



FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA APLICADA A LA IA II

Control Bloque 2:

Espacio Vectorial Euclídeo, Transformaciones y Diagonalización de Matrices

Grado en Ingeniería en Inteligencia Artificial

Fecha: 21 de mayo de 2024

Departamento de Matemática Aplicada

Ejercicio 1. En un espacio vectorial real V , tenemos un producto escalar que, respecto a una base $B = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$, cumple que:

- $|\vec{v}_1| = \sqrt{2}$, $|\vec{v}_2| = \sqrt{3}$ y $|\vec{v}_3| = \sqrt{\lambda}$, $\lambda > 0$.
- El complemento ortogonal de $U \equiv \{x + y + z = 0\}$ es $U^\perp = L\{\vec{v}_1\}$.
- La proyección ortogonal del vector $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ sobre $W = L\{\vec{v}_2\}$ es $\frac{3\lambda}{|\vec{v}_3|^2} \vec{v}_2$.

Determinar la matriz de Gram del producto escalar en la base B . ¿Qué valores posibles puede tomar λ ? Calcular λ para que la distancia entre los vectores $\vec{u} = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3)$ y $\vec{v} = (-\vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{v}_3)$ sea $4\sqrt{5}$.

Ejercicio 2. Se considera una figura 3D formada por los siguientes vértices, unidos entre sí por segmentos: $(0, 0, 0)$, $(3, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ y $(0, 0, 2)$. Se desea una transformación $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que efectúe el siguiente proceso sobre la figura, respetando el orden:

- Un giro en sentido antihorario de $\frac{\pi}{4}$ alrededor del eje z .
- Un giro en sentido horario de $\frac{\pi}{3}$ alrededor del eje y .
- Una dilatación de factor k .
- Una proyección ortogonal respecto al plano XY .

Además, el punto $(0, 0, 2)$ debe transformarse en el $(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0, 0)$.

Hallar la transformación T .

Ejercicio 3. Averiguar si es diagonalizable la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

En caso afirmativo, hallar una matriz diagonal D y de paso P que verifiquen: $AP = PD$.

Importante:

- Resolver cada ejercicio en folios distintos.
- Poner nombre y apellidos en todos los folios.
- Todos los ejercicios tienen la misma puntuación ($10/3 = 3.\hat{3}$ ptos).