Problème de flot optimal

Fanny Riols

Exercice ! (p 103 du poly)

- Une certaine marchandise X est disponible dans deux ports A et B, selon les quantités 10 et 10.
- Elles est attendue dans 3 ports C, D et E selon les quantités 9, 12 et 7.
- On fait un graphe avec les données qu'on a page 103. (lignes maritimes)

Exercice ! (p 103 du poly)

- Une certaine marchandise X est disponible dans deux ports A et B, selon les quantités 10 et 10.
- Elles est attendue dans 3 ports C, D et E selon les quantités 9, 12 et 7.
- On fait un graphe avec les données qu'on a page 103. (lignes maritimes)

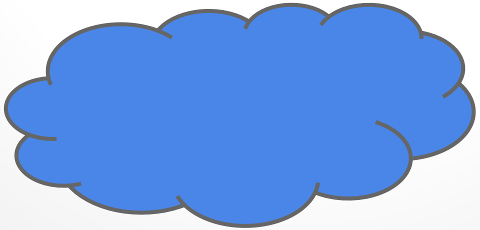
cf graphe...

Pour commencer...

- On note c(u) la capacité de transport.
- Pour faire le graphe, on ajoute la source et le puits. On met les capacités que l'on connaît (TOUJOURS).

Pour commencer...

- On note c(u) la capacité de transport.
- Pour faire le graphe, on ajoute la source et le puits. On met les capacités que l'on connaît (TOUJOURS).



cf graphe...

- On cherche un flot de valeur MAXIMALE.

- ➢ On cherche un flot de valeur MAXIMALE.
- ➢ FLOT sur le réseau de transport = une fonction f qui associe à tout arc u une valeur, le FLUX, f(u), tel que :
  - Pour tout u, 0 <= f(u) <= c(u)
  - Loi de Kirchhoff

- On cherche un flot de valeur MAXIMALE.
- FLOT sur le réseau de transport = une fonction f qui associe à tout arc u une valeur, le FLUX, f(u), tel que :
  - Pour tout u, $0 \quad <= \quad f(u) \quad <= \quad c(u)$
  - Loi de Kirchhoff

cf graphe...

C’est parti pour du feeling...

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7
- Puis on fait pareil avec (C, P) : 9

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7
- Puis on fait pareil avec (C, P) : 9
- On applique Kirchhoff en C :
    - On place un 2 sur (B, C)
    - Et comme 2 < 5, tout va bien !!! Sinon, on aurait dû changer notre 7 de départ et recommencer...

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7
- Puis on fait pareil avec (C, P) : 9
- On applique Kirchhoff en C :
    - On place un 2 sur (B, C)
    - Et comme 2 < 5, tout va bien !!! Sinon, on aurait dû changer notre 7 de départ et recommencer…
- On sature (S, A) : 10

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7
- Puis on fait pareil avec (C, P) : 9
- On applique Kirchhoff en C :
  - On place un 2 sur (B, C)
  - Et comme $2 < 5$, tout va bien !!! Sinon, on aurait dû changer notre 7 de départ et recommencer…
- On sature (S, A) : 10
- On fait du Kirchhoff en A, puis en D.

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7
- Puis on fait pareil avec (C, P) : 9
- On applique Kirchhoff en C :
  - On place un 2 sur (B, C)
  - Et comme 2 < 5, tout va bien !!! Sinon, on aurait dû changer notre 7 de départ et recommencer…
- On sature (S, A) : 10
- On fait du Kirchhoff en A, puis en D.
- On sature (B, E) : 5

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7
- Puis on fait pareil avec (C, P) : 9
- On applique Kirchhoff en C :
  - On place un 2 sur (B, C)
  - Et comme $2 < 5$, tout va bien !!! Sinon, on aurait dû changer notre 7 de départ et recommencer…
- On sature (S, A) : 10
- On fait du Kirchhoff en A, puis en D.
- On sature (B, E) : 5
- Enfin, on fait du Kirchhoff en E puis en B !

