Curso 2023/24

FUNDAMENTOS FÍSICOS PARA INGENIERÍA

GRADO EN INGENIERÍA EN INTELIGENCIA ARTIFICIAL

TEMA 2. ENERGÍA Y PRINCIPIOS DE CONSERVACIÓN

Manuel Gutiérrez Ramírez

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal
Universidad de Alicante

Contenidos

1.1. Concepto de sistema y entorno

El concepto de energía se aplica a sistemas mecánicos sin recurrir a las leyes de Newton

Sistema

Región del Universo sobre la que vamos a centrar nuestra atención.

Se ignorarán los detalles acerca del resto del Universo exterior al sistema.

Ejemplos

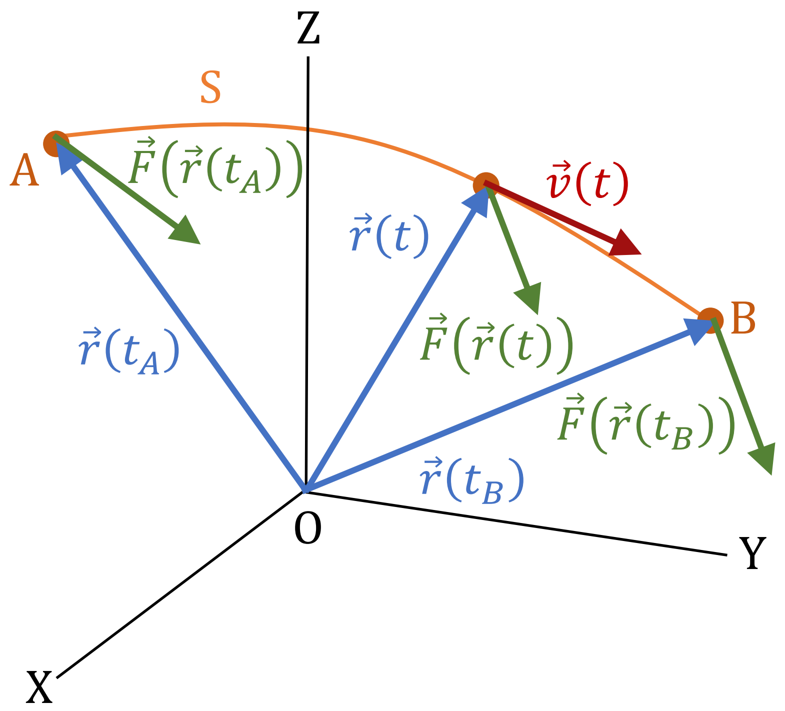
- Un sólo objeto o una partícula
- Una colección de objetos o partículas
- Una determinada región del espacio

- El límite de un sistema es una superficie imaginaria o real que divide el Universo entre el sistema y el resto del Universo (definido como entorno)
- El entorno puede ejercer una fuerza sobre el sistema a través de los límites, e influir sobre él

Contenidos

1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúa *una sola fuerza variable $\vec{F}(\vec{r})$*



Producto escalar de dos vectores

$$W = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t)\mathrm{d}t$$

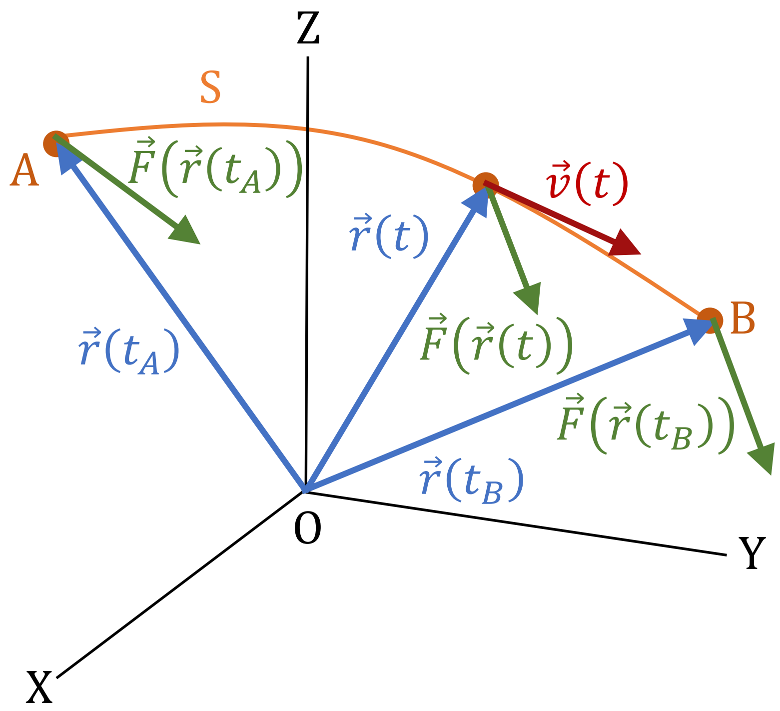
$$\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t}$$

- El trabajo W realizado por la fuerza $\vec{F}(\vec{r}(t))$ sobre una partícula con vector de posición $\vec{r}(t)$ que recorre la trayectoria S desde el punto A hasta el punto B en un tiempo $t_B - t_A$ es la integral de camino de $\vec{F}(\vec{r})$ entre ambos puntos

- Unidad de W en SI: $\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2} = \mathrm{J}$ (Julio)

1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúa *una sola fuerza variable $\vec{F}(\vec{r})$*



- El trabajo W realizado por la fuerza $\vec{F}(\vec{r})$ es solo debido a la componente tangencial de la misma

$$W = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}_t(\vec{r}) + \vec{F}_n(\vec{r})$$

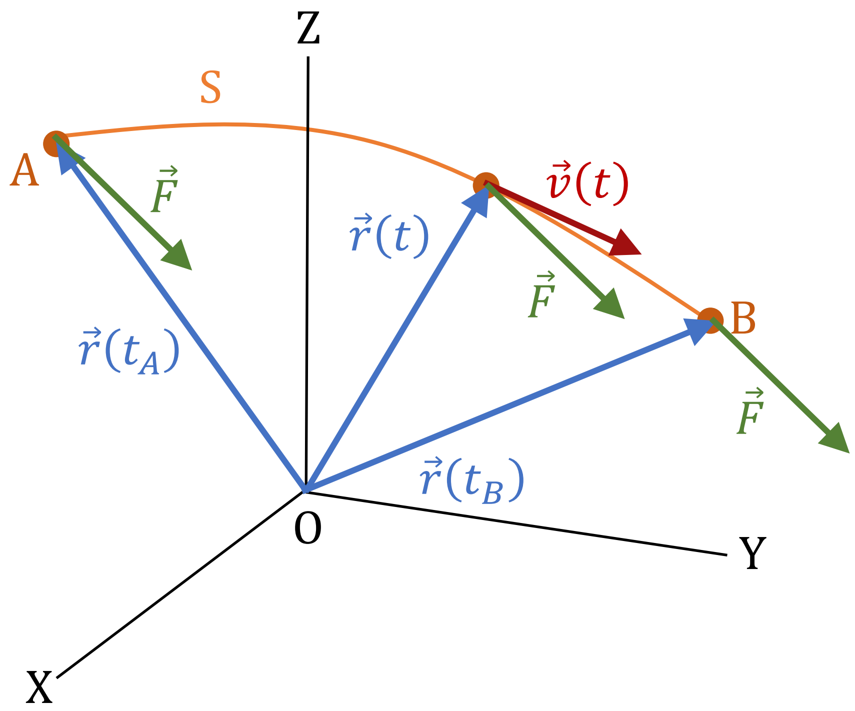
Componente de $\vec{F}(\vec{r})$ tangente a la trayectoria

Componente de $\vec{F}(\vec{r})$ normal a la trayectoria

$$\vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \left[\vec{F}_t(\vec{r}) + \vec{F}_n(\vec{r})\right] \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \vec{F}_t(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} + \vec{F}_n(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \vec{F}_t(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

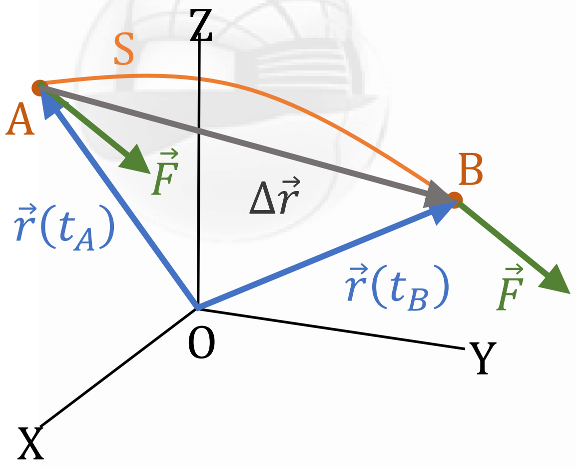
- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúa *una sola fuerza constante* $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}$



$$W = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \vec{F} \cdot \left[\int_{t_A}^{t_B} \mathrm{d}\vec{r}(t) \right] = \vec{F} \cdot [\vec{r}(t_B) - \vec{r}(t_A)]$$

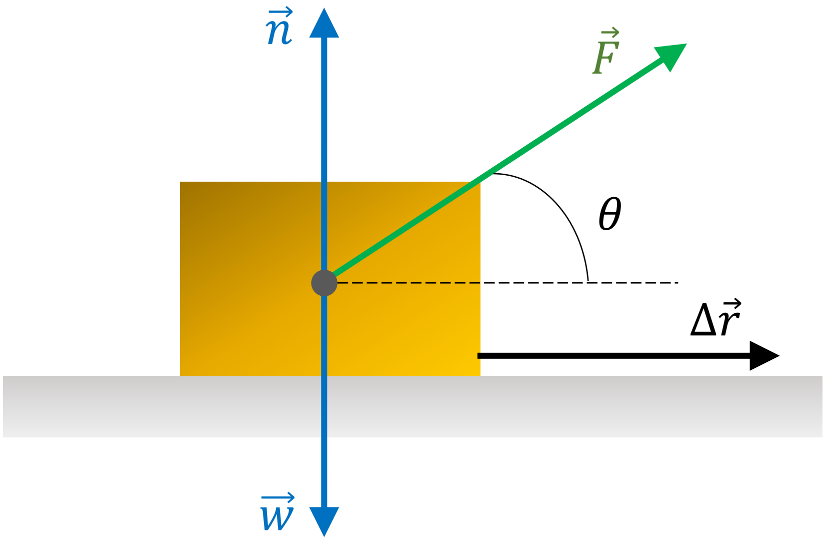
Vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$

$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_B) - \vec{r}(t_A)$ ➤ $\boxed{W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}}$



1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúa *una sola fuerza constante* $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}$



$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}||\Delta\vec{r}|\cos(\theta)}$$

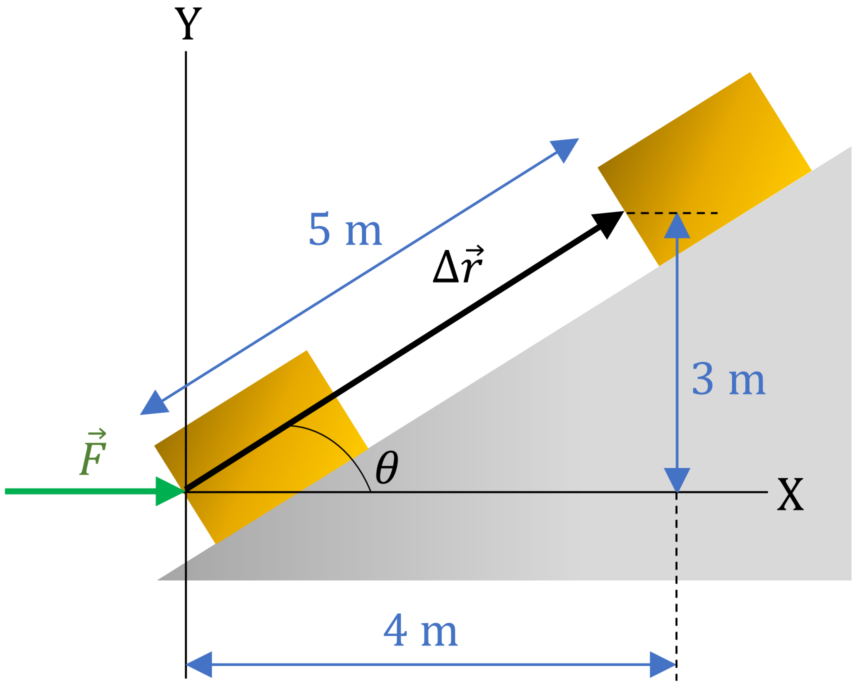
Una fuerza no realiza trabajo sobre un sistema si:

- No hay fuerza
- No hay desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza
- La fuerza e $\Delta\vec{r}$ son perpendiculares

$\vec{n}$ y $\vec{w}$ no realizan trabajo

1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúa *una sola fuerza constante* $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}$



¿Trabajo realizado por la fuerza $|\vec{F}| = 100\ \mathrm{N}$?

$$\vec{F} = 100\hat{\imath}\ \mathrm{N}$$

$$\Delta\vec{r} = 4\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}\ \mathrm{m}$$

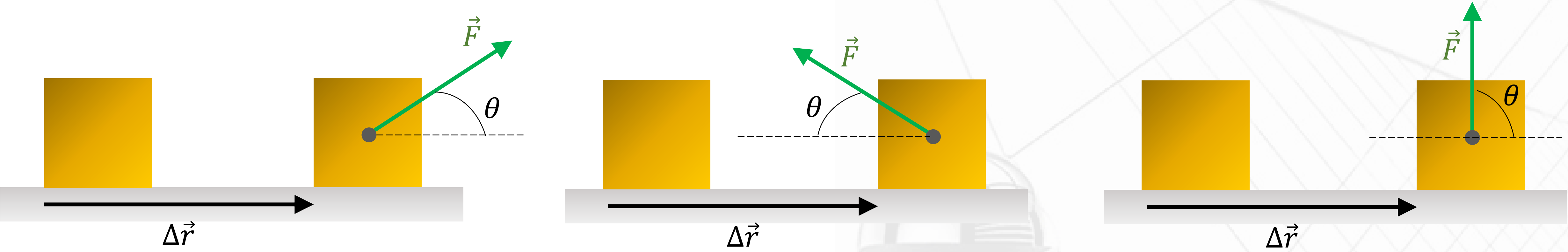
$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F_x\Delta r_x + F_y\Delta r_y = 100\times 4 + 0\times 3 = 400\ \mathrm{J}$$

