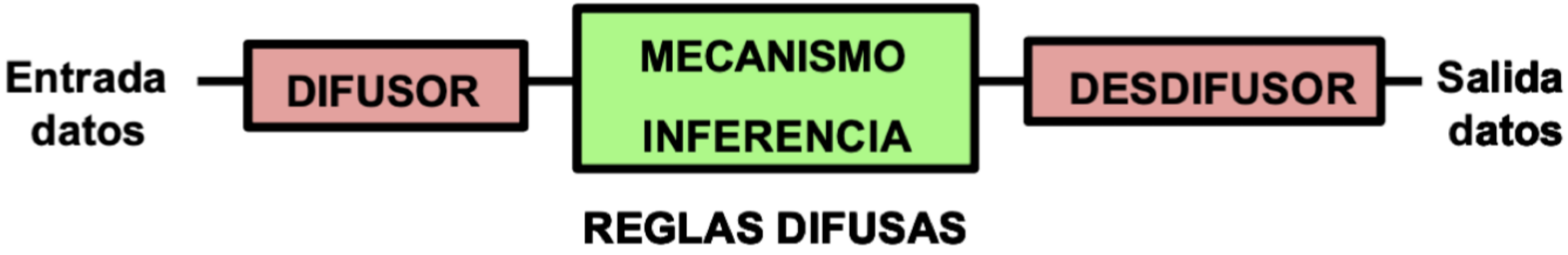
Lógica Difusa VI

Modelado difuso

El último paso para lograr un sistema de razonamiento que se base en técnicas de lógica difusa es modelar un sistema de inferencia difuso.



Modelado difuso

Existen diferentes mecanismos de inferencia, como puede ser el del mínimo de Mamdani el del producto de Larsen, el TSK, etc…

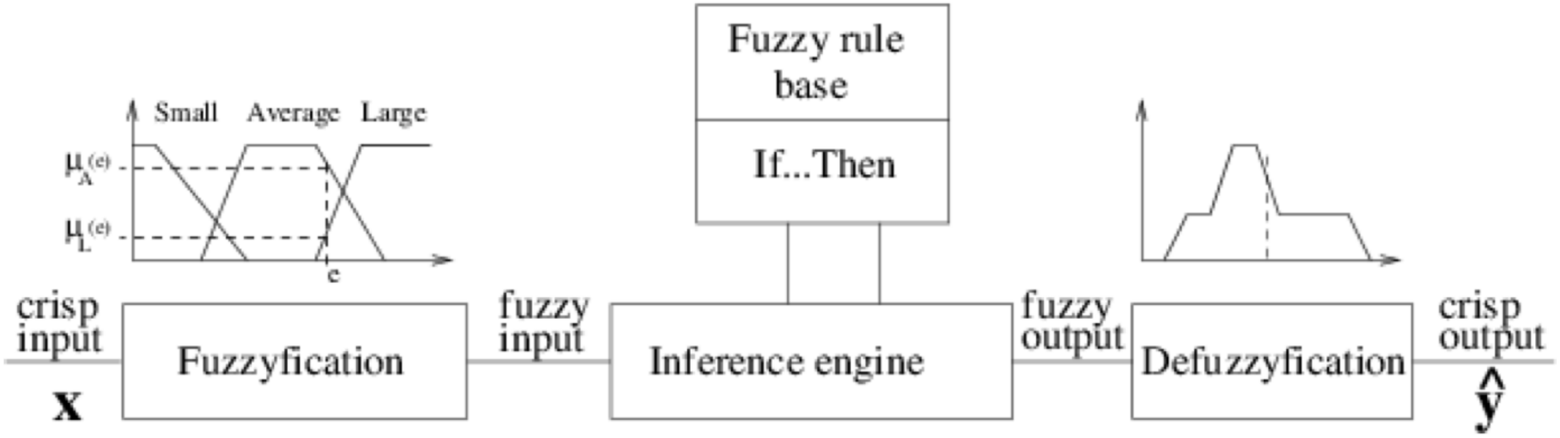
Se toma de ejemplo los siguientes:

- Modelo de Mamdani.
- Modelo TSK

Modelado difuso: Mamdani

Es el modelo más conocido, y se basa en 3 fases principales:

- Un difusor y fuzzyficador.
- Un mecanismo de inferencia (se puede dividir en dos fases diferenciadas, evaluación de reglas y agregación de sus salidas).
- Un desdifusor o defuzzificador.



