, left, t->Left, val);
            right = t;
        }
        else
        {
            split(t->Right, t->Right, right, val);

```

```

    left = t;
}
}

void merge(Treap*& t, Treap* left, Treap* right)
{
    if (!left){
        t = right;
        return;
    }
    if (!right){
        t = left;
        return;
    }
    if (left->R >= right->R){
        merge(left->Right, left->Right, right);
        t = left;
    }
    else{
        merge(right->Left, left, right->Left);
        t = right;
    }
}

void _insert(Treap*& t, Treap* v)
{
    if (!t)
        t = v;
    else if (v->R > t->R)
    {
        split(t, v->Left, v->Right, v->value);
        t = v;
    }
    else
    {
        _insert (v->value < t->value ? t->Left : t->Right, v);
    }
}

void _erase (Treap*& t, T key)
{
    if (!t) return;
    if (t->value == key){
        merge(t, t->Left, t->Right);
    }
}

```



```

        else if (t->value > key)
            _erase(t->Left, key);
        else
            _erase(t->Right, key);
    }

void _print(Treap *&t, std::ostream& streamOut)
{
    if (t == nullptr){
        streamOut << std::endl;
        return;
    }
    _print(t->Left, streamOut);
    streamOut << t->value << ' ';
    _print(t->Right, streamOut);
}

void draw(QGraphicsScene *scene, Treap<T> *tr, int index)
{
    int x = 800;
    if (tr){
        if(index == 0){
            drawL(scene, tr->Left, index+1, x/2);
            drawR(scene, tr->Right, index+1, x/2);
            scene-
>addEllipse(x/2,50*(index+1),40,40,QColor(0,0,0),QColor(255,150,255));
            scene->addText(QString().setNum(tr->value))-
>setPos(x/2+2,50*(index+1));
            scene->addText(QString().setNum(tr->R))-
>setPos(x/2+2,50*(index+1)+10);
        }
    }
}

void drawL(QGraphicsScene *scene, Treap<T> *tr, int index, int offset)
{
    if (tr){
        int x = offset - 8*pow(2,sz-index);
        scene->addLine(x + 12.5,50*(index+1)+12.5,offset+12.5,50*index
+12.5,QPen(Qt::black,3));
        drawL(scene, tr->Left, index+1, x);
        drawR(scene, tr->Right, index+1, x);
        scene-
>addEllipse(x,50*(index+1),40,40,QColor(0,0,0),QColor(255,150,255));
        scene->addText(QString().setNum(tr->value))->setPos(x+2,50*(index+1));
    }
}

```

```

        scene->addText(QString().setNum(tr->R))->setPos(x+2,50*(index+1)+10);
    }
}

void drawR(QGraphicsScene *scene, Treap<T> *tr, int index, int offset)
{
    if (tr){
        int x = offset + 8*pow(2,sz-index);
        scene->addLine(x + 12.5,50*(index+1)+12.5,offset+12.5,50*index
+12.5,QPen(Qt::black,3));
        drawL(scene, tr->Left, index+1, x);
        drawR(scene, tr->Right, index+1, x);
        scene-
>addEllipse(x,50*(index+1),40,40,QColor(0,0,0),QColor(255,150,255));
        scene->addText(QString().setNum(tr->value))->setPos(x+2,50*(index+1));
        scene->addText(QString().setNum(tr->R))->setPos(x+2,50*(index+1)+10);
    }
}

void _info_expand(Treap *t, std::string &str)
{
    if (t == nullptr){
        return;
    }
    _info_expand(t->Left, str);
    str.append(std::to_string(t->value));
    str.append(" ");
    _info_expand(t->Right, str);
}
};

```

#endif // TREAP_H

Название файла: input.cpp

#include "input.h"

#include "ui_input.h"

```

input::input(QWidget *parent) :
    QWidget(parent),
    ui(new Ui::input)
{
    ui->setupUi(this);
    QRegExp rx("[0-9 ]*");
    QValidator* validator = new QRegExpValidator(rx, this);
    sWindow = new StartMenu();
    ui->text->setValidator(validator);
}

```