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = |\vec{F}||\Delta\vec{r}|\cos(\theta) = 100\times 5\times\frac{4}{5} = 400\ \mathrm{J}$$

1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

Signo del trabajo: positivo, negativo o nulo

Depende de la dirección de $\vec{F}$ con respecto de $\Delta\vec{r}$



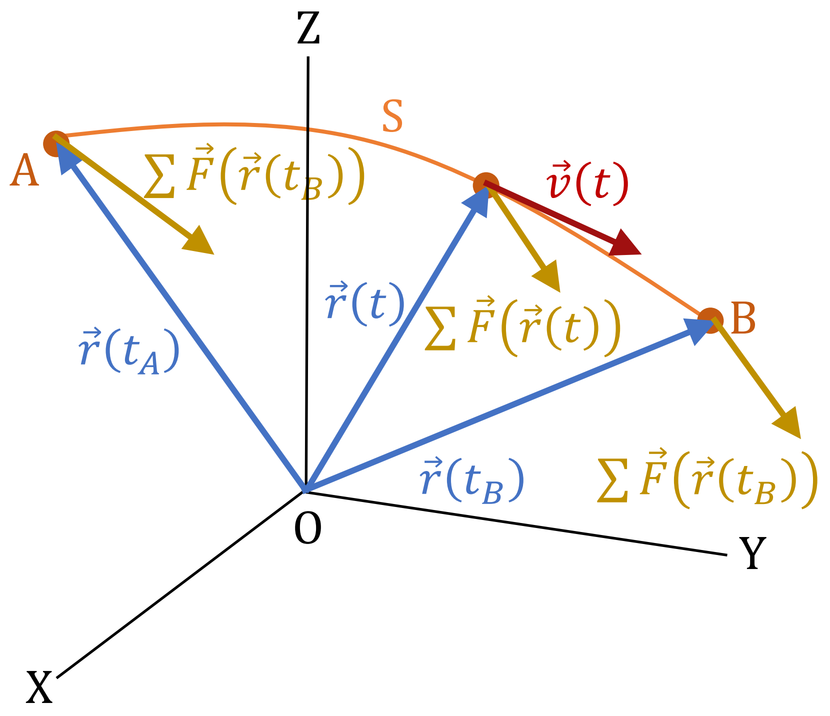
$$W > 0$$
$$3\pi/2 < \theta < \pi/2$$

$$W < 0$$
$$\pi/2 < \theta < 3\pi/2$$

$$W = 0$$
$$\theta = \pm\pi/2$$

1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúan *varias fuerzas* $\vec{F}(\vec{r})$



- Caso más general posible:
  - Movimiento tridimensional
  - Sobre la partícula actúan varias fuerzas
  - Fuerza neta no es constante ni paralela al desplazamiento

$$\vec{F}_{neta}(\vec{r}) = \sum \vec{F}(\vec{r})$$

$$W_{Total} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + \cdots = \sum W$$

$$W_{Total} = \int_A^B \left(\sum \vec{F}(\vec{r})\right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_A}^{t_B} \left(\sum \vec{F}(\vec{r}(t))\right) \cdot \vec{v}(t)\mathrm{d}t$$

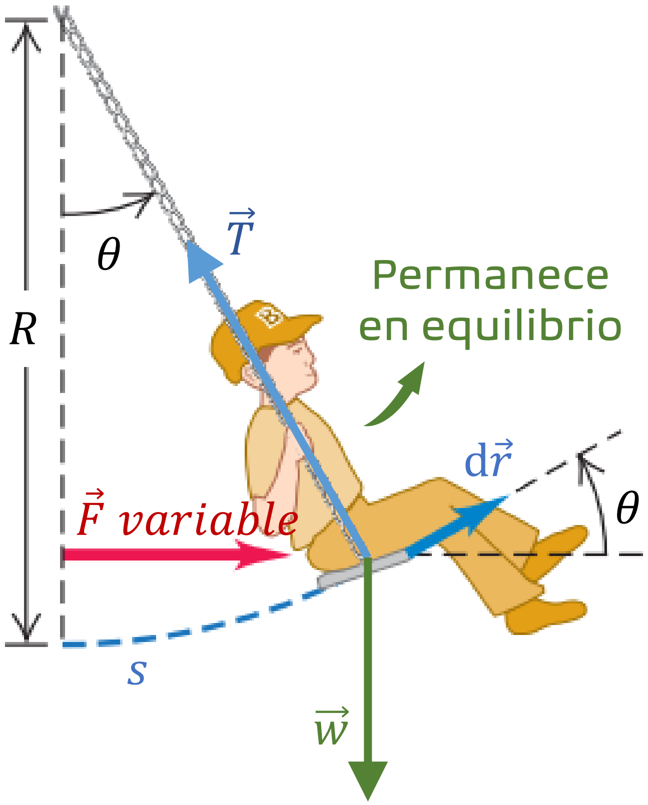
1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúan *varias fuerzas* $\vec{F}(\vec{r})$

a) ¿Qué trabajo total realizan todas las fuerzas sobre la persona?

b) ¿Qué trabajo realiza la tensión $\vec{T}$ en la cadena?

c) ¿Qué trabajo se realiza aplicando la fuerza $\vec{F}$?

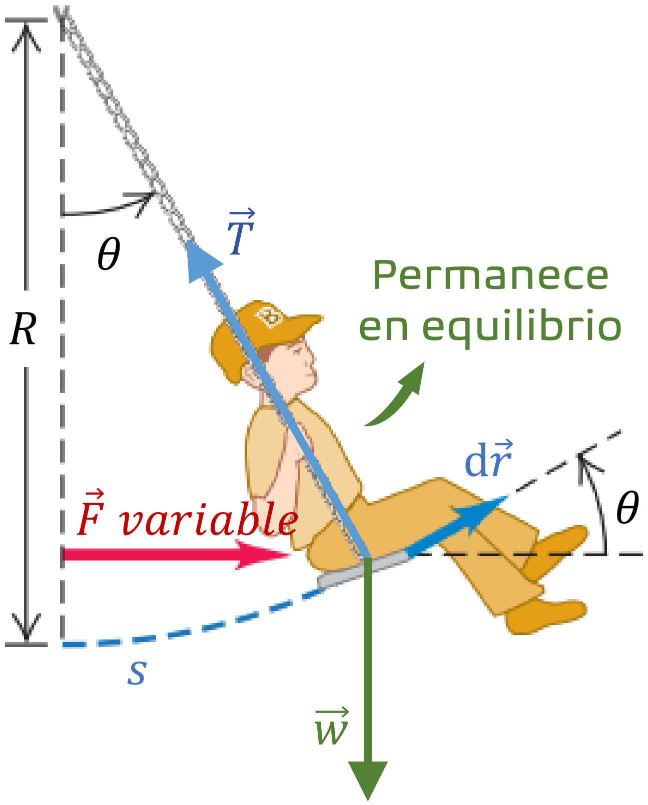


a) Persona está en equilibrio ⮞ $\vec{F}_{neta} = \sum \vec{F} = 0$ ⮞ $W_{Total} = 0$

b) $\vec{T} \perp \mathrm{d}\vec{r}$ ⮞ $W_T = 0$

1.2. Trabajo realizado sobre una partícula

- Sistema modelado como una partícula sobre la que actúan *varias fuerzas* $\vec{F}(\vec{r})$



a) ¿Qué trabajo total realizan todas las fuerzas sobre la persona?

b) ¿Qué trabajo realiza la tensión $\vec{T}$ en la cadena?

c) ¿Qué trabajo se realiza aplicando la fuerza $\vec{F}$?

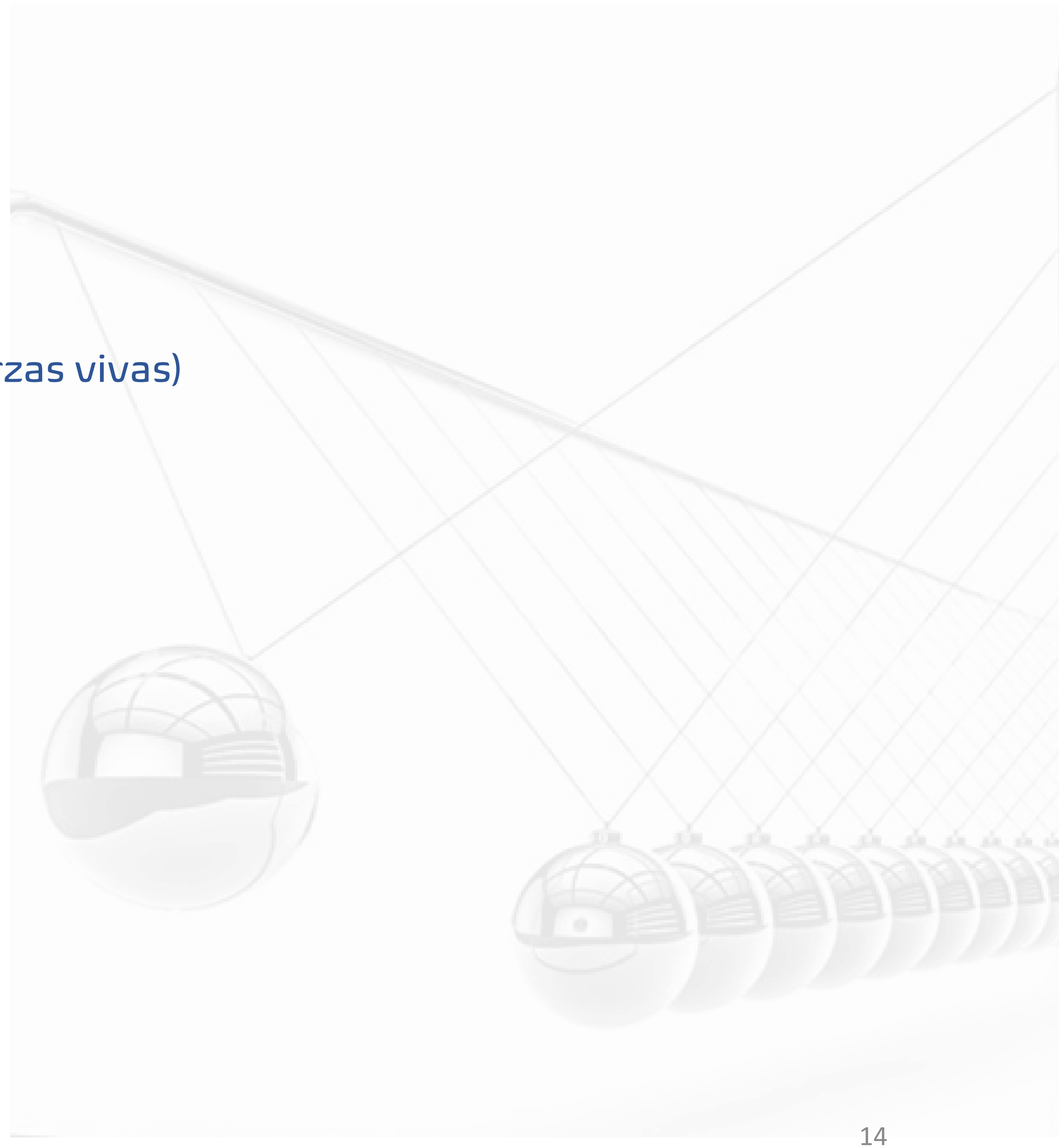
c) $$\sum F_x = F - T\sin(\theta) = 0$$
$$\sum F_y = T\cos(\theta) - w = 0$$

- $F = |\vec{F}| = w\tan(\theta)$

- $|\mathrm{d}\vec{r}| = \mathrm{d}s = R\mathrm{d}\theta$

$$W_F = \int_A^B \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_A^B |\vec{F}||\mathrm{d}\vec{r}|\cos(\theta) = \int_0^\theta w\tan(\theta)\cos(\theta)R\mathrm{d}\theta = wR[1-\cos(\theta)]$$

Contenidos



1.3. Potencia

Trabajo realizado por una fuerza $\vec{F}(t)$ que actúa sobre una partícula con vector de posición $\vec{r}(t)$ durante un instante de tiempo $t_B - t_A$

$$W(t) = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t) \mathrm{d}t$$

Potencia $P(t)$ de $\vec{F}(t)$ en el instante de tiempo t

- La potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo

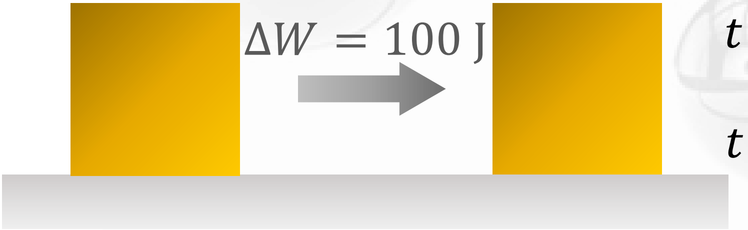
Potencia instantánea

$$\boxed{P(t) = \frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t} = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t) = \vec{F}_t(t) \cdot \vec{v}(t)}$$

