

Lógica Difusa V

Defuzzificación

Al igual que en muchos sistemas tenemos una fase de codificación y otra de decodificación.

Defuzzificación

Al igual que en muchos sistemas tenemos una fase de codificación y otra de decodificación.

En lógica borrosa existe algo similar.

Defuzzificación

La asociación de un conjunto difuso con sus valores de pertenencia se le llama **fuzzificación** (el equivalente al encoder).

Con los valores fuzzificados ya se puede trabajar con las reglas lingüísticas para lograr una salida.

Defuzzificación

Esta salida puede ser de dos tipos: difusa o defuzzificada (el equivalente al decoder).

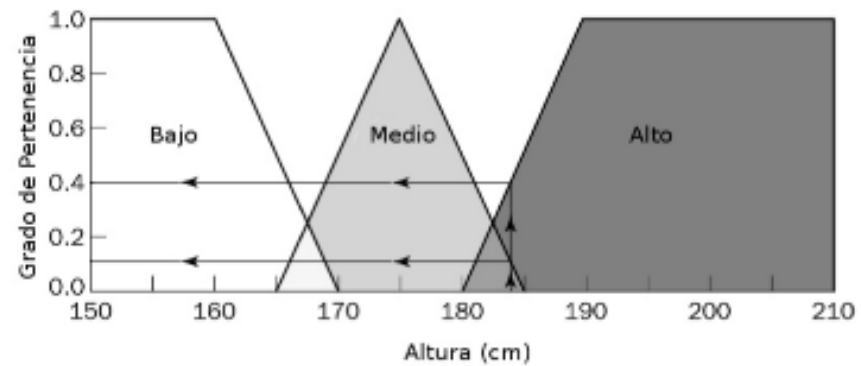
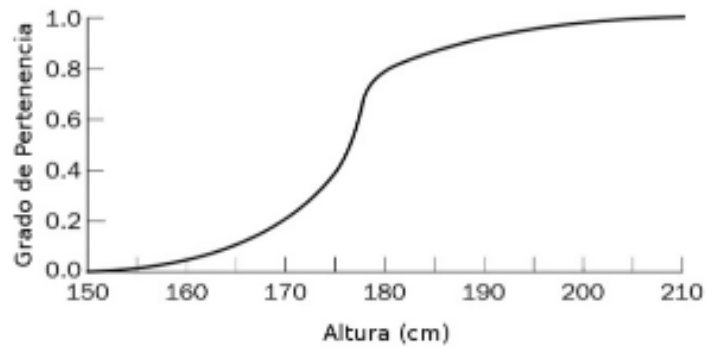
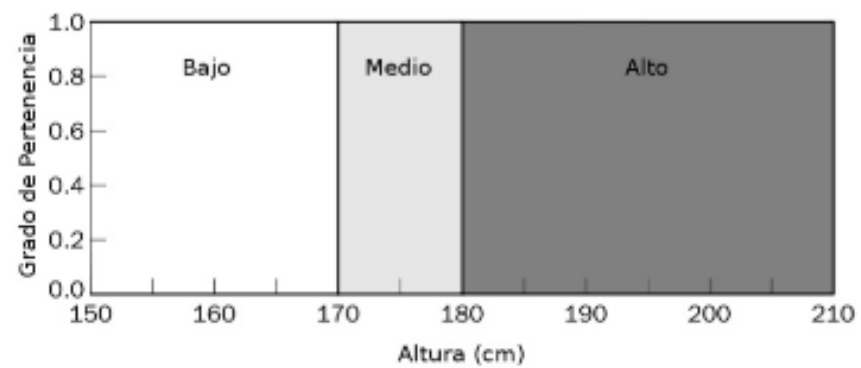
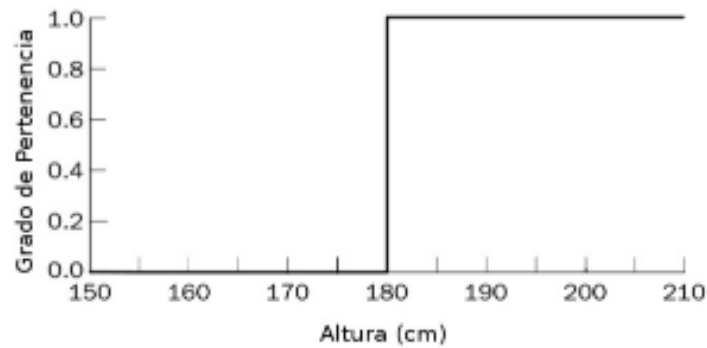
En otras palabras, la salida será un valor difuso (llamado **fuzzy**) o discreto (también llamado **crisp**)

Defuzzificación

Ejemplo: Altura

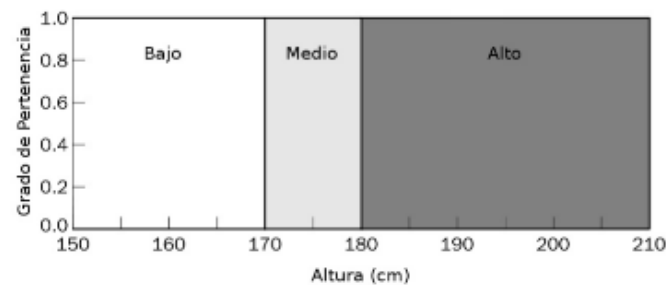
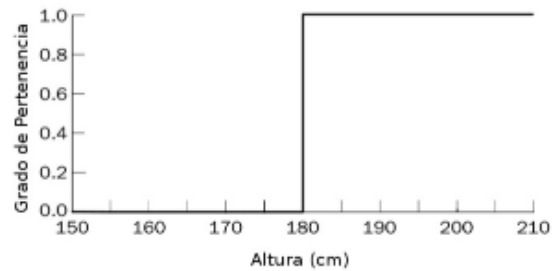
Defuzzificación

