Durée 30 minutes. Polycopiés, notes de cours, calculatrices, ordinateurs et matériel de télécommunication interdits. Dans chaque question, il existe toujours au moins une réponse proposée valide. De même , il existe toujours au moins une réponse invalide.

Barème

Chaque question est notée sur 1 point. Chaque réponse cochée à tort enlève $\frac{1}{2}$ point. L'absence de réponse cochée à une question entraîne zéro à la question. Une question ne peut se voir attribuer une note négative.

Important : Quel que soit le nombre de bonnes réponses d'une question, il suffit d'en cocher une seule pour obtenir le maximum des points à la question.

1. Non-non suiviez-vous ?

Parmi les déclarations suivantes, indiquez celle(s) qui vous apparait/apparaissent valide(s) :

- ☐ a) On peut toujours déduire $\neg\neg A$ à partir de A
- ☐ b) Toute démonstration de logique classique est une preuve de logique intuitionniste
- ☐ c) Si l'on accepte le Tiers-Exclu, on se donne trois valeurs de vérité disctintes
- ☐ d) Si l'on donne une preuve que l'on peut faire correspondre un algorithme à toute preuve, alors on peut donner un algorithme qui transforme les preuves en algorithmes.

2. Encore équivalents

Trouver un relation d'équivalence parmi les relations proposées :

- ☐ a) On se donne xRy lorsque $(x;y) \in \{(a;b) \in \mathbb{R}^2 \ | \ a^2 - b^2 \geq 1\}$
- ☐ b) On se donne xRy lorsque x et y sont deux fractions (au sens usuel) ayant même dénominateur.
- ☐ c) On se donne un graphe à N sommets étiquetés $\{s_1;\ s_2;\dots;s_N\}$. On relie deux sommets s_i et s_j dès lors que i et j ont même quotient dans la division euclidienne (à reste) par trois.
  On propose R la relation binaire associée à ce graphe.
- ☐ d) On considère une application f d'un univers $\mathcal{U}$ dans $\mathbb{N}$. On se donne la relation R définie par xRy si et seulement si x et y sont deux objets de l'univers $\mathcal{U}$ ayant 42 pour image par f.

3. Restez groupés

Indiquez la ou les assertions qui vous apparait/ssent vraie(s) parmi les suivantes :

- ☐ a) Tout monoïde est un groupe non commutatif.
- ☐ b) Tout ensemble du type $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ muni de la multiplication usuelle est un groupe commutatif (avec $n \in \mathbb{N}$).
- ☐ c) Tout monoïde commutatif est un groupe.
- ☐ d) L'ensemble des matrices qui s'écrivent $x \cdot A_n$ avec $x \in \mathbb{R}^*$ et A_n la matrice Attila de taille $n \in \mathbb{N}^*$ forme u groupe pour la loi $\times$ (multiplication matricielle).

  NB : la matrice Attila A_n est la matrice de taille $n \times n$ remplie des uns (1), c'est-à-dire telle que : $\forall i \leq n \forall j \leq n \ \ a_{ij} = 1$.

4. Algo-G

Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont celles d'une table T_* d'un groupe $(G;*)$?

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & j \\ 0 & j & i \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & a & b & d \\ c & d & b & a \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} \exists & \forall & \neg & ! \\ \forall & \exists & ! & \neg \\ \neg & ! & \forall & \exists \\ ! & \neg & \exists & \forall \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & i & j & k \\ i & -1 & k & j \\ j & -k & -1 & -i \\ k & -j & i & 1 \end{pmatrix}$

5. G perdu mon groupe

Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont celles d'une table T_G d'un groupe $(G;*)$?

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} g & r & o & u & p & e \\ r & o & u & p & e & g \\ o & u & p & e & g & r \\ u & p & e & g & r & o \\ p & e & g & r & o & u \\ e & g & r & o & u & p \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$ d) (T)