Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal
Escuela Politécnica Superior – Universidad de Alicante
Grado en Ingeniería en Inteligencia Artificial – Curso 2023/24
Fundamentos Físicos para Ingeniería – Segundo examen parcial (Temas 5 a 8). 22/05/24

- No está permitido el uso de libros, apuntes, ordenadores y dispositivos móviles en general, los cuales deberán permanecer apagados durante la duración del examen.
- Esta permitido el uso del formulario básico.
- Todos los pasos realizados para la resolución de las cuestiones y problemas deben ser razonados y explicados de forma breve y clara.
- Las notaciones incluidas deben ser brevemente explicadas.
- Obtenga las expresiones simbólicas realizando los cálculos algebraicamente y sustituyendo los valores numéricos preferiblemente en el último paso.
- Los resultados deben expresarse correctamente con el número de cifras significativas y sus unidades.

Cuestiones *(1 punto/cuestión)*

1. La velocidad máxima vertical de un segmento de una cuerda tensa horizontal a través de la que viaja una onda con velocidad v, amplitud A y longitud de onda λ es $v_{y,max}$. Si se aumenta el doble la amplitud y la onda viaja a la misma velocidad, ¿cuánto debe aumentar la longitud de onda para que la velocidad máxima vertical no se vea modificada?

Expresando la velocidad máxima vertical en función de la velocidad v, amplitud A y longitud de onda λ:

$$v_{y,max} = A\omega = A \cdot 2\pi f = 2\pi \frac{v}{\lambda} A$$

De acuerdo con el enunciado, cuando la amplitud aumenta a un valor de $2A$ y la velocidad continúa siendo v, se debe cumplir:

$$v_{y,max} = 2\pi \frac{v}{\lambda} A = 2\pi \frac{v}{\lambda'} (2A) \; ; \; \frac{1}{\lambda} = \frac{2}{\lambda'} \; ; \; \lambda' = 2\lambda$$

Por tanto, la longitud de onda debe aumentar el doble del valor inicial.

2. Determinar el potencial eléctrico V en un punto $\mathrm{P}(6.00{,}8.00)\ \mathrm{m}$ debido a un sistema de tres cargas puntuales cuyos valores y posiciones en metros son: $q_1 = +1.50\ \mu C$; $(0{,}8.00)$, $q_2 = +2.50\ \mu C$; $(0{,}0)$ y $q_3 = -3.50\ \mu C$; $(6.00{,}0)$.

Aplicando el principio de superposición al potencial eléctrico V:

$$V = \sum_{i=1}^{N} V_i = \sum_{i=1}^{N} k \frac{q_i}{r_i}$$

En el punto P:

$$V_{\mathrm{P}} = 8.99 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{1.50 \cdot 10^{-6}}{6.00} + \frac{2.50 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8.00^2 + 6.00^2}} + \frac{(-3.50 \cdot 10^{-6})}{8.00} \right) = 562\ \mathrm{V}$$

3. Una bobina consta de un bucle circular de radio $r = 6.15$ cm y tiene $N = 50.0$ vueltas. Una corriente con una intensidad de $I = 1.3$ A fluye por la bobina, que está dentro de un campo magnético homogéneo de intensidad 0.995 T. ¿Cuál es el momento de torsión máximo sobre la bobina debido al campo magnético? Considerar π con tres cifras significativas.

El momento de torsión sobre un bucle conductor de corriente eléctrica se obtiene como:

$$\tau = N\tau_i = \mu B \sin(\theta) = NIAB \sin(\theta)$$

Para que este momento de torsión adquiera su valor máximo, el ángulo θ entre el vector momento dipolar magnético y el campo magnético debe ser de 90°. Teniendo en cuenta los datos proporcionados en el enunciado y que:

$$A = \pi r^2 = 3.14 \cdot (6.15 \cdot 10^{-2})^2 = 0.0119 \text{ m}^2$$

Se obtiene un valor para el momento de torsión máximo de:

$$\tau_{máx} = 50.0 \cdot 1.3 \cdot 0.0119 \cdot 0.995 \cdot 1 = 0.77 \text{ Nm}$$

Problemas

4. *(2 puntos)* Un cuerpo de masa 62 g está unido a un muelle. Dicho cuerpo se desplaza alrededor de la posición de equilibrio con una frecuencia de 3.0 Hz y se observa que en el instante inicial el cuerpo se encuentra en $x = +\ 0.20$ m y su velocidad es de $v = +\ 210$ cm/s. Considerar π con tres cifras significativas, determinar:

a) La ecuación del movimiento.

b) Velocidad y aceleración máximas del cuerpo.

c) Energías cinética, potencial y total del cuerpo para un tiempo de 0.25 s.

a) La ecuación del movimiento será: $x(t) = Acos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Puesto se tiene el valor de la frecuencia, se puede calcular el valor de la frecuencia angular ω_0:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 6.0\pi \ \text{ rad/s}$$

Para obtener el valor de la amplitud A y la fase inicial φ_0 se deben utilizar los datos en el instante inicial ($t = 0$) de la posición y velocidad que se indican en el enunciado:

$$x(0) = A\cos(\varphi_0)$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \ ; \ v(0) = -A\omega_0 \sin(\varphi_0)$$