Modelado difuso: Mamdani

Ejemplo paso a paso:

Se desea evaluar el riesgo de **colesterol** de una persona con sus datos de altura y peso. Se dispone de tres reglas que van a hacer uso de las siguientes variables lingüísticas:

Modelado difuso: Mamdani

Ejemplo paso a paso:

Se desea evaluar el riesgo de **colesterol** de una persona con sus datos de altura y peso. Se dispone de tres reglas que van a hacer uso de las siguientes variables lingüísticas:

- **Altura** (A). El conjunto de valores se define sobre el dominio A_{bajo}, $A_{mediano}$, A_{alto}
- **Peso** (B). El conjunto de valores se define sobre el dominio B_{normal}, B_{excesivo}
- **Riesgo** (C). El conjunto de valores se define sobre el dominio $C_{pequeño}$, C_{medio}, $C_{elevado}$

Modelado difuso: Mamdani

Ejemplo paso a paso:

A continuación se definen las reglas:

- *Regla 1:* SI **x** es A_{alto} O **y** es B_{normal} ENTONCES **z** es $C_{pequeño}$
- *Regla 2*: SI **x** es $A_{mediano}$ O **y** es B_{excesivo} ENTONCES **z** es C_{medio}
- *Regla 3*: SI **x** es A_{bajo} ENTONCES **z** es $C_{elevado}$

Modelado difuso: Mamdani

Ejemplo paso a paso:

Por tanto, se parte de unos valores discretos (crisp), y unas reglas, que será el punto de partida del modelo, donde la primera etapa de inferencia es la fuzzificación.

Defuzzificación

FUZZIFICACIÓN: En este paso, las entradas del sistema definidas en valores lingüísticos (variables difusas) se transforman en valores difusos.

Esto significa que las entradas, que pueden ser medidas o datos precisos, se transforman en conjuntos difusos que representan la incertidumbre o la vaguedad asociada con esas entradas.

Para ello, se usan las funciones de pertenencia almacenadas en la estructura de conocimiento.

Defuzzificación

FUZZIFICACIÓN:

En este caso se ponen los siguientes valores de pertenencia:

- Altura: se usan funciones de pertenencia trapezoidales en alto y bajo. En medio se usa una triangular.
- Peso: se usan dos funciones de pertenencia trapezoidales.
- Riesgo: son funciones de pertenencia trapezoidales.

