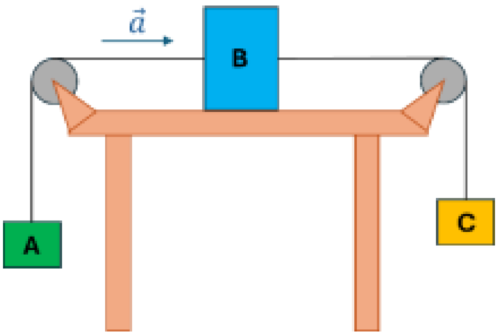
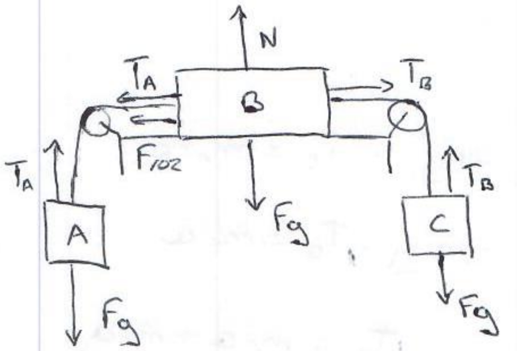
1. (*2 puntos*) El bloque A de la figura tiene una masa de $4.X0$ kg y el bloque B de $12.Y$ kg. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque B y la superficie horizontal es de 0.25. Con estos datos y tomando la aceleración de la gravedad como $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$, determinar:

a) La tensión que hay en cada cuerda en tal situación.

b) La masa que tiene el bloque C si el bloque B se mueve a la derecha con aceleración de $2.V0\ \mathrm{m/s^2}$.





$m_A = 4.20\ kg$

$m_B = 12.0\ kg$

$\mu = 0.25$

$g = 9.8\ m/s^2$

$a = 2.70\ m/s^2$

a)

BLOQUE A:

eje y: $\sum F_y = m \cdot a$

eje x: $\sum F_x = 0$

$T_A - F_{g_A} = m_A \cdot a$ $\quad F_{g_A} = m_A \cdot g$

$$\boxed{T_A = m_A \cdot a + m_A g = 4.2 \cdot 2.7 + 4.2 \cdot 9.8 = 52.5\,N}$$

usando la aceleración dada en el apartado b)

BLOQUE B:

eje y:

$\sum F_y = m \cdot \cancel{a}^{\,0_y}$ $\quad N - F_{g_B} = 0$ $\quad F_{g_B} = m_B \cdot g$

$$\boxed{N = F_{g_B} = m_B\, g = 12 \cdot 9.8 = 117.6\,N}$$

eje x:

$\sum F_x = m_B \cdot a$ $\quad -T_A + T_B - F_{roz} = m_B \cdot a$ $\quad F_{roz} = \mu \cdot N$

$-T_A + T_B - \mu N = m_B \cdot a$

$$\boxed{T_B = m_B \cdot a + T_A + \mu N = 12 \cdot 2.7 + 52.5 + 0.25 \cdot 117.6 = 114.3\,N}$$

b)

bloque c:

eje x:

$\sum F_x = 0$

eje y:

$\sum F_y = m_c \cdot a$

$-F_{g_c} + T_B = m_c \cdot a$

$-m_c g + T_B = m_c a$

$T_B = m_c a + m_c g$

$T_B = m_c (a + g)$

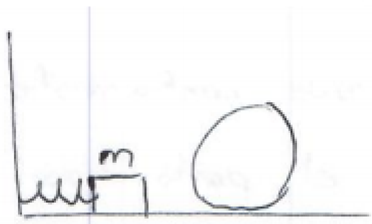
$$\left[m_c = \frac{T_B}{(a+g)} = \frac{114.3}{2.7 + 9.8} = 9.144 \text{ kg} \right]$$