```

}

input::~~input()
{
    delete ui;
}

std::string input::getline()
{
    return qPrintable(ui->text->text());
}

void input::setarrsize(int n)
{
    arraysize = n;
}

void input::setPrior(bool n)
{
    prior = n;
}

void input::on_ok_clicked()
{
    std::string temp = getline();
    sWindow->setArrSize(arraysize);
    sWindow->setPrior(prior);
    sWindow->ingen(temp);
    sWindow->show();
    this->close();
}

void input::on_closew_clicked()
{
    this->close();
}

```

Название файла: main.cpp

```

#include "mainwindow.h"

#include <QApplication>
#include <iostream>
#include <time.h>

```

```
int main(int argc, char *argv[])
{
    QApplication a(argc, argv);
    MainWindow w;
    w.show();
    return a.exec();
}
```

Название файла: mainwindow.cpp

```
#include "mainwindow.h"
#include "ui_mainwindow.h"
#include <iostream>
```

```
MainWindow::MainWindow(QWidget *parent)
    : QMainWindow(parent)
    , ui(new Ui::MainWindow)
{
    ui->setupUi(this);
}
```

```
MainWindow::~MainWindow()
{
    delete ui;
}
```

```
void MainWindow::on_change_clicked()
{
    sWindow= new StartMenu();
    sWindow->show();
    sWindow->setArrSize(ui->arrsize->value());
    sWindow->setPrior(ui->prior->checkState());
    sWindow->random();
}
```

```
void MainWindow::on_inputarray_clicked()
{
    inWindow = new input();
    inWindow->setarrsize(ui->arrsize->value());
    inWindow->setPrior(ui->prior->checkState());
    inWindow->show();
}
```

Название файла: startmenu.cpp

```
#include "startmenu.h"
#include "ui_startmenu.h"
```

```

StartMenu::StartMenu(QWidget *parent) :
    QWidget(parent),
    ui(new Ui::StartMenu)
{
    ui->setupUi(this);
    scene = new QGraphicsScene(0, 0, 800, 800, this);
    chart1_scene = new QGraphicsScene(0, 0, 500, 260, this);
    chart2_scene = new QGraphicsScene(0, 0, 500, 260, this);
    ui->drawview->setScene(scene);
    scene->setSceneRect(scene->itemsBoundingRect());
    chart1 = new QChart();
    chart2 = new QChart();
}

StartMenu::~StartMenu()
{
    delete ui;
}

void StartMenu::start()
{
    ui->textBrowser->clear();
    scene->clear();
    ui->textBrowser->setText("Treap visualization\n");
}

void StartMenu::setArrSize(int n)
{
    arraysize = n;
}

void StartMenu::setPrior(bool n)
{
    prior = n;
}

void StartMenu::random()
{
    start();
    info = "Randomly generated array:\nO(nlogn)\nInserting the keys one at a time\n";
    array = new int[arraysize];
    for (int i = 0; i < arraysize; i++ ) {
        array[i] = rand();
    }
}

```

```

void StartMenu::ingen(std::string str)
{
    start();
    info = "Generate treap from input:\nO(nlogn)\nArray:\n";
    std::stringstream ss;
    int tempcnt = 0;
    array = new int[arraysize];
    ss << str;
    for (int i = 0; !ss.eof() && (i < arraysize); i++){
        tempcnt++;
        ss >> array[i];
    }
    setArrSize(tempcnt);
}

void StartMenu::on_worst_clicked()
{
    start();
    info = "Worst Case treap:\nO(n)\nSorted array without rand() or prev.rand <
new.rand\n";
    newprior = false;
    int wc[arraysize];
    for (int i = 0; i < arraysize; i++)
        wc[i] = i+1;
    generate<int>(wc, arraysize, info, false);
}

void StartMenu::on_draw_clicked()
{
    start();
    info = "Treap:\n";
    newprior = prior;
    generate<int>(array, arraysize, info, prior);
}

void StartMenu::on_add_clicked()
{
    int temp = ui->spinBox->value();
    QElapsedTimer timer;
    std::string temparray;
    if (newprior){
        timer.start();
        treap->insert(temp, rand());
    }
}

```