Defuzzificación

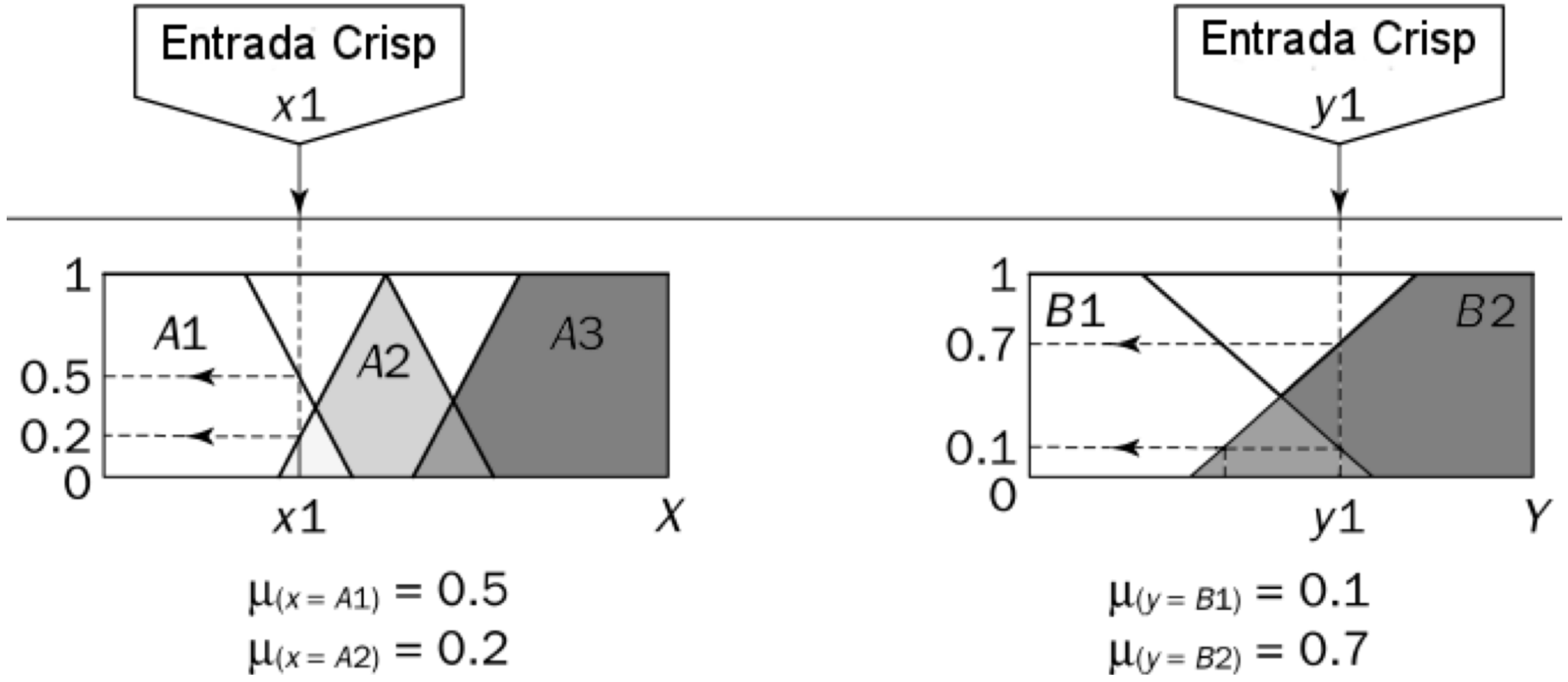
FUZZIFICACIÓN:

Disponemos de un caso concreto (x1, y1): altura 168 cm y peso 70 kg.

Defuzzificación

FUZZIFICACIÓN:

Disponemos de un caso concreto (x1, y1): altura 168 cm y peso 70 kg.



Defuzzificación

INFERENCIA (evaluación de reglas):

Aplicamos la regla 1:

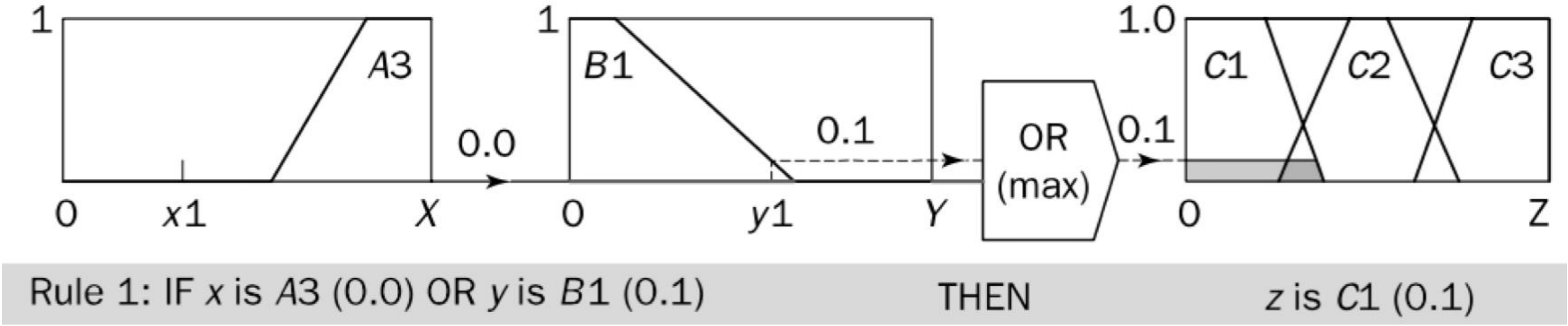
SI **x** es A_{alto} O **y** es B_{normal} ENTONCES **z** es $C_{pequeño}$

Defuzzificación

INFERENCIA (evaluación de reglas):

Aplicamos la regla 1:

SI **x** es A_{alto} O **y** es B_{normal} ENTONCES **z** es $C_{pequeño}$



Nota: Tomamos el valor máximo de los dos antecedentes.