2. (*3 puntos*) Un bloque de masa $m = 0.5\text{V}$ kg es empujado contra un resorte horizontal cuya constante elástica tiene un valor de $k = 45\text{X}$ N/m. Cuando se suelta el bloque viaja a lo largo de una superficie horizontal sin fricción hasta el punto B, en el que empieza a moverse hacia arriba por la parte interior de un carril circular de radio $R = 1.0$ m. La velocidad del bloque en la parte inferior del carril es $v_B = 12$ m/s. El bloque experimenta una fuerza de rozamiento de 7.0 N mientras se desliza a lo largo del carril circular. Considerar la aceleración de la gravedad como $g = 9.80$ m/s^2 y π con tres cifras significativas. Teniendo en cuenta que la masa del resorte es despreciable, determinar:

a) La compresión inicial del resorte.

b) La velocidad del bloque en el punto más alto del carril circular

c) ¿Alcanzará el bloque el punto más alto del carril o caerá antes de alcanzarlo?



$m = 0.57$ kg $g = 9.8$

$k = 452$ N/m $\pi = 3.142$

$R = 1.0$ m

$V_B = 12$ m/s

$F_{roz} = 7.0$ N

a)

$$U_{el} = E_c$$

$$\tfrac{1}{2} k \cdot x^2 = \tfrac{1}{2} m \cdot V_B^2$$

$$x^2 = \frac{m \cdot V^2}{k} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{m \cdot v^2}{k}} = \sqrt{\frac{0.57 \cdot 12^2}{452}} = 0.472 \text{ m}$$

b)

$$\Delta U + \cancel{W_{NC}}^{\,0} + W_{ext} = \Delta K$$

$$U_g + \cancel{U_{el}}^{\,0} + W_{fric} = K_B - K_A$$

$d = \pi \cdot R$

$W_{fric} = F_{roz} \cdot d$

$K_A = \tfrac{1}{2} m \cdot V_A^2$

$$mgh + F_{roz} \cdot \pi \cdot R + \tfrac{1}{2} m V_A^2 = \tfrac{1}{2} m V_B^2$$

$$2mgh + 2F_{roz}\pi R + mV_A^2 = mV_B^2$$

$$mV_A^2 = mV_B^2 - 2mgh - 2F_{roz}\pi R$$

$$V_A^2 = \frac{mV_B^2 - 2mgh - 2F_{roz}\pi R}{m}$$

$$V_A = \sqrt{\frac{mV_B^2 - 2mgh - 2F_{roz}\pi R}{m}}$$

$$V_A = \sqrt{\frac{0.57 \cdot 12^2 - 2 \cdot 0.57 \cdot 9.8 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 7 \cdot 3.142 \cdot 1}{0.57}}$$

$$\boxed{A_A = 5.26 \text{ m/s}}$$

c)

Para que el bloque llegue a la parte más alta del carril, necesita una velocidad mínima que contrarreste la fuerza de la gravedad (F_g). En el punto más alto el bloque no estará en contacto con el carril, por lo que la fuerza normal será 0.

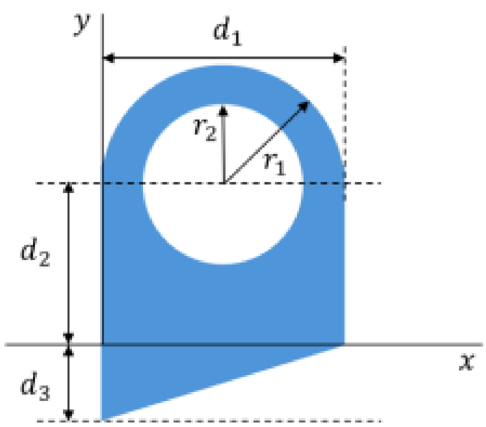
$$|F_c| \geq |F_g|$$

$$\frac{\cancel{m} \cdot V_A^2}{R} \geq \cancel{m} g \qquad V_A \geq \sqrt{R \cdot g}$$

