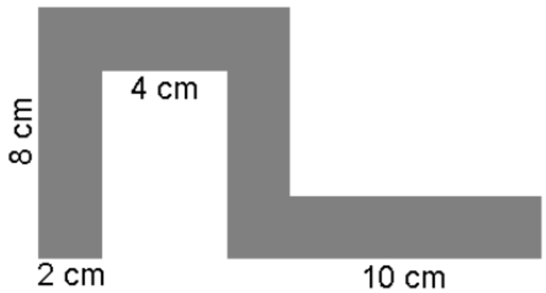
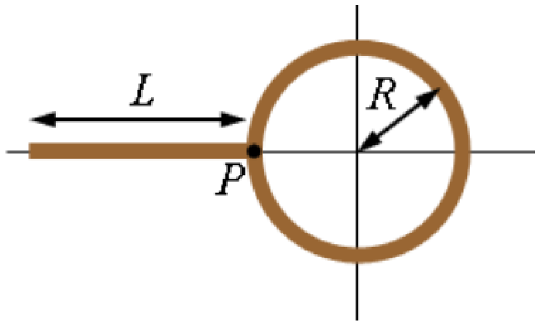
1. Determinar la posición del centro de masas de tres partículas de masas m, $2m$ y $3m$ que se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de lado L.
Solución: $r = 7L/12\, i\ + 3^{1/2}L/4\, j$

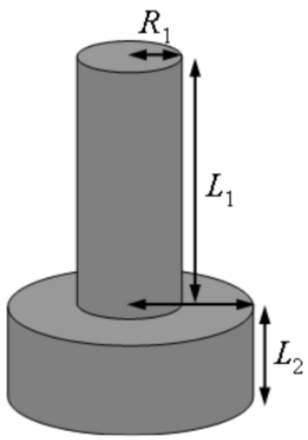
2. Calcular la posición del centro de masas de la superficie plana y homogénea representada en la figura.
Solución: $r_{CM} = 6.28i + 3.57j$ cm



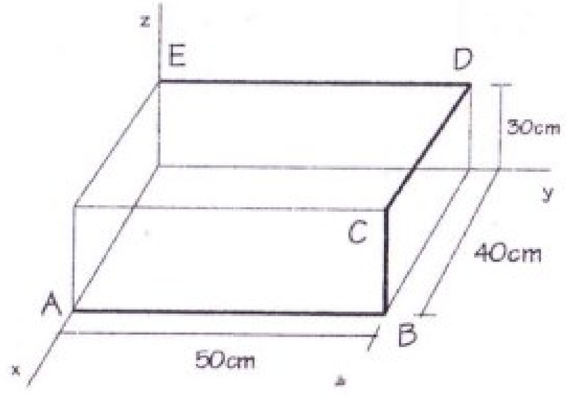
3. Tenemos un alambre homogéneo con el que hemos construido un objeto de la forma de la figura, es decir, una varilla de longitud L junto con un aro de radio R. Hallar la relación que debe existir entre R y L para que el centro de masas del sistema esté ubicado en P.
Solución: $L/R = 2\pi^{1/2}$



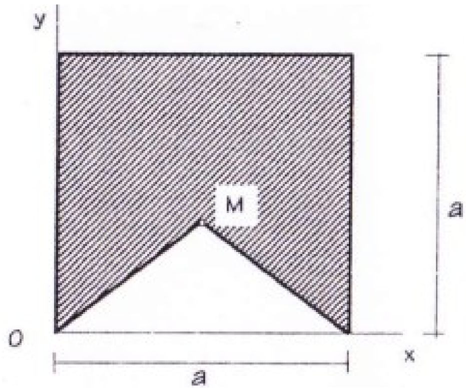
4. Hallar la relación entre las alturas L_1 y L_2 y los radios R_1 y R_2 de los cilindros macizos y homogéneos de la figura, para que el centro de masas esté en el centro de las caras de contacto entre los dos cilindros.
Solución: $R_1/R_2 = L_2/L_1$



