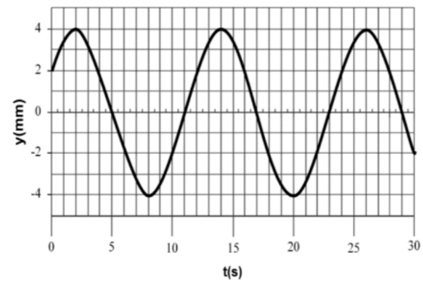
Escuela Politécnica Superior. UNIVERSIDAD DE ALICANTE
Grado en Ingeniería en Inteligencia Artificial. Curso 2023/24.
33660 - Fundamentos Físicos para Ingeniería.
Tema 5. Vibraciones mecánicas.

1. Un móvil está dotado de un movimiento armónico simple de amplitud $A = 1.00$ m y frecuencia angular de π rad/s. Determinar:
a) El período y frecuencia del movimiento.
b) La expresión de la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo, sabiendo que en el instante inicial el móvil se encuentra en la posición de equilibrio, moviéndose en el sentido positivo.
c) Elongación, velocidad y aceleración para $t = 1/6$ s.
d) El tiempo mínimo para que la elongación valga $x = -0.50$ m.
Solución: (a) 2 s, 0.5 Hz; (b) $x(t) = 1.00\cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ m, $v(t) = -\pi\sin\left(\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $a(t) = -\pi^2\cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; (c) 0.5 m, 0.86 m/s, - $0.5\pi^2$ m/s^2; (d) 7/6 s

2. Un cuerpo de masa 10.00 kg realiza el movimiento armónico simple descrito en la figura (en ordenadas se representa la elongación y en abscisas el tiempo). Determinar:
a) La ecuación del movimiento.
b) La velocidad de la masa y la fuerza que actúa sobre ésta en $t = 5.0$ s.
c) Las energías potencial y cinética para $t = 16.0$ s y $t = 20.0$ s.
Solución: (a) $y(t) = 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{3}\right)$ mm; (b) -2π/3 mm/s, 0 N;
(c) Para 16.0 s: $5.48\cdot10^{-6}$ J, $16.45\cdot10^{-6}$ J, Para 20.0 s: $21.43\cdot10^{-6}$ J, 0 J.



3. Un bote oscila en el agua arriba y abajo. El desplazamiento vertical del bote viene dado por la expresión $y = 1.2\,cos(0.5t + \pi/6)$, donde el tiempo t está dado en segundos y la posición y en metros. a) Determinar la amplitud, frecuencia angular, frecuencia lineal, período y fase inicial del movimiento. b) ¿Dónde se encuentra el bote cuando $t = 1$ s? c) Hallar las expresiones de la velocidad y la aceleración del bote en función del tiempo. d) Determinar la posición, velocidad y aceleración del bote en el instante inicial.
Solución: (a) 1.2 m, 0.5 s^{-1}, 1/(4π) Hz, 4π s, π/6 rad; (b) 0.62 m; (c) v = –0.6 sin(0.5t + π/6) m/s, a = –0.3 cos(0.5t + π/6) m/s^2; 1.04 m, –0.3 m/s, 0.26 m/s^2.

4. Un muelle vertical se estira 20 cm, respecto de su longitud natural, cuando se cuelga de él una masa de 300 g. A continuación, se tira del muelle 10 cm respecto de la posición anterior y se suelta libremente, estableciéndose una oscilación no amortiguada. Se pregunta: a) Constante elástica del muelle. b) Amplitud de la oscilación. c) Velocidad máxima del cuerpo en la oscilación. d) Velocidad de la masa cuando se encuentra a 0.050 m de la posición de equilibrio. e) Energía mecánica total de la masa. f) Energía cinética y energía potencial de la masa cuando se encuentra en una posición x = ±A/2 (A: amplitud).
Solución: (a) 14.7 N/m; (b) 10 cm; (c) 0.7 m/s; (d) ± 0.606 m/s; (e) 0.0735 J; (f) 0.0551 J, 0.01837 J

5. Un cuerpo de masa 60 g está unido a un muelle. El cuerpo se desplaza alrededor de la posición de equilibrio (x = 0) con una frecuencia de 3 Hz, y se observa que para t = 0 el cuerpo se encuentra en x = 0,25 m y su velocidad es de 2 m/s. Se pide hallar: a) Amplitud y fase inicial del movimiento. b) Escribir la ecuación del movimiento. c) Velocidad y aceleración máximas del cuerpo. d) Energías cinética, potencial y total del cuerpo para t= 0 y para t = 0.25 s.
Solución: (a) 0.272 m, –0.401 rad; (b) x = 0.272cos(6πt – 0.401) m; (c) ±5.12 m/s; ± 96.64 m/s^2; (d) 0.123, 0.666 y 0.789 J; (d) 0.667, 0.122 y 0.789 J