Defuzzificación

INFERENCIA (evaluación de reglas):

Aplicamos la regla 2:

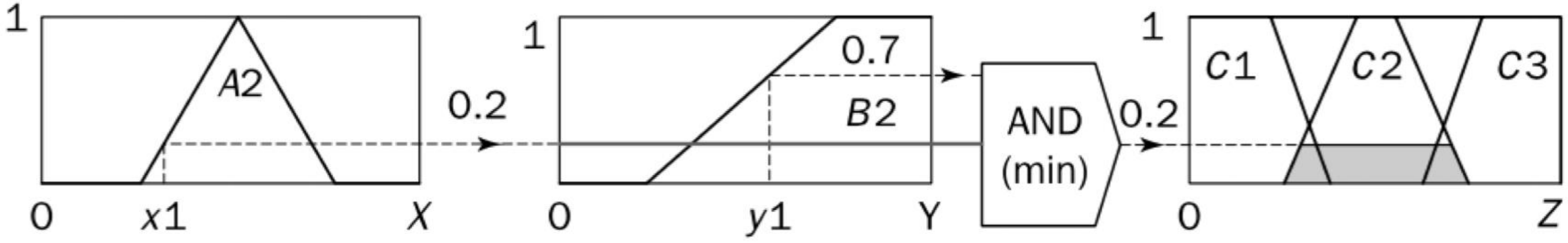
- SI **x** es $A_{mediano}$ O **y** es B_{excesivo} ENTONCES **z** es C_{medio}

Defuzzificación

INFERENCIA (evaluación de reglas):

Aplicamos la regla 2:

- SI **x** es A$_{mediano}$ O **y** es B$_{\text{excesivo}}$ ENTONCES **z** es C$_{medio}$



Rule 2: IF x is $A2$ (0.2) AND y is $B2$ (0.7) THEN z is $C2$ (0.2)

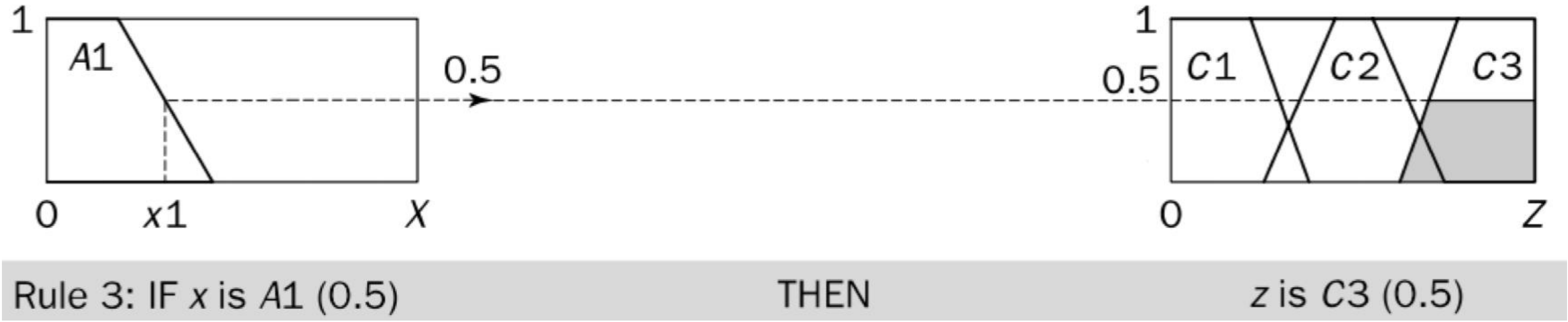
Nota: Tomamos el valor mínimo de los dos antecedentes.

