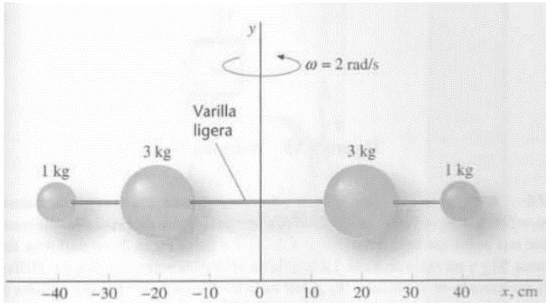
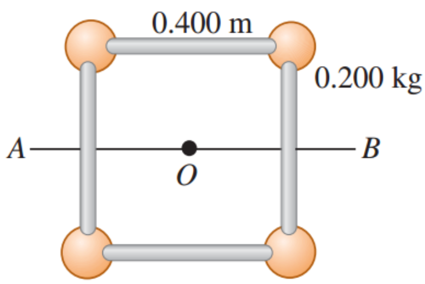
1. Las partículas están unidas por una varilla muy ligera cuyo momento de inercia pude despreciarse. Giran alrededor del eje con velocidad angular de 2 rad/s. a) Obtener la velocidad de cada partícula y la energía cinética del sistema. b) Calcular el momento de inercia alrededor del eje Y, y utilizarlo para encontrar la energía cinética.
Solución: $1.12\ \mathrm{J};\ 0.560\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$



2. Cuatro esferas pequeñas, que pueden considerarse como puntos con masa de 0.200 kg cada una, están dispuestas en un cuadrado de 0.400 m de lado, conectadas por varillas muy ligeras. Calcule el momento de inercia del sistema alrededor de un eje a) que pasa por el centro del cuadrado, perpendicular a su plano (que pasa por O en la figura); b) que biseca el cuadrado (pasa por la línea AB en la figura); c) que pasa por los centros de las esferas superior izquierda e inferior derecha y por el punto O.
Solución: a) $0.0640\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$; b) $0.0320\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$; c) $0.0320\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$



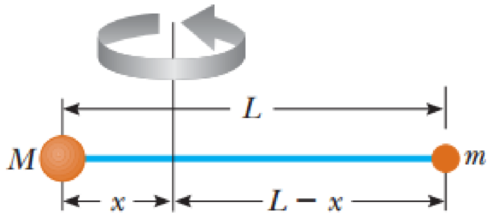
3. Una bola sólida de masa 1.4 kg y diámetro 15 cm gira alrededor de su diámetro a 70 rev/min. A) ¿Cuál es su energía cinética? B) Si se suministran 2 J de energía a su energía de rotación, ¿cuál será la nueva velocidad angular de la bola?
Solución: a) $84.6\ \mathrm{mJ}$; b) $347\ \mathrm{rev/min}$

4. Dos masas puntuales m_1 y m_2 están conectadas por una varilla de longitud L y cuya masa se puede considerar despreciable. El conjunto gira alrededor de su centro de masa con una velocidad angular. Demostrar que la relación entre las energías cinéticas de ambas masas es $K_1/K_2 = m_2/m_1$.

5. Suponiendo que la tierra es una esfera homogénea de masa $6.0\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$ y radio $6.4\cdot 10^{6}\ \mathrm{m}$, determinar la energía cinética de rotación de la Tierra alrededor de su eje comparándola con la energía cinética del movimiento del centro de masas de la Tierra en su órbita alrededor del Sol. El radio de la órbita terrestre es de $1.5\cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$.
Solución: $2.60\cdot 10^{29}\ \mathrm{J};\ \approx 10^4$

6. Un disco uniforme de masa M y radio R puede girar libremente respecto a un eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano del disco. Se sujeta una pequeña partícula de masa m al borde del disco y en su parte superior, directamente encima del eje de rotación. El sistema se hace girar inicialmente con suavidad. a) ¿Cuál es la velocidad angular del disco cuando la partícula se encuentra en el punto más bajo de su trayectoria? b) ¿En ese punto, ¿cuál es la fuerza ejercida por el disco sobre la partícula para que ésta permanezca en reposo?
Solución: a) $\sqrt{\frac{8mg}{R(2m+M)}}$; b) $mg\left(1+\frac{8m}{2m+M})\right)$

