Hoja de Problemas de la asignatura

1. ¿Dado un determinado espacio muestral Ω formado por n elementos, ¿cuántos sucesos podríamos considerar en $\mathcal{P}(\Omega)$?

2. Sabiendo que A y B son independientes, justifica que $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son también independientes.

3. Sea A y B sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Calcula:

   a) $P(A|B)$
   b) $P(B|A)$
   c) $P(\overline{A}|B)$
   d) $P(\overline{A}|\overline{B})$
   e) $P(\overline{B}|\overline{A})$
   f) $P(\overline{A \cup B})$

4. El estudiante A asiste un 80 % de veces a clase y B un 60 %. Las asistencia de ambos son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos asista uno?

5. Sabiendo que $P(A) = 0$ justifica que A y B son también independientes, sea quien sea B.

6. Al lanzar tres de dados equilibrados,

   a) Probabilidad de que sumen 7.
   b) Probabilidad de que sumen 9.
   c) Probabilidad de que sumen 10.
   d) Probabilidad de que sumen 19.
   e) ¿Cuál es la probabilidad de que los tres dados sean iguales?
   f) ¿Cuál es la probabilidad de que los tres dados sean pares?
   g) ¿cuál es el valor más probable? (más verosímil?)

7. Al lanzar cinco veces un par de dados equilibrados, calcula la probabilidad de obtener 7 en tres ocasiones.

8. Sabemos que en una urna un número n indeterminado de bolas. Para averiguarlo, hacemos una extracción de 10 bolas y las marcamos. Después las volvemos a introducir. En una segunda extracción, de 10 bolas, han aparecido 2 bolas de las marcadas. ¿Cuál es el número de bolas que maximiza la probabilidad de haber extraído 2 bolas marcadas?

9. Lanzamos una moneda equilibrada hasta obtener cara. ¿Cuál es la probabilidad de que se necesiten exactamente tres lanzamientos? ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara?

10. Lanzamos una moneda repetidas veces hasta que obtengamos en dos ocasiones consecutivas el mismo lado de la moneda. Calcula:

    a) La probabilidad de que se termine en el segundo lanzamiento.
    b) La probabilidad de terminar en el tercer lanzamiento.
    c) La probabilidad de que el experimento acabe antes del décimo lanzamiento.
    d) La probabilidad de que no acabe nunca.

11. Lanzamos una moneda equilibrada hasta obtener cara. Si repetimos el experimento tres veces, ¿Cuál es la probabilidad de que se necesite exactamente el mismo número de lanzamientos?

12. Tres jugadores A, B y C lanzan (en ese orden) una moneda equilibrada. Gana el primer jugador que obtiene cara. ¿Cuál es la probabilidad de ganar cada uno?

13. Una jugadora de Let's make a deal decide implementar la siguiente estrategia de juego en el concurso : Cuando Monty Hall (el presentador) le ofrezca cambiar de puerta, ella lanzará un dado; si sale un 6, se quedará con la puerta elegida pero en caso contrario cambiará de puerta. ¿Cuál es la probabilidad de llevarse el premio grande?

14. En un concurso de televisión, se presentan 5 puertas al concursante. Dos de ellas tienen un premio jugoso, mientras que tres no lo tienen. Tras elegir dos puertas el concursante, y antes de abrirlas, el presentador enseña una puerta sin premio al concursante. ¿Qué debe hacer para acertar en las dos puertas y cuál es la probabilidad? (¿Cuál es la probabilidad de acertar manteniéndose en la elección? Y, ¿si cambia una? y, ¿si cambia las dos?)

15. ¿Cuántas personas debería haber en un grupo para que al menos dos de ellas tuvieran cumpleaños el mismo día con una probabilidad superior al 70 %? (Considera que todas han nacido en un año no bisiesto y que han sido elegidas aleatoriamente?