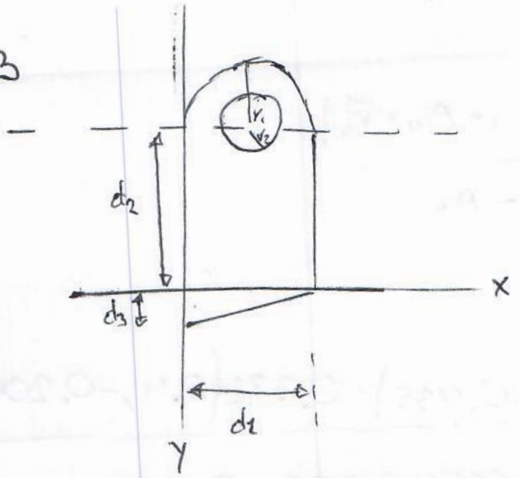
$$\underline{5.26} \geq \sqrt{9.8} = \underline{3.13}$$

al cumplirse la condición, el bloque alcanzará el punto más alto del carril.

3. (*3 puntos*) La placa homogénea de la figura tiene las siguientes dimensiones: $d_1 = 120$ cm, $d_2 = 8\text{V}.0$ cm, $d_3 = 6\text{X}.0$ cm, $r_1 = 60.0$ cm y $r_2 = 4\text{Y}.0$ cm. Determinar la posición del centro de masa (x_{CM}, y_{CM}) de la placa. Tomar π con tres cifras significativas.



3



$d_1 = 120\,cm = 1.2\,m$

$d_2 = 87\,cm = 0.87\,m$

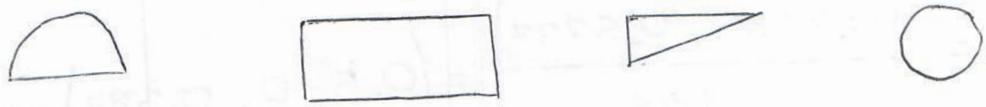
$d_3 = 62\,cm = 0.62\,m$

$r_1 = 60.0\,cm = 0.6\,m$

$r_2 = 40.0\,cm = 0.4\,m$

divisiones placa:

semicirculo (1) + rectangulo (2) + triangulo (3) + circulo (4) −



(1)

$$A_1 = \tfrac{1}{2}\,\pi \cdot r_1^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 3.142 \cdot 0.6^2 = 0.566\,m^2$$

distancia desde el origen

$$\vec{r}_1 = \left(\frac{d_1}{2}\,,\ d_2 + \frac{4}{3}\,\frac{r_1}{\pi}\right) = \left(0.6\,,\ 1.12\right) m$$

(2)

$$A_2 = b \cdot h = d_1 \cdot d_2 = 1.2 \cdot 0.87 = 1.044\,m^2$$

$$\vec{r}_2 = \left(\frac{d_1}{2}\,,\ \frac{d_2}{2}\right) = \left(0.6\,,\ 0.435\right) m$$

(3)

$$A_3 = b \cdot h/2 = \frac{1.2 \cdot 0.62}{2} = 0.372\,m^2$$

$$\vec{r}_3 = \left(\tfrac{1}{3}\,d_1\,,\ -\tfrac{1}{3} \cdot d_3\right) = \left(0.4\,,\ -0.206\right) m$$

(4)

$$A_4 = \pi\, r_2^2 = 3.142 \cdot 0.4^2 = 0.502\,m^2$$

$$\vec{r}_4 = \left(\frac{d_1}{2}\,,\ d_2\right) = \left(0.6\,,\ 0.87\right) m$$

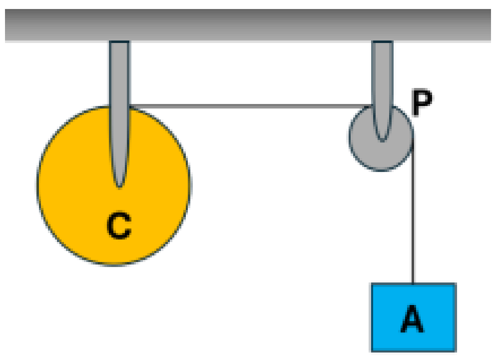
$$\vec{r}_{cm} = \frac{A_1 \cdot \vec{r}_1 + A_2 \cdot \vec{r}_2 + A_3 \cdot \vec{r}_3 + (-A_4 \cdot \vec{r}_4)}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$\vec{r}_{cm_{xy}} = \frac{0.566 \cdot (0.6, 1.12) + 1.044(0.6, 0.435) + 0.372(0.4, -0.206) -}{0.566 + 1.044 + 0.372 - 0.502}$$

