



---

## FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA APLICADA A LA IA II

---

### Control Bloque 1: Matrices y Sistemas. Espacios Vectoriales y Aplicaciones Lineales Grado en Ingeniería en Inteligencia Artificial

---

Fecha: 26 de marzo de 2024

Departamento de Matemática Aplicada

---

**Ejercicio 1 (3 ptos).** Resolver por factorización LU el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z + 4t = 14 \\ 2x + y + 4z + 10t = 38 \\ -x - 3y + 7z + 5t = 31 \\ x + 2y + z + 3t = 15 \end{array} \right\}$$

**Ejercicio 2 (4 ptos).** En  $\mathbb{R}^4$  se consideran los siguientes subespacios vectoriales:

$$U = L\{(1, 0, 1, 0), (-1, 0, 0, 1), (0, 0, 1, 1)\}$$

$$W \equiv \begin{cases} x + y - t = 0 \\ x - z + t = 0 \end{cases}$$

- a) Determinar una base del subespacio  $U + W$  y una base del subespacio  $U \cap W$ .
- b) Estudiar si los subespacios  $U$  y  $W$  son suplementarios en  $\mathbb{R}^4$ .

**Ejercicio 3 (3 ptos).** Sea  $f$  un endomorfismo de  $\mathbb{R}^3$  definido por las propiedades:

- 1.  $f(0, 1, 0) = 2 \cdot f(1, 0, 0)$ .
- 2.  $f(\alpha, 3\alpha, -6\alpha) = (\alpha, \alpha, \alpha)$ , para todo  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- 3. Los vectores de la forma  $(\beta, 0, -\beta)$  pertenecen al núcleo de  $f$ , para todo  $\beta \in \mathbb{R}$ .

Resolver los siguientes apartados sobre  $f$ :

- a) Calcular la matriz asociada a  $f$  respecto a la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .
- b) Hallar una base del núcleo de  $f$  y una base de la imagen de  $f$ .
- c) ¿Podría  $f$  tener como núcleo el subespacio generado por  $(1, 0, -1)$  y  $(0, 1, -2)$ , y como imagen el subespacio generado por  $(1, 1, 1)$  y  $(0, 0, 1)$ ? Razonar la respuesta.