7. Dos bolas con masas M y m se conectan mediante una barra rígida de longitud L y masa despreciable. Para un eje perpendicular a la barra, muestre que el sistema tiene el momento de inercia mínimo cuando el eje pasa a través del centro de masa. Demuestre que este momento de inercia es $I = \mu L^2$, donde $\mu = Mm/(M+m)$

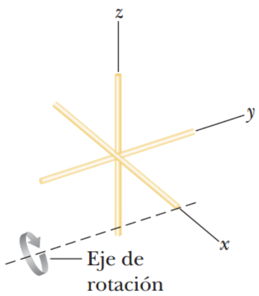


8. Una polea sin fricción tiene la forma de un disco sólido uniforme de masa 2.50 kg y radio 20.0 cm. Una piedra de 1.50 kg se une a un alambre muy delgado que se enrolla alrededor del borde de la polea y el sistema se libera del reposo. a) ¿Qué tan lejos debe caer la piedra para que la polea tenga 4.50 J de energía cinética? b? ¿Qué porcentaje de la energía cinética total tiene la polea?
Solución: a) $0.673\ \mathrm{m}$; b) 45.5%

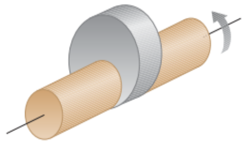
9. Mediante el sistema mostrado en la figura se puede levantar un coche de 1200 kg situado a 5.0 m sobre la superficie del agua. En ese momento se rompen los engranajes del torno y el coche cae desde el reposo. Durante la caída del coche no hay deslizamiento entre la cuerda, la polea y el tambor. ¿Cuál es la velocidad con la que el coche golpea la superficie del agua? Datos: momento de inercia del tambor 320 kg·m^2, momento de inercia de la polea 4 kg·m^2, radio del tambor 80 cm y radio de la polea 30 cm.
Solución: a) $8.21\ \mathrm{m/s}$

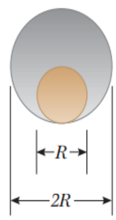
10. Una varilla delgada uniforme de masa M y longitud L se dobla por su centro de manera que los dos segmentos son ahora perpendiculares entre sí. Encuentre el momento de inercia alrededor de un eje perpendicular a su plano y que pasa por a) el punto donde se cruzan los dos segmentos y b) el punto medio de la recta que conecta los dos extremos.
Solución: a) $ML^2/12$; b) $ML^2/12$

11. Tres barras delgadas idénticas, cada una de longitud L y masa m, se sueldan mutuamente perpendiculares. El ensamble da vueltas en torno a un eje que pasa por el extremo de una barra y es paralelo a la otra. Obtener el momento de inercia de esta estructura.
Solución: $11mL^2/12$

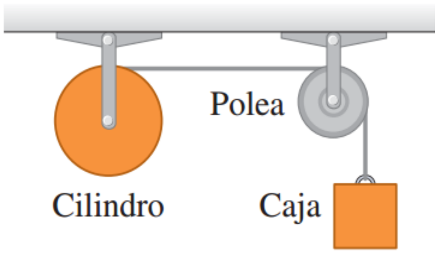


12. La leva de la imagen es un disco circular giratorio sobre un eje que no pasa a través del centro del disco. En la fabricación de la leva, primero se elabora un cilindro sólido uniforme de radio R. Luego se taladra un agujero fuera del centro, de radio $R/2$, paralelo al eje del cilindro y con centro en un punto a una distancia $R/2$ desde el centro del cilindro. Después la leva, de masa M, se desliza sobre la flecha circular y se suelda en su lugar. ¿Cuál es la energía cinética de la leva cuando gira con rapidez angular ω en torno al eje del árbol?
Solución: $(23/48)MR^2\omega^2$





13. El cilindro y la polea giran sin fricción en torno a ejes horizontales estacionarios que pasan por su respectivo centro. Se enrolla una cuerda ligera en el cilindro, la cual pasa por la polea y tiene una caja de 3.00 kg suspendida de su extremo libre. No hay deslizamiento entre la cuerda y la superficie de la polea. El cilindro uniforme tiene masa de 5.00 kg y radio de 40.0 cm. La polea es un disco uniforme con masa de 2.00 kg y radio de 20.0 cm. La caja se suelta desde el reposo y desciende mientras la cuerda se desenrolla del cilindro. Calcular la celeridad que tiene la caja cuando ha caído 1.50 m.



