Grado en Ingeniería en Inteligencia Artificial

SEÑALES Y SISTEMAS

Apuntes de teoría nº 3

Antonio Valle Sánchez

© Protegidos derechos de autor

DFESTS

UA | UNIVERSITAT D'ALACANT
UNIVERSIDAD DE ALICANTE

TEMA 3

SEÑALES Y SISTEMAS
EN TIEMPO DISCRETO

SEÑALES Y SISTEMAS EN TIEMPO DISCRETO

3.1 Concepto de señal en tiempo discreto

Las señales de tiempo discreto $x[n]$ están definidas solamente para un conjunto numerable de valores de la variable independiente. Los valores de la función pueden ser continuos o discretos. En este último caso se habla de señales digitales. En consecuencia, las señales de tiempo discreto se representan mediante sucesiones de números reales o complejos denominadas *secuencias*. Las secuencias pueden generarse por muestreo de una señal de tiempo continuo o ser producidas artificialmente (al fin y al cabo, son números).

Se define, pues, una secuencia como un conjunto ordenado de elementos, cuyo término genérico enésimo designamos mediante $x[n]$:

$$\{x[n]\} = x[n], \quad -\infty < n < +\infty$$

Utilizamos para representar la totalidad de la secuencia la notación $x[n]$, también empleada para representar un valor genérico de ésta.

La definición de una secuencia se puede hacer de diversas formas:

- Mediante una tabla de números:

n	-2	-1	0	1	2	3	4
$x[n]$	2.3	1.2	6.5	5.3	4.0	2.0	0.5

Tabla 3.1 *Ejemplo de definición de una secuencia mediante tabla.*

También así:

$$x[n] = \{2.3, \quad 1.2, \quad 6.5, \quad \underset{\uparrow}{5}, \quad 4.0, \quad 2.0, \quad 0{,}5 \quad \}$$

La fecha siempre indica que valor corresponde al instante $n = 0$.

- Mediante su representación gráfica:

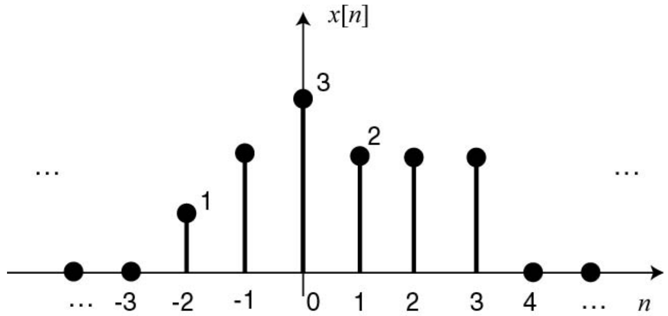


Figura 3.1 *Representación gráfica de una secuencia.*

Se observa en la gráfica cómo $x[n]$ está definida solamente para n entero.

- Mediante su expresión analítica (si existe). Por ejemplo:

$$x[n] = \cos(2\pi f_d n)$$

- En función de secuencias más sencillas:

$$x[n] = f(s[n])$$

en donde $s[n]$ suele ser, fundamentalmente, la secuencia impulso unidad o la secuencia escalón unidad, que se estudiarán más adelante.

3.2 Caracterización de las secuencias

Los parámetros y magnitudes con los que estudiamos las secuencias en el dominio del tiempo discreto son los siguientes:

- $\mathrm{dur}\{x[n]\}$: Duración de la secuencia. Su valor es $n_{final} - n_{inicial} + 1$.

- x_p: Valor de pico o cresta. Su valor es el máximo de los módulos del valor máximo y el valor mínimo de la señal, $x_p = \max\{|x_{\max}|, |x_{\min}|\} = \max\{|x_{p+}|, |x_{p-}|\}$.

- x_{pp}: Valor pico a pico. Su valor es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de la señal, $x_{pp} = x_{p+} - x_{p-}$.

- $\langle x[n] \rangle$: Valor medio. Se define como:

$$\langle x[n] \rangle = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2N+1} \cdot \sum_{n=-N}^{N} x[n] \right)$$

Nótese que si la secuencia es de duración finita el valor medio siempre será 0.

- P_x : Potencia o valor cuadrático medio. Se define así:

$$P_x = \left\langle |x[n]|^2 \right\rangle = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2N+1} \cdot \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 \right)$$

Nótese que si la señal es de duración finita la potencia siempre será 0.

- Si $x[n]$ es periódica ($x[n] = x[n+N_0], \quad \forall n$), tanto el valor medio como el valor cuadrático medio se pueden calcular de la siguiente forma:

$$\langle x[n] \rangle = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{n=0}^{N_0-1} x[n],$$

$$P_x = \left\langle |x[n]|^2 \right\rangle = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{n=0}^{N_0-1} |x[n]|^2 ,$$

donde N_0 es el período de la secuencia.

- Para secuencias de duración finita o bien infinita pero de potencia cero, en lugar de la potencia se calcula su energía, E_x, como:

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

En base a esto, se puede establecer una sencilla clasificación de las señales en tiempo discreto:

- *Secuencias definidas en términos de potencia*: Son aquellas cuya potencia es finita y su energía infinita.
- *Secuencias definidas en términos de energía*: Son aquellas cuya potencia es cero y su energía es finita.

En el primer grupo se cuentan como más representativas las secuencias periódicas y las obtenidas por muestreo de una señal periódica analógica, pero no periódicas.

En el segundo se incluyen todas las señales de duración finita y las de duración infinita decrecientes asintóticamente hacia $\pm\infty$.

Hay señales que no están definidas ni en términos de potencia ni de energía, por ejemplo, la señal rampa.

A continuación estudiaremos algunas secuencias sencillas que son de interés, bien académico, bien práctico.

3.3 Algunas secuencias básicas

A. Impulso Unidad

Se representa utilizando la letra griega delta y se define como,

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

El impulso unidad es pues una señal que vale cero siempre excepto para $n = 0$.

