

算法设计与分析习题

Phase III: 选择与查找

- 8.2, 8.4, 8.5, 8.6, 8.8, 8.9
- 9.4, 9.6, 9.8, 9.12

☐ 1 (不同哈希表的存储效率) 哈希表 H 在闭哈希 (*closed-address hashing*) 方法下是一个链表头组成的数组, 而在开哈希 (*open-address hashing*) 方法下是一个关键字的数组。假设一个关键字需要一个单位的存储, 而一个链表节点需要两个单位的存储, 其中一个存放关键字, 另一个存放链表节点的指针。考虑在闭散列下如下的负载因子: $0.25, 0.5, 1.0, 2.0$ 。设 h_C 是使用闭哈希时哈希表的大小 (即链表头数组初始时有多少空位)。

1. 请计算闭哈希表的空间消耗。假设同样的空间用于开散列表, 它的负载因子会是多少?
2. 假设一个关键字要占据 4 个单位的存储, 而一个表节点需要 5 个单位的存储 (4 个用于关键字, 一个用于指针), 请再次计算上一问中的问题。

☐ 2 (平摊分析) 现在有一个由数组组成的集合, 数组 i 的大小是 2^i 。每个数组不是空 (没有元素) 就是满的 (填满元素)。例如, 11 个元素存储在下面的数组里:

$A_0 : [a_1]$
 $A_1 : [a_2, a_3]$
 $A_2 : \text{empty}$
 $A_3 : [a_4, a_5, \dots, a_{11}]$

现在插入一个新的元素, 称作 a_{12} 。首先创建一个新的大小为 1 的数组存放 a_{12} , 现在我们查看 A_0 是否为空, 如果 A_0 为空, 那么就令这个新数组成为 A_0 ; 如果不为空 (如上面的例子), 就将这个新数组和 A_0 合并为一个新的数组 (在上面的例子中 A_0 就变为 $[a_1, a_{12}]$), 并且再继续查看 A_1 是否为空, 如果 A_1 为空, 就令这个新的 A_0 成为 A_1 ; 如果不为空, 则将其和 A_1 合并, 并且继续查看 A_2 , 反复执行上述操作。所以, 在上面的例子中插入 a_{12} , 我们最终得到的新的数组的集合是:

$A_0 : \text{empty}$
 $A_1 : \text{empty}$
 $A_2 : [a_1, a_2, a_3, a_{12}]$
 $A_3 : [a_4, a_5, \dots, a_{11}]$

现在我们另创建一个新的大小为 1 的数组的开销是 1 ，合并两个大小分别为 m 的数组的开销为 $2m$ ，所以上面的例子所需要的总开销是 $1+2+4$ 。请用平摊分析的方法分析插入操作的复杂度。

☐ **3** 使用两个后进先出的栈可以实现一个先进先出的队列。假设有三个操作，*push*（压栈）、*pop*（出栈）和 *empty*（判断是否为空），每个操作的代价都是 1 。

- 请用上述栈的操作实现一个队列。
- 利用平摊分析法分析你所提算法的时间复杂度。

Phase II: 排序

- 6.8, 6.9, 6.10, 6.13, 6.15
- 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.6

Phase I: 准备知识

- 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.6, 1.7
- 2.2, 2.3, 2.5, 2.6, 2.7, 2.15, 2.17, 2.18, 2.20
- 3.2, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7