Ejemplo: Altura

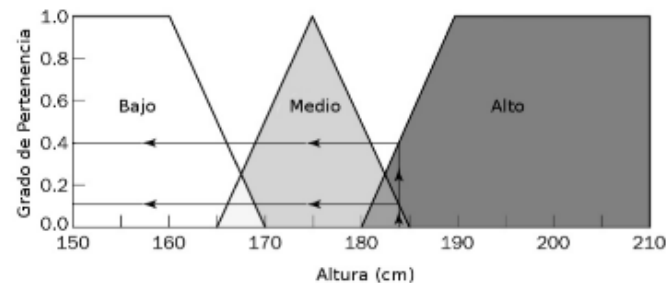
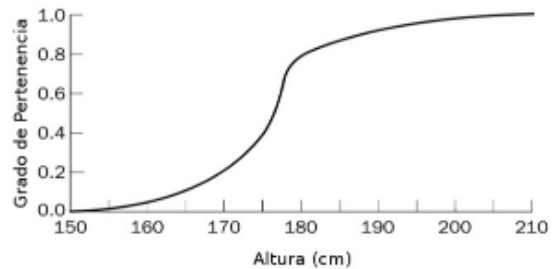


Defuzzificación

Ejemplo: Altura



En el ejemplo de la figura, una persona de 181 cm es catalogado como "alto" en valores discretos.



Sin embargo, el conjunto difuso permite expresar que esa persona tiene un grado de pertenencia del 82% al conjunto de los altos ($\mu_{Alto}(180) = 0.82$).

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Centroide

Se calcula el valor de salida X_c (crisp) donde una línea vertical divide el conjunto en dos áreas con igual masa (ese punto lo marca el centro de gravedad).

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Centroide

Se calcula el valor de salida X_c (crisp) donde una línea vertical divide el conjunto en dos áreas con igual masa (ese punto lo marca el centro de gravedad).

$$X_C = \frac{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)}$$

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Centroide

Se calcula el valor de salida X_c (crisp) donde una línea vertical divide el conjunto en dos áreas con igual masa (ese punto lo marca el centro de gravedad).

$$X_C = \frac{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)}$$

Si la función de pertenencia es continua, sería integrar en lugar de sumar

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Centroide

Se calcula el valor de salida X_c (crisp) donde una línea vertical divide el conjunto en dos áreas con igual masa (ese punto lo marca el centro de gravedad).

$$X_C = \frac{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)}$$

Si la función de pertenencia es continua, sería integrar en lugar de sumar

*Contra: Este método es muy "pesado" computacionalmente

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Centroide

Ejemplo: Imagina que tenemos un sistema de control de temperatura con tres reglas que nos dan una salida difusa:

- “**Frío**” tiene un valor de 0.3 en $x=18^{\circ}\text{C}$
- “**Tibio**” tiene un valor de 0.7 en $x=22^{\circ}\text{C}$
- “**Caliente**” tiene un valor de 0.5 en $x=26^{\circ}\text{C}$

Calcular la salida si lo tratamos como un solo conjunto con valores discretos

Defuzzificación

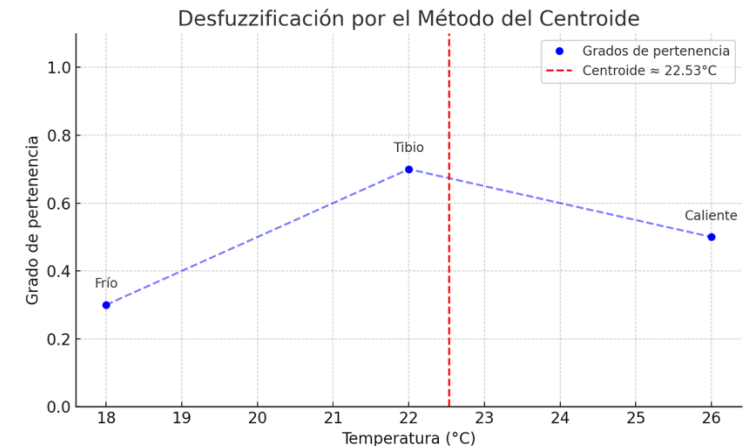
MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Centroide

Ejemplo: Imagina que tenemos un sistema de control de temperatura con tres reglas que nos dan una salida difusa:

- “**Frío**” tiene un valor de 0.3 en $x=18^{\circ}\text{C}$
- “**Tibio**” tiene un valor de 0.7 en $x=22^{\circ}\text{C}$
- “**Caliente**” tiene un valor de 0.5 en $x=26^{\circ}\text{C}$

Calcular la salida: 22.53°C

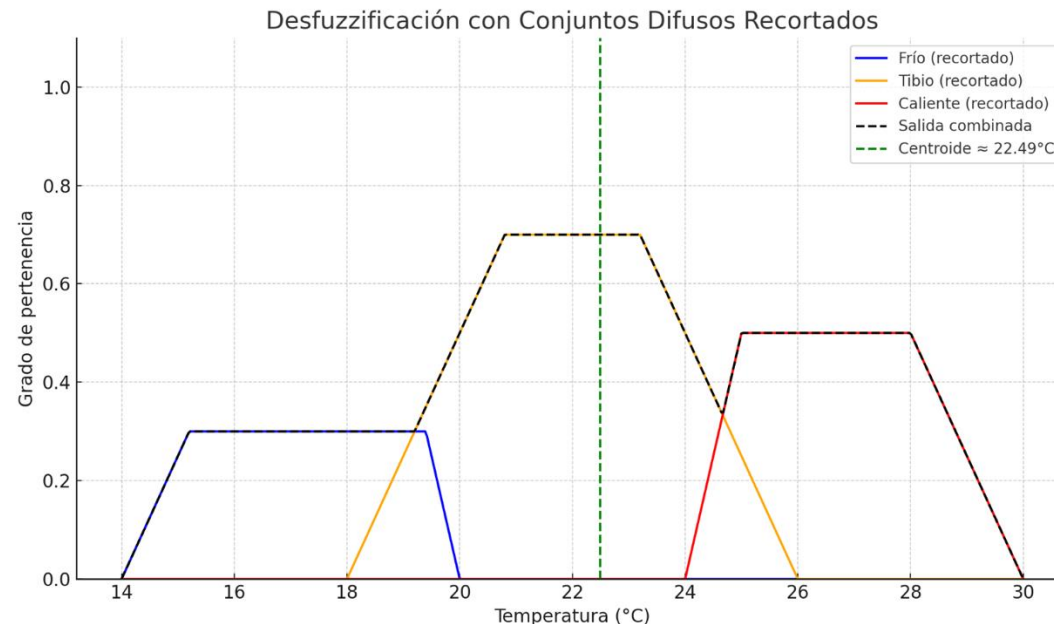
$$: \frac{(18 \cdot 0.3) + (22 \cdot 0.7) + (26 \cdot 0.5)}{0.3 + 0.7 + 0.5}$$