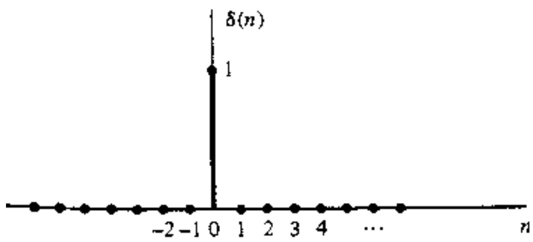


Figura 3.2 *Representación gráfica del impulso unidad.*

B. Escalón unidad

Se denota como $u[n]$ y se define como,

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

La siguiente figura muestra su representación gráfica:

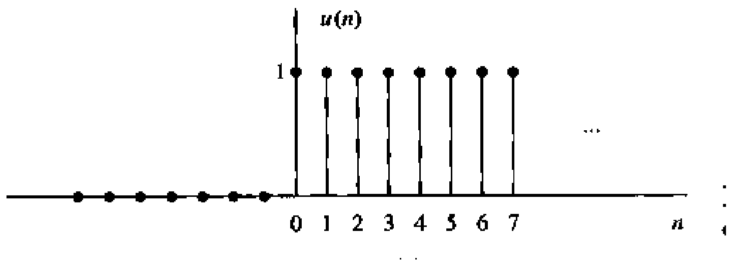


Figura 3.3 *Representación gráfica del escalón unidad.*

C. Pulso cuadrado

La secuencia pulso cuadrado se denota utilizando la letra griega pi mayúscula y se define como,

$$x[n] = A \cdot \Pi\left[\frac{n}{L}\right] = \begin{cases} A, & 0 \leq n \leq L-1 \\ 0, & resto \end{cases}$$

A es la amplitud del pulso cuadrado y L es su duración, esto es, el número de muestras distintas de cero del pulso cuadrado.

D. Sinusoides discretas

- <u>REALES</u>: Se definen como

$$x[n] = A\cos(\omega_d n + \phi) = A\cos(2\pi f_d n + \phi),$$

y sólo son periódicas si f_d es racional, y en ese caso el periodo es $N_0 = \min\left\{\frac{k}{f_d}\right\}$ entero, con k entero. Algunos ejemplos:

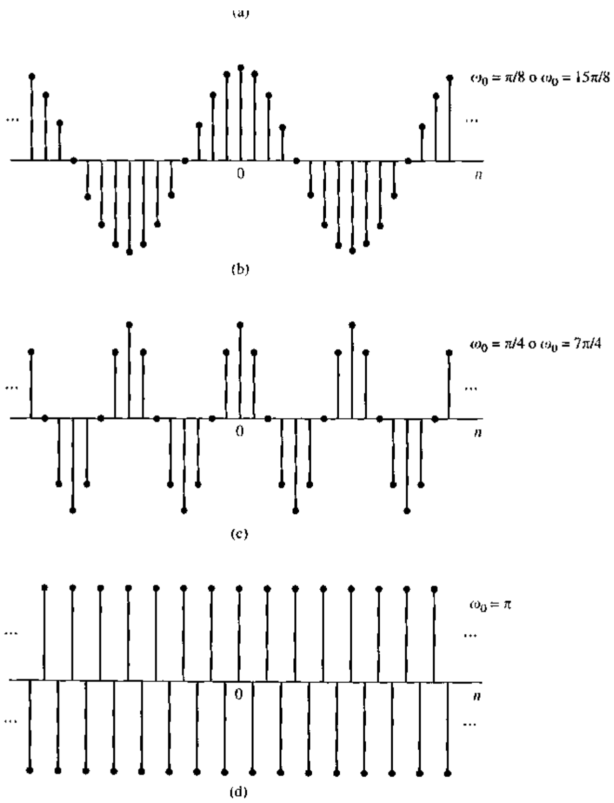


Figura 3.4 *Representación gráfica de señales sinusoidales de pulsaciones distintas.*

- <u>COMPLEJAS</u>: Se definen como,

$$x[n] = Ae^{j(\omega_d n+\phi)} = A\cos(2\pi f_d n+\phi) + j\cdot Asen(2\pi f_d n+\phi),$$

En la siguiente figura se representa la parte real e imaginaria de una sinusoide discreta compleja.

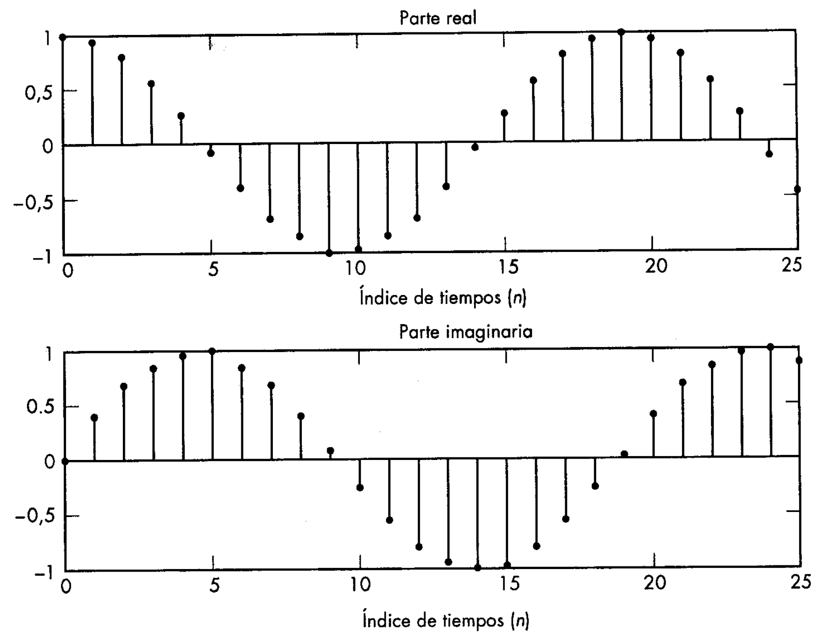


Figura 3.5 *Representación gráfica de una señal sinusoidal compleja.*

E. Secuencia exponencial

La secuencia exponencial se define como:ç

$$x[n] = z^n,$$

en donde z es, en general, un número complejo. En la figura 3.6 se representa esta secuencia para el caso particular $z = a$ real positiva.