Se debe solo a la componente tangente a la trayectoria

Potencia media

$$\boxed{P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}}$$



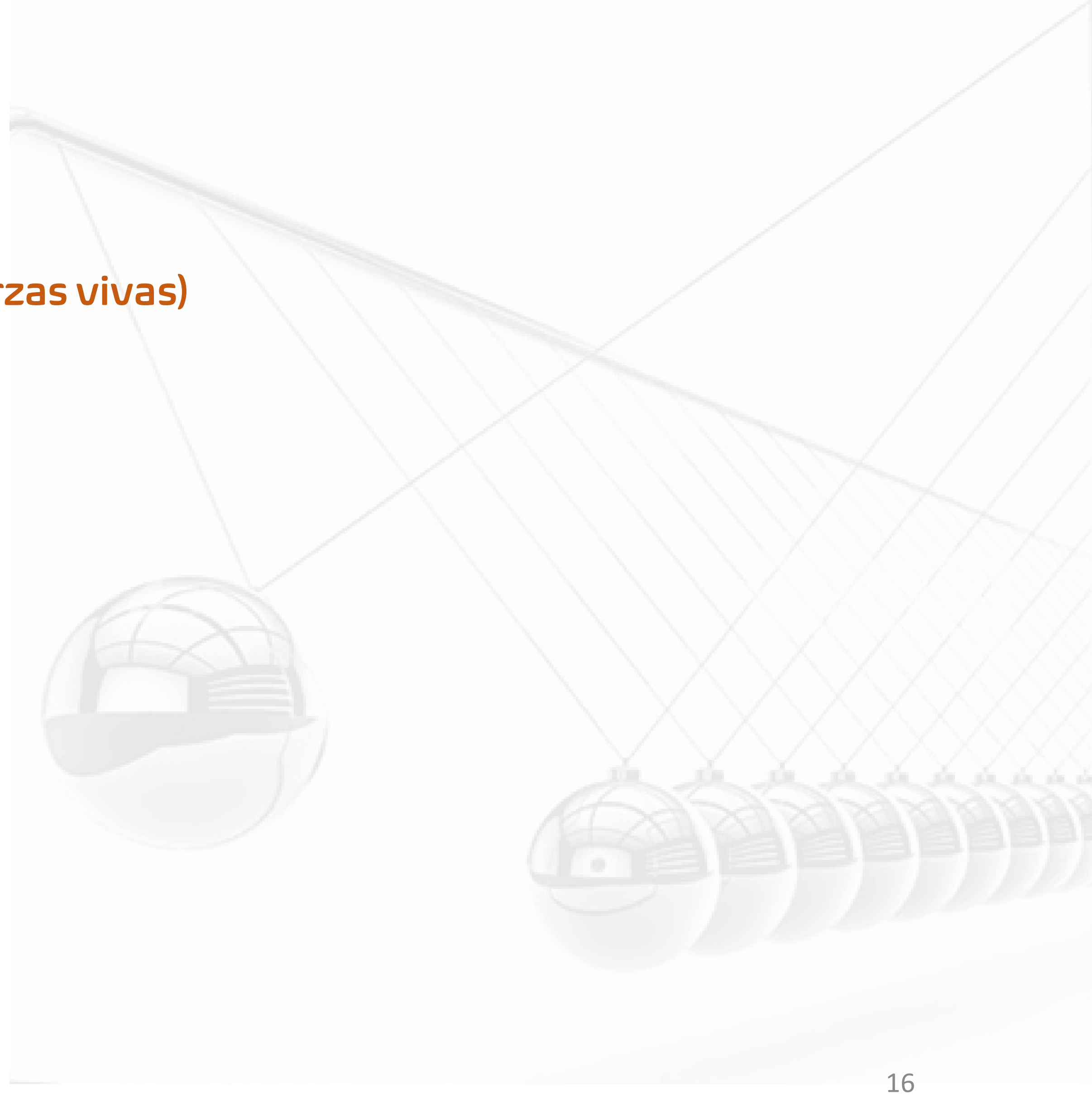
$t = 5$ s $\quad P_m = 20$ W

$t' = 1$ s $\quad P'_m = 100$ W

Magnitud escalar

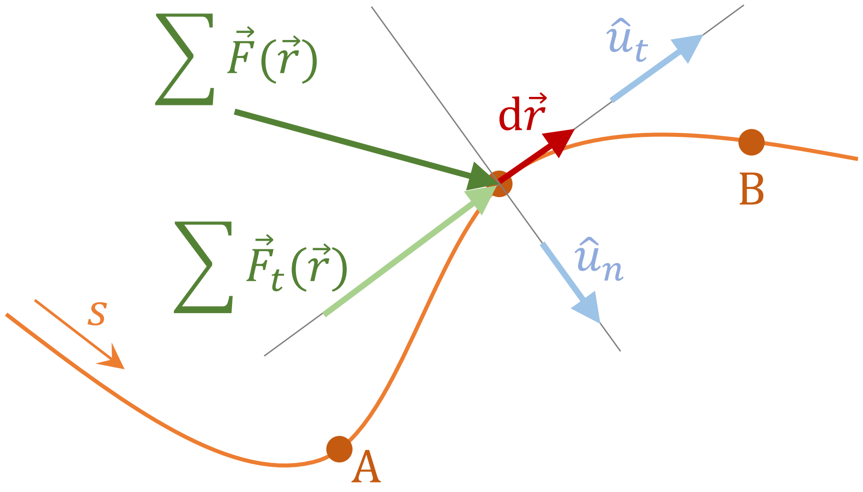
Unidad en SI: W (watio) $= \mathrm{J} \cdot s^{-1} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3}$

Contenidos



1.4. Energía cinética y teorema trabajo-energía (fuerzas vivas)

Masa m de la partícula constante



$v(t) = |\vec{v}(t)|$ ⮞ Celeridad

$$W_{Total} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \left(\sum \vec{F}(\vec{r}) \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \left(\sum \vec{F}_t(\vec{r}) \right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} =$$

$$= \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} m\vec{a}_t(t) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} m \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \vec{u}_t \cdot |\mathrm{d}\vec{r}| \vec{u}_t =$$

$$= m \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} |\mathrm{d}\vec{r}| = m \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \frac{\mathrm{d}v}{|\mathrm{d}\vec{r}|} \frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t} |\mathrm{d}\vec{r}| =$$

$$v_A \equiv v(t_A); K_A \equiv K(t_A)$$

$$v_B \equiv v(t_B); K_B \equiv K(t_B)$$

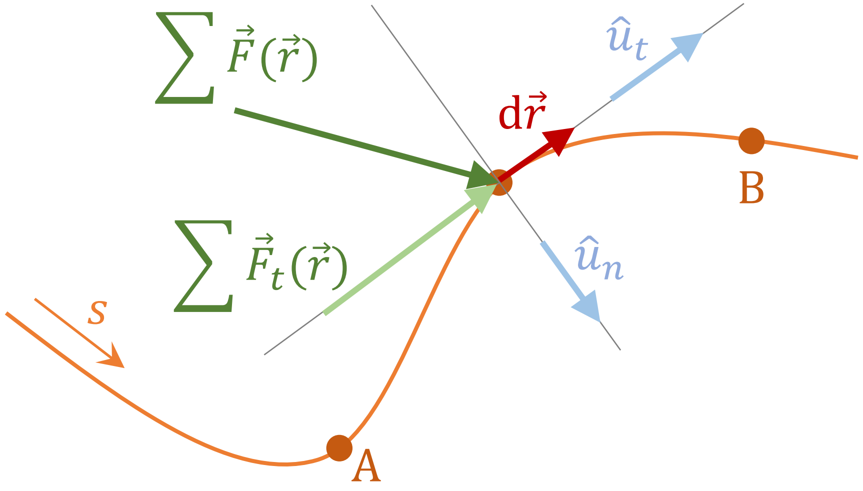
$$= m \int_{v_A}^{v_B} v \mathrm{d}v = \frac{1}{2} m{v_B}^2 - \frac{1}{2} m{v_A}^2 = K_B - K_A = \Delta K$$

Energía cinética ⮞ $\boxed{K(t) = \frac{1}{2} m v(t)^2}$ ⮞ Magnitud escalar

Unidades en SI: J

1.4. Energía cinética y teorema trabajo-energía (fuerzas vivas)

Masa m de la partícula constante



$v(t) = |\vec{v}(t)|$ ➤ Celeridad

Energía cinética ➤ $\boxed{K(t) = \frac{1}{2} m v(t)^2}$ ➤ Magnitud escalar

Unidades en SI: J

Relación entre energía cinética y momento lineal

$$K(t) = \frac{1}{2} m v(t)^2 = \frac{1}{2} m |\vec{v}(t)|^2 = \frac{1}{2} m[\vec{v}(t) \cdot \vec{v}(t)] =$$

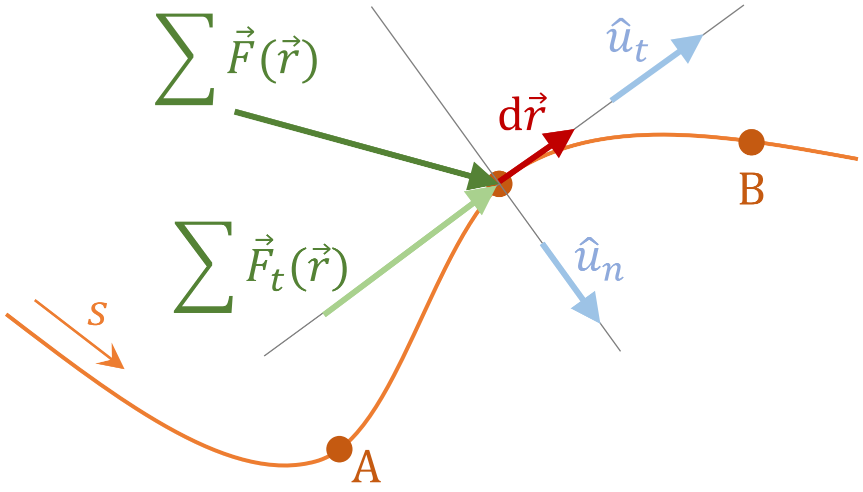
$$= \frac{1}{2} [m\vec{v}(t)] \cdot \vec{v}(t) = \frac{1}{2} \vec{p}(t) \cdot \vec{v}(t)$$

Momento lineal $\vec{p}(t)$

1.4. Energía cinética y teorema trabajo-energía (fuerzas vivas)

$$W_{Total} = K(t_B) - K(t_A) = \Delta K$$

Masa m de la partícula constante



$v(t) = |\vec{v}(t)|$ ➤ Celeridad

➤ *Teorema trabajo-energía (fuerzas vivas)*

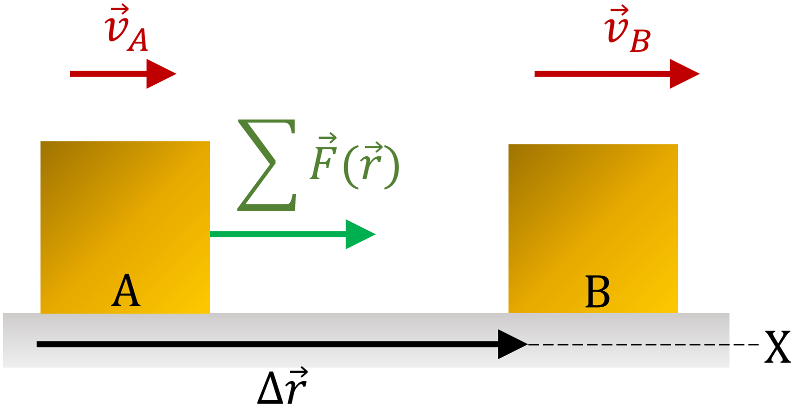
La variación de la energía cinética ΔK de una partícula de masa constante durante un intervalo de tiempo es igual al trabajo W_{Total} realizado por la fuerza neta que actúa sobre la partícula durante dicho intervalo de tiempo.

Si $W_{Total} > 0$ ➤ $K(t_B) > K(t_A)$ ➤ $v(t_B) > v(t_A)$

Si $W_{Total} < 0$ ➤ $K(t_B) < K(t_A)$ ➤ $v(t_B) < v(t_A)$

1.4. Energía cinética y teorema trabajo-energía (fuerzas vivas)

Partícula desplazándose en dirección X bajo la acción de una fuerza neta en la misma dirección



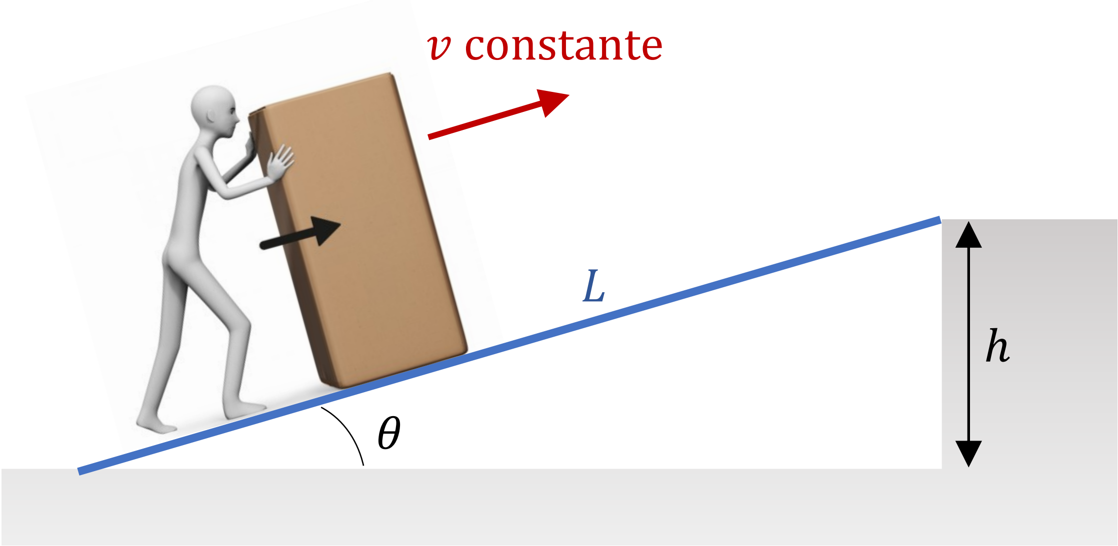
- $\sum \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(\vec{r})_{neta} = \left|\vec{F}(\vec{r})_{neta}\right|\hat{\imath}$
- $\mathrm{d}\vec{r} = |\mathrm{d}\vec{r}|\hat{\imath} = \mathrm{d}x\hat{\imath}$

$$W_{Total} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \left(\sum \vec{F}(\vec{r})\right) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{x_A}^{x_B} \left|\vec{F}(\vec{r})_{neta}\right| \mathrm{d}x =$$

$$= \int_{x_A}^{x_B} ma\,\mathrm{d}x = \int_{x_A}^{x_B} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x = \int_{x_A}^{x_B} m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x = \int_{v_A}^{v_B} mv\,\mathrm{d}v$$

$$W_{Total} = \frac{1}{2}m{v_B}^2 - \frac{1}{2}m{v_A}^2 = \Delta K$$

1.4. Energía cinética y teorema trabajo-energía (fuerzas vivas)



A medida que la longitud L de la rampa aumenta:

a) Se necesita mayor trabajo para subir el bloque

b) Se requiere menor trabajo para subir el bloque

c) Se realiza la misma cantidad de trabajo

Celeridad constante ➤ $\Delta K = 0$

W de fuerza normal a la superficie es cero

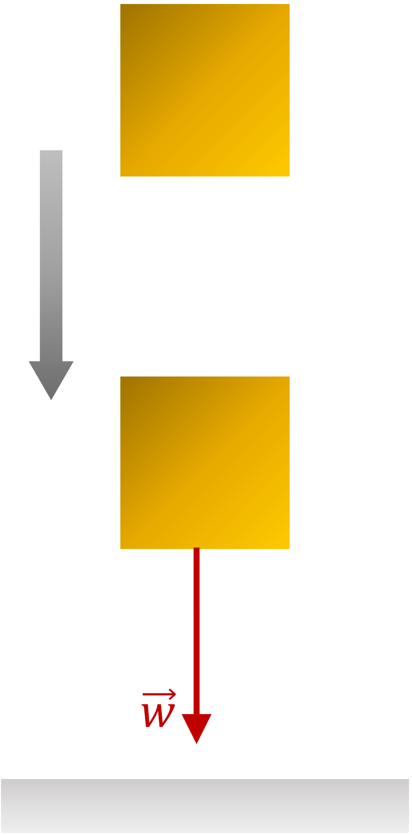
$$W_{Total} = W_{persona} + W_{gravedad} = \Delta K = 0$$

$$W_{persona} = -W_{gravedad} = -mgL\cos(\theta + 90) = -mgL\sin(\theta)$$

$$W_{persona} = -mgh$$

Contenidos

1.5. Energía potencial gravitacional



Sistema ➤ Cuerpo-Tierra ⟶ Interacción vía la fuerza gravitacional

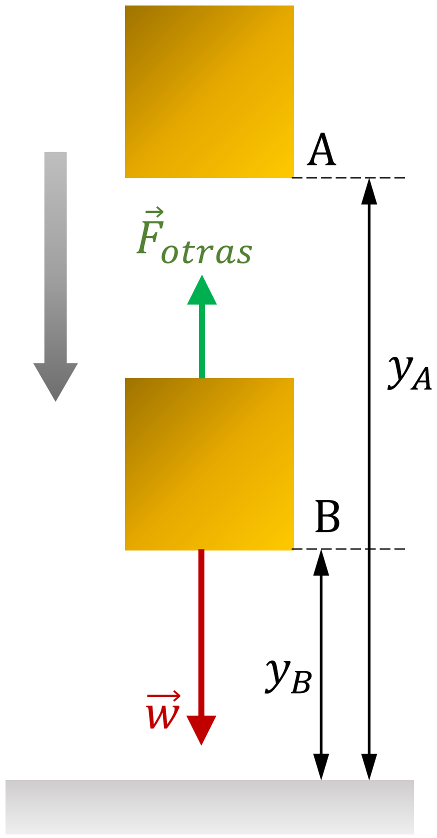
Energía potencial ➤ Energía asociada con la posición de los cuerpos en un sistema

Energía potencial gravitacional U_g ➤ Energía potencial asociada al peso de un cuerpo y a su altura sobre una referencia

Disminuye la U_g y aumenta la K del cuerpo cuando desciende ⟷ Aumenta la K del cuerpo al caer porque el $\vec{w}$ realiza trabajo sobre el cuerpo

Ambas descripciones son equivalentes
(Teorema trabajo-energía)

1.5. Energía potencial gravitacional



$\vec{F}_{otras}$ ➤ Otras fuerzas que puedan actuar sobre el cuerpo

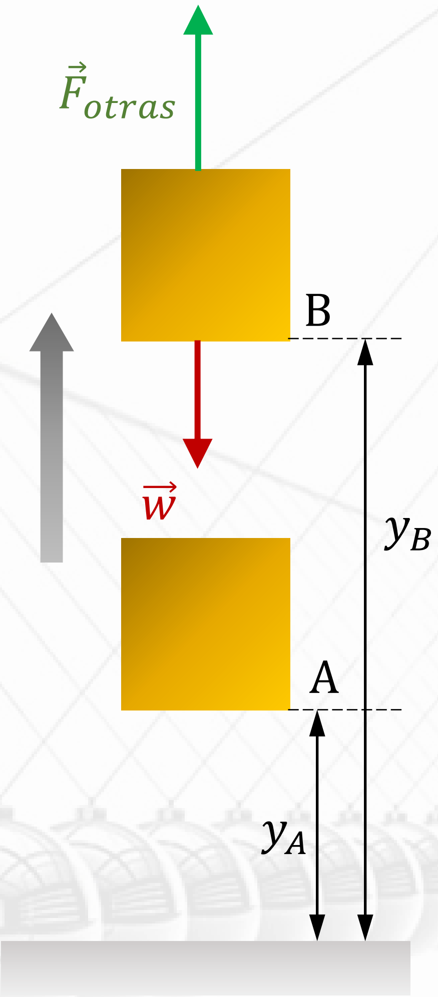
$\vec{w}$ ➤ Permanece constante ($\vec{g}$ constante)

¿Cuál es el W efectuado por el peso del cuerpo? ➤ W_g

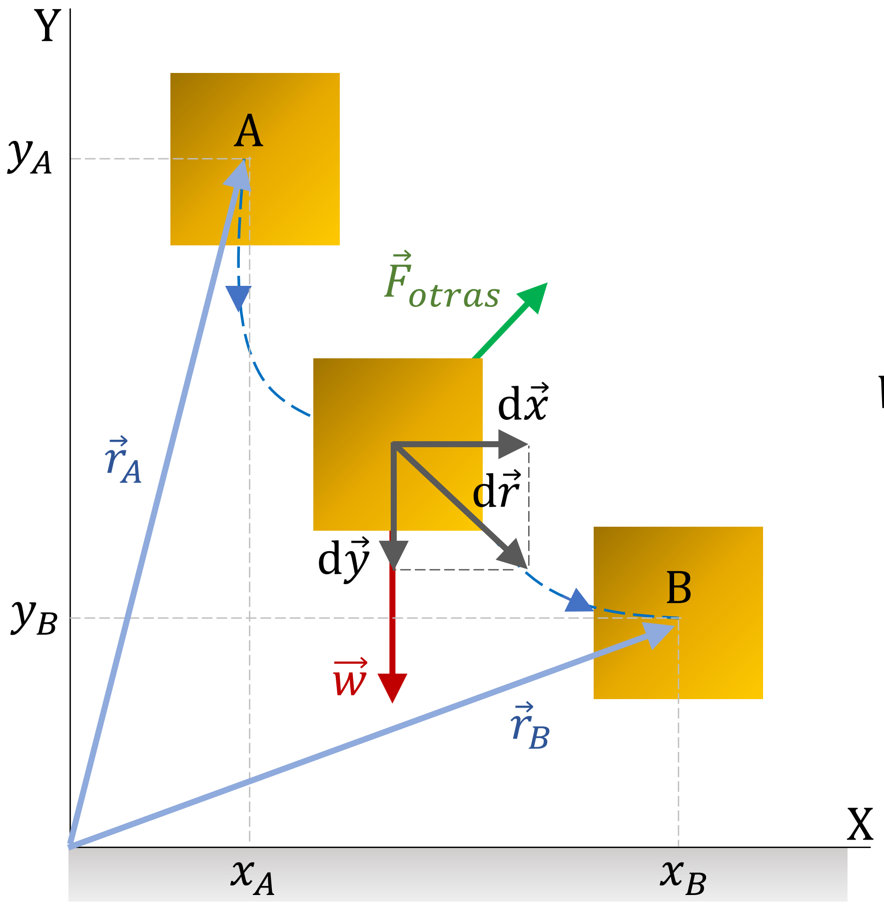
$$W_g = \vec{w} \cdot \Delta\vec{y} = w(y_A - y_B) = mgy_A - mgy_B$$

Energía potencial gravitacional del sistema U_g ➤ $\boxed{U_g = mgy}$

$$\boxed{W_g = U_{g,A} - U_{g,B} = -\Delta U_g}$$



1.5. Energía potencial gravitacional



$$W_g = \vec{w} \cdot \Delta\vec{r}$$

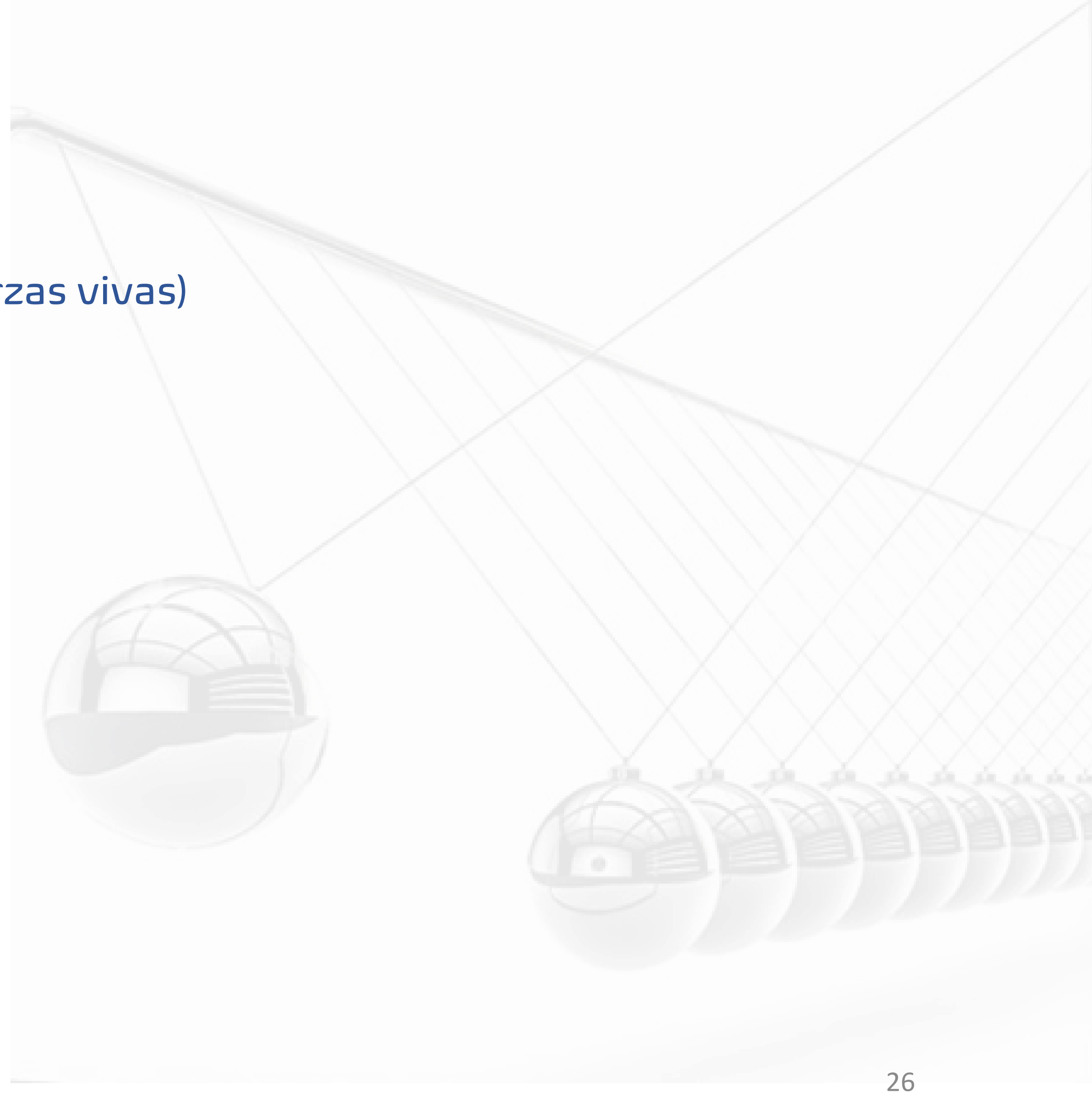
$$\vec{w} = -mg\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

$$W_g = \vec{w} \cdot \Delta\vec{r} = -mg\vec{j} \cdot (\cdot\, \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}) = -mg\Delta y = mgy_A - mgy_B = -\Delta U_g$$

El trabajo efectuado por la gravedad W_g depende sólo de la diferencia de altura entre los puntos inicial y final de la trayectoria

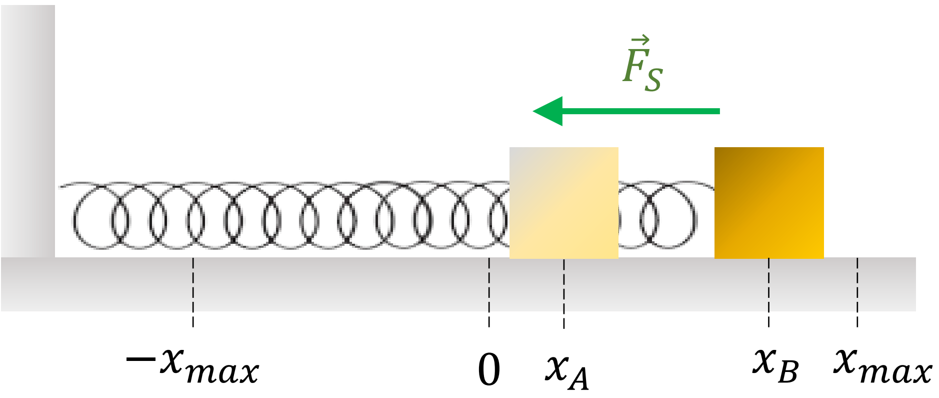
Contenidos



1.6. Energía potencial elástica

Trabajo realizado *por un resorte*

Ley de Hooke $\longrightarrow$ $\vec{F}_S(\vec{x}) = -k\vec{x}$ $\vec{F}(\vec{x})$ siempre actúa hacia la $x = 0$ (equilibrio)



$$W_{el} = \int_{x_A}^{x_B} -kx\mathrm{d}x = \frac{1}{2}k{x_A}^2 - \frac{1}{2}k{x_B}^2$$