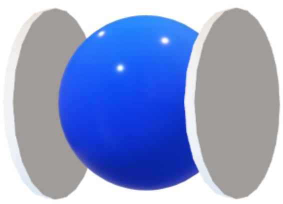
Solución: $3.68\ \mathrm{m/s}$

14. Se dispone de dos bloques uniformes de Kryptonita. Uno de ellos es más largo que el otro por un factor H en todas las dimensiones. ¿Cuál es la relación entre los momentos de inercia alrededor de un eje que pasa por cada bloque suponiendo que éstos tienen la misma posición y orientación relativa?
Solución: H^5

15. Un disco plano uniforme tiene masa M y radio R. Se perfora en él un agujero circular de radio $R/4$, centrado en un punto a $R/2$ del centro del disco. a) Calcular el momento de inercia del disco alrededor de un eje que pasa por su centro, perpendicular al plano del disco. b) Calcule el momento de inercia del disco agujerado en torno a un eje que pasa por el centro del agujero, perpendicular al plano del disco.
Solución: a) $\left(\frac{247}{512}\right) MR^2$; b) $\left(\frac{383}{512}\right) MR^2$

16. halle el momento de inercia de una esfera hueca, de masa M, radio interior R_1 y exterior R_2 respecto a un eje que pasa por su centro. ¿A qué se reduce el resultado cuando la corona se reduce a una superficie esférica de radio R?
Solución: a) $I = \frac{2M(R_2^5 - R_1^5)}{5(R_2^3 - R_1^3)}$

17. El dispositivo de la imagen muestra una esfera de radio R y masa M unida a dos discos laterales que poseen el mismo radio y masa que la esfera. Calcular el momento de inercia del sistema respecto de los ejes que pasan por su centro de gravedad.
Solución: $I_X = I_Y = (29/10)MR^2\,; I_Z = (7/5)MR^2$

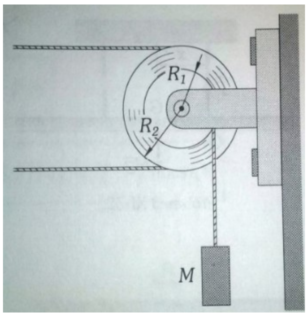


18. Se hace girar un cilindro macizo de radio 20 cm y 5 kg de masa alrededor de su eje, colocado éste horizontalmente, enrollando sobre dicho cilindro una cuerda de masa despreciable sujeta por un extremo al mismo y de la que pende por el otro extremo un cuerpo de masa 50 g. Calcular: (a) el momento de inercia del cilindro, (b) el momento del par que lo hace girar, (c) la aceleración angular del cilindro, (d) la aceleración del cuerpo de 50 g, (e) la tensión de la cuerda cuando cae el cuerpo.
Solución: (a) $0.1\ \mathrm{kg\cdot m^2}$, (b) $0.096\ \mathrm{M\cdot m}$, (c) $0.96\ \mathrm{rad/s^2}$, (d) $0.192\ \mathrm{m/s^2}$, (e) $0.48\ \mathrm{N}$

19. Un cilindro macizo y homogéneo de 5 cm de radio y de masa 20 kg. Cuyo eje es horizontal y puede girar en torno a él, sin rozamiento, lleva arrollada una cuerda supuesta sin peso, de la que se tira con una fuerza constante de 10 kp. Determinar: (a) la aceleración de un punto de la cuerda, (b) el espacio recorrido por tal punto de la cuerda en los tres primeros segundos, (c) el tiempo necesario para que el volante dé 20 vueltas.
Solución: (a) $9.8\ \mathrm{m/s^2}$, (b) $44.1\ \mathrm{m}$, (c) $1.13\ \mathrm{s}$