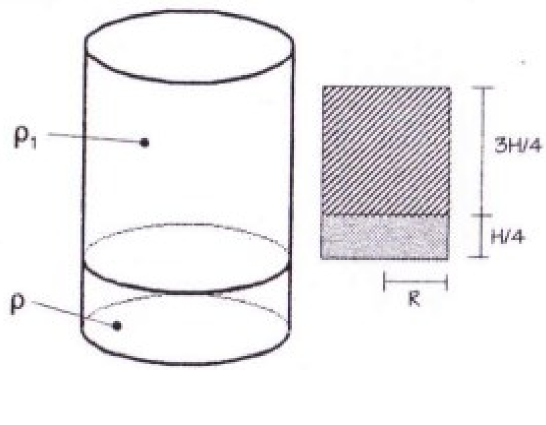
5. Hallar el centro de gravedad del alambre ABCDE, de sección uniforme, siendo la densidad de los lados AB y BC tres veces mayor que la de los tramos CD y DE.
Solución: $x_G = 0.32\ \mathrm{m},\ y_G = 0.35\ \mathrm{m},\ z_G = 0.12\ \mathrm{m}$



6. ¿Qué altura debe tener el hueco triangular de la figura para que el CG esté situado en M?
Solución: $\frac{3a}{2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$



7. Sea un cilindro macizo, construido en su parte superior con un material de densidad conocida, y en la parte inferior con otro material de densidad desconocida. ¿Cuál debería ser esta densidad si el centro de gravedad del conjunto debe encontrarse situado en el plano de separación de los dos materiales?
Solución: $\rho = 9\rho_1$



8. La figura representa una sección superficial de densidad uniforme. Determinar:

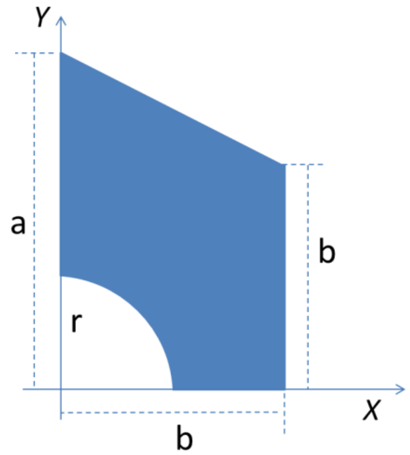
a) El volumen de revolución que se obtiene al rotar la figura en torno al eje Y, considerándola de densidad uniforme.

Si la densidad, para $y < b$, fuese σ_1 y, para $y > b$, fuese σ_2:

b) ¿En qué relación deberían estar las dos densidades para que la coordenada vertical del centro de gravedad fuera $y_{CG} = b$?

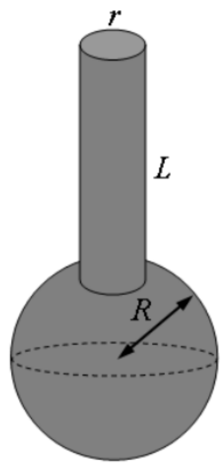
(Datos numéricos: $r = 2.00\ \mathrm{m}$; $b = 2r$; $c = 3r$)

Solución: a) $V = 218.23\ \mathrm{m}^3$, b) 8.28



9. Calcular la posición del centro de masas de la pieza homogénea de la figura, tendiendo en cuenta que *R* = 30 cm, *r* = 10 cm y *L* = 1 m.

Solución: $x_{CM} = 112.6\ \mathrm{cm}$



10. Determinar la posición del centro de masas de un sector circular de ángulo 2 y radio R. Calcular la posición del centro de masas para un semicírculo.