- Du coup, on commence par saturer (A, C) : 7
- Puis on fait pareil avec (C, P) : 9
- On applique Kirchhoff en C :
    - On place un 2 sur (B, C)
    - Et comme 2 < 5, tout va bien !!! Sinon, on aurait dû changer notre 7 de départ et recommencer…
- On sature (S, A) : 10
- On fait du Kirchhoff en A, puis en D.
- On sature (B, E) : 5
- Enfin, on fait du Kirchhoff en E puis en B !

cf graphe...

Ce qui est cool, c’est que tout chemin de S à P à au moins un arc saturé !

→ Ça fait moins d’itérations…

On veut le FLOT nous :

- ➢ Val(f) = 10 + 7 = 9 + 3 + 5 = 17

  à la source au puits

- ➢ Val(f) = 7 + 3 + 2 + 5 - 0 = 17

Le marquage…

- On met un + à coté de la source S

Le marquage…

- On met un + à coté de la source S
- On marque l'extrémité terminale (I; J) NON SATURE, si I est déjà marqué :

  on met un +I à côté de J

Le marquage...

- On met un + à coté de la source S
- On marque l’extrémité terminale (I; J) NON SATURE, si I est déjà marqué : on met un +I à côté de J
- On marque l’extrémité initiale K de (K; L) de flux NON NUL, dont L est déjà marqué : on met un -L à côté de K

Le marquage...

- On met un + à coté de la source S
- On marque l'extrémité terminale (I; J) NON SATURE, si I est déjà marqué : on met un +I à côté de J
- On marque l'extrémité initiale K de (K; L) de flux NON NUL, dont L est déjà marqué : on met un -L à côté de K
- On itère :-)

Le marquage...

- On met un + à coté de la source S
- On marque l'extrémité terminale (I; J) NON SATURE, si I est déjà marqué : on met un +I à côté de J
- On marque l'extrémité initiale K de (K; L) de flux NON NUL, dont L est déjà marqué : on met un -L à côté de K
- On itère :-)
- …
- Si P est marqué, c'est que ton flot n'est PAS OPTIMAL !!!!!

Le marquage...

- On met un + à coté de la source S
- On marque l’extrémité terminale (I; J) NON SATURE, si I est déjà marqué : on met un +I à côté de J
- On marque l’extrémité initiale K de (K; L) de flux NON NUL, dont L est déjà marqué : on met un -L à côté de K
- On itère :-)
- …
- Si P est marqué, c’est que ton flot n’est PAS OPTIMAL !!!!!
    - Du coup, on identifie les sommets le long de la “chaîne augmentante” de P vers S.

Une seule petite “formule” à connaître...

On prend notre chaîne, et ses valeurs...

Une seule petite “formule” à connaître...

On prend notre chaîne, et ses valeurs...

alpha = min [min (c(u) - f(u)) ; min f(u)]

à l’endroit à l’envers

Une seule petite “formule” à connaître...

On prend notre chaîne, et ses valeurs...

alpha = min [min (c(u) - f(u)) ; min f(u)]

à l’endroit à l’envers

➢ On trouve notre alpha

Une seule petite “formule” à connaître...

On prend notre chaîne, et ses valeurs...

alpha = min [min (c(u) - f(u)) ; min f(u)]

à l’endroit à l’envers

- On trouve notre alpha
- On change nos c(u) de la chaîne augmentante sur notre graphe

Une seule petite “formule” à connaître...

On prend notre chaîne, et ses valeurs...

alpha = min [min (c(u) - f(u)) ; min f(u)]

à l’endroit à l’envers

- ➢ On trouve notre alpha
- ➢ On change nos c(u) de la chaîne augmentante sur notre graphe
- ➢ On recalcule notre FLOT Val(f) en faisant : Val(f) = Val(f) + alpha
  - Ça va c’est pas trop trop dur...

Nouveau Marquage !

- Et on refait un marquage, avec nos nouvelles capacités.

Nouveau Marquage !

- Et on refait un marquage, avec nos nouvelles capacités.
- Et on est trop content, parce que ça marche :
  - On ne peut pas marquer le puits P !

cf graphe !

Nouveau Marquage !

- Et on refait un marquage, avec nos nouvelles capacités.
- Et on est trop content, parce que ça marche :
  - On ne peut pas marquer le puits P !

cf graphe !

- Donc, notre flot OPTIMAL, c’est le dernier qu’on a calculé !

QUESTIONS ? :-D