Defuzzificación

INFERENCIA (evaluación de reglas):

Aplicamos la regla 3:

SI **x** es A_{bajo} ENTONCES **z** es $C_{elevado}$



Defuzzificación

INFERENCIA (evaluación de reglas):

El consecuente puede recortarse o escalarse:

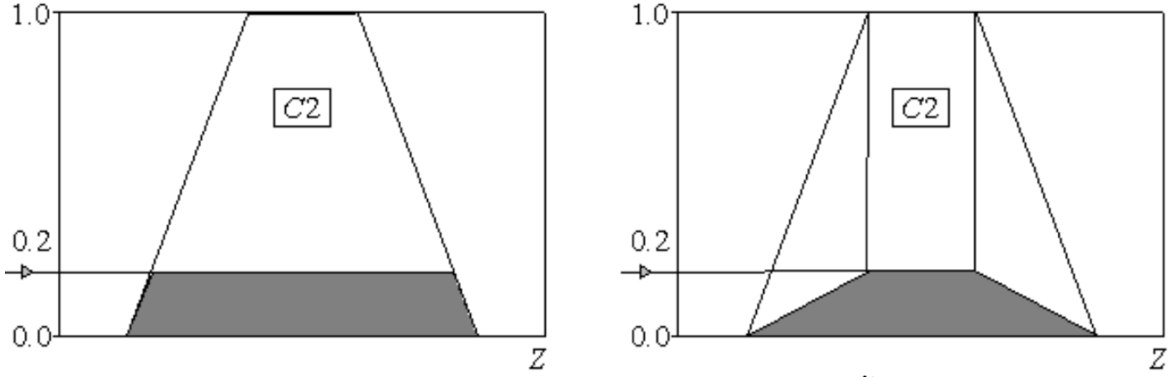
- El **recorte** acota el valor del consecuente con el valor de verdad del antecedente.
- El **escalado** multiplica todos los valores por el valor de verdad del antecedente para dar un valor más exacto y preservando a forma original del conjunto difuso.

Defuzzificación

INFERENCIA (evaluación de reglas):

El consecuente puede recortarse o escalarse:

- El **recorte** acota el valor del consecuente con el valor de verdad del antecedente.
- El **escalado** multiplica todos los valores por el valor de verdad del antecedente para dar un valor más exacto y preservando a forma original del conjunto difuso.



Defuzzificación

INFERENCIA (agregación de las salidas):

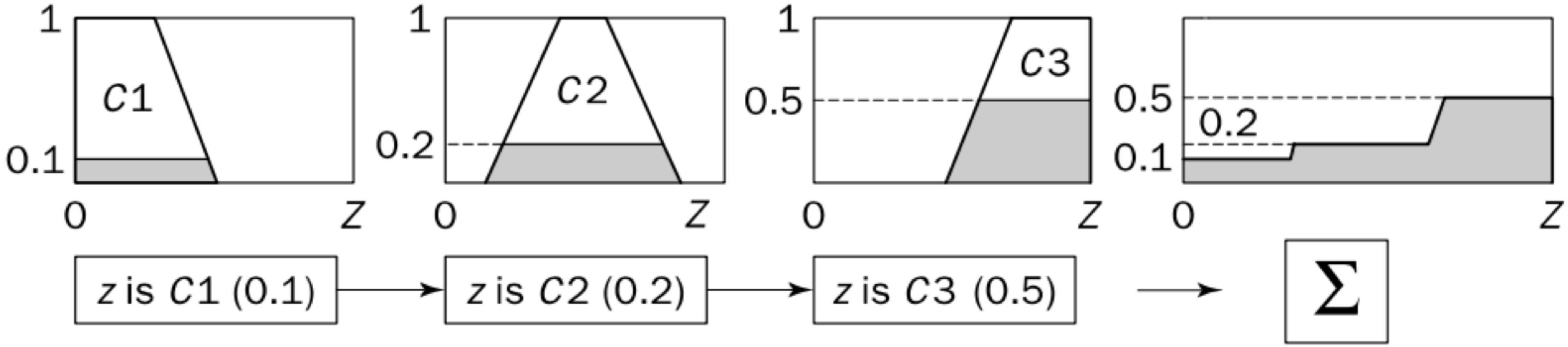
Teniendo todas las reglas evaluadas y los conjuntos difusos de salida modificados, se combinan todas las reglas para tener un resultado único.

Esto se hace normalmente con operadores de lógica difusa, como la T-conorma máxima (para la unión) y la T-norma mínima (para la intersección)

Defuzzificación

INFERENCIA (agregación de las salidas):

En este caso, la unión (máx), que quiere decir que se activa si ocurre alguna de las reglas.



Defuzzificación

DEFUZZIFICACIÓN:

Como el resultado, normalmente, hay que representarlo mediante un valor discreto, se toma como entrada en este sistema el conjunto difuso obtenido de la etapa anterior y se "decodifica". Para ello, hay que usar un método de defuzzificación de los mencionados anteriormente.

