Liebe KAI 19a und ITA 19, für die Kalenderwochen 17 und 18 habe ich die folgenden Übungen für Sie vorgesehen. Bitte bearbeiten Sie diese nach bestem Wissen und Gewissen bis zum 03.05.2020.
Zur Information über den weiteren Verlauf der Inhalte im Fach Mathematik finden Sie hinter den Aufgaben eine Themenübersicht für die Oberstufe. (Der Punkt *Prüfungsvorbereitung*) ist natürlich (nach heutigem Stand) nur für die KA unter Ihnen von Bedeutung.
Schauen Sie sich die Graphen der Funktionen, die bei den Definitionen als Beispiele genannt werden, gerne zum Beispiel mit *PhotoMath* an, indem Sie die Gleichung fotografieren. Ich wünsche Ihnen viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Definition Sattelpunkt

Ein *Sattelpunkt* ist ein Punkt auf dem Graphen einer Funktion f, der eine waagerechte Tangente besitzt, aber kein Extrempunkt ist. Die Krümmung im Sattelpunkt beträgt null. Im Sattelpunkt gilt also $f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$.
Sattelpunkte können bei ganzrationalen Funktionen nur auftreten, wenn diese mindestens vom dritten Grad, d. h. kubisch sind. Ein Sattelpunkt ist stets zugleich auch ein Wendepunkt. Beispiele für Funktionen mit Sattelpunkt sind etwa $f(x) = x^3$ oder $g(x) = x^4 - 4x^3$.

Definition Achsensymmetrie (zur Ordinate)

Der Graph einer Funktion f ist achsensymmetrisch zur y-Achse (Ordinate), wenn $f(x) = f(-x)$ für alle $x \in D_f$ gilt. In der Gleichung von f treten dann nur Potenzterme mit geradem Exponenten (dazu gehört auch 0) auf.
Beispiele: $f(x) = -x^2 + 6$; $g(x) = 4x^4 + 12x^2 - 96$

Definition Punktsymmetrie (zum Ursprung)

Der Graph einer Funktion f ist punktsymmetrisch zum (Koordinaten-)Ursprung, wenn $f(x) = -f(-x)$ für alle $x \in D_f$ gilt. In der Gleichung von f treten dann nur Potenzterme mit ungeradem Exponenten auf.
Beispiele: $f(x) = 5x$; $g(x) = -2x^3 + 18x$

Info Steckbriefaufgabe

Bei den sogenannten *Steckbriefaufgaben* geht es darum, anhand von Informationen über den Verlauf eine Funktion die Funktionsgleichung zu ermitteln. Mithilfe der Informationen in den Beschreibungstexten der Aufgaben sollen Sie Bedingungsgleichungen für die Funktion ermitteln. (Das Lösen der entstehenden Gleichungssysteme behandeln wir aber erst in der Oberstufe.)

Beispielaufgabe 1

Aufgabe Eine ganzrationale Funktion dritten Grades hat eine Nullstelle bei $x = 2$ und einen Hochpunkt bei $H(4|16)$. Die Steigung an der Stelle $x = 6$ beträgt -5.

Lösung Allgemeine Form für Funktion dritten Grades: $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$.
Ableitungen der allgemeinen Form:
$f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$
$f''(x) = 6a \cdot x + 2b$

$$\begin{array}{lcl} \text{..Nullstelle bei } x = 2 & \Longrightarrow & f(2) = 0 \\ \text{..Hochpunkt bei } H(4|16): & \Longrightarrow & f(4) = 16 \\ \text{..Hochpunkt bei } H(4|16): & \Longrightarrow & f'(4) = 0 \\ \text{..Steigung betraegt} & \Longrightarrow & f'(6) = -5 \end{array}$$

Das sind die Bedingungsgleichungen, die die beschriebene Funktion erfüllen muss. Die "Übersetzung" der Textbausteine in die Formeln finden Sie auf Seite 280 im roten Mathematikbuch aufgelistet. Lesen Sie einfach nach, welcher Text zu welcher Bedingung passt.

Beispielaufgabe 2

Aufgabe Eine ganzrationale Funktion vierten Grades ist achsensymmetrisch, hat einen Wendepunkt bei $W(2|4)$ und eine Nullstelle bei $x = 3$.

Lösung Allgemeine Form für Funktion vierten Grades: $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$.
Wegen der Achsensymmetrie können nur gerade Exponenten auftreten. Also $f(x) = a \cdot x^4 + c \cdot x^2 + e$.
Ableitungen der allgemeinen Form:
$f'(x) = 4a \cdot x^3 + 2c \cdot x$
$f''(x) = 12a \cdot x + 2c$

$$\begin{array}{lcl} \text{..Wendepunkt bei } W(2|4): & \Longrightarrow & f(2) = 4 \\ \text{..Wendepunkt bei } W(2|4): & \Longrightarrow & f''(2) = 0 \\ \text{..Nullstelle bei } x = 3 & \Longrightarrow & f(3) = 0 \end{array}$$

Aufgabe

Bitte bearbeiten Sie im roten Mathematikbuch auf Seite 309 alle Aufgaben außer Nummer 5,8,9 und 10. Verwenden Sie zum Aufstellen der Gleichungen die tabellarische Übersicht auf Seite 280 und orientieren Sie sich an den beiden obigen Beispielen.

Themenübersicht Oberstufe

- Integralrechnung und graphisches Ableiten
- Lineare Gleichungssysteme mit eindeutiger Lösung mit dem Gauss-Verfahren lösen
- Grundlagen der Matrizenrechnung (Rechenoperationen und -gesetze)
- Mehrstufige Produktionsprozesse
- Stochastische Übergangsprozesse
- Prüfungsvorbereitung (nur KA)
- Exponentialfunktionen (nur ITA; optional für KA)
- Leontief-Modell und Simplexalgorithmus (optional für KA und ITA)