

Durée 30 minutes. Polycopiés, notes de cours, calculatrices, ordinateurs et matériel de télécommunication interdits.
Dans chaque question, il existe toujours au moins une réponse proposée valide. De même, il existe toujours au moins une réponse invalide.

Barème

Chaque question est notée sur 1 point.
Chaque réponse cochée à tort enlève $\frac{1}{2}$ point.
L'absence de réponse cochée à une question entraîne zéro à la question.
Une question ne peut se voir attribuer une note négative.

Important : Quelle que soit le nombre de bonnes réponses d'une question, il suffit d'en cocher une seule pour obtenir le maximum des points à la question.

1. Des gnomes

On définit inductivement les *gnomes* par :

- Toute lettre majuscule latine est un gnome.
- Pour tout réel x , si Δ est un gnome, alors les écritures Δ^x et $x\Delta$ sont des gnomes.
- Condition d'arrêt : ω (nombre entier fini d'étapes)

On propose :

- a) Tout polynôme à coefficients réels est un gnome
- b) Tout polynôme à coefficients entiers (finis) est un gnome
- c) $\pi X^{\sqrt{2}}$ est un gnome
- d) EPITA2016 est un gnome.

2. Les entiers acides

On définit inductivement des *entiers acides* par :

- Les entiers 0, 6 et -6 sont acides.
- Si a et d sont des entiers acides (d'ordre k), alors le nombre entier de bits à 6 dans l'écriture binaire de $a6d$ est acide (l'opération entre a , 6 et d étant la multiplication).
- Les entiers acides sont obtenus en répétant au plus 6 fois les processus de construction (ordres $k \leq 6$)

On propose :

- a) \mathbb{Z} forme l'ensemble des entiers acides.
- b) L'ensemble $\{0, 1\}$ forme un sous-ensemble des entiers acides.
- c) Le nombre 111111 est acide.
- d) Tous les entiers naturels sont acides.

3. Ne partez pas comme ça !

On définit par induction les *fuites* par :

- Tout nombre $x \in \mathbb{R}$ est une fuite d'ordre 0.
- Si u est une fuite d'ordre k et x un réel, alors $(u_k; x)$ est une fuite d'ordre $k+1$.
- On permet la répétition un nombre entier fini de fois les processus de construction.

1 $u_k; x$ k^2
 $u_k; u_k$

On propose :

- a) Les suites sont toutes les suites de réels.
- b) Les suites sont les suites de réels admettant un nombre fini de valeurs nulles.
- ☒ c) Les suites sont les suites de réels nulles à partir d'un certain rang.
- d) Les suites sont des suites avec $s := f$.

4. Implique, deux pliques, trois pliques

La formule φ s'écrit $((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow B) \vee C$. Parmi les formules qui suivent, indiquez celle(s) sémantiquement équivalente(s) à φ :

- a) $\neg A \vee B \vee C$
- b) $(A \wedge B) \vee C$
- c) \top
- ☒ d) $(A \Leftrightarrow B) \vee C$

5. En polonais

Parmi les formules suivantes, laquelle (ou lesquelles) est écrite en polonais ?

- a) $\vee \wedge A \neg \Rightarrow BX_{42} \vee AT \Leftrightarrow CA$
- b) $\Leftrightarrow \vee X \Rightarrow CX \neg \Leftrightarrow \wedge T \neg \perp \wedge ZX$
- c) $\neg \neg \neg NON$

☒ d) $\Rightarrow FAUX \vee VRAI$