Energía potencial elástica U_{el} $\boxed{U_{el} = \frac{1}{2}kx^2}$

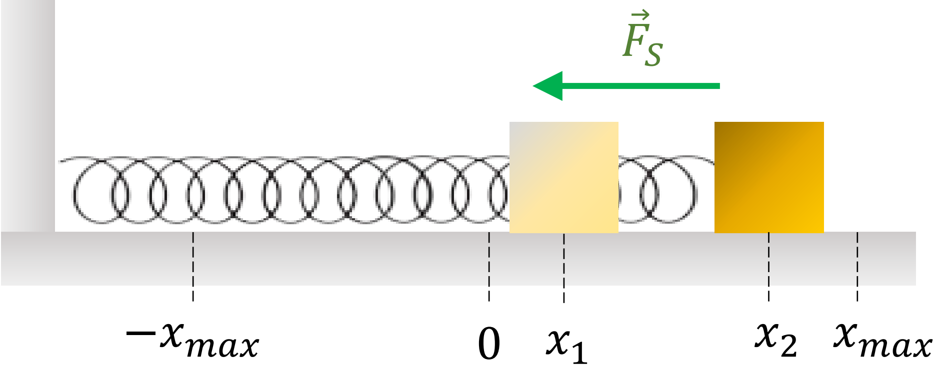
$$\boxed{W_{el} = U_{el,A} - U_{el,B} = -\Delta U_{el}}$$

Cuando el bloque se desplaza desde $-x_{max}$ hasta x_{max} $W_{Total} = 0$

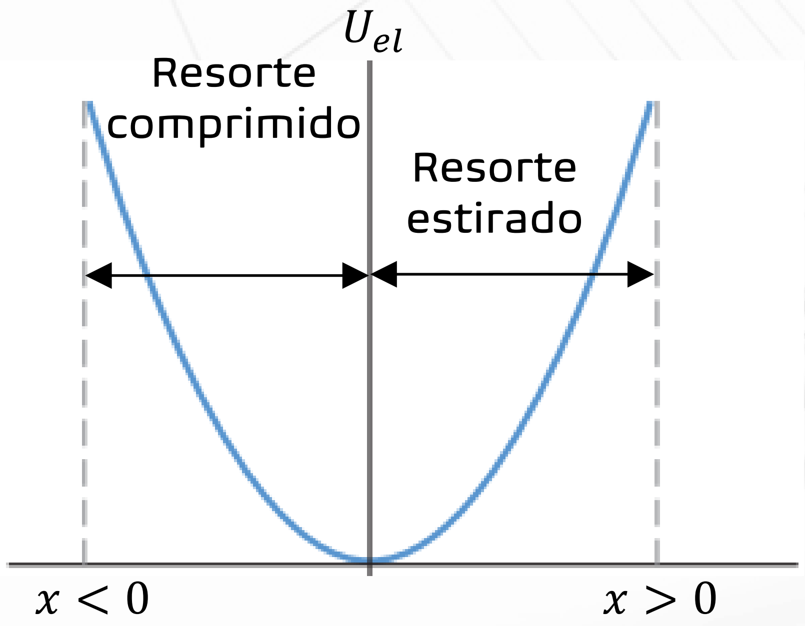
1.6. Energía potencial elástica

Trabajo realizado *por un resorte*

Ley de Hooke $\longrightarrow$ $\vec{F}_S(\vec{x}) = -k\vec{x}$ ⪢ $\vec{F}(\vec{x})$ siempre actúa hacia la $x = 0$ (equilibrio)



Energía potencial elástica U_{el} ⪢ $\boxed{U_{el} = \frac{1}{2}kx^2}$

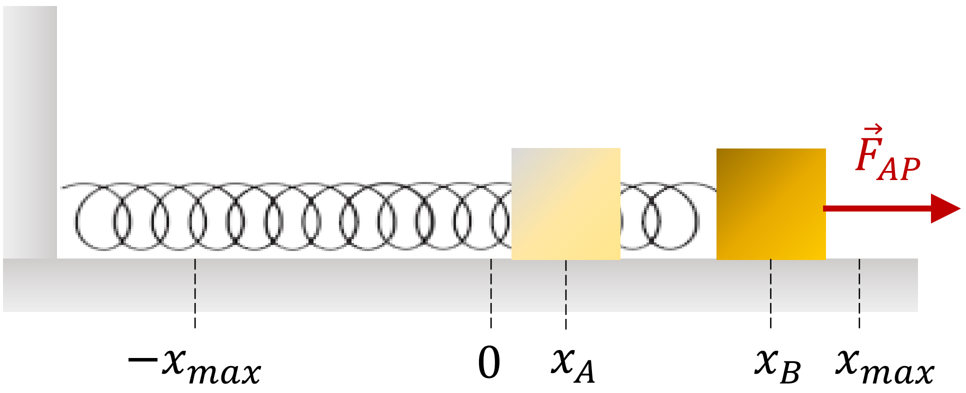


1.6. Energía potencial elástica

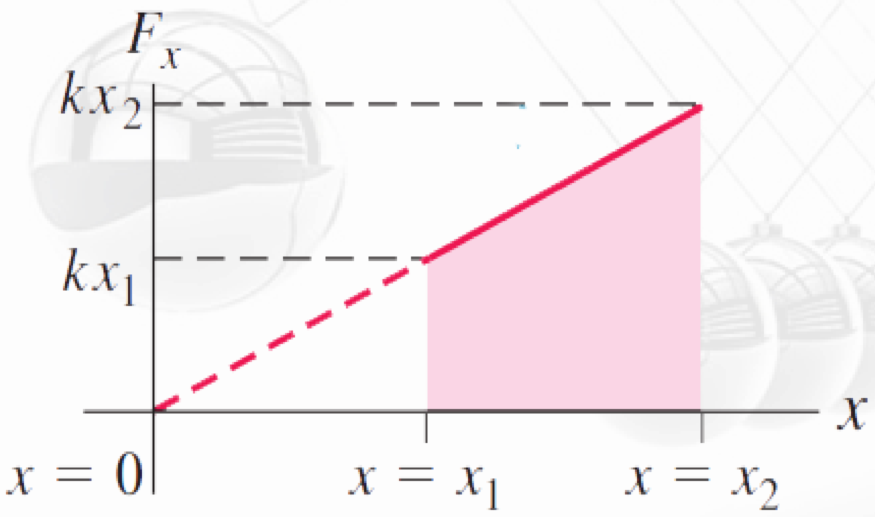
- Trabajo realizado *sobre un resorte*

Ley de Hooke $\longrightarrow$ $\vec{F}_{AP}(\vec{x}) = k\vec{x}$

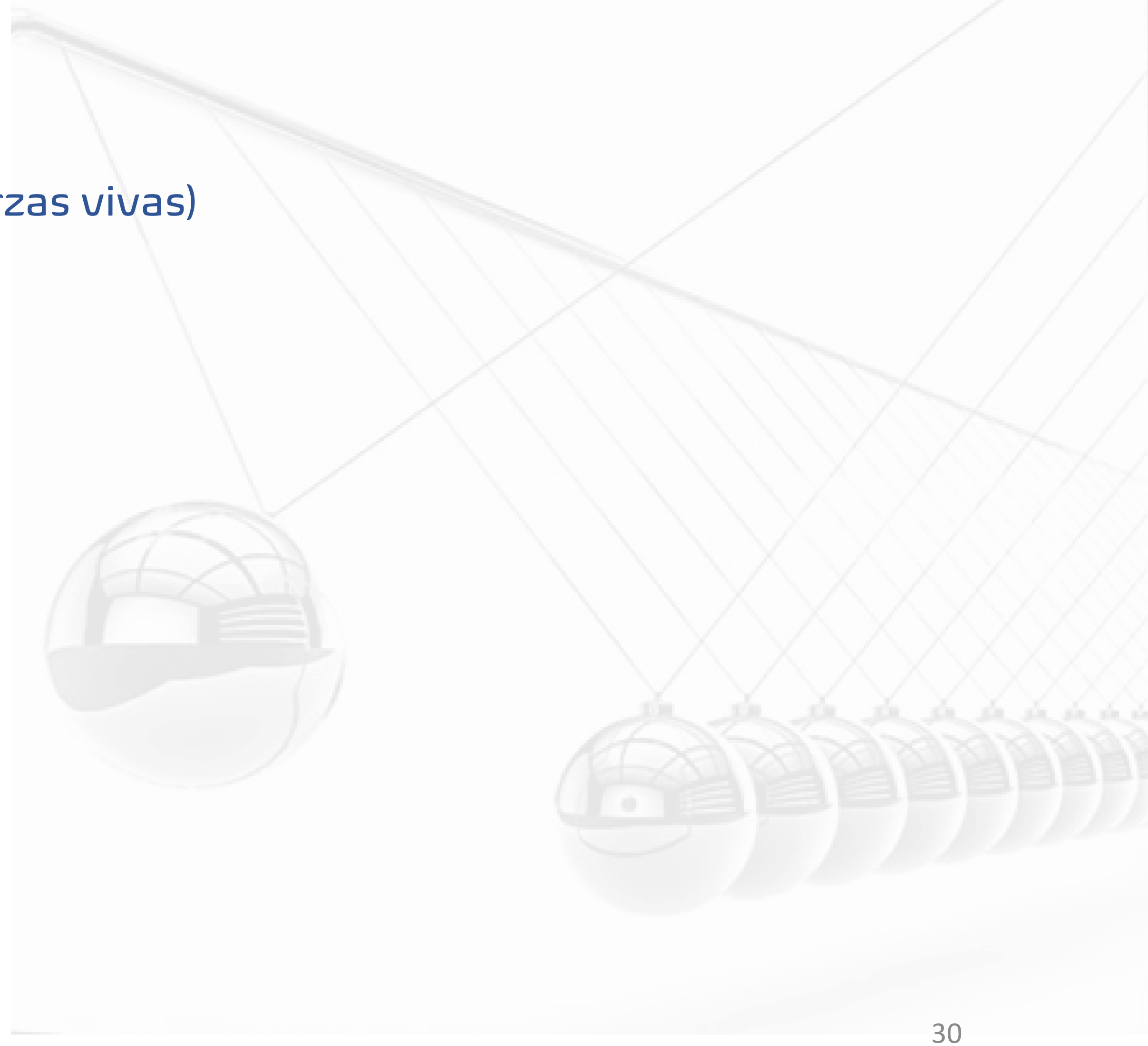
- La fuerza aplicada $\vec{F}_{AP}(\vec{x})$ es proporcional al desplazamiento



$$W_{F_{AP}} = \int_{x_A}^{x_B} kx\mathrm{d}x = \frac{1}{2}k{x_B}^2 - \frac{1}{2}k{x_A}^2$$



Contenidos



1.7. Fuerzas conservativas y energía potencial

- Una fuerza conservativa siempre trata de llevar el sistema a una energía potencial menor

Un campo vectorial fuerza $\vec{F}_C(\vec{r})$ es conservativo cuando existe un campo escalar $U(x,y,z)$, llamado energía potencial, tal que:

$$\vec{F}_C(\vec{r}) = -\mathrm{grad}U(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) = -\left(\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial z}\hat{k}\right)$$

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

$$U(\vec{r}) = U(x,y,z)$$

Gradiente de un campo escalar

Operador nabla $\nabla = \dfrac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \dfrac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \dfrac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

- La potencia de una fuerza conservativa que actúa sobre una partícula es igual al opuesto de la variación instantánea de su energía potencial

$$\frac{\mathrm{d}U(\vec{r}(t))}{\mathrm{d}t} = \nabla U(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t)$$

$$P_C(t) = \vec{F}_C(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t) = -\nabla U(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t)$$

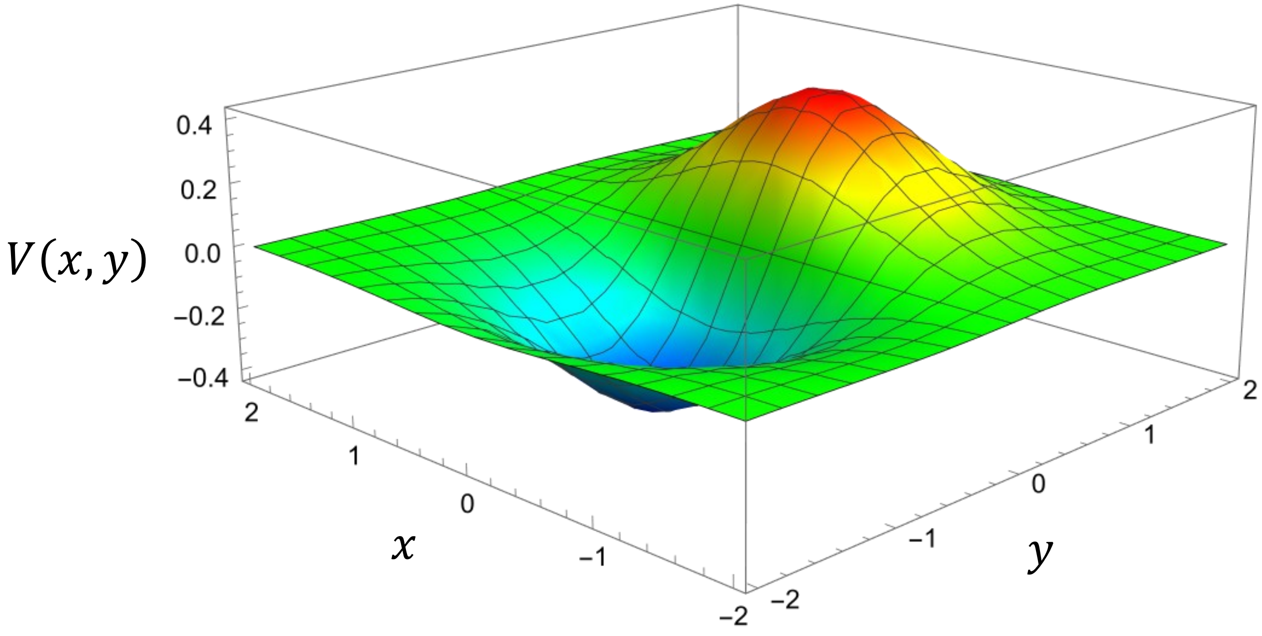
- $P_C(t) = -\dfrac{\mathrm{d}U(\vec{r}(t))}{\mathrm{d}t}$