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Centroide

Ejemplo: Otra forma de verlo es con diferentes conjuntos, y modelando (se verá en el siguiente tema)



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo

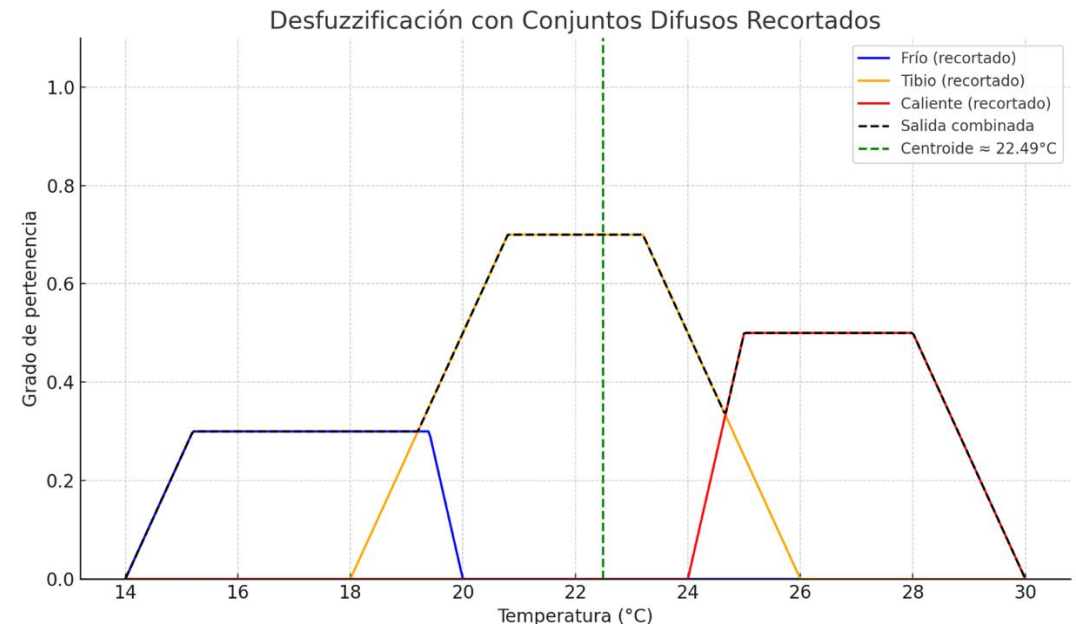
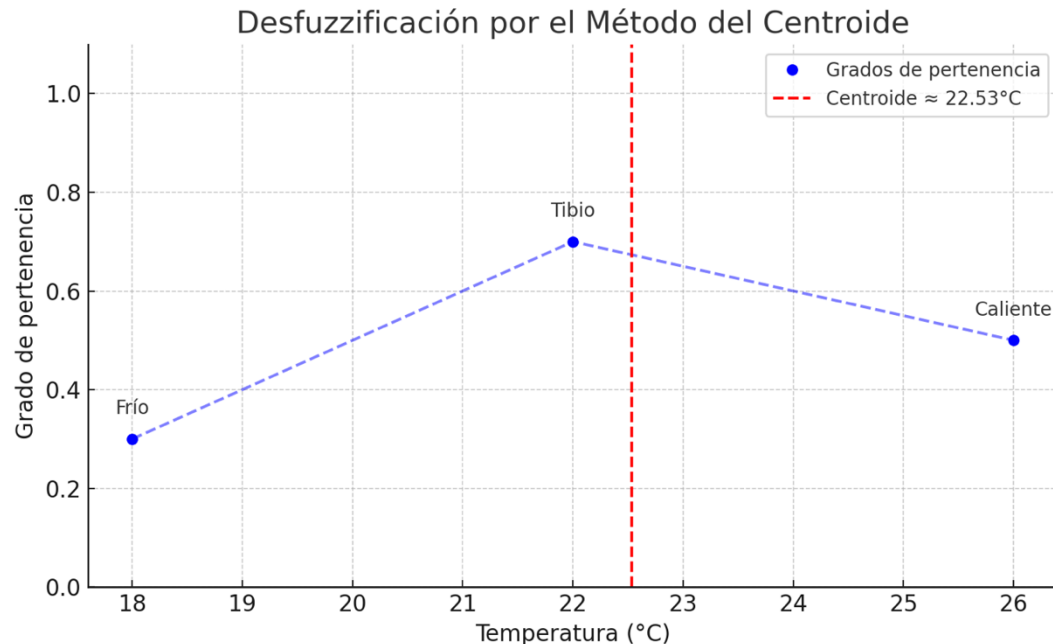
Se calcula el valor de salida X_{max} mediante el valor máximo que alcanza la función de pertenencia.

$$X_{max} = \arg \max_x [\mu_A(x)]$$

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo

Se calcula el valor de salida X_{max} mediante el valor máximo que alcanza la función de pertenencia.



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo central o Media del Máximo (MOM)

Se calcula el punto C tomando los valores en los que las funciones de pertenencia alcanzan el máximo, calculando la media.

$$C = \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{n}$$

donde z_i es el punto en el que la función de pertenencia logra el máximo valor, y n es el número de veces que se alcanza el valor máximo.

