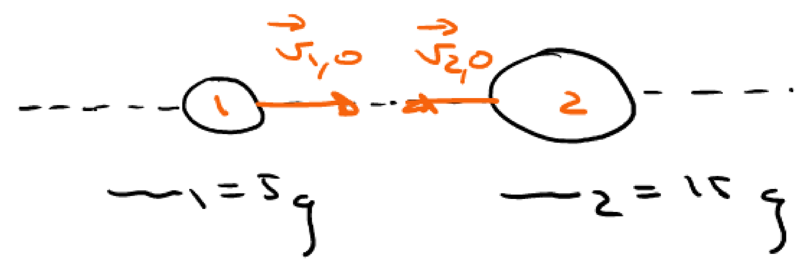
Problemas Tema 3 Sistemas de partículas

miércoles, 6 de marzo de 2024 11:36

21. Tenemos dos bloques de masas 5 y 15 g que se mueven en la misma dirección con velocidades 10 y 5 cm/s, respectivamente. Calcular: (a) las velocidades después de un choque elástico si sus movimientos son de sentidos opuestos, (b) las velocidades después de un choque elástico si sus movimientos van en el mismo sentido, (c) la velocidad del conjunto y la pérdida de energía cinética si el choque es perfectamente inelástico y los bloques viajan inicialmente en sentidos opuestos.

Solución: (a) –12.5 cm/s, 2.5 cm/s (b) 2.5 cm/s, 7.5 cm/s, (c) –1.25 cm/s, 422·10–7 J

a)



$\vec{v}_{1,0} = 10\,\hat{i}$ cm/s

$\vec{v}_{2,0} = -5\,\hat{i}$ cm/s

$m_2 = 3m_1$

$$\rightarrow v_{1,f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1,0} + \left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right) v_{2,0} = \left(\frac{-2m_1}{4m_1}\right)10 + \left(\frac{6m_1}{4m_1}\right)(-5) =$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)10 - \left(\frac{3}{2}\right)\cdot 5 = -5 - \frac{15}{2} = -\frac{25}{2}\ \text{cm/s}$$

$$\rightarrow v_{2,f} = \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right) v_{1,0} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2}\right) v_{2,0} = \left(\frac{2m_1}{4m_1}\right)10 + \left(\frac{2m_1}{4m_1}\right)(-5) =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)10 - \left(\frac{1}{2}\right)5 = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}\ \text{cm/s}$$

b) $\vec{v}_{1,0} = 10\,\hat{i}$ cm/s; $\vec{v}_{2,0} = 5\,\hat{i}$ cm/s $\rightarrow$

$$v_{1,f} = \left(-\frac{1}{2}\right)10 + \left(\frac{3}{2}\right)5 = -5 + \frac{15}{2} = \frac{5}{2}\ \text{cm/s}$$

$$v_{2,f} = \left(\frac{1}{2}\right)10 + \left(\frac{1}{2}\right)5 = 5 + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}\ \text{cm/s}$$

c) $$\vec{v}_f = \frac{m_1 \vec{v}_{1,0} + m_2 \vec{v}_{2,0}}{m_1 + m_2}$$

$\vec{v}_{1,0} = 10\,\hat{i}$ cm/s $= 10^{-1}$ m/s

$\vec{v}_{2,0} = -5\,\hat{i}$ cm/s $= 5\cdot 10^{-2}$ m/s

$$\rightarrow v_f = \left(\frac{1}{4m_1}\right)\left[m_1\cdot 10 + 3m_1(-5)\right] = \left(\frac{1}{4m_1}\right)(10m_1 - 15m_1) = -5/4\ \text{cm/s} = -\frac{5}{4}\cdot 10^{-2}\ \text{m/s}$$

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_f^2 - \left(\frac{1}{2}m_1 v_{1,0}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2,0}^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}(4m_1)v_f^2 - \frac{1}{2}m_1 v_{1,0}^2 - \frac{1}{2}(3m_1)v_{2,0}^2 = 2m_1 v_f^2 - \frac{1}{2}m_1 v_{1,0}^2 - \frac{3}{2}m_1 v_{2,0}^2 =$$

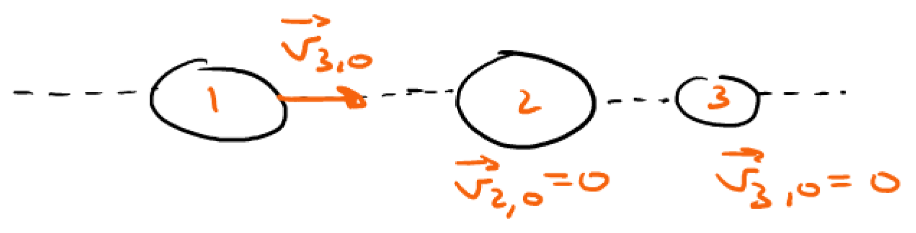
$$= m_1\left(2v_f^2 - \frac{1}{2}v_{1,0}^2 - \frac{3}{2}v_{2,0}^2\right) = 5\left[2\left(-\frac{5}{4}\cdot 10^{-2}\right)^2 - \frac{1}{2}(10^{-1})^2 - \frac{3}{2}(5\cdot 10^{-2})^2\right] =$$

$$= 5\left(\frac{25}{8}\cdot 10^{-4} - 5\cdot 10^{-3} - \frac{75}{2}\cdot 10^{-4}\right) = 5\cdot 10^{-4}\left(\frac{25}{8} - 50 - \frac{75}{2}\right) = -4.22\cdot 10^{-5}\ \text{J}$$