```

else
{
    timer.start();
    treap->insert(temp, rand()%1);
}
int tmr = timer.nsecsElapsed();
time_array[curr_arraysize++] = tmr;
treap->info_expand(temparray);
setArray(temparray);
setChart();
scene->clear();
treap->drawTree(scene, curr_arraysize);
}

void StartMenu::on_deleteb_clicked()
{
    QElapsedTimer timer;
    std::string temparray;
    bool exist = false;
    if (curr_arraysize == 0) return;
    switch (ui->comboBox->currentIndex()) {
    case 0:
        timer.start();
        treap->erase(curr_array[0]);
        del_array[del_arraysize++] = timer.nsecsElapsed();
        curr_arraysize--;
        break;
    case 1:
        for (int i = 0; i < curr_arraysize; i++){
            if (ui->delbox->value() == curr_array[i])
                exist = true;
        }
        if (!exist) return;
        timer.start();
        treap->erase(ui->delbox->value());
        del_array[del_arraysize++] = timer.nsecsElapsed();
        curr_arraysize--;
        break;
    case 2:
        timer.start();
        treap->erase(curr_array[curr_arraysize-1]);
        del_array[del_arraysize++] = timer.nsecsElapsed();
        curr_arraysize--;
        break;
    }
}

```

```

    treap->info_expand(temparray);
    setArray(temparray);
    setChart();
    setDelChart();
    scene->clear();
    treap->drawTree(scene, curr_arraysize);
}

void StartMenu::setArray(std::string str)
{
    std::stringstream ss;
    curr_array = new int[curr_arraysize];
    ss << str;
    for (int i = 0; i < curr_arraysize; i++)
        ss >> curr_array[i];
}

void StartMenu::setChart()
{
    chart1->legend()->hide();
    chart1->removeAllSeries();
    series1 = new QLineSeries();
    for (int i = 0; i < curr_arraysize; i++)
    {
        *series1 << QPoint(i+1, time_array[i]);
    }
    chart1->addSeries(series1);
    chart1->createDefaultAxes();
    chart1->setTitle("Input Chart");
    chartView1 = new QChartView(chart1);
    chartView1->setRenderHint(QPainter::Antialiasing);
    chartView1->resize(500, 260);
    chart1_scene->addWidget(chartView1);
    ui->chart_1->setScene(chart1_scene);
}

void StartMenu::setDelChart()
{
    chart2->legend()->hide();
    chart2->removeAllSeries();
    series2 = new QLineSeries();
    for (int i = 0; i < del_arraysize; i++)
    {
        *series2 << QPoint(i+1, del_array[i]);
    }
}

```



```

chart2->addSeries(series2);
chart2->createDefaultAxes();
chart2->setTitle("Delete Chart");
chartView2 = new QChartView(chart2);
chartView2->setRenderHint(QPainter::Antialiasing);
chartView2->resize(500, 260);
chart2_scene->addWidget(chartView2);
ui->chart_2->setScene(chart2_scene);
}

```

```

template<typename T>
void StartMenu::generate(T *array, size_t s, std::string info, bool prior)
{
    QElapsedTimer timer;
    std::string temparray;
    int temp = 0, tmr = 0;
    treap = new Treap<int>();
    for (size_t t = 0; t < s; t++)
    {
        if (prior){
            timer.start();
            treap->insert(array[t], rand());
            temp = timer.nsecsElapsed();
        }
        else
        {
            timer.start();
            treap->insert(array[t], rand()%1);
            temp = timer.nsecsElapsed();
        }
        time_array[t] = temp;
        tmr += temp;
    }
    curr_arraysize = arraysize;
    treap->info_expand(info);
    treap->info_expand(temparray);
    setArray(temparray);
    info.append("\nTime spend:");
    info.append(std::to_string(tmr));
    info.append(" nanoseconds");
    ui->textBrowser->setText(QString::fromStdString(info));
    treap->drawTree(scene, arraysize);
    curr_del_last = arraysize;
    setChart();
    chart2->removeAllSeries();
}

```

```
del_arraysize = 0;  
curr_del = 0;  
}
```