Defuzzificación

DEFUZZIFICACIÓN:

En este caso, se usa el método de centroide.

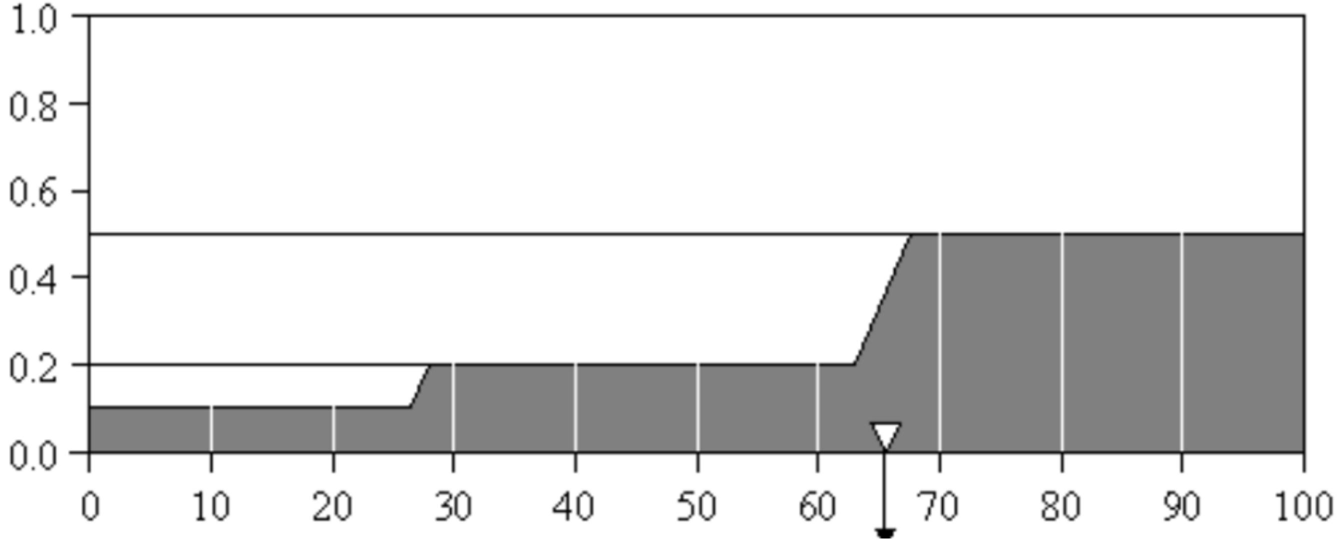
$$X_C = \frac{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)}$$

Defuzzificación

DEFUZZIFICACIÓN:

En este caso, se usa el método de centroide.