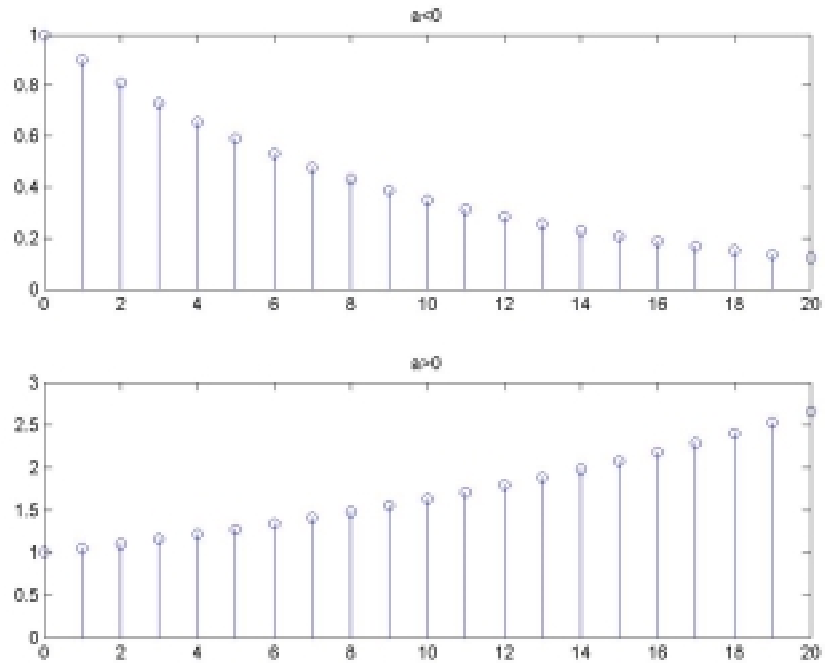


Figura 3.6 *Secuencia exponencial real para el caso $z = a$ positiva.*

Si z es complejo, entonces $z = a \cdot e^{j\omega_d}$, de donde $x[n] = a^n e^{j\omega_d n}$. Si además $a = 1$, se obtiene una sinusoide compleja discreta:

$$e^{j\omega_d n} = \cos(\omega_d n) + j \cdot sen(\omega_d n).$$

4 Operaciones básicas con secuencias

A. Desplazamiento en el tiempo

Una señal puede ser desplazada en el tiempo sustituyendo la variable independiente n por n-n_0, donde n_0 es un número entero,

$$x[n] \Rightarrow x[n - n_0].$$

Si n_0 es positivo, la señal se retrasa n_0 unidades de tiempo discreto, y si es negativo entonces la señal se adelanta. La siguiente figura muestra el ejemplo de una secuencia y su versiones adelantada y retardada.

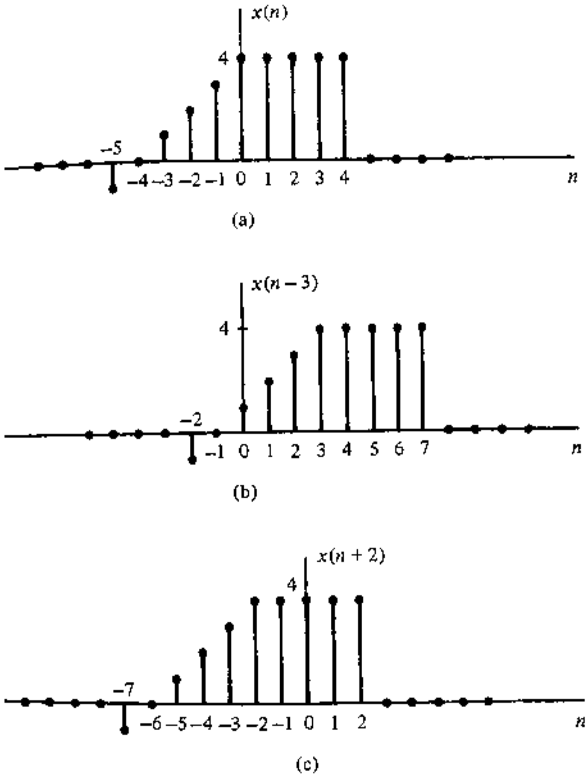


Figura 3.7 *Ejemplos de traslación en el tiempo.*

B. Inversión en el tiempo

Si reemplazamos la variable independiente *n* por *–n* entonces el resultado de esta operación es una reflexión o inversión de la señal con respecto al origen de tiempos,

$$x[n] \Rightarrow x[-n].$$

La siguiente figura ilustra esta operación de inversión temporal, la primera señal es la secuencia original, $x[n]$, y la segunda es el resultado de su inversión, $x[-n]$.

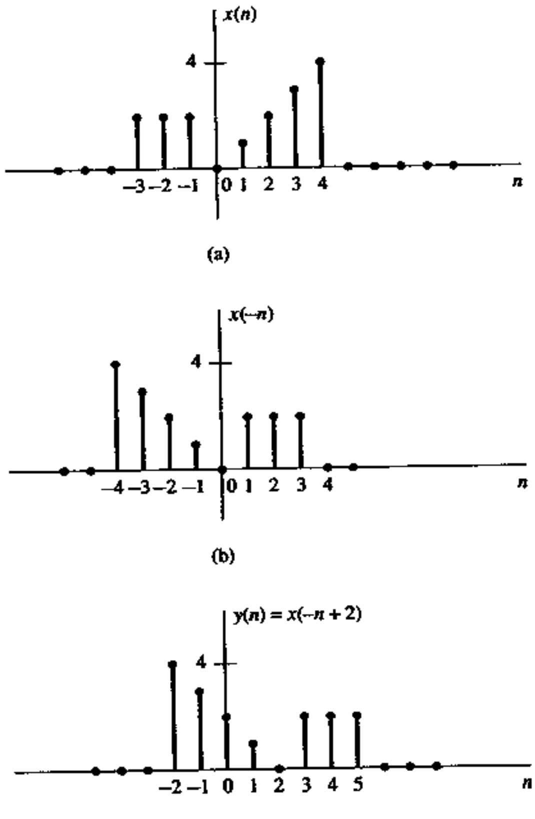


Figura 3.8 *Ejemplo de (a) inversión en el tiempo, y (b) inversión y desplazamiento temporal.*

Por último la tercera figura muestra la combinación de las operaciones de inversión y de desplazamiento en el tiempo de la secuencia.