Dividiendo ambas ecuaciones se obtiene el valor de la fase inicial φ_0:

$$\frac{v(0)}{x(0)} = \frac{-A\omega_0 \sin(\varphi_0)}{A\cos(\varphi_0)} = -\omega_0 \tan(\varphi_0) \ ; \ \tan(\varphi_0) = -\frac{v(0)}{\omega_0 x(0)} = -\frac{2.10}{6.0\pi \cdot 0.20}$$

$$\varphi_0 = -29° \equiv 331° \equiv 5.8 \ \text{ rad}$$

Utilizando la ecuación para la posición en el instante inicial se determina el valor de la amplitud A:

$$x(0) = A\cos(\varphi_0) \ ; A = \frac{x(0)}{\cos(\varphi_0)} = \frac{0.20}{\cos(5.8)} = 0.23 \text{ m}$$

Por tanto, la ecuación del movimiento será:

$$x(t) = 0.23\cos(6.0\pi t + 5.8)$$

b) La velocidad máxima será:

$$v(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)\ ;\ \ v_{max} = \pm A\omega_0 = \pm 0.23 \cdot 6.0\pi = \pm 4.3\ \ \mathrm{m/s}$$

Para obtener la aceleración máxima:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0)\ ;\ \ a_{max} = \pm A\omega_0^2 = \pm 0.23 \cdot (6.0\pi)^2 = 82\ \ \mathrm{m/s^2}$$

c) Teniendo en cuenta que $k = \omega_0^2 A^2$, la energía libre del oscilador libre no amortiguado será:

$$E_T = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.062 \cdot (6.0\pi)^2 \cdot (0.23)^2 = 0.58\ \mathrm{J}$$

La energía potencial solo depende de la distancia en la forma $U = \frac{1}{2}kx^2(t)$. Se calcula primero el valor de x para un tiempo de 0.25 s:

$$x(0.25) = 0.23\cos(6.0\pi \cdot 0.25 + 5.8) = -0.11\ \ \mathrm{m}$$

La energía potencial será:

$$U = \frac{1}{2}kx^2(t) = \frac{1}{2} \cdot 0.062 \cdot (6.0\pi)^2 \cdot (-0.11)^2 = 0.13\ \mathrm{J}$$

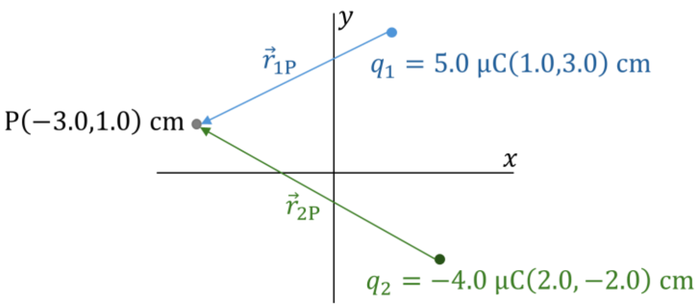
La energía cinética se obtiene teniendo en cuenta que la energía total en un oscilador libre no amortiguado permanece constante:

$$K = E_T - U = 0.58 - 0.13 = 0.45\ \mathrm{J}$$

5. *(3 puntos)* Una carga puntual de 5.0 μC está localizada en el punto $x = 1.0$ cm, $y = 3.0$ cm mientras que otra carga de $-$ 4.0 μC está situada en el punto $x = 2.0$ cm, $y = -2.0$ cm. Determinar:

a) El campo eléctrico en el punto $x = -3.0$ cm, $y = 1.0$ cm

b) La fuerza que actúa sobre una carga de -6 μC situada en el punto $x = -3.0$ cm, $y = 1.0$ cm.



a) El campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto P es la suma de los campos eléctricos creados en este punto por las cargas $q_1 = 5.0$ μC y $q_2 = -4.0$ μC:

$$\vec{E} = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} = k\frac{q_1}{|\vec{r}_{1P}|^2}\hat{r}_{1P} + k\frac{q_2}{|\vec{r}_{2P}|^2}\hat{r}_{2P}$$

Se obtienen las distancias entre las cargas y el punto P así como los vectores unitarios correspondientes:

$$\vec{r}_{1P} = (-3.0,1.0) - (1.0,3.0) = (-4.0,-2.0)\ \mathrm{cm}$$

$$|\vec{r}_{1P}| = \sqrt{(-4.0)^2 + (-2.0)^2} = \sqrt{20}\ \text{cm} = \sqrt{20} \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$
$$\hat{r}_{1P} = \left(\frac{-4.0}{\sqrt{20}}, \frac{-2.0}{\sqrt{20}}\right)$$

$$\vec{r}_{2P} = (-3.0,1.0) - (2.0,-2.0) = (-5.0,3.0)\ \text{cm}$$
$$|\vec{r}_{2P}| = \sqrt{(-5.0)^2 + (3.0)^2} = \sqrt{34}\ \text{cm} = \sqrt{34} \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$
$$\hat{r}_{2P} = \left(\frac{-5.0}{\sqrt{34}}, \frac{3.0}{\sqrt{34}}\right)$$