$$X_C = \frac{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)}$$



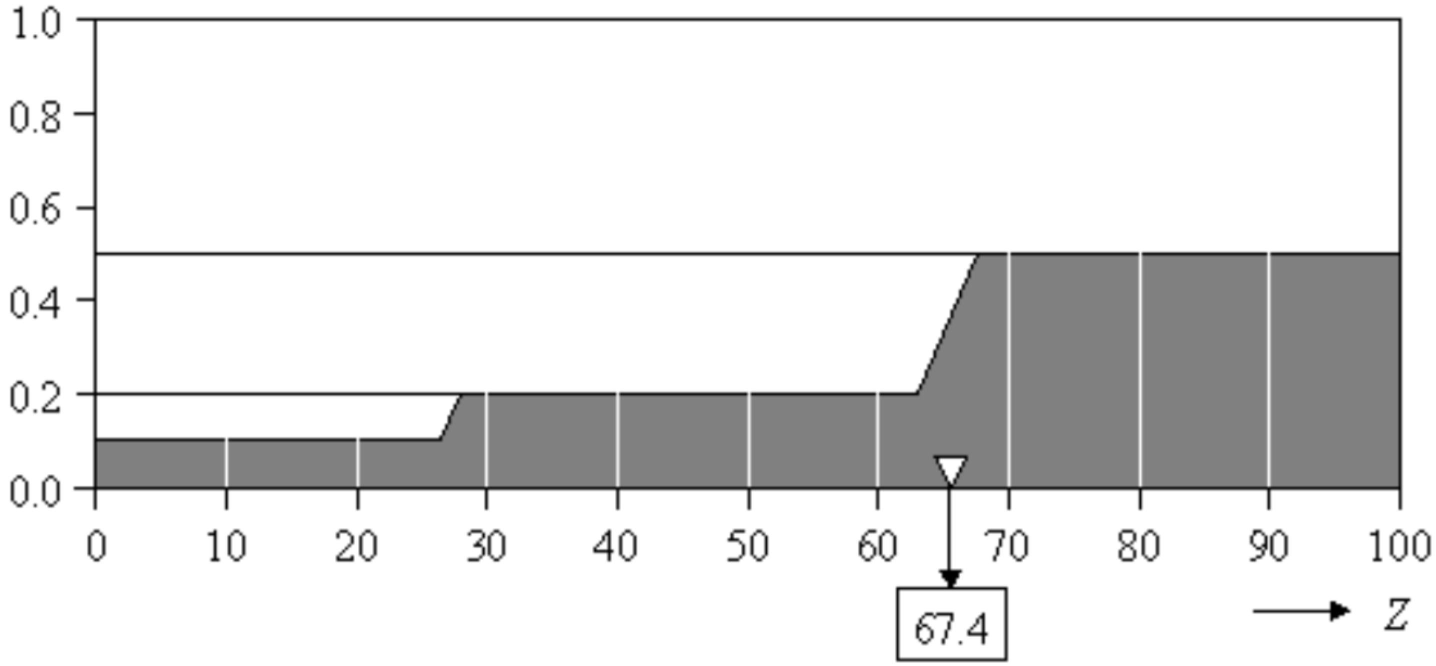
$$\frac{(0+10+20)\times 0.1+(30+40+50+60)\times 0.2+(70+80+90+100)\times 0.5}{0.1+0.1+0.1+0.2+0.2+0.2+0.2+0.5+0.5+0.5+0.5} = 67.4$$

Defuzzificación

DEFUZZIFICACIÓN:

En este caso, se usa el método de centroide.

$$X_C = \frac{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^{b} \mu_A(x)}$$



Modelado difuso: TSK

También conocido como modelo Takagi-Sugeno-Kang.

- Alternativa al método de Mamdani, basado en reglas difusas pero en el que el consecuente no nos da un conjunto difuso sino una serie de funciones lineales.
- Útil para sistemas complejos y de dimensiones mayores.

Modelado difuso: TSK

La principal diferencia respecto al de Mamdani es que **NO** es necesario realizar un proceso de **defuzzificación**.