1.7. Fuerzas conservativas y energía potencial

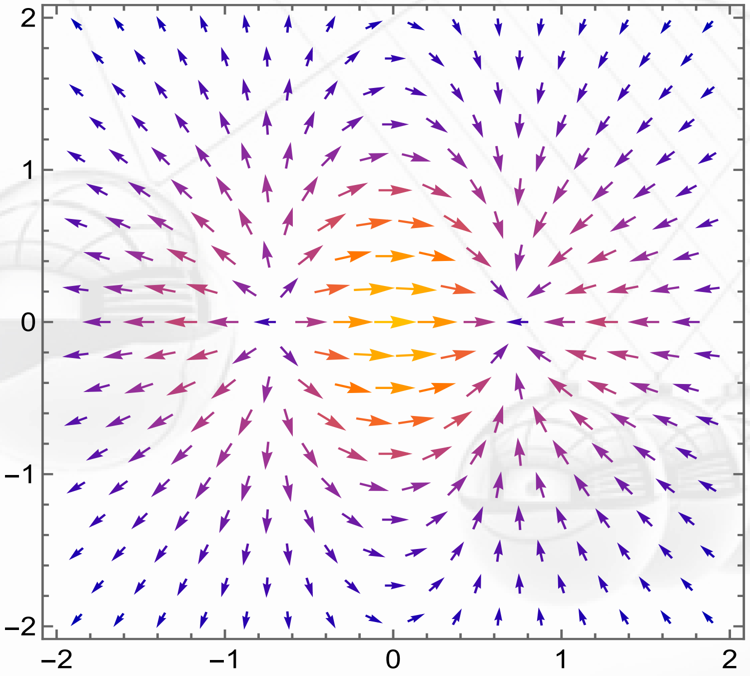
$$V(x,y) = xe^{-x^2-y^2}$$

El gradiente tiene la dirección de la máxima variación del campo y se dirige en el sentido de los valores crecientes de dicho campo

Campo escalar $V(x,y)$

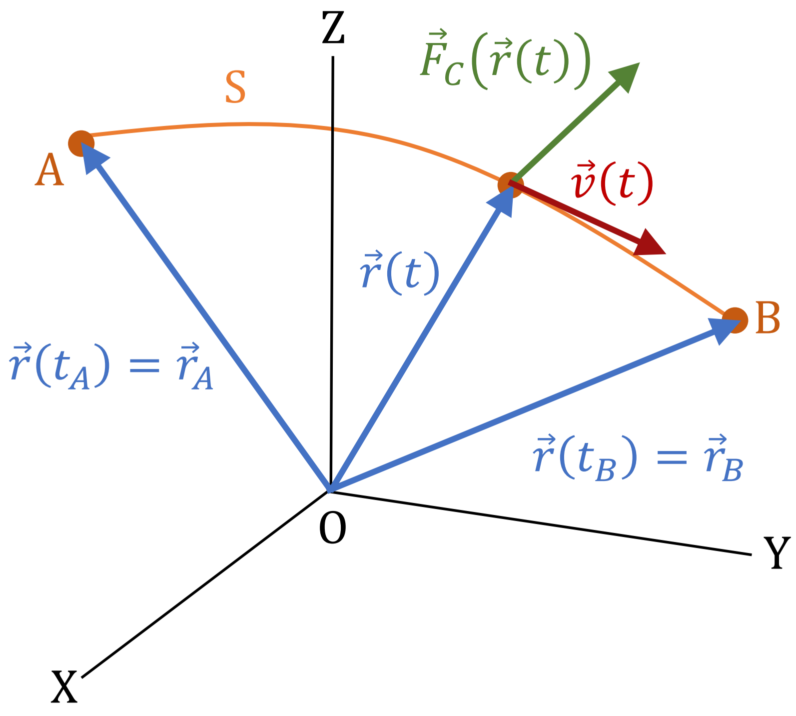


Campo vectorial $\nabla V(x,y)$



1.7. Fuerzas conservativas y energía potencial

- El trabajo invertido por una fuerza conservativa sobre una partícula móvil entre dos puntos cualesquiera es independiente de la trayectoria tomada por la partícula. Solo depende de la variación de la energía potencial entre los puntos inicial y final.



$$W_C = \int_A^B \vec{F}_C(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}_C(\vec{r}(t)) \cdot \vec{v}(t)\mathrm{d}t = \int_{t_A}^{t_B} P_C(t)\mathrm{d}t =$$

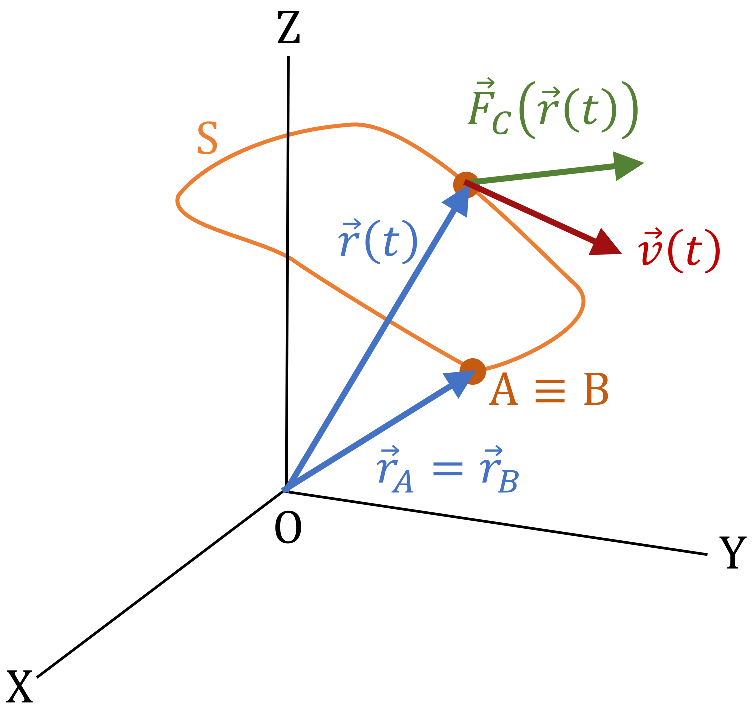
$$= -\int_{t_A}^{t_B} \frac{\mathrm{d}U(\vec{r}(t))}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = -\int_{t_A}^{t_B} \mathrm{d}U(\vec{r}(t)) = -[U(\vec{r}(t_B)) - U(\vec{r}(t_A))] =$$

$$= -[U(\vec{r}_B) - U(\vec{r}_A)] = -\Delta U$$

$$\boxed{W_C = -\Delta U}$$

1.7. Fuerzas conservativas y energía potencial

- El trabajo invertido por una fuerza conservativa en una partícula móvil a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es cero.



El punto inicial A y el punto final B son el mismo

La trayectoria S es cerrada

$$U(\vec{r}_B) = U(\vec{r}_A) \longrightarrow W_C = -\Delta U = 0$$

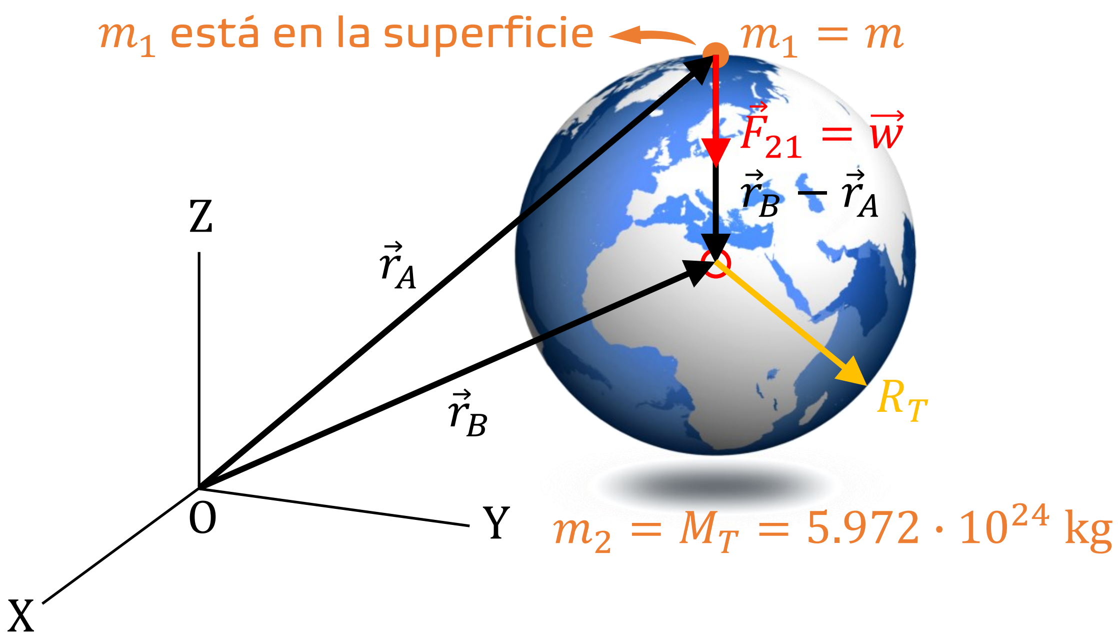
Integral de camino de $\vec{F}_C(\vec{r})$ a través de la trayectoria cerrada S

Circulación de $\vec{F}_C(\vec{r})$ a través de S

$$\boxed{W_C = \oint_S \vec{F}_C(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\Delta U = 0}$$

1.7. Fuerzas conservativas y energía potencial

Campo gravitatorio



Ley de la gravedad de Newton

$$\vec{w} = \vec{F}_{21} = G\frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|^2}\hat{u}_{12} = -G\frac{mM_T}{{R_T}^2}\hat{k} = m\vec{g}$$

$$\hat{u}_{12} = \frac{\vec{r}_B - \vec{r}_A}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|} = -\hat{k} \qquad R_T = |\vec{r}_B - \vec{r}_A|$$

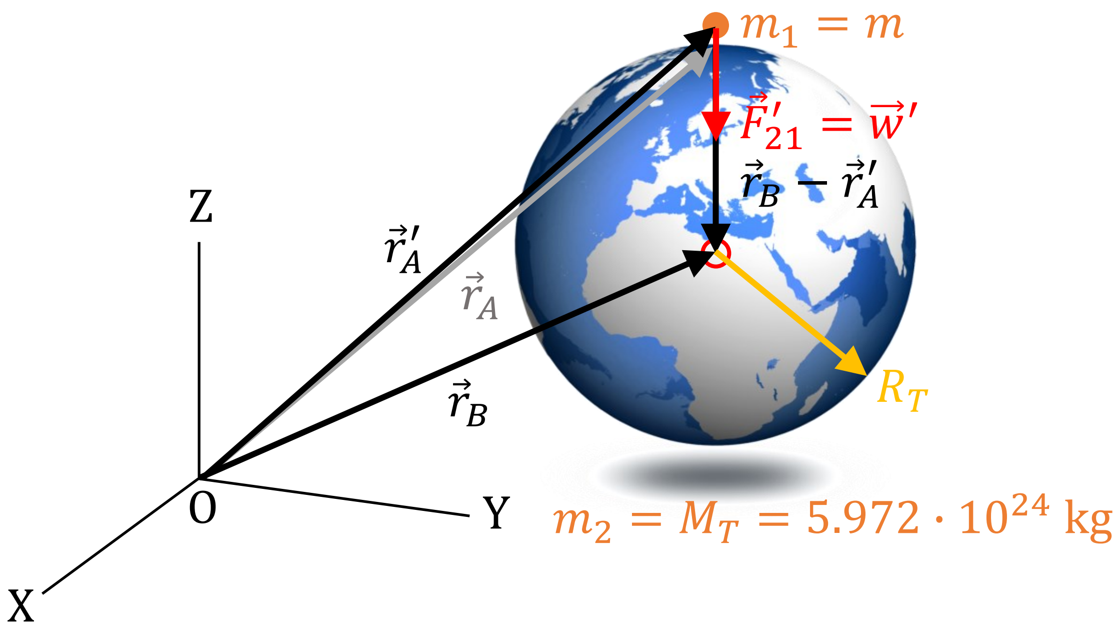
$$G = 6.674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$$

Campo gravitatorio terrestre $\vec{g} = -\frac{GM_T}{{R_T}^2}\hat{k} = -g\hat{k}$

$$g = |\vec{g}| = \frac{GM_T}{{R_T}^2} \approx 9.8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