Solución: $x_{CM} = 2\mathrm{R}\sin\alpha/(3\alpha), x_{CM} = 4\mathrm{R}/(3\pi)$

11. Calcular la posición del centro de masas de una semiesfera de radio R.

Solución: $z_{CM} = 3\mathrm{R}/8$

12. En la colocación de una estructura de gran tamaño, en forma de letra B, se pretende colgar la misma de un punto P situado en el tramo superior curvo de la letra, de forma que la parte recta permanezca vertical. La letra está hecha de una barra de hierro recta y dos semianillos, todos de sección despreciable.
a) ¿A qué distancia horizontal *d* del tramo recto habrá que colgar la letra por el punto P?
b) Hállese el área de la superficie de revolución de la letra en torno al eje horizontal que pasa por el extremo inferior de la parte recta de la letra misma.
Solución: $d = 37a/(30(2+\pi))$

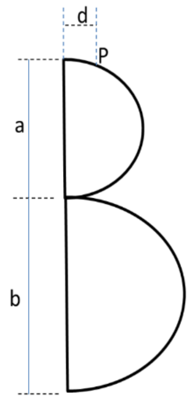
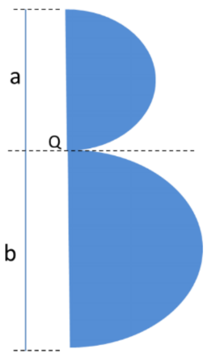


Figura 1



En lugar de barras de hierro, para hacer la letra B se quieren ahora utilizar dos superficies semicirculares, de densidades diferentes, de forma que la coordenada vertical del centro de gravedad se encuentre a la altura en que se unen las dos superficies (punto Q).
c) ¿En qué relación deben estar las dos densidades para que esto ocurra?
Datos numéricos: a = 1,47 m, $b = 7a/5$
Solución: $(7/5)^3$

13. Dos partículas de masa 2 y 3 kg se encuentran situadas en los puntos (3, –1, 2) m y (4, 0, 1) m, respectivamente, y están unidas por una barra rígida de masa despreciable, encontrándose el sistema inicialmente en reposo. Sobre la primera partícula actúa una fuerza F_1 = 3i + 4k N y sobre la segunda F_2 = 2i + 3j – 2k N. Determinar: (a) la posición del centro de masa del sistema a los 3 segundos de iniciado el movimiento, (b) el momento lineal del conjunto transcurridos estos 3 s.
Solución: (a) R = 8.1i + 2.3j + 3.2k m, (b) p = 15i + 9j + 6k N·s

14. Consideremos un sistema compuesto por cuatro partículas de masas 1, 2, 3 y 4 kg; en un instante dado y respecto de un observador inercial, la primera tiene una velocidad v_1 = 3i – 4j m/s, v_2 = – 4k m/s y v_3 = 2i – 3j + k m/s. Hallar la velocidad de la cuarta partícula de forma que el centro de masas permanezca en reposo.
Solución: v_4 = (–9i + 13j + 5k)/4 m/s

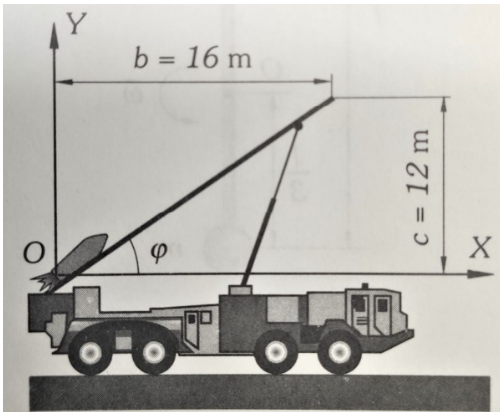
15. Un proyectil de 30 kg de masa se lanza verticalmente hacia arriba (partiendo del origen en el plano XOY) con una velocidad de 300 m/s y explota cuando alcanza el punto más alto de su trayectoria dividiéndose en tres fragmentos iguales. Uno de ellos continúa ascendiendo verticalmente a 80 m/s y el otro forma un ángulo con la vertical de 30° a la izquierda a 120 m/s. Determinar la dirección y velocidad del tercer fragmento.
Solución: a) v_3 = 60i - 184j m/s, 72°

