Aufgabe 1 (Baumdiagramm)

In einer Produktion werden Bauteile einzeln auf Fehler kontrolliert. Jedes Bauteil wird dabei entweder als fehlerfrei (F) oder defekt (D) gekennzeichnet. Im Durchschnitt sind 10% aller Bauteilte defekt. In einer Stichprobe werden vier Bauteile der laufenden Produktion entnommen.

(a) Zeichnen Sie ein geeignetes Baumdiagramm zum Kontrollvorgang.

(b) Berechnen Sie die $P(X = 1)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau ein Bauteil defekt ist.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle Bauteile defekt sind.

Aufgabe 2 (HIV-Test)

In einer Bevölkerung geht man davon aus, dass 10% aller Menschen mit HIV infiziert sind. Ein entsprechender Schnelltest liefert in beiden Fällen mit einer Genauigkeit von 99% die korrekte Diagnose.

(a) Zeichnen Sie ein geeignetes Baumdiagramm für die Teilereignisse 'infiziert' und 'Test positiv'.

(b) Erfassen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Testergebnisse in einer Vierfeldertafel.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine erkrankte Person fälschlicherweise als negativ getestet wird (sog. *false negative*).

(d) Bestimmen Sie analog die Wahrscheinlichkeit für einen *false positive*.

Aufgabe 3 (Bedingte Wahrscheinlichkeit)

In einem Stadtteil sind 30% der Einwohner über 70 Jahre alt, davon sind 40% Männer. Unter den jüngeren Einwohnern (bis 70 Jahre) beträgt der Anteil der Männer 50%. Bestimmen Sie wieviele Prozent der Männer höchstens 70 Jahre alt sind.

Aufgabe 4 (Unabhängigkeit von Ereignissen)

Es werde ein Zufallsexperiment durch Würfeln mit einem sechsseitigen idealen L-Würfel durchgeführt.

(a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass fünfmal hintereinander eine 6 gewürfelt wird.

(b) Angenommen, Sie haben fünfmal hintereinander eine 6 gewürfelt. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass im nächsten Wurf wieder eine 6 fällt.

(c) Prüfen Sie, ob die Ereignisse 'Werfen einer 6 im ersten Wurf' und 'Werfen einer 6 im zweiten Wurf' stochastisch unabhängig sind.