## Aufgabe 1

Die Zahl 20 soll so in zwei Summanden zerlegt werden, dass

(a) ihr Produkt möglichst groß ist.

(b) die Summe ihrer Quadrate möglichst klein ist.

## Aufgabe 2

In einer Wohnsiedlung, die durch zwei Häuserfronten längs der Koordinatenachsen und einen Fußweg begrenzt wird, dessen Verlauf der Funktion $e^{-0,5x}$; $x \geq 0$ entspricht, sollen Möglichkeiten für Freizeitsport geschaffen werden. Im Zentrum dieses Gebiets soll eine möglichst große rechteckige Sportfläche für Fußballspiele entstehen.

(a) Berechnen Sie die Maße dieser maximalen Fläche, deren einer Eckpunkt mit dem Fußweg zusammenfällt.

## Aufgabe 3

Der Sicherheitsabstand $s(v)$ zweier mit der Geschwindigkeit $v$ (in km/h) fahrender Autos beträgt $s(v) = \frac{v^2}{100} + \frac{v}{3,6} + 6$. Für eine Autokolonne, die eine 1000 m lange Messstrecke in einer Stunde passiert, wird die Verkehrsdichte durch die folgende Gleichung angegeben: $y(v) = \frac{1000v}{s(v)}$.

(a) Ermitteln Sie durch Differentiation die optimale Geschwindigkeit für eine maximale Verkehrsdichte.

(b) Bestimmen Sie, wie viele Autos die Messstrecke in einer Stunde mit der optimalen Geschwindigkeit durchfahren können.

## Aufgabe 4

Bei einem Versuch wird ein Körper in einem großen Bassin einer Strömung ausgesetzt. Der Körper hat eine Eigengeschwindigkeit von 10 m/sec. Er soll 500 m hin- und 180 m zurückschwimmen.

(a) Berechnen Sie, wie groß die Strömungsgeschwindigkeit sein muss, damit die gesamte Strecke in der kürzestmöglichen Zeit zurückgelegt werden kann.

# Lösungen

## Aufgabe 1

(a) Zielfunktion $f(a,b) = a \cdot b$, Nebenbedingung $b = 10 - a$. Also $f(a) = a(10-a)$. Lösung $a = 10, b = 10$.

(b) Zielfunktion $f(a,b) = a^2 + b^2$, Nebenbedingung $20 - a$. Also $f(a) = a^2 + (20-a)^2$. Lösung $a = 10, b = 10$.

## Aufgabe 2

Zielfunktion $f(x,y) = x \cdot y$, Nebenbedingung $y = e^{-0.5x}$. Also $f(x) = x \cdot e^{-0.5x}$. Dann $f'(x) = (1 - 0.5x) \cdot e^{-0.5x}$. Lösung $x = 2$, also $f(2) = 0.74$.

## Aufgabe 3

(a) $y'(v) = \frac{-10v^2+6000}{(\frac{v^2}{100}+\frac{v}{3,6}+6)^2}$. $y'(v) = 0 \Leftrightarrow v = 24,49$.

(b) $s(24,49) \approx 18,8$. Anzahl der Autos $a(s) = \frac{1000}{18,8} \approx 53$. Der Sicherheitsabstand ist hier bereits in der Autolänge enthalten.

## Aufgabe 4

Gesamtzeit $t = t_1 + t_2$. Hinweg $500 = 10t_1 + v_s \cdot t_1$. Rückweg $180 = 10t_2 - v_s \cdot t_2$. Also $t(v_s) = \frac{500}{v_s+10} + \frac{180}{-v_s+10}$. Dann $t'(v_s) = 0 \Leftrightarrow v_s = 2,5$.