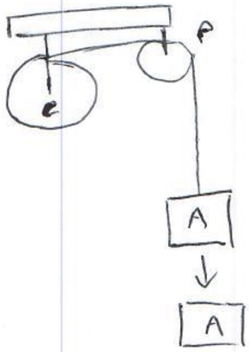
$$\frac{-\ 0.502(0.6, 0.87)}{} =$$

$$= \frac{(0.8136\ ,\ 0.5747)}{1.48} = (0.550,\ 0.388)\ m$$

4. (*2 puntos*) El cilindro C y la polea P giran sin fricción en torno a ejes horizontales estacionarios que pasan por su respectivo centro. Se enrolla una cuerda de masa despreciable en el cilindro, la cual pasa por la polea y tiene una caja A de $3.\mathrm{V}0$ kg suspendida de su extremo libre. No hay deslizamiento entre la cuerda y la superficie de la polea. El cilindro uniforme tiene masa de $5.\mathrm{Y}0$ kg y radio de 40.0 cm. La polea es un disco uniforme con masa de $2.\mathrm{X}0$ kg y radio de 20.0 cm. La caja se suelta desde el reposo y desciende mientras la cuerda se desenrolla del cilindro. Considerar la aceleración de la gravedad como $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$. Determinar la velocidad de la caja cuando ha caído 1.50 m.



4



$y = 1.5$ $\quad m_A = 3.70\ kg$

$V_A = ?$ $\quad m_c = 5.00\ kg$ $\quad R_c = 0.4m$

$m_p = 2.2\ kg$ $\quad R_p = 0.2m$

E_p de A $\rightarrow U_g = m_A \cdot g \cdot h \qquad K_A = 1/2\, m_A \cdot V^2$

E_c de C $\rightarrow K_c = 1/2\, I_c \cdot W_c^2 \quad \begin{cases} I_c = 1/2\, m_c \cdot R_c^2 \\ W_c = \dfrac{V}{R_c} \end{cases}$

E_c de P $\rightarrow K_p = 1/2\, I_p \cdot W_p^2 \quad \begin{cases} I_p = 1/2\, m_p \cdot R_p^2 \\ W_p = \dfrac{V}{R_p} \end{cases}$

$$E_{inicial} = E_f \rightarrow U_{g_A} = K_A + K_c + K_p$$

$$m_A g h = 1/2\, m_A \cdot v^2 + 1/2\, I_c \cdot W_c^2 + 1/2\, I_p \cdot W_p^2$$

$$m_A g h = 1/2\, m_A V_A^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m_c \cancel{R_c^2}\right) \cdot \left(\frac{V_A}{\cancel{R_c}}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m_p \cdot \cancel{R_p^2}\right)\left(\frac{V_A}{\cancel{R_p}}\right)^2$$

$$m_A g h = 1/2\, m_A V_A^2 + \frac{1}{4} m_c V_A^2 + 1/4\, m_p V_A^2$$

$$m_A g h = V_A^2 \left(1/2\, m_A + 1/4\, m_c + 1/4\, m_p\right)$$

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{m_A g h}{1/2\, m_A + 1/4\, m_c + 1/4\, m_p}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3.7 \cdot 9.80 \cdot 1.5}{1/2 \cdot 3.7 + 1/4 \cdot 5 + 1/4 \cdot 2.2}} \boxed{= 3.86\ m/s}$$