16. En un grupo aleatorio de 4 personas, ¿cuál es la probabilidad de que 2 de ellas tengan el mismo día de cumpleaños? (Considera que han sido elegidas aleatoriamente de entre las nacidas este milenio)

17. En los procesos electorales, para ser presidente de mesa, se sortea una persona al azar de entre los integrantes del censo electoral de esa mesa que tenga una determinada titulación: Bachillerato. Se establecen 2 posibles reglas para el caso que no se tenga dicha titulación:

    a) Se recorre el censo electoral por orden alfabético hasta el momento en que la persona reúna los requisitos.

    b) Se vuelve a sortear hasta que finalmente se tengan los requisitos.

    ¿Son ambos métodos equiprobables(cualquier titulado puede salir con igual probabilidad)? ¿Plantearías una tercera regla?

18. Sabiendo que somos 60 personas en clase, ¿cuál es la probabilidad de que dos de nosotros tengamos la misma fecha de cumpleaños? Considera que los años solo tienen 365 días. Y si consideramos los bisiestos.

19. Considera el siguiente juego: Lanzamos un dado. Si se obtiene un 6 antes que un 1, se gana. Si se obtiene un 1 antes que un seis, se pierde. Cualquier otro valor, se vuelve a lanzar el dado. ¿Cuál es la probabilidad de ganar y cuál la de perder?

20. Se introducen aleatoriamente 5 bolas en n urnas. Estudia para los distintos posibles valores de n la probabilidad de que una urna tenga más de 2 bolas.

21. Los alumnos de IA están distribuidos de la siguiente forma: el 40 % en PRIMERO; el 35 % en SEGUNDO y el 25 % en TERCERO. Los resultados en un año académico han sido los siguientes:en PRIMERO, 25 % de aprobados; en SEGUNDO, 30 % y en TERCERO, 45 %. Escogido un alumno al azar se pide:

    a) Dicho alumno resulta haber aprobado ¿Cual es la probabilidad de que sea de TERCERO ?

    b) El alumno no ha aprobado. ¿Cual es la probabilidad de que sea de PRIMERO ?

22. Un opositor se presenta a una prueba donde se eligen 3 temas al azar de un total de 100. Se presenta sabiendo 60 temas solamente. ¿Cuál es la probabilidad que tiene de superar el examen? ¿Cuál es el número mínimo de temas que debería saber para tener una probabilidad de aprobar superior al 50

23. Un test detecta la presencia del virus SRAS-CoV-2 con un 90 % de probabilidad si la persona está infectada (sensibilidad) y con un 80 % si no lo está (especificidad). Sabemos que el 45 % de la población está infectada. Determinar:

    a) La probabilidad de que efectivamente se tenga el virus dado un resultado positivo en el test.
    b) La probabilidad de que efectivamente se tenga el virus dado un resultado negativo en el test.
    c) La probabilidad de que se tenga el virus y el test sea positivo.
    d) La probabilidad de que se tenga el virus o que el test sea positivo.

24. Sabemos que en el mercado de los dados oficiales de los casinos existen 1 millón de dados oficiales. Sabemos que se han introducido 30.000 falsos. Sabemos que las falsos tienen una probabilidad de obtener 6 de $\frac{4}{19}$, siendo el resto de valores equiprobables. Se ha lanzado un dado elegido al azar y ha salido 6, ¿cuál es la probabilidad de que sea falso? y ¿de que sea legal?. Y ¿cuál si al lanzarlo dos veces, han salido 2 seises? Finalmente, se decide establecer una regla lanzándolo 100 veces. ¿A partir de qué número de seises obtenido en dicho experimento se puede concluir que el dado es falso sabiendo que la probabilidad de acertar es superior al 50

25. Una empresa utiliza un sistema de diagnóstico para detectar fallos críticos en servidores. El sistema tiene una sensibilidad del 85 % para identificar fallos en los servidores, es decir, $P(\text{Positivo} \mid \text{Falla}) = 0.85$. La especificidad del sistema es del 90 %, es decir, $P(\text{Negativo} \mid \text{No Falla}) = 0.90$. Se sabe que el 30 % de los servidores tienen fallos críticos, es decir, $P(\text{Falla}) = 0.30$.