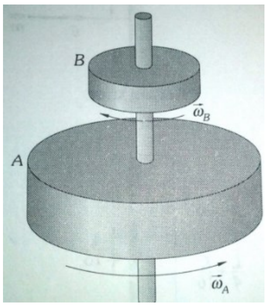
20. Dos poleas cuyos radios son 1 m y 0.3 m están acopladas, es decir, pegadas la una a la otra, formando un bloque que gira alrededor de su eje central horizontal. De la garganta de la polea grande pende un cuerpo de masa 20 kg, y de la garganta de la polea pequeña otro de 100 kg que tiende hacer girar las poleas en el sentido contrario al anterior. El momento de inercia del sistema formado por las dos poleas acopladas es de 10 kg·m^2. Al dejar el sistema en libertad se pone espontáneamente en movimiento. (a) ¿En qué sentido se mueven las poleas? (b) Aceleración con que se mueve cada bloque. (c) Aceleración angular de las poleas. (d) Tensión de las cuerdas cuando el sistema está en movimiento.
Solución: (a) en el sentido de giro que corresponde al cuerpo con mayor masa, (b) $0.75\ \mathrm{m/s^2}$ y $2.5\ \mathrm{m/s^2}$, (c) $2.5\ \mathrm{rad/s^2}$, (d) $246\ \mathrm{N}$ y $905\ \mathrm{N}$

21. El sistema de poleas acopladas de la figura tiene un momento de inercia respecto a su eje de 100 kg·m^2. Los radios indicados son R_1 = 10 cm y R_2 = 20 cm. Calcular la diferencia de tensiones entre ambas ramas de la correa cuando el bloque de M = 500 kg: (a) es subido a velocidad constante, (b) asciende con aceleración 1 m/s^2, (c) desciende con aceleración de 0.2 m/s^2.
Solución: (a) $2450\ \mathrm{N}$, (b) $7700\ \mathrm{N}$, (c) $1400\ \mathrm{N}$

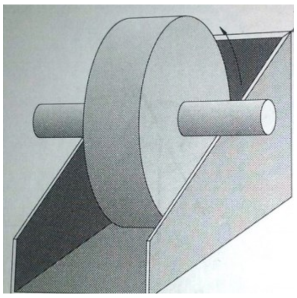


22. Un disco de 30 cm de diámetro y 200 g de masa se encuentra girando alrededor de su eje con una velocidad angular de 33 rpm. En estas condiciones se adhiere una partícula de 10 g en un punto que dista 10 cm del eje de giro. Hállese la velocidad angular del conjunto.
Solución: $3.31\ \mathrm{rad/s}$

23. El disco A de la figura gira con una velocidad angular de 4 rad/s. El disco B, que tiene un momento de inercia tres veces menor que el de A, gira con una velocidad angular de 8 rad/s y en sentido contrario al de A. Si se acoplan ambos discos para que giren juntos, ¿cuál es la velocidad angular final del conjunto?
Solución: $1\ \mathrm{rad/s}$



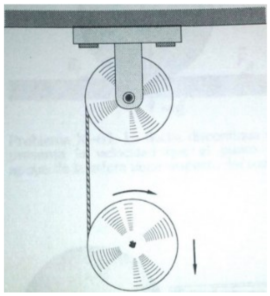
24. Un volante de la forma indicada en la figura rueda sin deslizar sobre unos carriles paralelos. La masa del volante (incluido su eje) es de 200 kg y el diámetro del eje 1 cm; la pendiente de las guías es del 10%. Partiendo del reposo, se observa que recorre el primer metro en 3 s. Calcular, la fuerza de rozamiento, el momento de inercia y el radio de giro.
Solución: $1400/9\ \mathrm{N}$, $175 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg \cdot m^2}$, $9.35 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$