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo central o Media del Máximo (MOM)

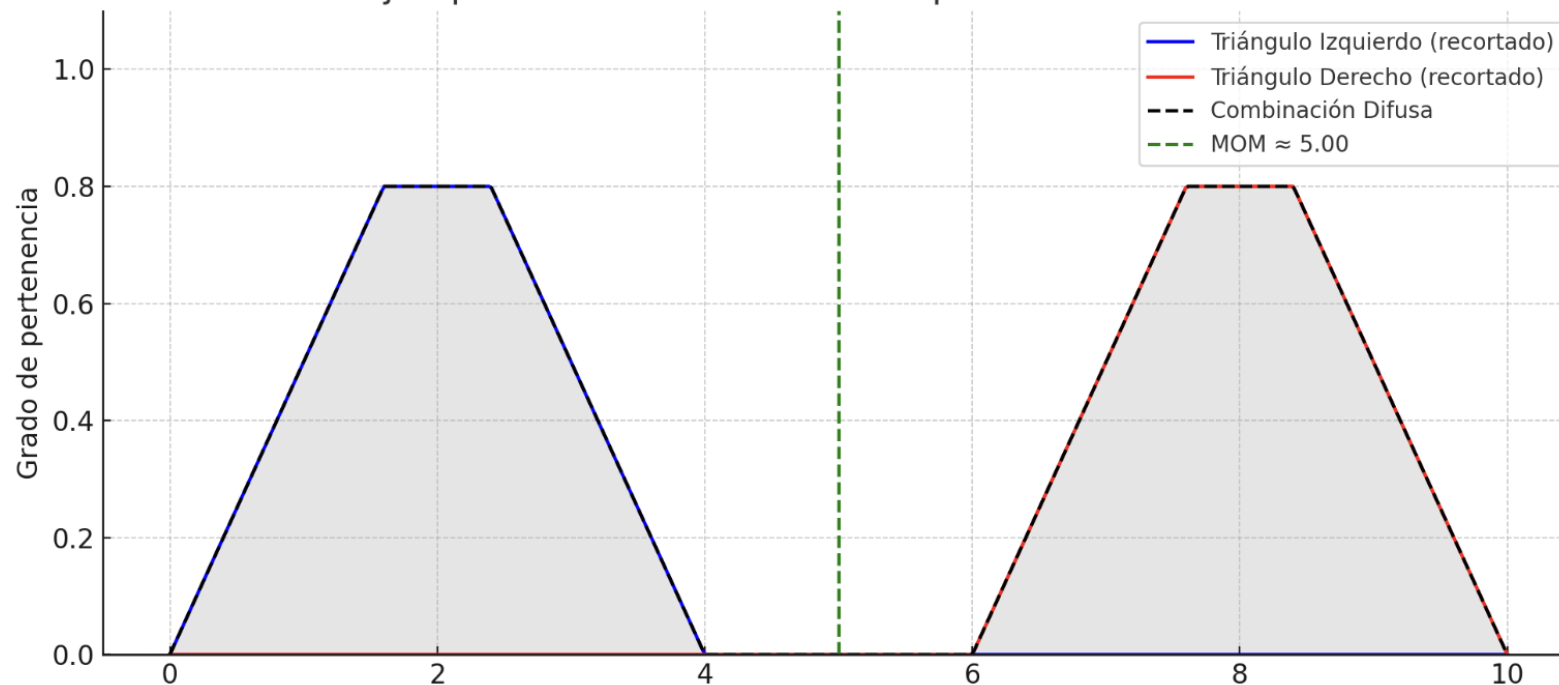
Ejemplo: queremos modelar dos conjuntos difusos: mala nota y buena nota. Lo haremos con triangulares de la siguiente forma:

- Mala nota: base entre 0 y 4. Pico en 2. Recortado a 0.8 (línea plana de 0.8 entre 1.2 y 2.8 aprox).
- Buena nota: base entre 6 y 10. Pico en 8. También recortado a 0.8

Calcula el MOM.

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo central o Media del Máximo (MOM)



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo menor (SOM)

Se calcula el valor de salida X_{SOM} tomando el valor más pequeño de todos aquellos que logran alcanzar el valor más alto de la función de pertenencia.

$$X_{SOM} = \min(\arg \max[\mu_A(x)], \arg \max[\mu_B(x)], \dots])$$

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo menor (SOM)

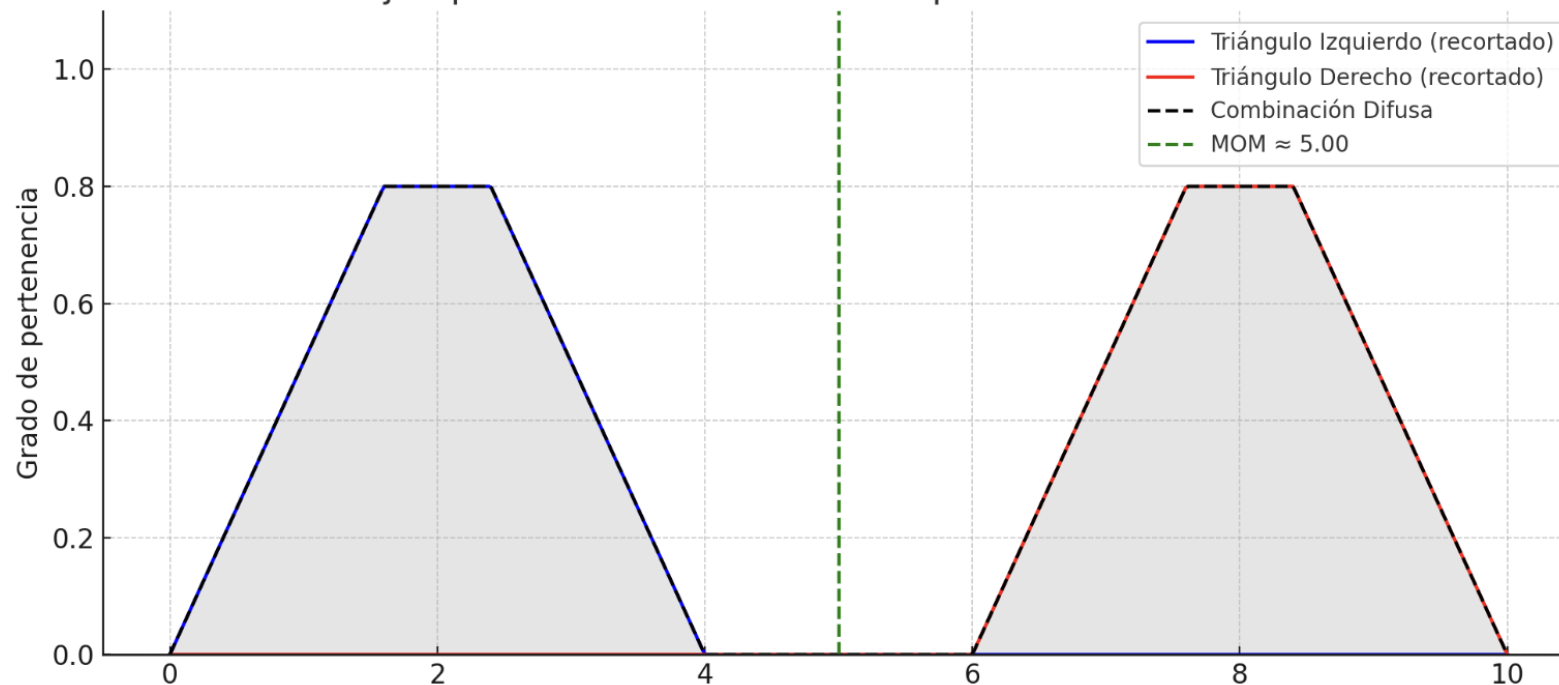
Ejemplo: queremos modelar dos conjuntos difusos: mala nota y buena nota. Lo haremos con triangulares de la siguiente forma:

- Mala nota: base entre 0 y 4. Pico en 2. Recortado a 0.8 (línea plana de 0.8 entre 1.2 y 2.8 aprox).
- Buena nota: base entre 6 y 10. Pico en 8. También recortado a 0.8

Calcula el SOM.

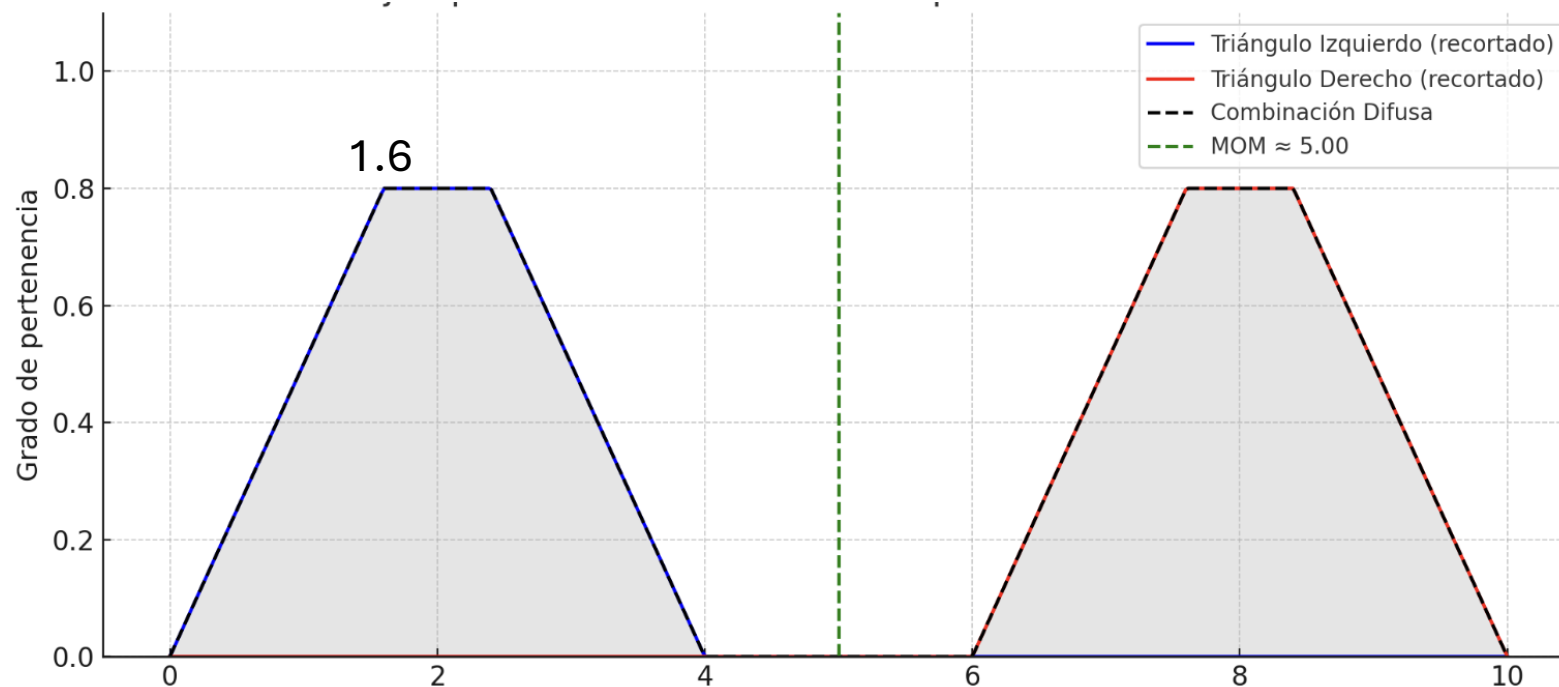
Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo menor (SOM)



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo menor (SOM)



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo mayor (LOM)

El valor de salida X_{LOM} es el valor más alto de todos aquellos que logran alcanzar el valor más alto de la función de pertenencia.

$$X_{LOM} = \max(\arg \max[\mu_A(x)], \arg \max[\mu_B(x)], \dots])$$

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo mayor (LOM)

