

Ejercicio 2: Cuantización

Jordi Blasco Lozano

Planteamiento

Se considera la cuantización simétrica uniforme de un vector en punto flotante a enteros de 8 bits.

$$x = [1,23, -0,87], \quad n = 8.$$

Datos iniciales

- Entrada: $x = [1,23, -0,87]$.
- Número de bits: $n = 8$.
- Valores cuantizados: $q \in \mathbb{Z}$.

Notación y fórmulas

$$\begin{aligned} q_{\min} &= -2^{n-1}, & q_{\max} &= 2^{n-1} - 1, \\ \alpha &= \max_i |x_i|, & s &= \frac{\alpha}{q_{\max}}, \\ q_i &= \text{round}\left(\frac{x_i}{s}\right), & \hat{x}_i &= q_i s. \end{aligned}$$

El error cuadrático medio se define como:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2.$$

1. Apartado 1: Cálculo de parámetros de cuantización

Rango cuantizado

$$\begin{aligned} q_{\min} &= -2^{8-1} = -2^7 = -128, \\ q_{\max} &= 2^{8-1} - 1 = 2^7 - 1 = 127. \end{aligned}$$

Valor absoluto máximo

$$\alpha = \max(|1,23|, |-0,87|) = \max(1,23, 0,87) = 1,23.$$

Factor de escala

$$s = \frac{\alpha}{q_{\max}} = \frac{1,23}{127} \approx 0,00969.$$

2. Apartado 2: Cuantización y decuantización

Cuantización de $x_1 = 1,23$

$$q_1 = \text{round}\left(\frac{1,23}{0,00969}\right) = \text{round}(126,93 \dots) = 127.$$

Cuantización de $x_2 = -0,87$

$$q_2 = \text{round}\left(\frac{-0,87}{0,00969}\right) = \text{round}(-89,78 \dots) = -90.$$

Vector cuantizado

$$q = [127, -90].$$

Reconstrucción

$$\begin{aligned}\hat{x}_1 &= 127 \cdot 0,00969 = 1,2306, \\ \hat{x}_2 &= (-90) \cdot 0,00969 = -0,8721.\end{aligned}$$

3. Apartado 3: Error de cuantización

Error absoluto

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= |1,23 - 1,2306| = 0,0006, \\ \epsilon_2 &= |-0,87 - (-0,8721)| = 0,0021.\end{aligned}$$

Error cuadrático medio

$$\begin{aligned}\text{MSE} &= \frac{1}{2} [(0,0006)^2 + (0,0021)^2] \\ &= \frac{1}{2} [0,00000036 + 0,00000441] \\ &= \frac{0,00000477}{2} \approx 2,39 \times 10^{-6}.\end{aligned}$$

Resumen final

Elemento	Original (x)	Cuantizado (q)	Reconstruido (\hat{x})	Error
x_1	1.23	127	1.2306	0.0006
x_2	-0,87	-90	-0,8721	0.0021