    Determina:

    a) La probabilidad de que un servidor efectivamente tenga una falla crítica si el sistema da un resultado positivo.
    b) La probabilidad de que un servidor efectivamente tenga una falla crítica si el sistema da un resultado negativo.
    c) La probabilidad de que un servidor tenga una falla crítica y el sistema dé positivo.
    d) La probabilidad de que un servidor tenga una falla crítica o que el sistema dé positivo.

26. Para la obtención del carnet de conducir, se realiza una prueba con 4 posibles estímulos sonoros. La respuesta consiste en apretar un botón. Solo el botón B_j es el correcto cuando se emite el sonido S_j. En la prueba se emite cada uno de los posibles sonidos de forma equiprobable y se anota la respuesta del aspirante. Se ha estudiado la siguiente distribución de probabilidades de cada respuesta a cada estímulo:

	B_1	B_2	B_3	B_4
S_1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0
S_2	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	0
S_3	0	0	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$
S_4	0	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

Por ejemplo, la probabilidad de que se pulse el botón $_2$ al emitir el sonido S_1 es $\frac{1}{4}$

    a) Cuál es la probabilidad de que el aspirante pulse el botón B_3?
    b) Si el aspirante ha apretado el botón B_2, ¿Cuál es la probabilidad de que se haya emitido el estímulo S_2.
    c) Si se emite un estímulo, cuál es la probabilidad de que el aspirante acierte con la respuesta.

d) Si se emiten 3 sonidos, cuál es la probabilidad de que acierte los tres.

e) Si se emiten 3 sonidos, cuál es la probabilidad de que acierte, al menos, uno.

27. Tenemos tres monedas, una de las cuales es falsa. En la falsa, la probabilidad de obtener cara es 0.6. Si elegimos una y la lanzamos 3 veces, ¿qué probabilidad hay de que las tres veces salga cara? Sabiendo que la hemos lanzado 3 veces y han salido dos caras y una cruz, qué probabilidad hay de que sea falsa?

28. Tenemos tres cajas $\{A, B, C\}$ con bolas blancas y negras. A tiene 6 bolas blancas y 4 negras. B tiene 6 bolas, una de las cuales es negra.C tiene 8 bolas, 5 de las cuales son blancas. Si se elige una caja y una bola al azar , ¿Qué probabilidad hay de que la bola sea negra? ¿Sabiendo que ha sido negra, qué probabilidad hay de que haya sido de cada caja?

29. En una empresa contrata determinado material a tres proveedores $\{A, B, C\}$ distintos. A tiene un 55 % de los encargos. B el 30 % y el resto se contrata con C. Sabemos que el 5 % de los encargos a A son defectuosos. B tiene un índice de fallos del 8 % y finalmente C tiene un 10 % de fallos.

    a) Calcula la probabilidad de que un material sea defectuoso.

    b) Hemos detectado un material defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de cada proveedor?

30. Los correos electrónicos de una corporación se clasifican en *Inocuos*,y los maliciosos como *Malware*, *Phising*, *SPam* i *SCam*. Se ha diseñado un test automático que los clasifica. Para ello, también se ha estudiado la prevalencia de los mismos :

Prevalencia	80 %	2 %	5 %	7 %	4 %
	In	Malw	Phis	SP	SC
ClIn	95 %	1 %	5 %	0 %	8 %
ClMalw	1 %	90 %	6 %	0 %	1 %
ClPhis	2 %	5 %	87 %	1 %	1 %
ClSP	0 %	3 %	1 %	97 %	2 %
ClSC	3 %	1 %	1 %	2 %	88 %

Calcula:

a) Si un email se ha clasificado como Inocuo, ¿Cuál es la probablidad de que efectivamente lo sea?

b) Cuál es la probabilidad de clasificar correctamente un correo?

c) ¿Cuál es la probabilidad de tener un falso inocuo?

d) ¿Un correo ha sido clasificado como SCAM. Cuál es la probablidad de que sea inocuo?

e) Si a un usuario le entran 3 correos, ¿cuál es la probabilidad de acertar en todos los posibles emails inocuos que entren?