

## Contexto Estruturado - Propriedades Métricas dos Triângulos

Use este material como base de conhecimento para gerar questões em três níveis (Fácil / Intermediário / Difícil) para estudantes do Ensino Médio.

### 1. Objetivos gerais

- Revisar semelhança de triângulos, o teorema fundamental da proporcionalidade (Tales), o Teorema de Pitágoras e apresentar os principais pontos notáveis: baricentro, ortocentro e incentro.

### 2. Semelhança de Triângulos

Item | Essência

Definição: Dois  $\Delta$  são semelhantes se seus ângulos correspondentes são congruentes e as razões dos lados correspondentes são iguais (razão  $k$ ).

Critérios: AA (dois ângulos), LAL (lado-ângulo-lado proporcional), LLL (três razões de lados).

Teorema fundamental da proporcionalidade: Se  $EF \parallel BC$  em  $\Delta ABC$ , então  $AB/AE = AC/AF = BC/EF$ .

Conversa paralela  $\leftrightarrow$  proporção:  $AB/AE = AC/AF$  implica  $EF \parallel BC$  e vice-versa.

### 3. Relações Métricas Especiais

Tema | Formulação

Áreas com a mesma altura: Para paralelogramos ou triângulos de mesma altura, as áreas são proporcionais às bases.

Teorema de Pitágoras: Em  $\Delta$  retângulo,  $a^2 = b^2 + c^2$ .

Recíproca de Pitágoras: Se para três lados vale  $a^2 = b^2 + c^2$ , então o triângulo é retângulo oposto ao lado  $a$ .

### 4. Pontos Notáveis

Ponto | Construção & Propriedades | Uso em Questões

Baricentro (G): Interseção das medianas; distância aos vértices é  $2/3$  da mediana. | Divisão de segmentos, equilíbrio.

Ortocentro (H): Concorrência das alturas; posição depende do tipo de triângulo. | Ângulos retos, problemas de posição.

Incentro (I): Concorrência das bissetrizes internas; centro da circunferência inscrita. | Distâncias iguais aos lados, raios etc.

### 5. Sugestões de Tipos de Questão

Nível | Exemplos de foco

Fácil:

- Aplicar Pitágoras em triângulos simples.
- Identificar triângulos semelhantes e lados proporcionais.
- Determinar baricentro em triângulo equilátero.

Intermediário:

- Combinar semelhança + Pitágoras para comprimentos ocultos.
- Verificar paralelismo via proporção.
- Calcular raio da circunferência inscrita dado perímetro e área.

Difícil:

- Problemas envolvendo baricentro e ortocentro.
- Demonstrar concorrência de retas usando áreas.
- Provar reciprocidade (paralelismo ou triângulo retângulo).

### 6. Convenções de Nomenclatura para Perguntas

- Triângulo padrão:  $\Delta ABC$ ; lados opostos a A, B, C:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
- Pontos em lados:  $E \in AB$ ,  $F \in AC$ , etc.
- Relações de semelhança: use razão  $k$  ou específica (ex.:  $AB/DE$ ).
- Unidades: mantenha consistência (cm, m).

#### 7. Estratégia de Geração de Questões

- Selecionar conceito-alvo (ex.: AA, Pitágoras, incentro).
- Definir estrutura geométrica (triângulo único, paralelas, medianas etc.).
- Escolher dados numéricos coerentes com o nível de dificuldade.
- Verificar unicidade da solução usando as relações citadas.
- Incluir variações: cálculos, demonstrações, provas de posição ou paralelismo.