C. Escalado en el tiempo

La operación de escalado temporal o diezmado consiste en el siguiente cambio:

$$x[n] \Rightarrow x[Mn], \quad M \in \mathbf{N}$$

5 Convolución de secuencias

Dadas dos secuencias, $x[n]$ e $y[n]$, se define la operación de convolución como:

$$z[n] = x[n] * y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot y[n-k].$$

Tiene las siguientes propiedades:

1. Conmutativa: $x[n] * y[n] = y[n] * x[n]$.
2. Asociativa: $(x[n] * y[n]) * z[n] = x[n] * (y[n] * z[n])$.
3. Distributiva: $x[n] * (y[n] + z[n]) = x[n] * y[n] + x[n] * z[n]$.
4. Cambio de signo: $z[-n] = x[-n] * y[-n]$.
5. Traslación en el tiempo: $x[n \pm n_{0x}] * y[n \pm n_{oy}] = z[n \pm n_{0x} \pm n_{0y}]$.

6. Escalado en amplitud: $(A \cdot x[n]) * y[n] = A \cdot (x[n] * y[n])$, donde A es una constante.
7. Elemento neutro: El *impulso unidad* es el elemento neutro de la operación convolución:

$$x[n] * \delta[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot \delta[n-k],$$

$$x[n] * \delta[n] = x[n].$$

Asimismo, se cumplirá que la convolución de una señal con un impulso unidad desplazado produce un desplazamiento en la señal. Por las propiedades de traslación en el tiempo y elemento neutro,

$$x[n] * \delta[n-n_0] = x[n-n_0].$$

5.1 Duración de la convolución discreta

Si $z[n] = x[n] * y[n]$, se cumple que

$$dur\{z[n]\} = dur\{x[n]\} + dur\{y[n]\} - 1.$$

El instante de inicio y el instante final de $z[n]$ (n_{z1} y n_{z2}), también dependen de los instantes inicial y final de las señales $x[n]$ e $y[n]$ (n_{x1}, n_{x2}, y n_{y1}, n_{y2}, respectivamente):

Instante inicial: $\quad n_{z1} = n_{x1} + n_{y1}$.

Instante final: $\quad n_{z2} = n_{x2} + n_{y2}$.

5.2 Cálculo de la convolución discreta

En primer lugar siempre es conveniente calcular la duración, el instante inicial y final de la convolución. A continuación, dependiendo de si la convolución es de duración finita o infinita, seguiremos un método u otro para calcular $z[n]$.

5.2.1 Convolución de señales de duración finita

A. Superposición de impulsos unidad

Se sustituye cada secuencia por su expresión en función de señales impulsos unidad y se opera teniendo en cuenta las propiedades distributiva, escalado en amplitud y elemento neutro de la convolución. Seguidamente se muestra un ejemplo:

$$x[n] = 2\delta[n] + \delta[n-2] - \delta[n-3],$$
$$y[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2].$$

La convolución $z[n] = x[n] * y[n]$, comenzará en el instante discreto $n_{z1} = n_{x1} + n_{y1} = 0 + 0 = 0$ y terminará en $n_{z2} = n_{x2} + n_{y2} = 3 + 2 = 5$.

Cálculo de $z[n]$:

$$z[n] = x[n] * y[n] = x[n] * (\delta[n] + 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2]) = x[n] + 2x[n-1] - 3x[n-2]$$

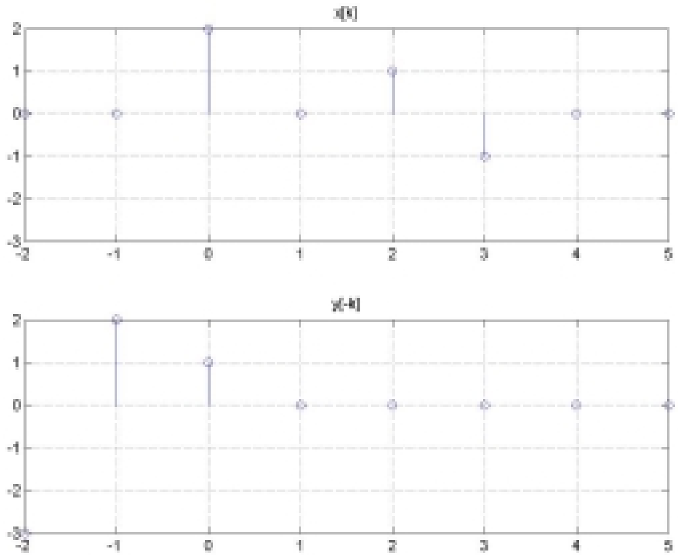
$$z[n] = 2\delta[n] + \delta[n-2] - \delta[n-3] + \cdots$$
$$\cdots + 4\delta[n-1] + 2\delta[n-3] - 2\delta[n-4] + \cdots$$
$$\cdots - 6\delta[n-2] - 3\delta[n-4] + 3\delta[n-5],$$

$$z[n] = 2\delta[n] + 4\delta[n-1] - 5\delta[n-2] + \delta[n-3] - 5\delta[n-4] + 3\delta[n-5].$$