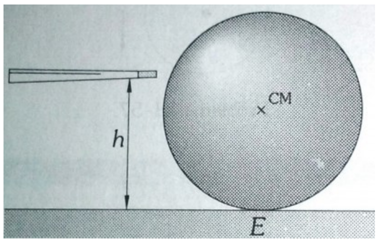
25. Dos cilindros de la misma masa y radio, uno macizo y homogéneo, y otro hueco de pared delgada, se abandonan desde el mismo nivel de un plano inclinado un ángulo de 10° respecto de la horizontal. Uno de ellos parte 2 segundos antes que el otro. Si, después de recorrer ambos s metros, el segundo en salir alcanza al primero: ¿cuál partió en primer lugar? Calcular la distancia recorrida por ambos hasta encontrarse.
Solución: el cilindro hueco parte primero, $94.8\ \mathrm{m}$

26. Una esfera homogénea rueda sin deslizar por un plano horizontal con una velocidad de 4 m/s. Inicia el ascenso por un plano inclinado 30º respecto del plano horizontal. Calcular la distancia que recorre sobre el plano inclinado hasta pararse.
Solución: $2.29\ \mathrm{m}$

27. Las dos poleas de la figura son cilíndricas y tienen la misma masa m y radio r. Cuando el sistema se abandona partiendo del reposo, calcular: (a) las aceleraciones angulares de las poleas, (b) la tensión de la cuerda, (c) espacio recorrido por la polea en 2 segundos.
Solución: (a) ambas iguales a $2g/r$, (b) $mg/5$, (c) $8g/5$



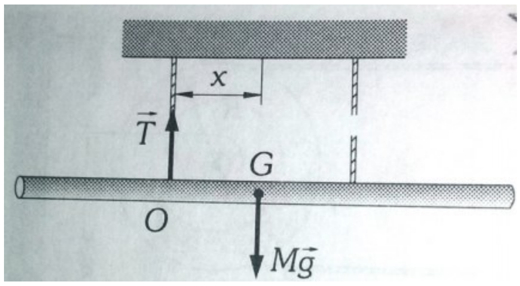
28. Calcular a qué altura h hay que golpear horizontalmente con un taco a una bola de billar de radio R para que ruede sin deslizar.
Solución: $7R/5$



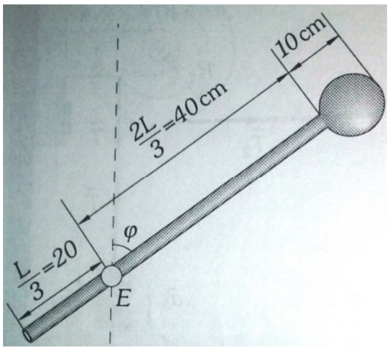
29. Una bola de billar de masa m y radio r se encuentra en reposo sobre una mesa horizontal con la que tiene un coeficiente de rozamiento dinámico μ. Se le golpea con un taco, en dirección horizontal y a la altura del centro de la bola, comunicándole una velocidad inicial v_0. Calcular la distancia recorrida antes de empezar a rodar sin deslizar.
Solución: $12v_0^2\ /(49\mu g)$

30. A la bola de billar del problema anterior se le comunica una velocidad angular inicial ω_0. Calcular la distancia recorrida antes de empezar a rodar sin deslizar.
Solución: $12\omega_0^2\ r^2/(49\mu g)$

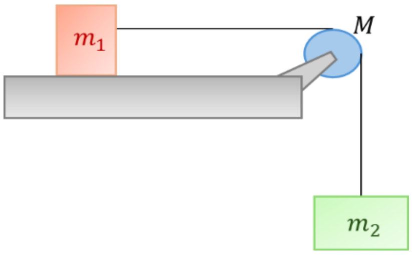
31. Una varilla homogénea de masa M y longitud L, cuelga horizontal suspendida de dos hilos verticales sujetos a ambos lados del centro de la varilla y a distancia x de él. Si cortamos uno de los hilos, calcular, en función de x, la tensión que soporta el otro en el instante inmediato al corte.
Solución: $T = MgL^2/(L^2 + 12x^2)$