Se calculan los campos eléctricos creados por ambas cargas:

$$\vec{E}_{1P} = k\frac{q_1}{|\vec{r}_{1P}|^2}\hat{r}_{1P} = 8.99 \cdot 10^9 \cdot \frac{5.0 \cdot 10^{-6}}{\left(\sqrt{20} \cdot 10^{-2}\right)^2}\left(\frac{-4.0}{\sqrt{20}}, \frac{-2.0}{\sqrt{20}}\right) = \left(\frac{-9 \cdot 10^7}{\sqrt{20}}, \frac{-5 \cdot 10^7}{\sqrt{20}}\right)\ ^{\text{N}}/_{\text{C}}$$

$$\vec{E}_{2P} = k\frac{q_2}{|\vec{r}_{2P}|^2}\hat{r}_{2P} = 8.99 \cdot 10^9 \cdot \frac{4.0\ \cdot 10^{-6}}{\left(\sqrt{34} \cdot 10^{-2}\right)^2}\left(\frac{-5.0}{\sqrt{34}}, \frac{3.0}{\sqrt{34}}\right) = \left(\frac{-5.3 \cdot 10^7}{\sqrt{34}}, \frac{3.2 \cdot 10^7}{\sqrt{34}}\right)\ ^{\text{N}}/_{\text{C}}$$

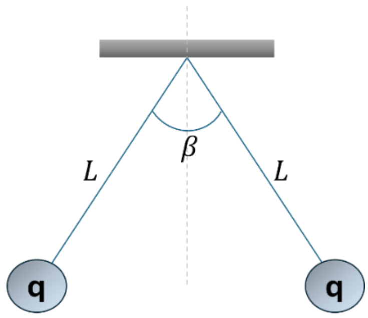
Por tanto, el campo eléctrico en el punto P será:

$$\vec{E} = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} = \left(\frac{-9 \cdot 10^7}{\sqrt{20}} - \frac{5.3 \cdot 10^7}{\sqrt{34}}, \frac{-5 \cdot 10^7}{\sqrt{20}} + \frac{3.2 \cdot 10^7}{\sqrt{34}}\right) = (-1,-2) \cdot 10^7\ \ ^{\text{N}}/_{\text{C}}$$

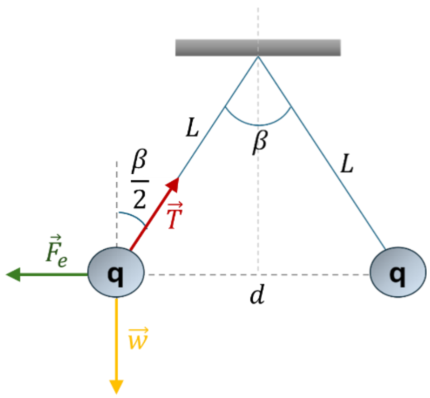
b) Para determinar la fuerza que actúa sobre una carga $q = -6\ \mu\text{C}$ situada en el punto P:

$$\vec{F} = q\vec{E} = (-6 \cdot 10^{-6}) \cdot (-1,-2) \cdot 10^7 = (60,100)\ \text{N}$$

6. *(2 puntos)* Dos esferas con carga idéntica $q = 25.0\ \mu\text{C}$ cuelgan del techo suspendidas por cuerdas aislantes de la misma longitud $L = 1.50$ m. Las dos esferas cuelgan en reposo y cada cuerda forma 25° con respecto a la vertical, siendo el ángulo $\beta = 50°$. Considerar el valor de la aceleración de la gravedad como $g = 9.81\ \text{m/s}^2$. ¿Cuál es la masa de cada esfera?



La masa de cada esfera podrá calcularse a través de las ecuaciones del equilibrio de las fuerzas teniendo en cuenta que el sistema se encuentro en equilibrio. Se plantea por tanto el diagrama del cuerpo libre y las correspondientes ecuaciones:



$$\sum F_x = 0\ ;\ -F_e + T\sin(\beta/2) = 0$$

$$\sum F_y = 0\ ;\ T\cos(\beta/2) - w = 0$$

donde $F_e = k\frac{|q|^2}{d^2}$ *es la fuerza electrostática generada entre ambas esferas y* $w = mg$ *el peso de cada una de ellas. Por la geometría del sistema se tiene que* $d = 2L\,sin(\beta/2)$. *Sustituyendo en las ecuaciones de equilibrio, se obtiene:*

$$k \cdot \frac{|q^2|}{(2L\sin(\beta/2))^2} = T\sin(\beta/2)$$

$$mg = T\cos(\beta/2)$$

Despejamos la T *de la primera ecuación y sustituyendo en la segunda se obtiene:*

$$m = \frac{T\cos(\beta/2)}{g} = k \cdot \frac{|q^2|}{g\tan(\beta/2)(2L\sin(\beta/2))^2} = 0.764\ \mathrm{kg}$$

Ambas esferas tienen la misma masa dada la simetría del sistema.