Correction Partiel LOGI

ING 1 2015

1°/ a) On écrit U_k : réels verts d'ordre k.

$U_0 = \{0; -1; 1\}$ donc vrai pour U_0

Supposons $x \in U_k \Rightarrow -x \in U_k$; k fixé (pour tout x)

alors $U_{k+1} = U_k \cup \{x+y ; xy ; \begin{matrix} x \in U_k \\ y \in U_k \end{matrix}\}$

Si $\alpha \in U_{k+1} \setminus U_k$ alors $\alpha = x+y$ ou $\alpha = xy$

- $\alpha = x+y \Rightarrow -\alpha = -x-y = (-x)+(-y)$
- $\alpha = xy \Rightarrow -\alpha = (-x)\,y$ où $\begin{cases} x \in U_k \\ y \in U_k \end{cases}$

Or, par induction ; $-x \in U_k$ et $-y \in U_k$

d'où $-\alpha \in U_{k+1}$

On prend $k := 5$

$U_5 = \{$réels verts$\}$ valide la condition

b) $5 = \Big[\big[\underbrace{(\underbrace{1+1}_{U_1})}_{U_0} + 1\big] + 1\Big] + 1 \quad \in U_5$

$U_2 \quad U_3 \quad U_4$

c) Par induction $U_5 \subset \mathbb{Z}$ donc ce n'est pas possible

d) par induction $\mathrm{card}(U_{k+1}) \leq 3 \times 4^k$

donc U_5 a au plus 3×4^5 éléments

e) 0 est un réel vert par exemple.

2°/ a) Il n'est pas possible de décrire un quotient (par induction)

b) oui : $P \in \mathbb{Z}[X]$ signifie que P est somme ; produit d'entiers (concaténation de chi... ou de X (on écrit XXX ... X au lieu de X^n)

c) En particulier $\Sigma^* \subset$ Mots

(n'appliquer que la règle de concaténation)

d) Tout entier relatif est obtenu syntaxiquement comme concaténation de chiffres (éventuellement avec un −).

e) Il manque "espace" (et même toute la ponctuation

3°/ On applique la procédure de vérification

a)

	A	A	⇒	A	⇒	B	∧	∧	∧	B	B	A	C	
	1	−1	1	−1	1	−1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	
Σ	1	0	1	0	1	0	1	2	3	2	1	0	$\boxed{-1}$	OK

b) bug à A_2

c)

	⇔	¬	∧	Z_{42}	X_2	∨	¬	X_4	¬	X_{42}	
	1	0	1	−1	−1	1	0	−1	0	−1	
Σ	1	1	2	1	0	1	1	0	0	$\boxed{-1}$	OK

d)

	⇒	...	⇒	E	X	A	M	E	N	
Σ			5	4	3	2	1	0	$\boxed{-1}$	ok

e) "∀" on jette