6. Se cuelga de un muelle un objeto cuya masa es 1 g y se deja oscilar. Para $t = 0\ s$ el desplazamiento de la masa respecto de la posición de equilibrio es 43.785 cm y la aceleración -1.7514 cm/s^2. ¿Cuánto vale la constante del muelle?
Solución: $4{\cdot}10^{-5}$ N/m

7. Una masa puntual de $10.0\ \mathrm{g}$ está sujeta a un muelle que vibra con una frecuencia de $3\ \mathrm{Hz}$. En el instante inicial, la masa pasa por el centro de vibración con una velocidad de $5.0\ \mathrm{cm/s}$ en sentido negativo. Determinar:
a) El tiempo que debe transcurrir hasta que alcance la velocidad cero.
b) La ecuación del movimiento.
c) La expresión de la energía cinética en función del tiempo.
d) Si la frecuencia del movimiento se redujera a la mitad, manteniéndose la amplitud constante, ¿cómo cambiaría la energía total?
Solución: (a) 1/12 s; (b) *x(t)* = $5{\cdot}10^{-2}\sin(6\pi t + \pi)/(6\pi)$ m; (c) $1.25{\cdot}10^{-5}\cos^2(6\pi t + \pi)/(6\pi)$ J; (d) $E_t' = E_t/4$.

8. Una masa m vibra en el extremo de un resorte con una frecuencia de 0.88 Hz. Cuando a *m* se agrega otra masa de 600 g la frecuencia de vibración es ahora de 0.60 Hz. ¿Cuál es el valor de *m*?
Solución: 0.52 kg

9. La frecuencia natural de un oscilador es 420 Hz, en tanto que su frecuencia amortiguada es 416 Hz. Calcular el factor de calidad *Q* del oscilador.
Solución: 3.6

10. Un muelle, que tiene una constante elástica k = 20 N·m^{-1}, está unido a una masa con la que oscila en un medio viscoso. El primer máximo (A_1 = +5.0 cm), desde el punto de equilibrio, se observa cuando t = 2.0 s, y el siguiente (A_2 = + 4.9 cm) cuando t = 3.0 s.
a) ¿Cuál será la posición de la masa a los 3.5 s y a los 4.2 s?
b) Escríbase la ecuación del movimiento.
c) ¿Cuánto vale el factor de calidad? ¿De qué tipo de movimiento oscilatorio mortiguado se trata?
d) ¿Para qué valor de la masa el sistema realizará una vibración amortiguada crítica?
Solución:

11. Un oscilador armónico simple está formado por una masa de 100 g unida a un muelle de constante 0.01 kp/cm. La masa se desplaza inicialmente una distancia de 3 cm y se suelta. El movimiento tiene lugar en un medio resistivo, de manera que al cabo de 10 oscilaciones se observa que la amplitud ha descendido hasta la mitad de su valor inicial. Determinar:
a) La constante de amortiguamiento.
b) La frecuencia de la oscilación amortiguada, comparándola con la frecuencia de la oscilación libre.
c) La energía inicial del oscilador y la energía al cabo de las diez oscilaciones.
d) El factor de calidad del oscilador.
Solución: (a) 0.1092 s^{-1}; (b) 9.8987 s^{-1}; 9.8995 s^{-1}; (c) $4.41{\cdot}10^{-3}$ J; $1.103{\cdot}10^{-3}$ J; (d) 45.3

12. Un oscilador masa-muelle (valor de la masa = 2500 g) tiene un periodo natural de vibración de exactamente 1 s. Para iniciar el movimiento se desplaza la masa una distancia de +10 cm respecto de su posición de equilibrio y se suelta a continuación. Se observa entonces que el periodo del sistema oscilante vale 1.001 s. Se pide: a) Constante elástica del muelle. b) Constante de amortiguamiento. c) Coeficiente *R* de la fuerza de rozamiento. d) Ecuación del movimiento. e) Q del sistema. f) Amplitud del movimiento a los 5 s de iniciarse el movimiento y energía perdida por el sistema hasta ese momento. g) ¿Durante cuánto tiempo puede oscilar el sistema hasta que la energía consumida sea el 95% de la energía inicial?
Solución: (a) 6.28 rad/s; (b) 0.199 s^{-1}; (c) 0.993 kg/s; (d) $0.10e^{-0.199 \cdot t}\cos(6.28t-0.032)$; (e) 15.8; (f) 0.037 m, 0.43 J; (g) 7.54 s