16. Un proyectil de 30 kg de masa es lanzado por un cañón con una velocidad de 200 m/s y formando un ángulo de 30º con la horizontal; a los 10 s del disparo explota y se parte en dos trozos; uno de ellos, de 20 kg de masa, cae verticalmente, llegando al suelo 5 s después de la explosión. ¿Dónde se encuentra el segundo trozo respecto al punto de lanzamiento cuando el primero impacta contra el suelo? (se desprecia la masa del explosivo).
Solución: $2500\cdot(3)^{1/2}$i+1125j m

17. Un sistema está formado por tres partículas de masas m_1 = 2 kg, m_2 = 3 kg y m_3 = 5 kg, que en un instante determinado tienen por velocidades v_1 = i – j m/s, v_2 = 3j – k m/s y v_3 = i + j + k m/s. Calcular: (a) la energía cinética del sistema, (b) la energía cinética referida al centro de masas del sistema, es decir, la energía cinética interna, y (c) comprobar que la energía cinética interna más la energía cinética del centro de masas es igual a la energía cinética del sistema.
Solución: (a) 24.5 J, (b) 14.65 J, (c) 14.65 J + 9.85 J = 24.5 J

18. Un nadador de 80 kg se lanza horizontalmente a un embalse de agua en reposo, con una velocidad de 15 m/s desde una barca en reposo que tiene una masa de 150 kg. La resistencia al avance de la barca que ofrece el agua es directamente proporcional a su velocidad en cada instante, siendo la constante de proporcionalidad 5 kg/s. Calcúlese la velocidad de la barca 15 s después de lanzarse el nadador.
Solución: 4.8 m/s

19. Un proyectil de 200 kg recorre la rampa de lanzamiento de un camión lanzamisiles con una aceleración de 10g. Inicialmente, el centro de masas del proyectil está en el origen de coordenadas y el centro de masas del camión, de 10000 kg y que se encuentra frenado, está en (12, 0) m. Calcular durante el lanzamiento:
a) Posiciones inicial y final del centro de masas del sistema
b) Aceleración de dicho centro de masas
c) Reacción normal del suelo sobre el camión
d) Fuerza que desarrollan los frenos para mantenerlo fijo.



Solución: (a) R_0 = 600i/51 m, R_f = 616i/51+12j/51 m, (b) a_{CM} = 80i/51+60j/51 m/s2, (c) N = 114000 N, (d) F_R = 16000 N

20. Un hombre de 80 kg que se encuentra de pie sobre una superficie helada sin rozamiento arroja horizontalmente una pelota de 100 g con una velocidad de 25 m/s. (a) ¿En qué dirección y con qué velocidad comenzará a moverse el hombre? (b) Si durante 3 s, el hombre arroja 4 de esas pelotas ¿cuál es la fuerza media que actúa sobre él?
Solución: (a) -0.03 m/s, (b) 3.33 N

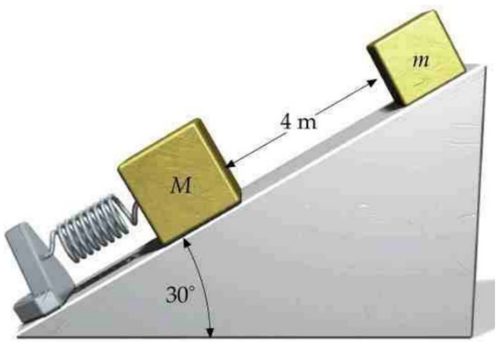
21. Tenemos dos bloques de masas 5 y 15 g que se mueven en la misma dirección con velocidades 10 y 5 cm/s, respectivamente. Calcular: (a) las velocidades después de un choque elástico si sus movimientos son de sentidos opuestos, (b) las velocidades después de un choque elástico si sus movimientos van en el mismo sentido, (c) la velocidad del conjunto y la pérdida de energía cinética si el choque es perfectamente inelástico y los bloques viajan inicialmente en sentidos opuestos.
Solución: (a) –12.5 cm/s, 2.5 cm/s (b) 2.5 cm/s, 7.5 cm/s, (c) –1.25 cm/s, 422·10–7 J