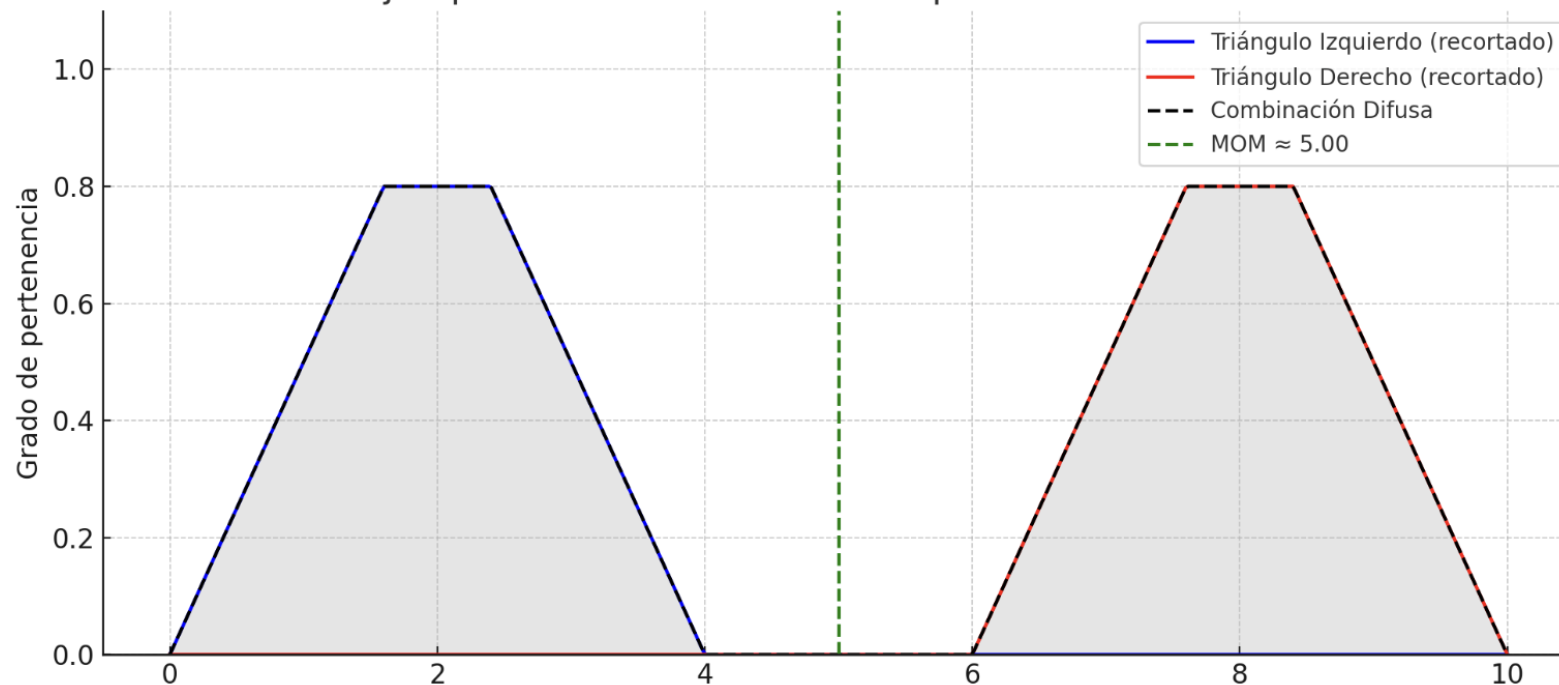
Ejemplo: queremos modelar dos conjuntos difusos: mala nota y buena nota. Lo haremos con triangulares de la siguiente forma:

- Mala nota: base entre 0 y 4. Pico en 2. Recortado a 0.8 (línea plana de 0.8 entre 1.2 y 2.8 aprox).
- Buena nota: base entre 6 y 10. Pico en 8. También recortado a 0.8

Calcula el LOM.

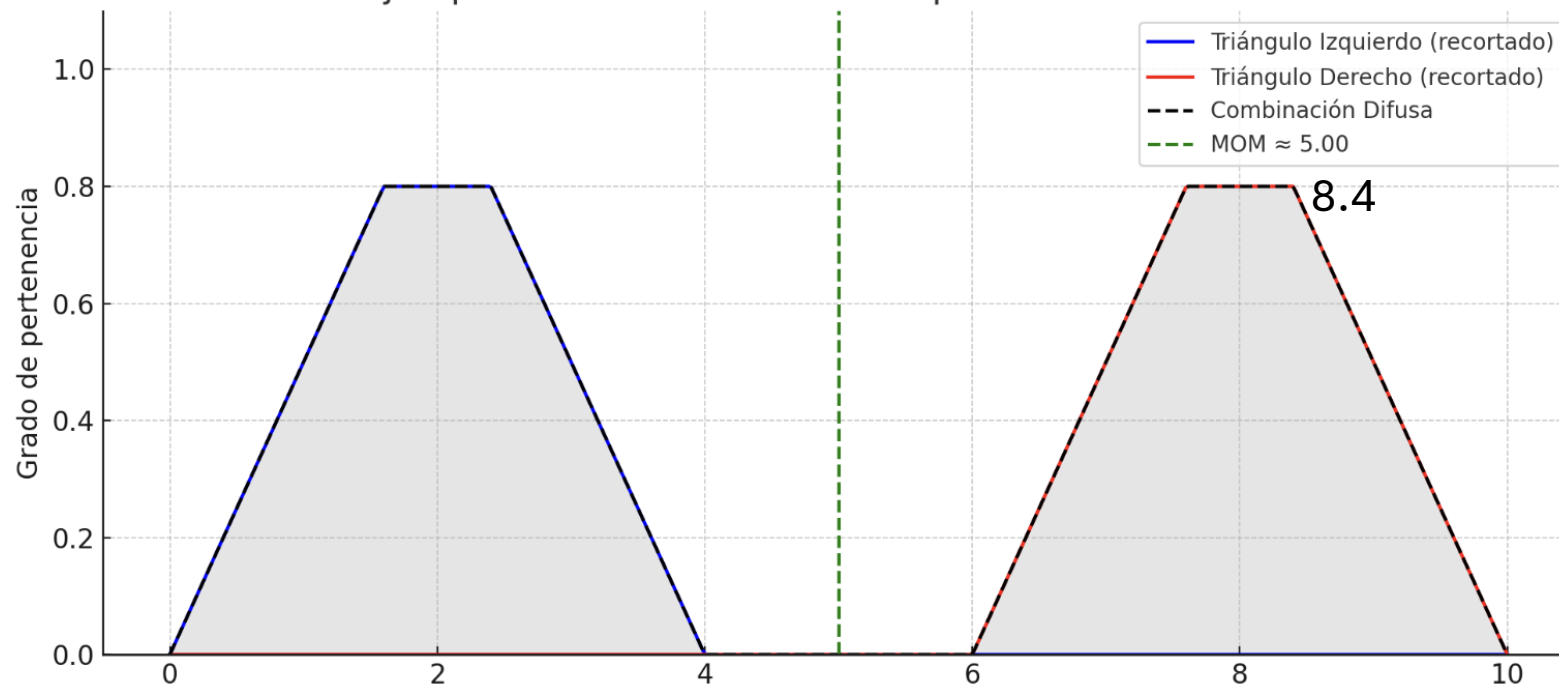
Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo mayor (LOM)



