

Ejercicio 2: Cuantización

Jordi Blasco Lozano

Planteamiento

Se considera la cuantización simétrica uniforme de un vector en punto flotante a enteros de 8 bits.

$$x = [1,23, -0,87], \quad n = 8.$$

Datos iniciales

- Entrada: $x = [1,23, -0,87]$.
- Número de bits: $n = 8$.
- Valores cuantizados: $q \in \mathbb{Z}$.

Notación y fórmulas

$$q_{\min} = -2^{n-1}, \quad q_{\max} = 2^{n-1} - 1, \quad (1)$$

$$\alpha = \max_i |x_i|, \quad s = \frac{\alpha}{q_{\max}}, \quad (2)$$

$$q_i = \text{round}\left(\frac{x_i}{s}\right), \quad \hat{x}_i = q_i s. \quad (3)$$

El error cuadrático medio se define como:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2.$$

1. Apartado 1: Cálculo de parámetros de cuantización

Rango cuantizado

$$q_{\min} = -2^{8-1} = -2^7 = -128, \quad (4)$$

$$q_{\max} = 2^{8-1} - 1 = 2^7 - 1 = 127. \quad (5)$$

Valor absoluto máximo

$$\alpha = \max(|1,23|, |-0,87|) = \max(1,23, 0,87) = 1,23. \quad (6)$$

Factor de escala

$$s = \frac{\alpha}{q_{\max}} = \frac{1,23}{127} \approx 0,00969. \quad (7)$$

2. Apartado 2: Cuantización y decuantización

Cuantización de $x_1 = 1,23$

$$q_1 = \text{round}\left(\frac{1,23}{0,00969}\right) = \text{round}(126,93 \dots) = 127. \quad (8)$$

Cuantización de $x_2 = -0,87$

$$q_2 = \text{round}\left(\frac{-0,87}{0,00969}\right) = \text{round}(-89,78 \dots) = -90. \quad (9)$$

Vector cuantizado

$$q = [127, -90].$$

Reconstrucción

$$\hat{x}_1 = 127 \cdot 0,00969 = 1,2306, \quad (10)$$

$$\hat{x}_2 = (-90) \cdot 0,00969 = -0,8721. \quad (11)$$

3. Apartado 3: Error de cuantización

Error absoluto

$$\epsilon_1 = |1,23 - 1,2306| = 0,0006, \quad (12)$$

$$\epsilon_2 = |-0,87 - (-0,8721)| = 0,0021. \quad (13)$$

Error cuadrático medio

$$\text{MSE} = \frac{1}{2} [(0,0006)^2 + (0,0021)^2] \quad (14)$$

$$= \frac{1}{2} [0,00000036 + 0,00000441] \quad (15)$$

$$= \frac{0,00000477}{2} \approx 2,39 \times 10^{-6}. \quad (16)$$

Resumen final

Elemento	Original (x)	Cuantizado (q)	Reconstruido (\hat{x})	Error
x_1	1.23	127	1.2306	0.0006
x_2	-0,87	-90	-0,8721	0.0021