22. Una esfera A se mueve con velocidad v_A; choca con otra esfera B quieta, y ésta, al salir despedida, choca a su vez, con una tercera esfera C, también inmóvil. La relación de masas entre las tres esferas es 3:6:2. Calcular la velocidad con la que sale la bola C suponiendo que las colisiones son centrales y perfectamente elásticas.
Solución: $v_C = v_A$

23. Un resorte vertical de constante k = 1000 N/m sostiene un plato de 2 kg de masa. Desde 5 m de altura respecto del plato se deja caer un cuerpo de 4 kg que se adhiere a él. Calcular: (a) la máxima compresión del resorte, (b) la máxima compresión del resorte si el choque no es totalmente inelástico, siendo el coeficiente de restitución 0.5.
Solución: (a) 57.3 cm, (b) 46.3 cm

24. Dos puntos materiales de m_1 = 4 kg y m_2 = 6 kg están situados en (0,3) y (0,4) respectivamente (coordenadas en metros), siendo sus velocidades v_1 = 2i m/s y v_2 = 3j m/s.
a) Determinar el momento angular del sistema formado por los dos puntos materiales respecto al origen O del sistema de referencia, así como el momento angular del sistema respecto a su centro de masas.
b) Determinar la energía cinética del sistema respecto a O, así como la energía cinética del mismo respecto a su centro de masas.
Solución: (a) 48k kg·m^2/s, 14.4k kg·m^2/s; (b) 35 J, 15.6 J

25. Inicialmente, la masa *m* = 1 kg y la masa *M* están ambas en reposo sobre un plano inclinado sin rozamiento. La masa *M* se apoya en un muelle de constante elástica 11000 N/m. La distancia a lo largo del plano entre *m* y *M* es de 4.0 m. La masa *m* se deja libre, choca elásticamente con la masa *M* y rebota hasta una distancia de 2.56 m sobre el plano inclinado. La masa *M* se detiene momentáneamente a 4 cm de suposición inicial. Determinar la masa *M*.
Solución: 8.89 kg



26. Se dispara una bala contra un bloque suspendido mediante un cable. El bloque con el proyectil incrustado oscila como un péndulo. Si las masas de la bala y del bloque son m_1 y m_2, respectivamente y la altura máxima alcanzada en la oscilación es h_1, determinar la velocidad de la bala.
Solución: $\left(\frac{m_1+m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh}$

27. Un sistema de dos partículas se encuentra en movimiento. En t = 0 s una de las dos partículas se encuentra en el origen, en ese mismo instante, la posición de la segunda partícula es (x_2, 4.0) m y su masa es 0.30 kg. La posición del centro de masa del sistema, también en t = 0 s, es (x_{CM}, 1.6) m. Además, la velocidad del centro de masa sigue la función $(1.25\text{m/s}^3)t^2$ i. Determine el vector fuerza externa que actúa sobre el sistema en t = 5.0 s.
Solución: 9.38i N

28. Dos esferas pequeñas A y B de masa m y 2m, respectivamente, están unidas por medio de una barra rígida de longitud l y masa despreciable. Las dos esferas descansan sobre una superficie horizontal sin rozamiento cuando repentinamente se le proporciona a A la velocidad $\vec{v}_0 = v_0\hat{\imath}$.
Determinar: a) el momento lineal del sistema y su momento angular respecto de su centro de masas, b) las velocidades de A y B después de que la barra AB haya girado 90° y c) las velocidades de A y B después de que la barra AB haya girado 180°.