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Máximo mayor (LOM)



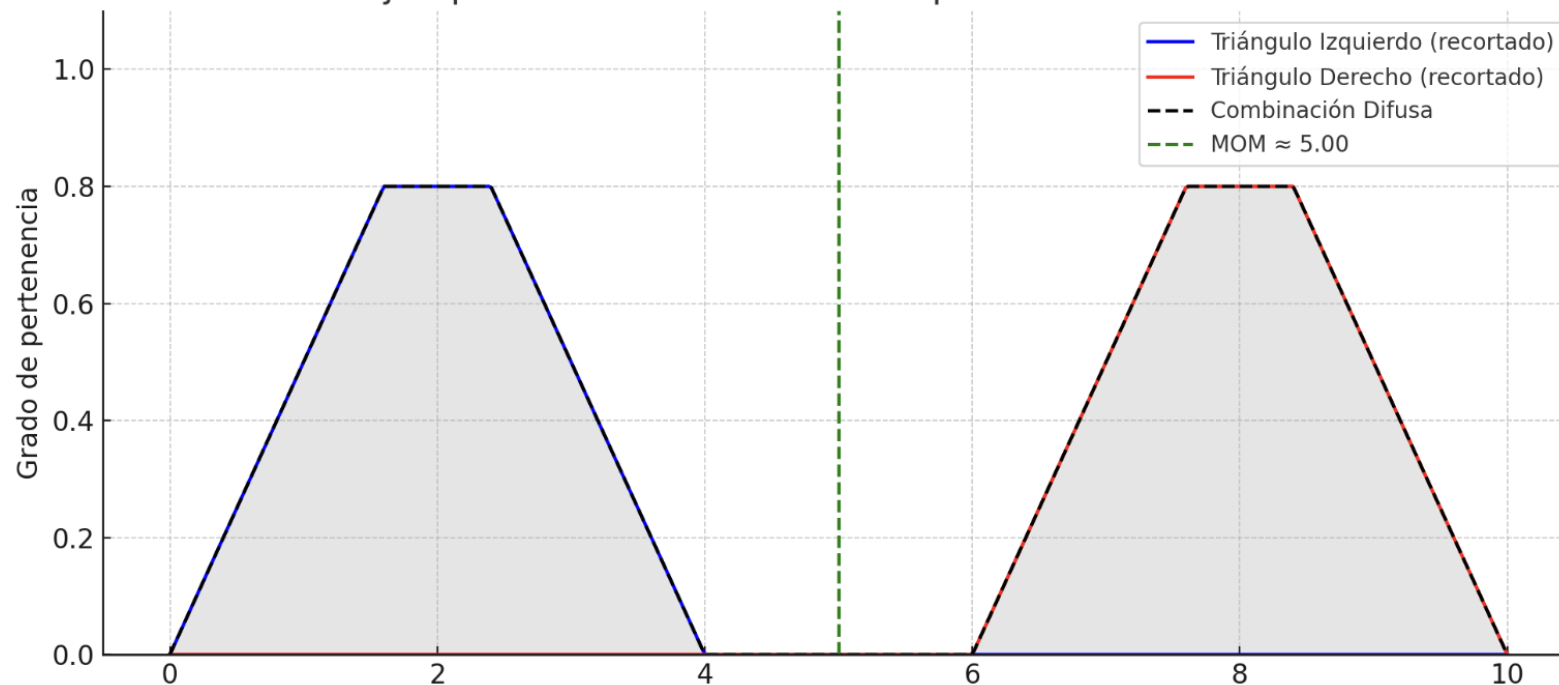
Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Primer Máximo (FOM)

El valor de salida X_{LOM} es el primer valor más alto de todos aquellos que logran alcanzar el valor más alto de la función de pertenencia.

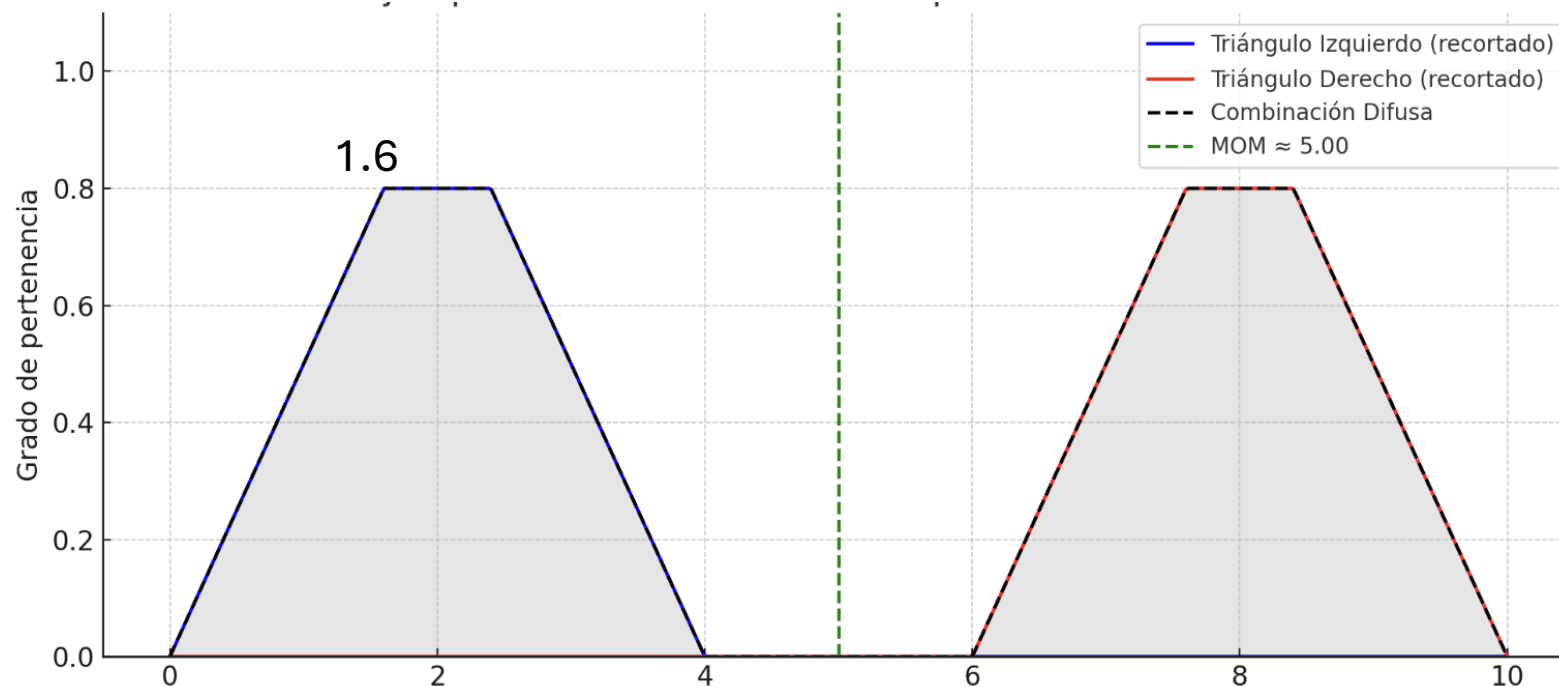
Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Primer Máximo (FOM)