B. Resolución gráfica

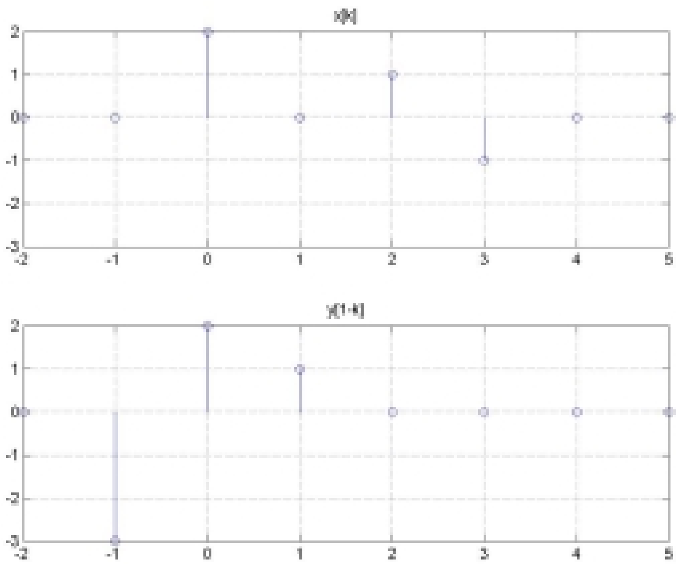
Para cada valor de $n_{z1} \leq n \leq n_{z2}$ se calcula la convolución mediante la representación gráfica de $x[k]$ e $y[n-k]$ con respecto a k. Veámoslo convolucionando de nuevo las secuencias del ejemplo anterior:

- Para $n = 0$, la convolución viene dada por la suma $z[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot y[-k]$.



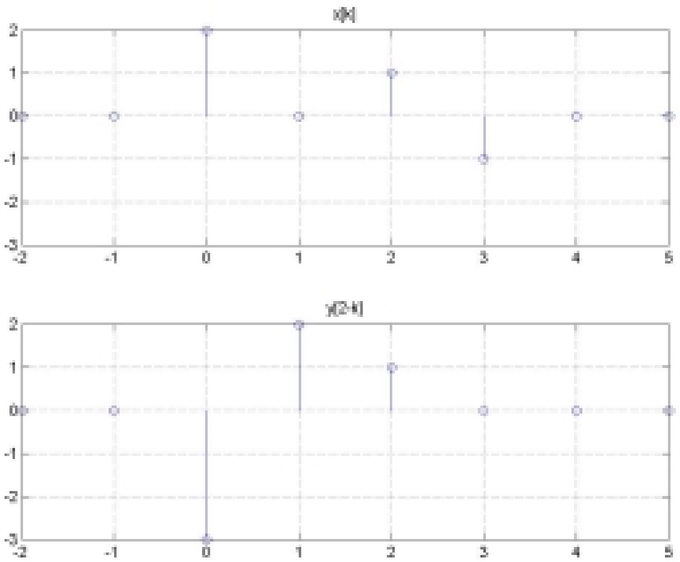
El producto de las dos secuencias en k sólo es distinto de cero en $k=0$. Luego $z[0]=2\cdot 1=2$.

- Para $n=1$, la convolución viene dada por la suma $z[1]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\cdot y[1-k]$.



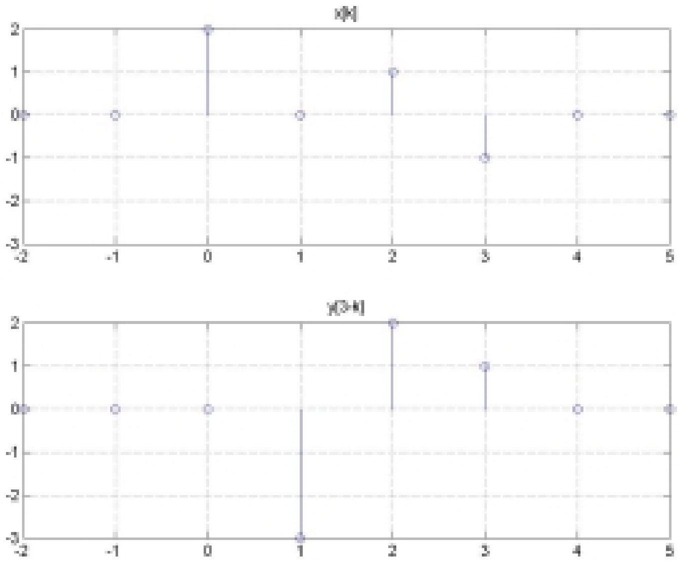
El producto de las dos secuencias en k sólo es distinto de cero en $k=0$. Luego $z[1]=2\cdot 2=4$.

- Para $n=2$, la convolución viene dada por la suma $z[2]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\cdot y[2-k]$.



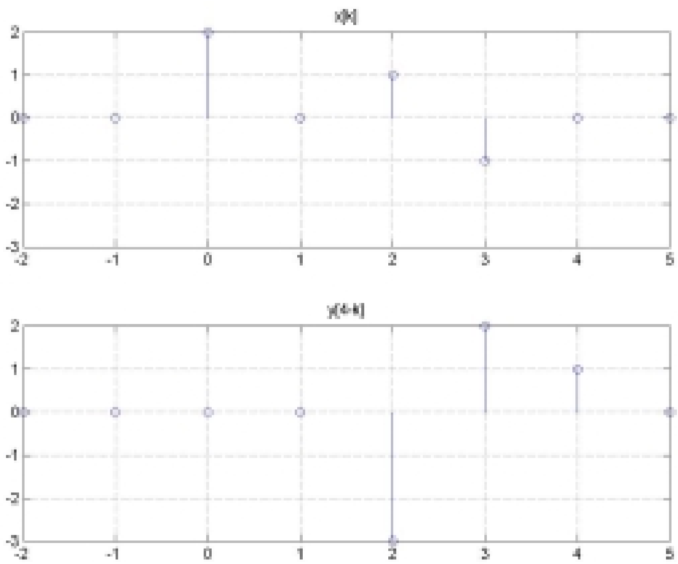
El producto de las dos secuencias en k sólo es distinto de cero en $0\le k\le 2$. Luego $z[2]=\sum_{k=0}^{2} x[k]\cdot y[2-k]=2\cdot(-3)+1\cdot 1=-5$.