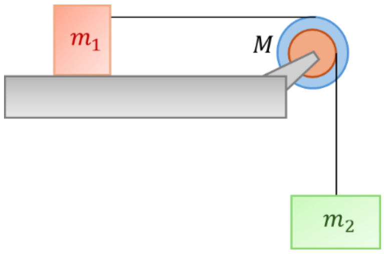
32. En el sistema de la figura, la varilla tiene una longitud $L = 60$ cm y una masa de 1.8 kg, y la esfera es de 10 cm de diámetro y 1.5 kg. Todo él puede girar en torno a un eje horizontal E, e inicialmente se encuentra vertical con la esfera arriba. Si parte de esa posición, calcular: (a) la aceleración angular cuando la varilla haya barrido un ángulo φ, (b) la fuerza de reacción del eje en ese instante.
Solución: (a) $21.4\sin(\varphi)$, (b) $F_x = 18.3\sin(\varphi)\,(3\cos(\varphi) - 2)$,
$F_y = 33 - 18.3[1 + \cos(\varphi)\,(2 - 3\cos(\varphi))]$



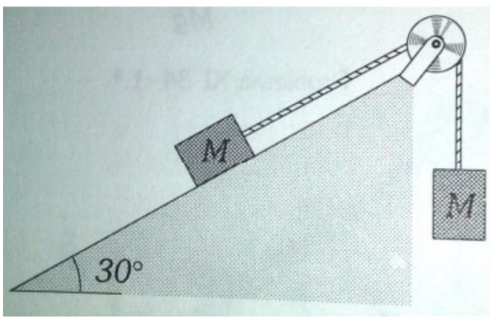
33. Sobre un plano horizontal está situado un cuerpo de $m_1 = 50$ kg que está unido mediante una cuerda, que pasa a través de una polea de $M = 15$ kg a otro cuerpo de $m_1 = 200$ kg. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo de m_1 y el plano horizontal vale 0.1, calcular: (a) la aceleración de los cuerpos, (b) las tensiones de la cuerda y (c) la velocidad de los cuerpos sabiendo que el de 200 kg ha descendido 2 m partiendo del reposo.
Solución: (a) $7.4\ \mathrm{m/s^2}$, (b) $420\ \mathrm{N}, 475\ \mathrm{N}$, (c) $5.5\ \mathrm{m/s}$



34. Sobre un plano horizontal y que presenta una resistencia al deslizamiento de coeficiente $\mu = 0.2$, desliza un bloque de $m_1 = 3.0$ kg de masa unido a una cuerda que se enrolla en la periferia de una polea formada por un disco $M = 5.0$ kg y 0.3 m de radio que tiene una hendidura de 0.1 m tal como se ve en la figura. De la cuerda enrollada en la hendidura pende un bloque de $m_2 = 10.0$ kg de peso. Calcular: (a) la aceleración de cada cuerpo y (b) la aceleración angular de la polea.
Solución: (a) $4.05\ \mathrm{rad/s^2}$, $1.35\ \mathrm{m/s^2}$, (b) $13.5\ \mathrm{rad/s^2}$



35. En el extremo superior de un plano inclinado de 30° hay una polea de 2 kg de masa formada por un cilindro macizo, por cuya garganta pasa un cordón inextensible y sin masa apreciable. Uno de los ramales del cordón sostiene un cuerpo de 10 kg, el otro se mantiene paralelo al plano inclinado y tiene atado en su extremo un cuerpo que tiene una masa de 10 kg. Si no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano, calcular:
(a) la aceleración del sistema, (b) las tensiones de los dos ramales del cordón, (c) ¿cómo se modifican los anteriores resultados si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0.3?
Solución: (a) $2.33\ \mathrm{m/s^2}$, (b) 74.7 N y 72.3 N, (c) $1.12\ \mathrm{m/s^2}$, (b) 86.8 N y 85.7 N



36. En el sistema de la figura calcular: (a) la aceleración de caída del bloque, (b) aceleración angular de la polea 2, (c) tensiones en la cuerda. Datos: $I_1 = I_2 = mr^2/2, \varphi = 37°$, $m = 10\ \mathrm{kg}$, $r = 0.2\ \mathrm{m}$, $g = 10\ \mathrm{m}/s^2$. No hay deslizamiento.
Solución: (a) $4/3\ \mathrm{m/s^2}$, (b) $20/3\ \mathrm{rad/s^2}$, (c) $80\ \mathrm{N}$ y $260/3\ \mathrm{N}$