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Primer Máximo (FOM)



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: FOM vs SOM

¿Son siempre iguales FOM y SOM?

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: FOM vs SOM

¿Son siempre iguales FOM y SOM?

Normalmente si, salvo cuando el eje x tiene los valores discontinuos y desordenados.

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Bisectriz

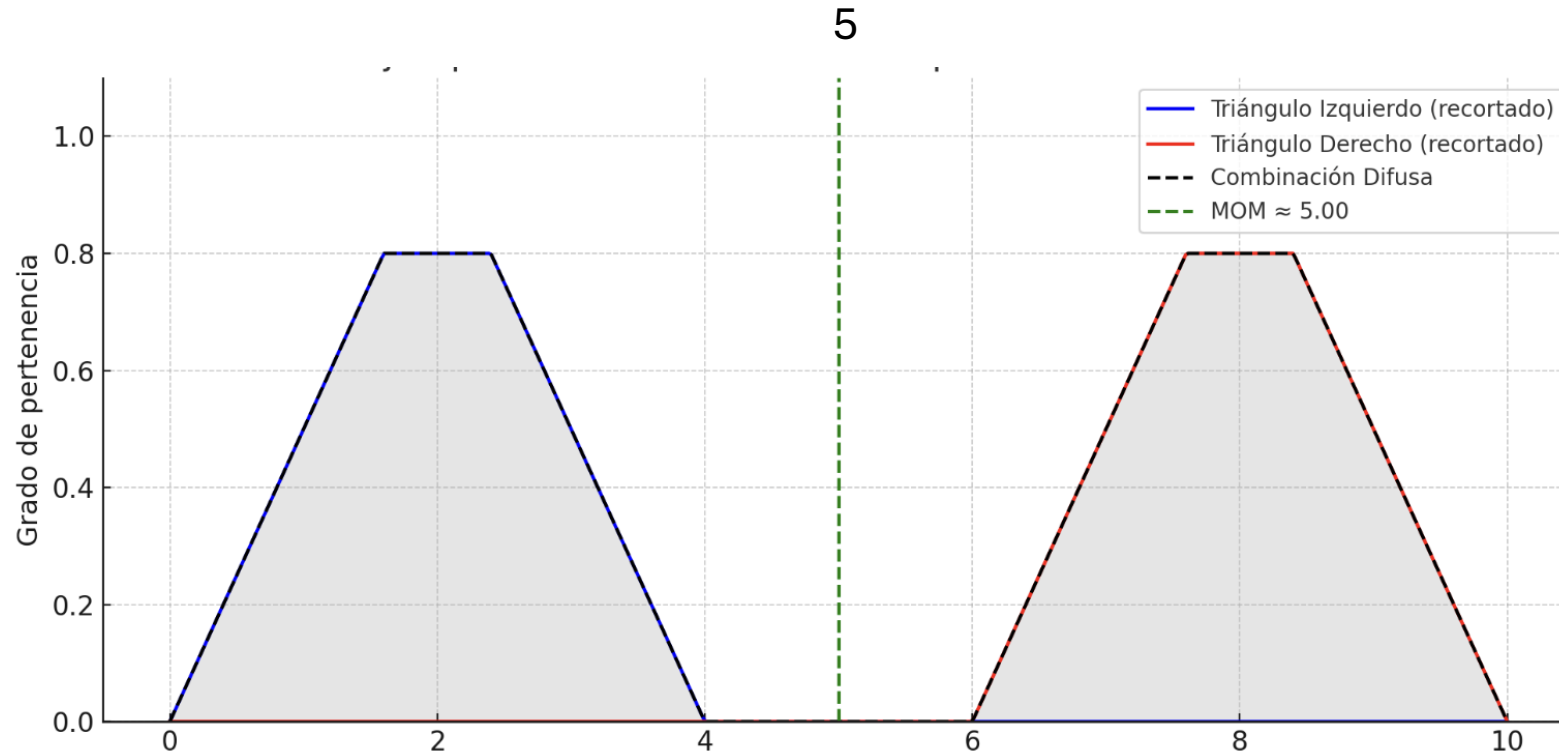
Se calcula el valor de salida X_{bis} como el valor que separa el área bajo la curva en dos sub-áreas iguales.

$$X_{bis} = \frac{X_{min} + X_{max}}{2}$$

donde X_{min} y X_{max} son los valores más bajo y alto que da la función de pertenencia (sin contar el cero).

Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: Bisectriz



Defuzzificación

MÉTODOS DE DEFUZZIFICACIÓN: FOM vs SOM

¿Son siempre iguales Bisectriz y Centroide? NO!

En conjuntos simétricos si que pueden coinciden o ser muy parecidos, pero en conjuntos asimétricos pueden diferir bastante.

Defuzzificación

Ejercicio final:

Notas de la asignatura

- Conjuntos: suspenso, aprobado, notable y sobresaliente.
- Se tomarán funciones trapezoidales modificadas.

Calcular el valor FOM, SOM, LOM, MOM, centroide y bisectriz.