- Para $n=3$, la convolución viene dada por la suma $z[3]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\cdot y[3-k]$.



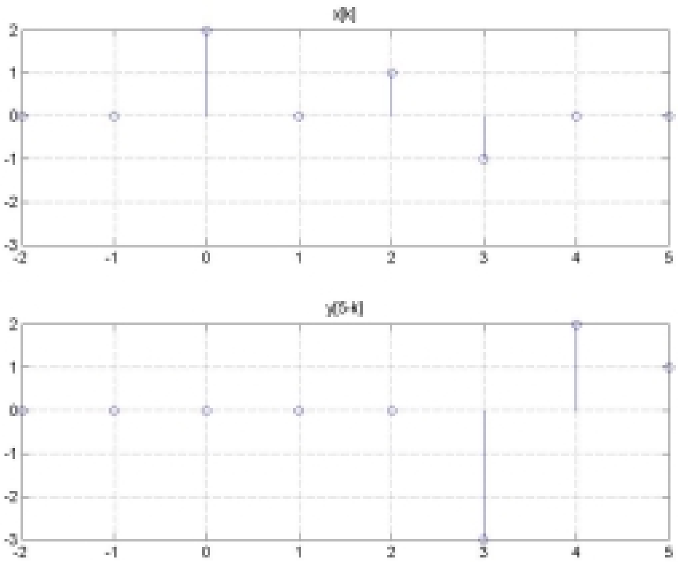
El producto de las dos secuencias en k sólo es distinto de cero en $2 \le k \le 3$. Luego $z[3] = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 = 1$.

- Para $n = 4$, la convolución viene dada por la suma $z[4] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot y[4-k]$.



El producto de las dos secuencias en k sólo es distinto de cero en $2 \leq k \leq 3$. Luego $z[4] = 1 \cdot (-3) + (-1) \cdot 2 = -5$.

- Para $n = 5$, la convolución viene dada por la suma $z[5] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot y[5-k]$.



El producto de las dos secuencias en k sólo es distinto de cero en $k = 3$. Luego $z[3] = (-1) \cdot (-3) = 3$.

C. Tabla

Se trata de hacer lo mismo que en el método anterior pero organizando las secuencias en una tabla. De nuevo empleamos el mismo ejemplo:

k	*-2*	*-1*	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*		n	$z[n]$
$x[k]$			2	0	1	-1					
$y[-k]$	-3	2	1							*0*	2
$y[1-k]$		-3	2	1						*1*	4
$y[2-k]$			-3	2	1					*2*	-5
$y[3-k]$				-3	2	1				*3*	1
$y[4-k]$					-3	2	1			*4*	-5
$y[5-k]$						-3	2	1		*5*	3

Tabla 3.2 *Ejemplo de convolución de secuencias finitas.*

5.2.2 Convolución de señales de duración no finita

Cuando hay que calcular una convolución de duración infinita hay que recurrir a métodos analíticos. En muchos casos, la suma de la convolución se transforma en una o varias sumas de series de potencias: $r^{N_1}, r^{N_1+1}, \ldots, r^{N_2}$.

A continuación se recuerda cómo se calcula la suma de una serie de potencias de razón r:

$$\sum_{k=N_1}^{N_2} r^k = \frac{r^{N_1} - r^{N_2+1}}{1-r}, \quad r \neq 1.$$

El método a seguir para hallar $z[n] = x[n] * y[n]$ consta de los siguientes pasos:

1. Calcula instante inicial y final de $z[n]$.
2. Invierte en k la secuencia más sencilla entre $x[n]$ e $y[n]$.

3. Desplaza la secuencia invertida yendo desde $-\infty$ a $+\infty$ y determina zonas de solape entre las secuencias en k. Esto reducirá los límites la suma de la convolución.
4. Resuelve la suma de la convolución para todos los instantes n que cumplen la expresión encontrada.
5. Repite los pasos del 2 al 4 para todos los casos donde haya cambios debido a:
    a. Cambios en la determinación de los límites de la zona de solape.
    b. Cambio en la definición de alguna de las señales dentro del intervalo de solape.
6. Unifica en una sola expresión la convolución obtenida, $z[n]$.

6 Concepto y clases de sistemas de tiempo discreto

Los sistemas de tiempo discreto son aquellos que se utilizan para realizar operaciones sobre secuencias. Se trata de dispositivos de naturaleza lógica, pues su implementación se lleva a cabo en ordenadores u otros sistemas computacionales. A la secuencia que introducimos se le denomina excitación. La que obtenemos a la salida es la respuesta.

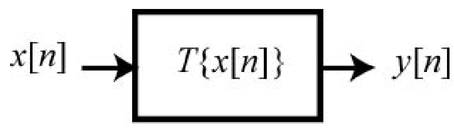


Figura 3.9 *Representación de un sistema de tiempo discreto.*

Las propiedades de los sistemas de tiempo discreto son las siguientes:

- Propiedad de causalidad:

Un sistema es causal si su respuesta solamente depende de los valores de la excitación en el instante de tiempo actual y en el pasado, no en el futuro.

- Propiedad de estabilidad:

Un sistema es estable si se verifica que si la excitación es una señal acotada en todo su intervalo de definición, la respuesta también lo es. Esto es:

$$|x[n]| < M, \forall n \quad \Rightarrow \quad |x[n]| < N, \forall n \,.$$

- Propiedad de invarianza en el tiempo:

Un sistema es invariante si sus características (composición, estructura, parámetros) no varían con el tiempo. Expresado matemáticamente se tendrá:

$$x[n] \rightarrow y[n],$$
$$x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0].$$

- Propiedad de linealidad:

Un sistema es lineal si verifica el principio de superposición Esto es; si un conjunto de secuencias excitación $x_i[n]$ producen individualmente respuestas $y_i[n]$ cumplirá que:

$$\sum_i a_i \cdot x_i[n] \quad \rightarrow \quad \sum_i a_i y_i[n].$$

- Sistema con o sin memoria:

  Se dice de un sistema que es sin memoria si en cada instante la salida depende únicamente del valor presente en la excitación. Se tendrá un sistema con memoria en cualquier otro caso.