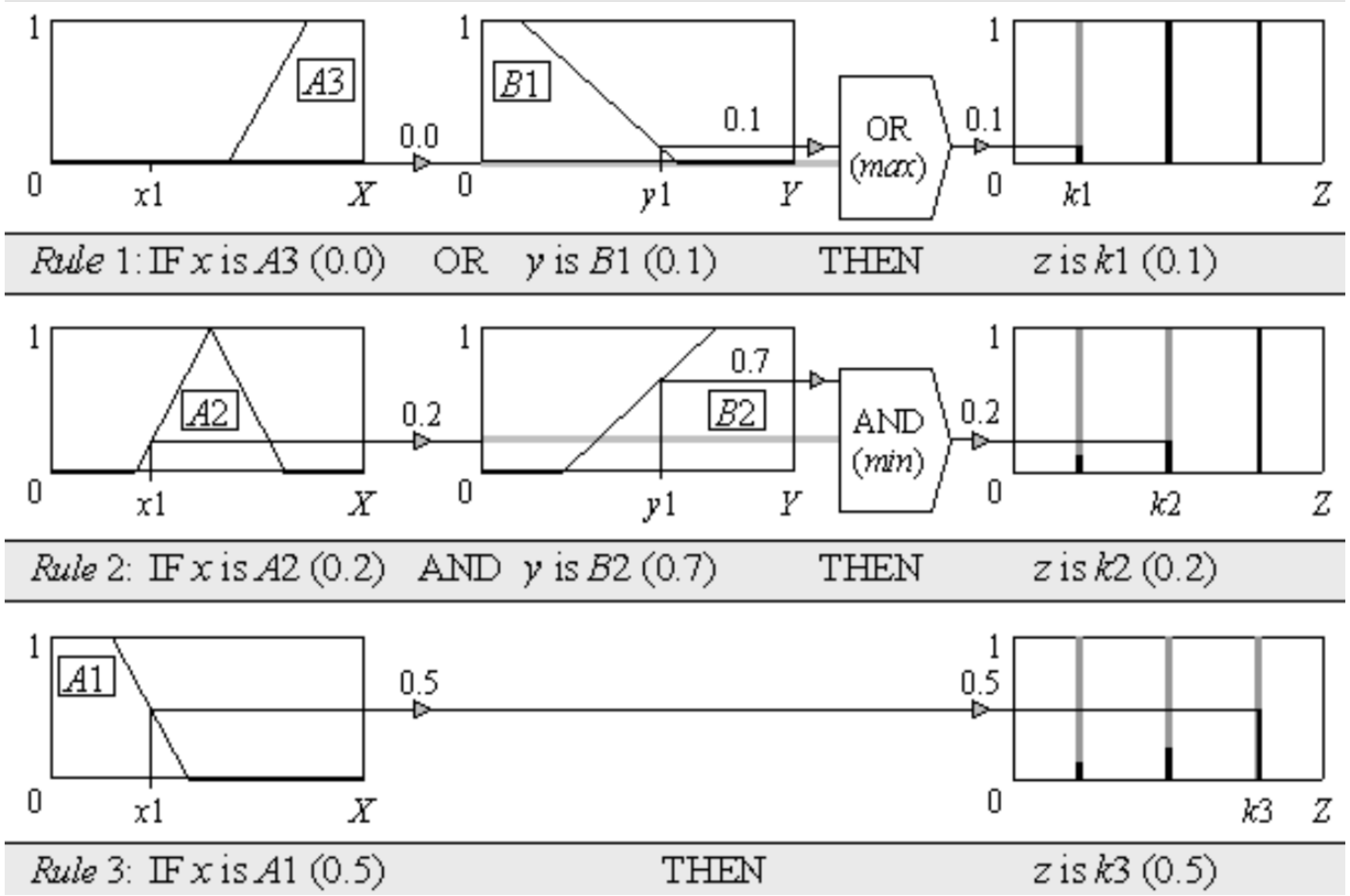
Esto se debe al hecho de que no se obtiene ningún conjunto difuso sino un conjunto de funciones lineales.

Así, con el método TSK se puede obtener directamente el valor de salida de sistema con una expresión como la siguiente:

$$Z_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \omega_i f_i(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i}$$

Modelado difuso: TSK

En el ejemplo, cada regla obtiene un valor lineal o *crisp*.



Tomando los consecuentes como:

Siendo k1=20

Siendo k2=50

Siendo k3=80

Modelado difuso: TSK

Por tanto, el resultado sería una salida *crisp*:

$$\frac{\mu(k1)\times k1+\mu(k2)\times k2+\mu(k3)\times k3}{\mu(k1)+\mu(k2)+\mu(k3)}=\frac{0.1\times 20+0.2\times 50+0.5\times 80}{0.1+0.2+0.5}=65$$

Modelado difuso: Mamdani vs TSK

- El modelo de Mamdani es el más usado, más intuitivo para expertos humanos y tiene una carga computacional considerable.

- El modelo TSK es más eficiente computacionalmente, trabaja mejor con optimización y técnicas adaptativas. Además, es más adecuado para integrarlo con IA. Por el contra, su explicabilidad es más compleja.

Modelado difuso: conclusión

Hay muchos más modelos de inferencia, adecuados cada uno a un problema concreto, pero con una serie de **objetivos** comunes (*aproximadores generales, transparencia e interpretabilidad*), y para ello cumplen con unas **características** concretas:

- **Distinguibilidad** (que los valores lingüísticos sean lo más significativos y diferenciables posible).
- **Normalidad** (que para cada función de pertenencia exista al menos un elemento del universo con pertenencia máxima).
- **Moderación** (número acotado de entidades a manejar).
- **Cubrimiento** (que cubra todo el espacio de la variable representada).

Ejercicio

Enunciado:

Partiendo de la edad y la alimentación, evaluar el riesgo de padecer diabetes.