

PARTIEL PROBABILITES

Notes de cours ne sont pas autorisées
Calculatrice est autorisée

Exercice 1 :

On considère une urne contenant n_1 boules blanches et n_2 boules rouges.

On pose $n_1 + n_2 = n$

On tire une boule de l'urne : si cette boule est rouge, on la remet dans l'urne ; si elle est blanche, on la remplace par a boules rouges. On tire ensuite une deuxième boule dont on se contente de noter la couleur.

1) On demande de calculer les probabilités que les boules extraites soient :

- a) toutes les deux blanches
- b) toutes les deux rouges
- c) de couleur différente

2) Quelle est la probabilité que la première boule extraite ait été blanche :

- a) Si la deuxième a été blanche
- b) Si la deuxième a été rouge.

3) On donne $n_1 = n_2 = 10$ et $a = 3$

Calculer les probabilités des questions précédentes

Exercice 2 :

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et d'une pièce truquée telle que la probabilité d'apparition de pile soit égale à p , $p \in]0,1[$. On pose $q = 1 - p$

Soit N un entier non nul fixé. On effectue N lancers du dé ; si n est le nombre de « 6 » obtenus, on lance alors n fois la pièce.

On définit trois variables aléatoires X, Y, Z de la manière suivante :

Z indique le nombre de « 6 » obtenus aux lancers du dé,

X indique le nombre de « piles » obtenus aux lancers de la pièce,

Y indique le nombre de « faces » obtenus aux lancers de la pièce.

Ainsi $X + Y = Z$ et si Z prend la valeur 0, alors X et Y prennent la valeur 0.

1) Préciser la loi de Z , son espérance et sa variance.

2) Pour $k \in IN, n \in IN$, déterminer la probabilité conditionnelle :

$$P(X = k / Z = n)$$

3) Calculer $P((X = k) \cap (Z = n))$ si $0 \leq k \leq n \leq N$

4) Calculer la probabilité $P(X = 0)$

5) Montrer que $C_n^k C_N^n = C_N^k C_{N-k}^{n-k}$ si $0 \leq k \leq n \leq N$

6) En déduire la probabilité $P(X = k)$

7) Quelle est la loi de probabilité de Y

8) X et Y sont-elles indépendantes ?