13. Se tienen dos mecanismos oscilatorios de relojería, ambos asimilables a un sistema masa-muelle, donde la masa vale 0.250 kg y el muelle tiene una constante elástica de valor π^2 $N \cdot m^{-1}$. El primer sistema está exento de rozamiento. Se observa que, al cabo de 200 oscilaciones, el segundo mecanismo se ha retrasado respecto del primero 0.20 s. Hállese:
a) La frecuencia angular natural de estos osciladores.
b) La frecuencia angular del oscilador amortiguado.
c) La constante de amortiguamiento.
d) El factor de calidad del oscilador amortiguado.
Si la amplitud inicial del movimiento de los dos osciladores es de +5.0 cm, y se sueltan a continuación,
e) ¿Cuál sería la ecuación del movimiento de cada uno de ellos?
f) Calcular el valor de la amplitud del movimiento de cada uno de ellos cuando hayan transcurrido 10.0 s desde que inicia el movimiento.
g) Hallar la energía relativa que ha perdido el oscilador amortiguado por rozamiento al cabo de esos 10.0 s .
Solución: (a) 2π s^{-1}; (b) 6.28 s^{-1}; (c) 0.28 s^{-1}; (d) 11.21; $x_1(t) = 5 \cdot 10^{-2}\sin(2\pi t + \pi/2)$ m,
$x_2(t) = 5 \cdot 10^{-2}e^{-0.28t}\sin(6.28t + \pi/2)$ m; (f) $A_1 = 5 \cdot 10^{-2}$ m; $A_2 = 0.304 \cdot 10^{-2}$ m; (g) $\Delta E(\%) = 0.37\%$;
$|\Delta E| = 1.23 \cdot 10^{-2}$ J.

14. Si se le aplica una fuerza de 7.5 N a un resorte, situado sobre una superficie horizontal, éste se alarga 3 cm a partir de su longitud natural. Consideremos ahora uno de sus extremos fijo; al otro extremo se sujeta una masa de 625 g y se comprime el resorte 5 cm con respecto de su longitud natural. Finalmente se suelta desde el reposo, en $t = 0$. Hállese:
a) La posición de la masa en función del tiempo.
b) El tiempo mínimo que tarda la masa en adquirir una velocidad igual a la mitad de la velocidad máxima.
Se supone ahora que se cambia la superficie horizontal por una superficie con rozamiento. Esto hace que el movimiento oscilatorio sea amortiguado, y se comprueba que la nueva frecuencia angular de oscilación es un 1% menor que la frecuencia natural de oscilación del resorte.
c) ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que la amplitud se reduzca a la mitad? A la vista del resultado ¿qué tipo de amortiguamiento tiene el sistema?
Solución: (a) $x(t) = 5 \cdot 10^{-2}\sin(20t + 3\pi/2)$ m; (b) 0.026 s; (c) 0.25 s

15. Un cuerpo de masa 400.0 g se halla unido a un muelle, sobre una superficie horizontal lisa sin rozamiento. Estando la masa en reposo en su posición de equilibrio ($x = 0$), se le comunica un impulso tal que le transfiere una energía cinética de 0.45 J, iniciando un movimiento oscilatorio de periodo 1.257 s.
a) Hállese la ecuación del movimiento.
Se supone ahora que se cambia la superficie horizontal, sobre la que se mueve el oscilador, por una superficie con rozamiento. Esto hace que el movimiento oscilatorio sea amortiguado con constante de amortiguamiento de 0.010 s^{-1}.
b) Hállese la frecuencia angular del movimiento amortiguado y el número de oscilaciones que transcurren hasta que la amplitud se ha reducido a un 1% del valor inicial.
Sobre el oscilador descrito se aplica ahora una fuerza exterior de valor 10 cos(2t) N:
c) ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que el término transitorio de las oscilaciones forzadas se reduce al 1% del término estacionario?
Solución: (a) $x(t)$ = 0.3 sin(5 t) m; (b) 4.9984 s^{-1}; 366 oscilaciones; (c) 322 s.