1.7. Fuerzas conservativas y energía potencial

- *Campo gravitatorio*



m_1 está cerca de la superficie ➤ $|\vec{r}_A - \vec{r}\,'_A| \ll R_T$

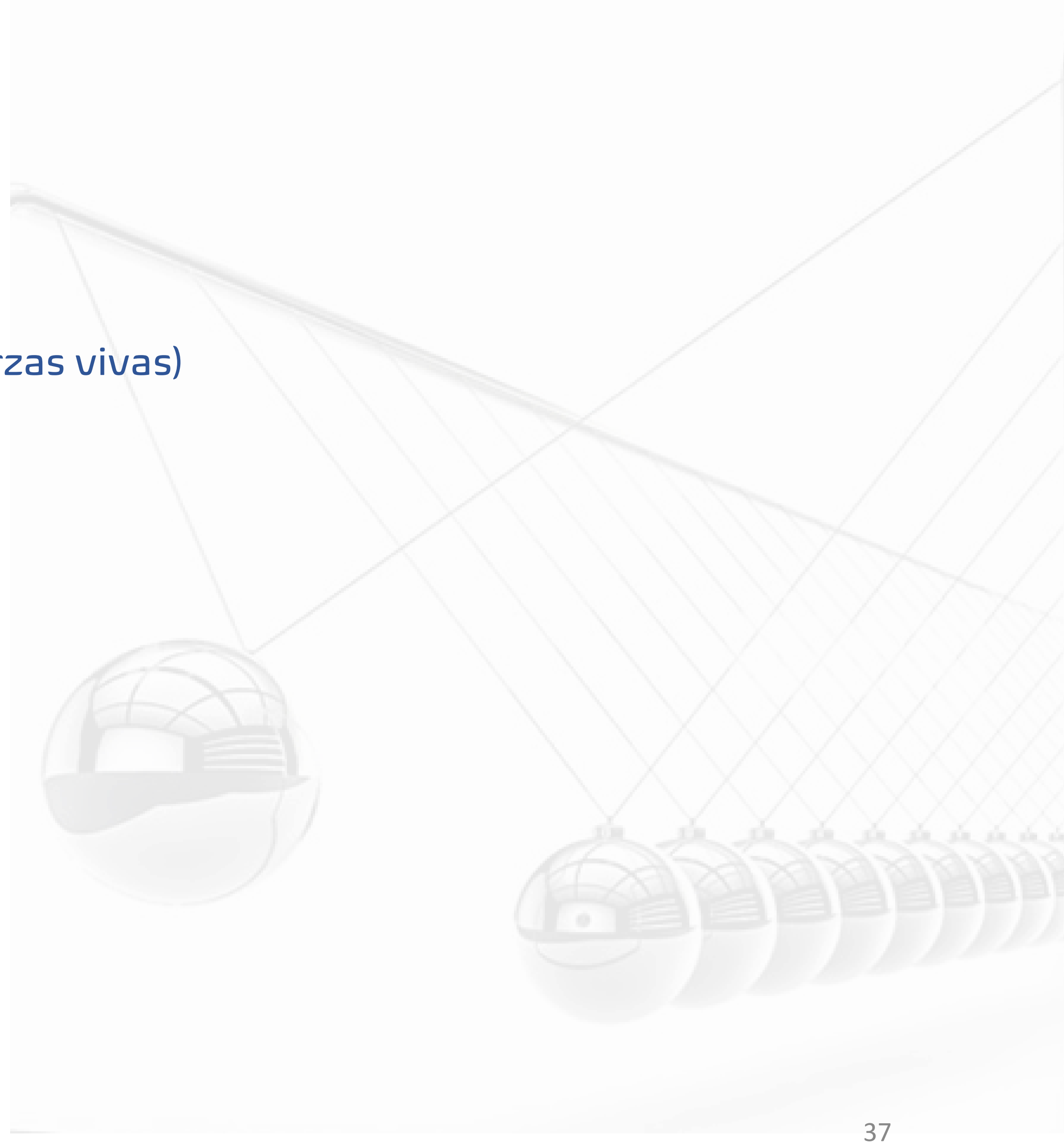
$$\hat{u}'_{12} = \frac{\vec{r}_B - \vec{r}\,'_A}{|\vec{r}_B - \vec{r}\,'_A|} \approx \hat{u}_{12} = -\hat{k} \qquad |\vec{r}_B - \vec{r}\,'_A| \approx |\vec{r}_B - \vec{r}_A| = R_T$$

$$\vec{w}\,' = \vec{F}'_{21} = G\frac{mM_T}{|\vec{r}_B - \vec{r}\,'_A|^2}\hat{u}'_{12} \approx -G\frac{mM_T}{{R_T}^2}\hat{k} = \vec{w} = m\vec{g}$$

- Cerca de un punto de la superficie terrestre (a una distancia de dicho punto muy inferior a R_T), la fuerza de gravedad es aproximadamente constante

- El Peso es (un campo vectorial) constante, igual en todos los puntos del espacio (a una distancia de dicho punto muy inferior a R_T)
- El Peso es una fuerza conservativa

Contenidos



1.8. Fuerzas no conservativas

- Una fuerza $\vec{F}_{NC}(\vec{r})$ que actúa sobre una partícula con vector de posición $\vec{r}(t)$ es no conservativa cuando no se puede representar con una función de energía potencial

$$\vec{F}_{NC}(\vec{r}) \neq -\nabla U(\vec{r})$$

- El trabajo invertido por una fuerza no conservativa W_{NC} en una partícula móvil a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es distinto de cero.

→ Fuerzas disipadoras $\vec{F}_d(\vec{r})$ ➤ Fuerzas no conservativas (fricción cinética, resistencia de fluidos) que hacen que se pierda energía mecánica

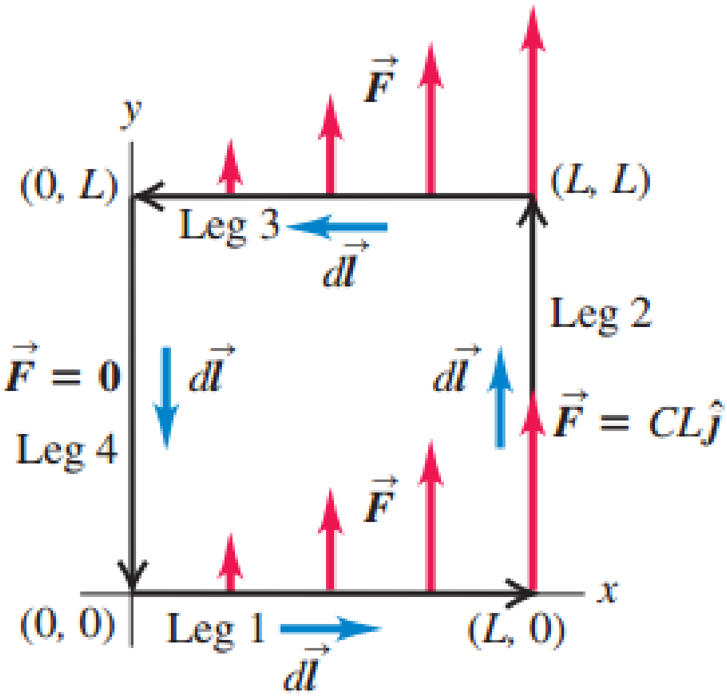
$$W_d = \int_A^B \vec{F}_d(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}_d\big(\vec{r}(t)\big) \cdot \vec{v}(t)\mathrm{d}t < 0$$

Si $\vec{r}(t_B) = \vec{r}(t_A)$ $\longrightarrow$ La trayectoria S es cerrada $\longrightarrow$ $W_d < 0$

→ También hay fuerzas no conservativas que aumentan la energía mecánica (explosiones)

1.8. Fuerzas no conservativas

En cierta región del espacio, la fuerza que actúa sobre un electrón es $\vec{F} = Cx\hat{\jmath}$ donde C es una constante positiva. El electrón se mueve en sentido antihorario en un cuadrado sobre el plano xy. Las esquinas del cuadrado están en $(x, y) = (0,0)$, $(L, 0), (L, L)$ y $(0, L)$. Calcule el trabajo de sobre el electrón durante una vuelta. ¿Esta fuerza es conservativa o no conservativa?



$$W_1 = W_3 = 0 \ (\vec{F} \perp \vec{r})$$

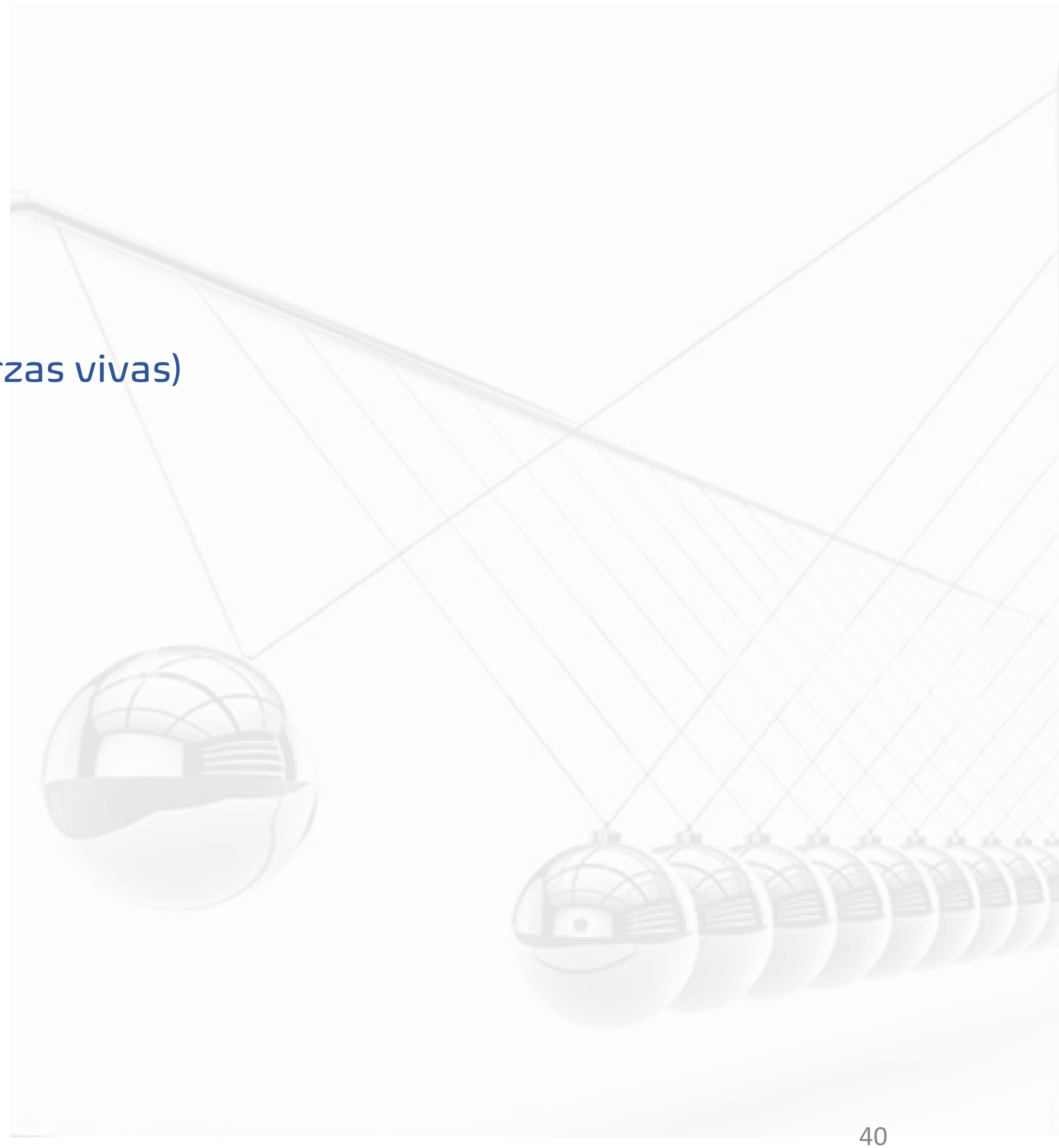
$$W_2 = CL \int_0^L \mathrm{dy} = CL^2$$

$$W_4 = 0 \ (\vec{F} = 0)$$

$$W_T = \sum_{i=1}^{i=4} W_i = CL^2$$

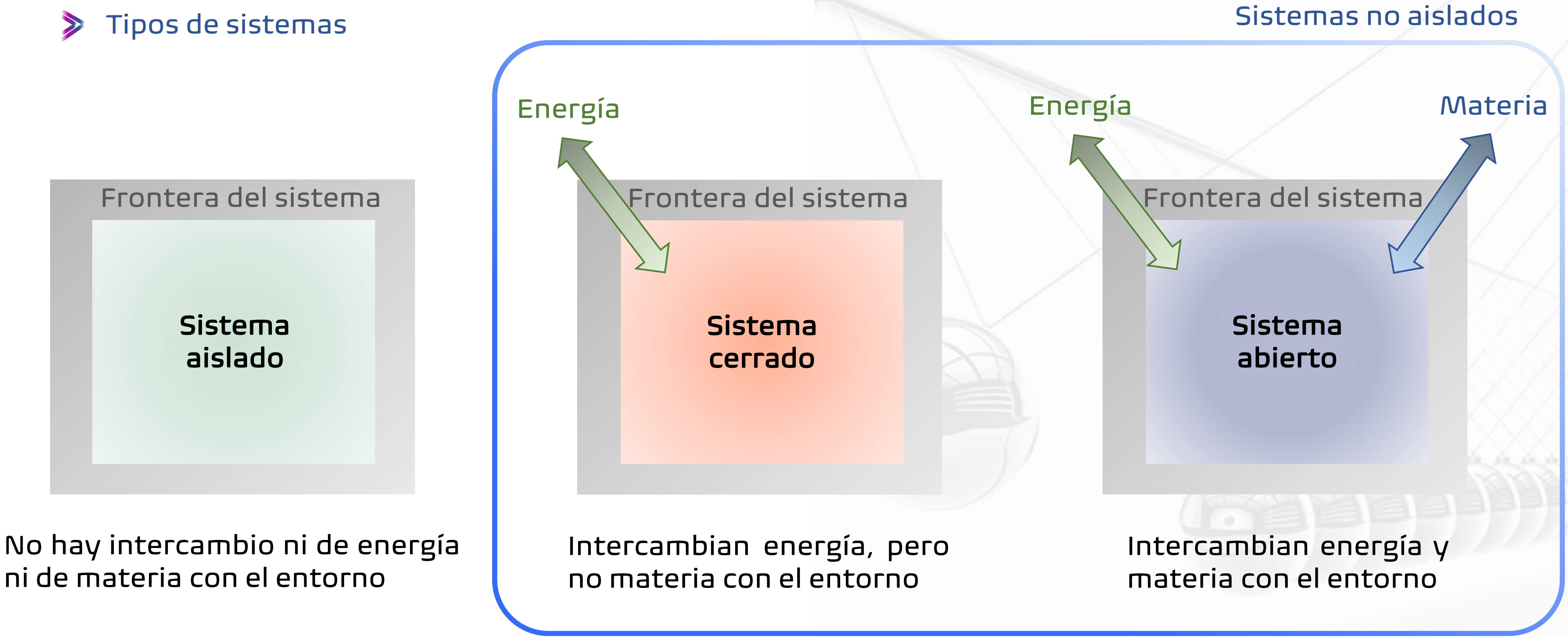
La fuerza no conservativa. No puede representarse con una función de energía potencial

Contenidos



1.9. Conservación de la energía

Tipos de sistemas



1.9. Conservación de la energía

- El trabajo es una forma de transferencia de energía

Si W es el trabajo realizado sobre un sistema y W es positivo, la energía es transferida al sistema

Si W es el trabajo realizado sobre un sistema y W es negativo, la energía es transferida desde el sistema

Si un sistema interacciona con su entorno, la interacción se puede describir como una transferencia de energía a través de la frontera

Habrá una variación de la energía almacenada en el sistema

1.9. Conservación de la energía

Sistema no aislado

Energía total del sistema

$$\Delta E_{Sist} = \sum E_{Trans}$$

Energía transferida a través de la frontera del sistema mediante algún mecanismo

$$\boxed{\Delta E_{Sist} = \Delta K + \Delta U + \Delta U_{Int} = W_{ext} + Q + E_{Trans,OM} + E_{Trans,TM} + E_{Trans,TE} + E_{Trans,RE}}$$