22. Una esfera A se mueve con velocidad v_A; choca con otra esfera B quieta, y ésta, al salir despedida, choca a su vez, con una tercera esfera C, también inmóvil. La relación de masas entre las tres esferas es 3:6:2. Calcular la velocidad con la que sale la bola C suponiendo que las colisiones son centrales y perfectamente elásticas.

Solución: $v_C = v_A$

$\rightarrow m_1 = 3m \mid m_2 = 6m \mid m_3 = 2m$



→ colisión (1) y (2)

• conservación $\vec{p}$ → $m_1 v_{1,0} = m_1 v_{1,f} + m_2 v_{2,f}$

$3m\, v_{1,0} = 3m\, v_{1,f} + 6m\, v_{2,f} \rightarrow \boxed{v_{2,f} = \frac{1}{2}(v_{1,0} - v_{1,f})}$ (A)

• conservación K → $\frac{1}{2}m_1 v_{1,0}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1,f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2,f}^2$

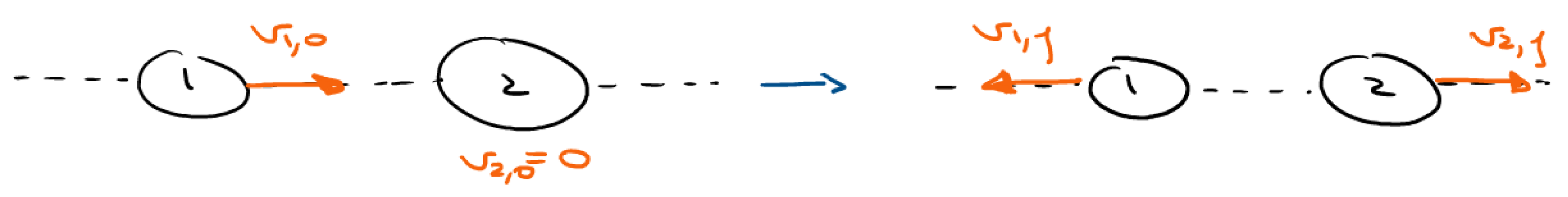
$3m\, v_{1,0}^2 = 3m\, v_{1,f}^2 + 6m\, v_{2,f}^2 \rightarrow v_{2,f}^2 = \frac{1}{2}(v_{1,0}^2 - v_{1,f}^2)$

$\boxed{v_{2,f}^2 = \frac{1}{2}(v_{1,0} - v_{1,f})(v_{1,0} + v_{1,f})}$ (B)

→ (A) en (B) → $\frac{1}{4}(v_{1,0} - v_{1,f})^{\cancel{2}} = \frac{1}{2}\cancel{(v_{1,0} - v_{1,f})}(v_{1,0} + v_{1,f})$

$v_{1,0} - v_{1,f} = 2(v_{1,0} + v_{1,f}) \rightarrow \boxed{v_{1,f} = -\frac{v_{1,0}}{3}}$ (C)

→ (C) en (A) → $v_{2,f} = \frac{1}{2}\left(v_{1,0} + \frac{v_{1,0}}{3}\right) \rightarrow \boxed{v_{2,f} = \frac{2}{3}v_{1,0}}$ (D)



→ colisión (B) y (C)

$v'_{2,f}$ → velocidad de (2) después del choque con (3)

• $m_2 v_{2,f} = m_2 v'_{2,f} + m_3 v_{3,f} \rightarrow 6m\, v_{2,f} = 6m\, v'_{2,f} + 2m\, v_{3,f}$

$v_{3,f} = 3(v_{2,f} - v'_{2,f})$

$\rightarrow v_{2,f} - \cancel{v_{3,0}} = -(v'_{2,f} - v_{3,f}) \rightarrow v'_{2,f} = v_{3,f} - v_{2,f}$

$v_{3,f} = 3v_{2,f} - 3(v_{3,f} - v_{2,f}) = 3v_{2,f} - 3v_{3,f} + 3v_{2,f}$

$4v_{3,f} = 6\,v_{2,f} \rightarrow \boxed{v_{3,f} = \frac{3}{2}v_{2,f}}$ (E)

• (D) en (E) → $v_{3,f} = \frac{3}{2}\,\frac{2}{3}\,v_{1,0} \rightarrow \boxed{v_{3,f} = v_{1,0}}$