  Todos los sistemas sin memoria son causales.

- Sistema inverso:

  Un sistema es el inverso de otro si, al conectarlos en cascada, se vuelve a obtener como respuesta la excitación. En ese caso se dice del sistema original que es invertible.

7 Sistemas lineales e invariantes (LTI) en tiempo discreto

7.1 Respuesta al impulso

De todos los sistemas, los de mayor importancia práctica son los sistemas lineales e invariantes. Debido al cumplimiento de estas dos propiedades es posible conocer la respuesta de éstos ante cualquier excitación. Para ello es necesario conocer la respuesta impulsiva del sistema, $h[n]$, que es la que se produce cuando la excitación es una secuencia impulso unidad.

En efecto, si el símbolo $\rightarrow$ representa la transformación que realiza el sistema se tendrá:

$$\delta[n] \quad \rightarrow \quad h[n].$$

Entonces, por ser el sistema invariante:

$$\delta[n-n_0] \quad \rightarrow \quad h[n-n_0],$$

y, por ser el sistema lineal:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]\cdot \delta[n-m] \quad \rightarrow \quad \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]\cdot h[n-m].$$

Las sumas anteriores las podemos identificar como convoluciones. Por tanto:

$$x[n]*\delta[n] \quad \rightarrow \quad x[n]*h[n].$$

Pero como $\delta[n]$ es el elemento neutro de la convolución se llega finalmente a obtener:

$$x[n] \quad \rightarrow \quad x[n]*h[n].$$

Por tanto, la respuesta de un sistema lineal e invariante a una excitación arbitraria $x[n]$ se puede obtener realizando la convolución de dicha excitación con la respuesta al impulso de éste.

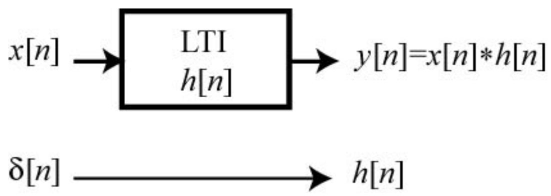


Figura 3.10 *Respuesta al impulso de un sistema.*

7.2 Interconexión de sistemas

Conexión en cascada:

Empleando la propiedad asociativa de la convolución:

$$z[n] = x[n] * h_1[n],$$
$$y[n] = z[n] * h_2[n],$$
$$y[n] = (x[n] * h_1[n]) * h_2[n] = x[n] * (h_1[n] * h_2[n]).$$

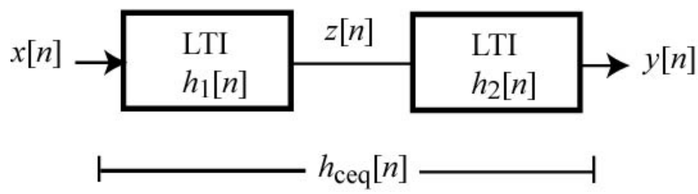


Figura 3.11 *Conexión en cascada (o en serie) de sistemas lineales e invariantes.*

Por tanto, la respuesta impulsiva total del sistema resultante de conectar dos sistemas en cascada es la convolución de las respuestas impulsivas de estos dos:

$$h_{Ceq}[n] = h_1[n] * h_2[n].$$

Además, como la convolución es una operación conmutativa, se puede invertir la posición de ambos sistemas sin que se altere el comportamiento.

Conexión en paralelo:

Empleando la propiedad distributiva de la convolución:

$$y[n] = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n],$$
$$y[n] = x[n] * (h_1[n] + h_2[n])$$

Por tanto, la respuesta impulsiva total del sistema resultante de conectar dos sistemas en paralelo es la suma de las respuestas impulsivas de estos dos:

$$h_{Peq}[n] = h_1[n] + h_2[n].$$

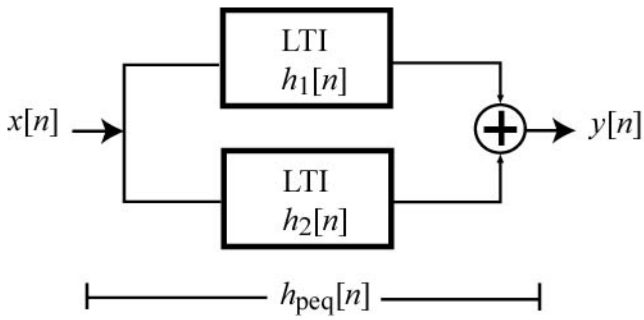


Figura 3.12 *Conexión paralelo de sistemas lineales e invariantes.*

7.3 Propiedades adicionales de los sistemas LTI

Propiedad de causalidad:

Puesto que no puede existir respuesta antes de producirse la excitación si la excitación es el impulso unidad se tendrá que:

$$h[n] = 0, n < 0.$$

La respuesta impulsiva ha de ser nula para $n < 0$.

<u>Propiedad de estabilidad:</u>

Para que la respuesta esté acotada ante excitaciones acotadas ($|x[n]| < M, \forall n \quad \Rightarrow \quad |x[n]| < N, \forall n$), se puede demostrar que ha de cumplirse:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty .$$

<u>Sistema sin memoria:</u>

Será aquel que verifique: $h[n] = 0, n \neq 0$.

<u>Sistema inverso:</u>

Será aquel cuya respuesta impulsiva $h_i[n]$ verifique:

$$h[n] * h_i[n] = \delta[n].$$

7.4 Sistemas LTI descritos por ecuaciones en diferencias lineales de coeficientes constantes.

Hasta este punto hemos considerado que sistemas lineales invariantes en el tiempo quedan caracterizados mediante su respuesta impulsiva, $h[n]$. Esta secuencia nos permite calcular la salida del sistema, $y[n]$, por medio de:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k].$$

La expresión anterior no resulta práctica en algunas ocasiones, como se verá en temas posteriores. Existe otra forma más eficiente de describir los sistemas: la relación entre excitación y respuesta en los sistemas LTI también se puede expresar directamente como una ecuación en diferencias, lineal, de coeficientes constantes, de orden N:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{M} b_i \cdot x[n-i] + \sum_{i=1}^{N} a_i \cdot y[n-i].$$

En temas posteriores se demostrará la validez de esta ecuación cuando se pruebe que existe una relación directa entre ésta y la respuesta impulsiva $h[n]$ del sistema.