U_{Int}: Energía interna del sistema

W_{ext}: Transferencia de energía hacia un sistema mediante la aplicación de fuerzas

Q: Calor (transferencia de energía por diferencia de temperaturas)

$E_{Trans,OM}$: Ondas mecánicas

$E_{Trans,TM}$: Transferencia de materia

$E_{Trans,TE}$: Transmisión eléctrica (transferencia de energía mediante corrientes eléctricas)

$E_{Trans,RE}$: Radiación electromagnética

1.9. Conservación de la energía

Sistemas aislados

La energía no cruza la frontera del sistema

La energía total del sistema es constante

$$\sum E_{Trans} = 0 \longrightarrow \boxed{\Delta E_{Sist} = \Delta K + \Delta U + \Delta U_{Int} = 0}$$

La fricción realiza trabajo negativo sobre el coche y el cambio de energía interna del coche y la superficie es positivo (ambos se calientan)

$$\Delta U_{Int} = -W_d \text{ (fuerza no conservativa)}$$

1.9. Conservación de la energía

Sí la única transferencia de energía hacia el sistema es la aplicación de fuerzas externas y las fuerzas no conservativas internas del sistema son disipativas

Teorema trabajo-energía $W_{Total} = W_C + W_{NC} + W_{ext} = \Delta K$

Dentro del sistema

W_{ext} Trabajo efectuado por otras fuerzas externas al sistema

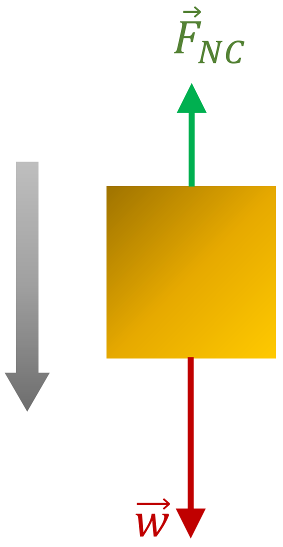
$$-\Delta U_g - \Delta U_{el} + W_{NC} + W_{ext} = \Delta K \longrightarrow -\Delta U + W_{NC} + W_{ext} = \Delta K$$

Suma de las energías potenciales gravitacional y elástica $U = U_g + U_{el}$

$$W_{ext} = \Delta K + \Delta U - W_{NC} = \Delta K + \Delta U + \Delta U_{Int} = \Delta E_m + \Delta U_{Int} \longrightarrow W_{ext} = \Delta E_{Sist}$$

Energía mecánica del sistema $E_m = K + U$

1.9. Conservación de la energía



Sistema aislado ⮞ $\Delta K + \Delta U + \Delta U_{Int} = 0$ ⮞ $\Delta E_m = W_{NC}$

Energía mecánica del sistema ⮞ $E_m = K + U$

$W_{NC} > 0$ ⮞ E_m aumenta

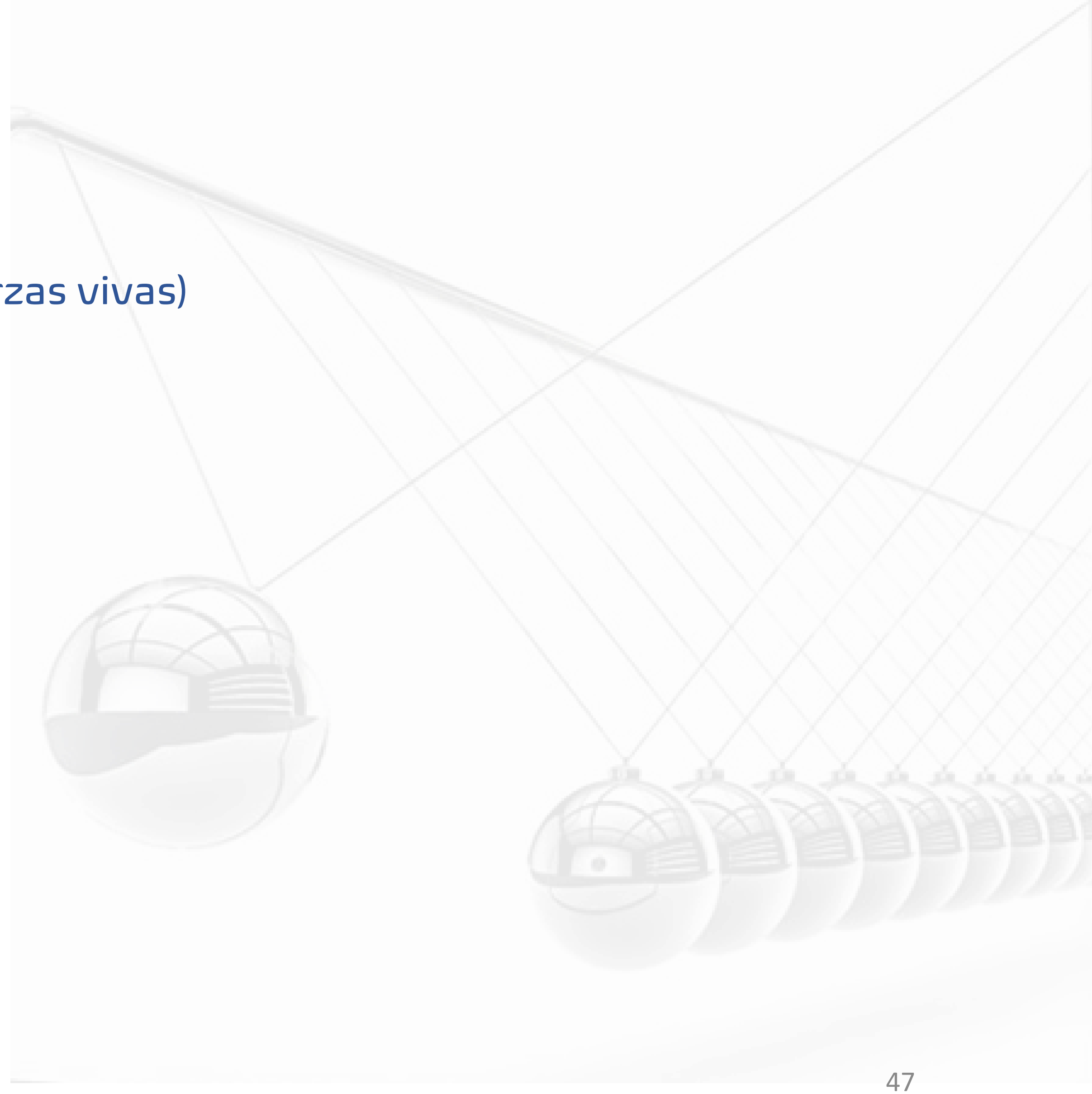
$W_{NC} < 0$ ⮞ E_m disminuye

→ La energía mecánica *no se conserva*

$W_{NC} = 0$ → La energía mecánica *se conserva* ⮞ $\Delta E_m = 0$

Las fuerzas conservativas son las únicas que efectúan trabajo sobre el cuerpo

Contenidos



1.10. Conservación del momento lineal

La cantidad de movimiento de una partícula permanece constante cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella es nula durante un intervalo de tiempo

$$\vec{F}_{neta}(t) = \sum \vec{F}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{p}(t)}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \gg \quad \vec{p}(t) = \vec{p} = m\vec{v} = p_x\hat{\imath} + p_y\hat{\jmath} + p_z\hat{k}$$

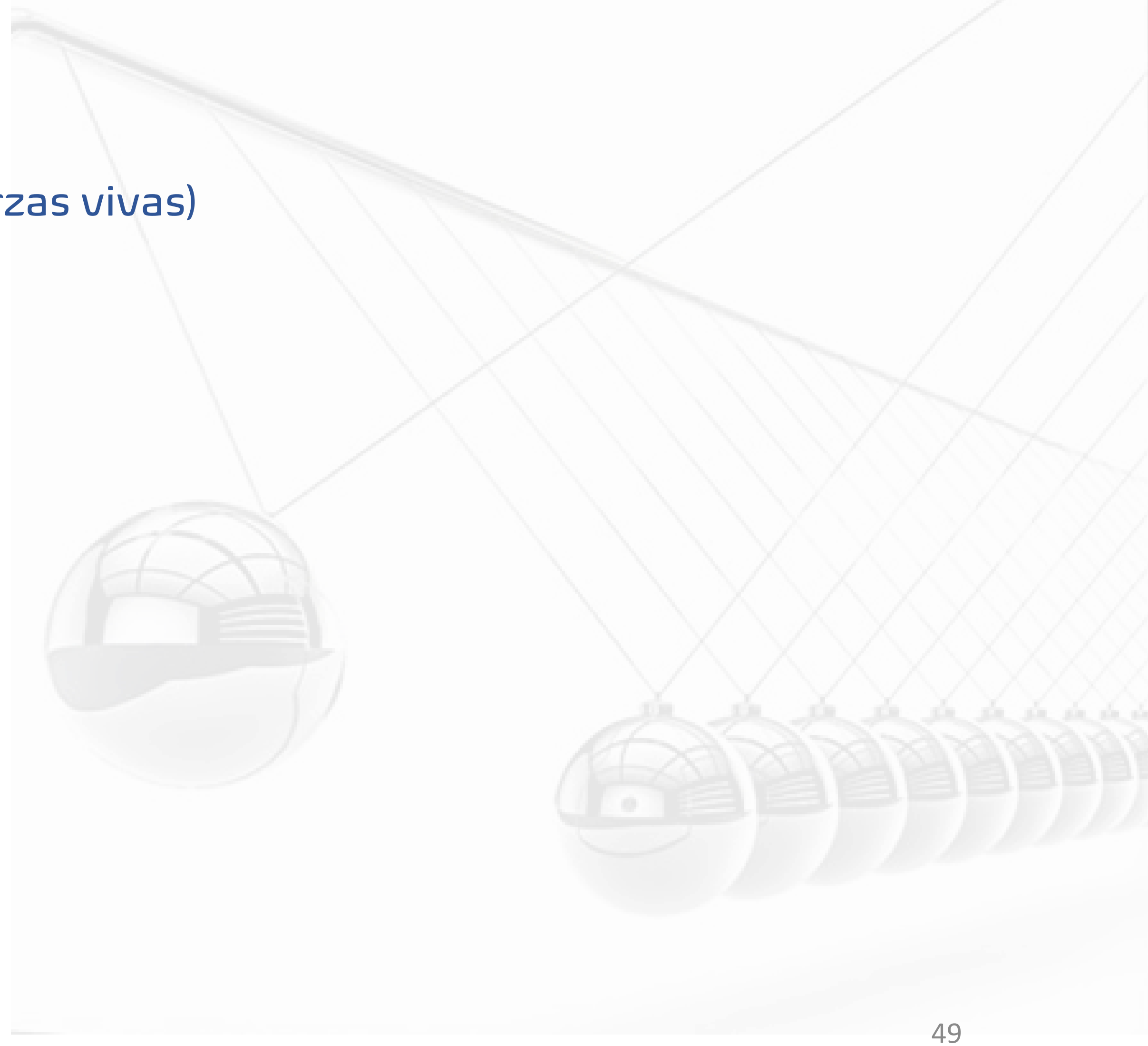
$\vec{p}$ es un vector constante en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_B - t_A$ $\gg$

$$\left| \begin{array}{l} p_x = mv_x \ (constante) \\ p_y = mv_y \ (constante) \\ p_z = mv_z \ (constante) \end{array} \right.$$

Si la masa de la partícula m es constante $\gg$ $\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath} + v_z\hat{k}$ es constante

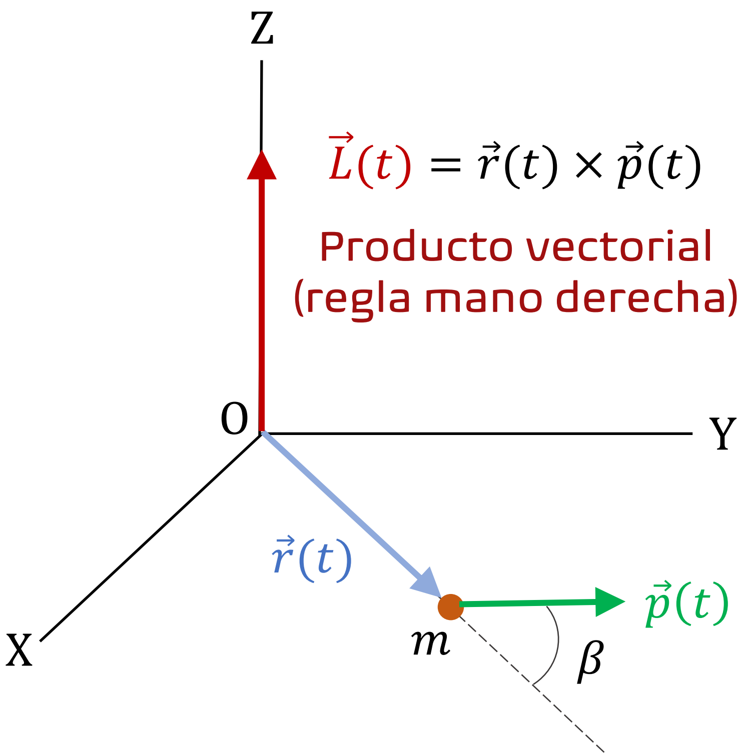
Partícula permanece en reposo o bien sigue un movimiento rectilíneo y uniforme

Contenidos



1.11. Conservación del momento angular

Si la resultante de los momentos de las fuerzas que actúan sobre una partícula es nula, el momento cinético de dicha partícula permanece constante



$$\vec{L}(t) = \vec{r}(t) \times \vec{p}(t) = \vec{r}(t) \times m\vec{v}(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}(t)}{\mathrm{d}t} = \vec{r}(t) \times \vec{F}_{neta}(t) = \vec{\tau}(t) = 0 \quad \vec{L}(t) = \vec{L} = constante$$

La fuerza neta se anula $\vec{F}_{neta}(t) = 0$ (partícula libre)

La fuerza es paralela a la posición $\vec{F}_{neta}(t) \parallel \vec{r}(t)$ (fuerzas centrales)

La trayectoria de una partícula cuyo $\vec{L}(t)$ permanece constante es plana

Se mueve en un plano que paso por O y es normal a $\vec{L}$