IC en casos de 2 poblaciones normales

Cuando se dispone de dos m.a.s. de dos v.a. normales X e Y, se pueden plantear intervalos de confianza sobre la diferencia de medias o el cociente de varianzas. Dependiendo de la información de la que se dispone los *estadísticos* a utilizar tienen distribuciones de un tipo u otro y son los que condicionan los valores del intervalo. Se estudian las siguientes circunstancias:

- Estudio de la diferencia de ambas medias.
    - Caso en el que se supone que las v.a. normales tienen las varianzas son iguales (homecedasticidad).
    - Caso en el que se supone que son normales pero que no puede asumirse que las varianzas son iguales.
    - Caso general para distribuciones con muestras grandes donde la normalidad es tiene carácter asintótico.
- Intervalo para la razón de varianzas en poblaciones normales.
- Determinación del tamaño muestral.

Diferencia de medias de dos normales de varianza común

Se consideran dos v.a. normales $X \sim N(\mu_1, \sigma)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma)$. El intervalo de confianza al $100(1-\alpha)\,\%$ es:

$$I_{\mu_1-\mu_2}^{1-\alpha} = \left((\bar{X} - \bar{Y}) \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} \cdot S_T \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right)$$

- $\bar{X}, \bar{Y}$ son las medias muestrales respectivas.
- $\hat{S_T}^2 = \frac{(n_1-1)\cdot\hat{s}_1^2 + (n_2-1)\cdot\hat{s}_2^2}{n_1+n_2-2}$
- n_1, n_2 son los tamaños muestrales respectivos,
- $t_{\frac{\alpha}{2}}$ es el valor crítico de la distribución t de Student correspondiente a cola a derecha de $\frac{\alpha}{2}$.

Diferencia de medias de dos normales de varianza distinta

Se consideran dos v.a. normales $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$ $(\sigma_1 \neq \sigma_2)$. El intervalo de confianza al $100(1-\alpha)\,\%$ es:

$$I^{1-\alpha}_{\mu_1-\mu_2} = \left((\bar{X} - \bar{Y}) \pm t_{\frac{\alpha}{2},g} \cdot \sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}} \right)$$

- $g = n_1 + n_2 - 2 - \Delta$, gr. de libertad ,
- $\Delta =$ es el entero más próximo a $\frac{((n_2-1)S_1-(n_1-1)S_2)^2}{(n_2-1)S_1^2+(n_1-1)S_2^2}$
- $S_i = \frac{\hat{s}_i{}^2}{n_i}, i = 1, 2$

IC de de la diferencia de medias de dos poblaciones normales, caso general

Para casos en los que n es *grande* sabemos que asintóticamente las v.a. pueden ser consideradas normales. El intervalo de confianza del $100(1-\alpha)\,\%$ para la diferencia de medias es:

$$I_{\mu_1-\mu_2}^{1-\alpha} = \left((\bar{X} - \bar{Y}) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}} \right)$$

- $\hat{s}_i^2$ Son las quasi-varianzas muestrales respectivas,
- $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ es el valor crítico de la distribución normal estándar correspondiente a cola a derecha de $\frac{\alpha}{2}$.

IC de de la razón de varianzas en poblaciones normales

El intervalo de confianza del $100(1-\alpha)\,\%$ para el cociente de varianzas $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ es:

$$I^{1-\alpha}_{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}} = \left(F_a \cdot \frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2}, F_b \cdot \frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2} \right)$$

- $\hat{s}_i^2$ Son las quasi-varianzas muestrales respectivas,
- F_a y F_b cumplen que $P(F_a < F < F_b) = 1-\alpha$, donde F es una distribución *F de Snedecor* con (n_2-1) y $n_1-1)$ grados de libertad. O sea:
- F_b es el valor que deja $1-\frac{\alpha}{2}$ a derecha de la F y F_a el que deja a izquierda el mismo valor y de la misma F.

Determinación del tamaño muestral

Si se plantea determinar el valor del tamaño muestral n para que el intervalo tenga una amplitud determinada L en los casos donde el intervalo se plantea como $(centro \pm amplitud)$, se nos plantearía una ecuación $L = amplitud$. Como n interviene en la expresión de la amplitud, de ahí podríamos obtener un valor estimado o una cota de n.

1. Media de población normal y varianza conocida: $amplitud = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
2. Proporción de una población: $amplitud = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

1. $L = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow n = z^2_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma^2}{L^2}$
2. $L = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \rightarrow n = z^2_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{L^2}$