A la primera y segunda suma de la ecuación se las denomina, respectivamente, *parte no recurrente* y *parte recurrente* de la ecuación en diferencias. Las constantes a_i y b_i son los coeficientes de la ecuación en diferencias, y van asociadas a los términos de salida y a los de la entrada, respectivamente.

Existe una relación directa entre la ecuación en diferencias de un sistema y la respuesta al impulso del mismo. Si la ecuación en diferencias no presenta parte recurrente, entonces $h[n]$ será de duración finita y se dice que el sistema es un filtro FIR (*Finite-duration Impulse Response*). Por el contrario, si aparece la parte recurrente, entonces $h[n]$ será de duración infinita y se dice que el sistema es IIR (*Infinite-duration Impulse Response*). Observa que la ecuación en diferencias es especialmente útil en los sistemas IIR, ya que posibilita calcular la salida $y[n]$ de forma más sencilla, rápida y exacta que realizando una convolución con $h[n]$.

De esta forma, empleando solamente los tres tipos de elementos representados en la figura 3.13 (sumadores, multiplicadores y células o celdas de retardo), cualquier sistema LTI descrito por una ecuación en diferencias tendrá un *diagrama de bloques* como el de la figura 3.14.

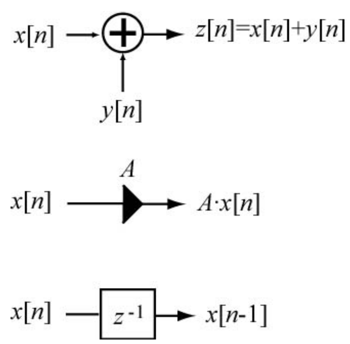


Figura 3.13 *Elementos necesarios para la construcción del diagrama de bloques de un sistema LTI.*

A partir del diagrama de bloques es relativamente sencillo realizar un programa de ordenador que implemente este tipo de circuito. Un mismo sistema, además, puede ser representado –y, por tanto, implementado– según diferentes tipos de diagramas de bloques (Fig. 3.15). Estas otras estructuras pueden presentar ventajas como son un ahorro de memoria o una mayor robustez frente a los errores debido a la precisión finita de las operaciones y el valor de los coeficientes.

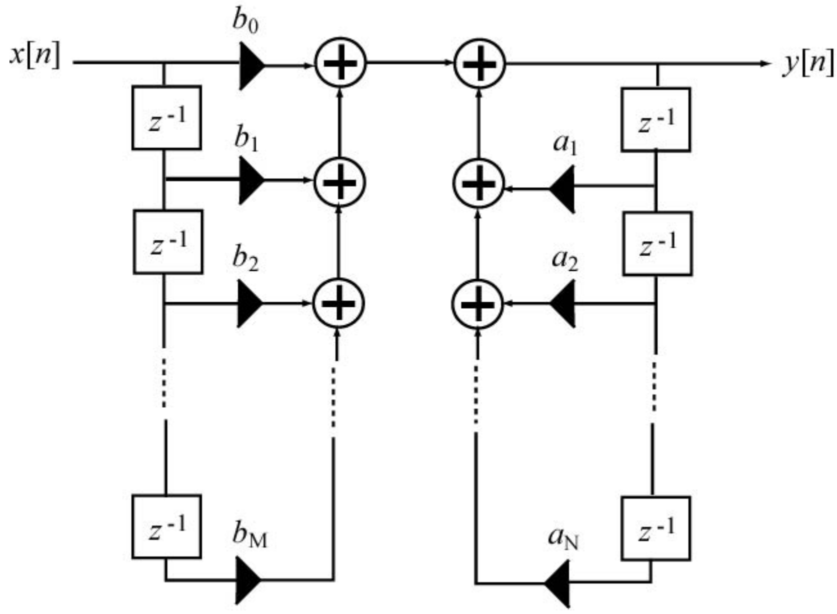


Figura 3.14 *Diagramas de bloques de un sistema LTI: Forma directa I.*

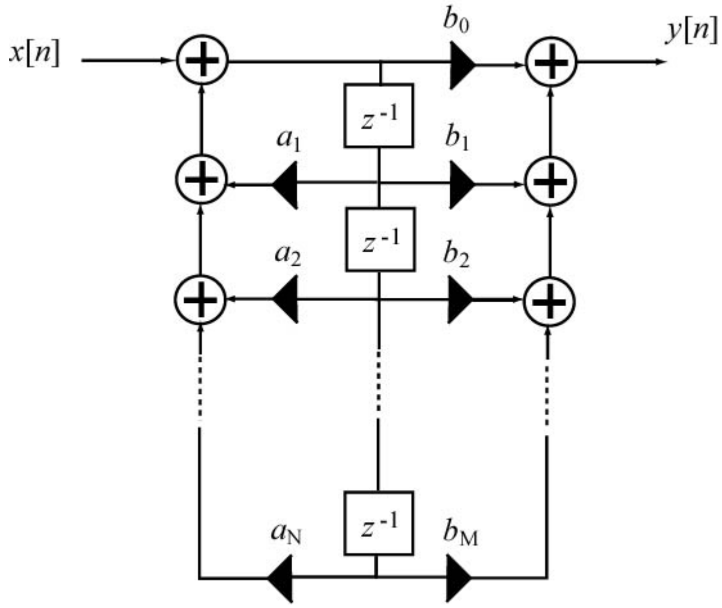


Figura 3.15 *Diagramas de bloques de un sistema LTI: Forma directa II o canónica.*