Correction
Partiel LOG I

ING 1
2015

1% a) On écrit U_k : reéls verts d'ordre k.

$U_0 = \{0; -1; 1\}$ donc vrai pour U_0

Supposons $x \in U_k \Rightarrow -x \in U_k$; k fixé (pour tout x)

alors $U_{k+1} = U_k \cup \{x+y ; xy ; \begin{matrix} x \in U_k \\ y \in U_k \end{matrix}\}$

Si $\alpha \in U_{k+1} \setminus U_k$ alors $\alpha = x+y$ ou $\alpha = xy$

- $\alpha = x+y \Rightarrow -\alpha = -x-y = (-x)+(-y)$
- $\alpha = xy \Rightarrow -\alpha = (-x)\,y$ où $\begin{cases} x \in U_k \\ y \in U_k \end{cases}$

Or, par induction ; $-x \in U_k$ et $-y \in U_k$

d'où $-\alpha \in U_{k+1}$

On prend $k := 5$

$U_5 = \{$reéls verts$\}$ valide la condition

b) $5 = \left[\left[\left(\overset{U_0}{\underbrace{1+1}_{U_1}}\right) + 1\right] + 1\right] + 1 \quad \in U_5$

$U_2 \longrightarrow U_3 \longrightarrow U_4$

c) Par induction $U_5 \subset \mathbb{Z}$ donc ce n'est pas possible

d) par induction $\mathrm{card}(U_k) \leq 3 \times 4^k$

donc U_5 a au plus 3×4^5 élements

e) 0 est un réel vert par exemple.

2% a) Il n'est pas possible de décrire un quotient (par induction)

b) oui : $P \in \mathbb{Z}[X]$ signifie que P est somme ; produit d'entiers (concaténation de chiffres) ou de X (on écrit XXX...X au lieu de X^n)

c) En particulier $\Sigma^* \subset$ Moblus (n'appliquer que la règle de concaténation)

d) Tout entier relatif est obtenu syntaxiquement comme concaténation de chiffres (éventuellement avec un $-$).

e) Il manque "espace" (et même toute la ponctuation)

3% On applique la procédure de vérification

a) OK

	$\wedge$	A	$\Rightarrow$	A	$\Rightarrow$	B	$\wedge$	$\wedge$	$\wedge$	B	B	A	C
	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
Σ	1	0	1	0	1	0	1	2	3	2	1	0	$\boxed{-1}$

b) bug à A_2

c) ok

	$\Leftrightarrow$	$\neg$	$\wedge$	Z_{42}	X_2	$\vee$	$\neg$	X_4	$\neg$	X_{42}
	1	0	1	-1	-1	1	0	-1	0	-1
Σ	1	1	2	1	0	1	1	0	0	$\boxed{-1}$

d) ok

	$\Rightarrow$ ... $\Rightarrow$	E	X	A	M	E	N
Σ	5	4	3	2	1	0	$\boxed{-1}$

e) "$\forall$" on jette