

Fiche Mathématiques du Signal

t	p	z
u(t)	1/p	$\frac{z}{z-1}$
$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
t u(t)	1/p ²	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$

Th. du retard

$$Z[f(t-KT)] = z^{-K} F(z)$$

$$Z^{-1}[F(z)] = \{f(nT)\}$$

$$\sin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}$$

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

Laplace

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt \text{ avec } p \in \mathbb{C}$$

- Linéarité $\mathcal{L}[\lambda f(t) + \mu g(t)] = \lambda F(p) + \mu G(p)$

- retard $\mathcal{L}[f(t-z)] = e^{-zp} F(p)$

- Dérivation $\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(t=0)$

- Convolution $\mathcal{L}[f(t) * g(t)] = F(p) G(p)$

- Valeur Initiale / Finale

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pF(p)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$$

Th. valeur initiale

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(nT) = \lim_{z \rightarrow \infty} [F(z)]$$

valeur finale

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(nT) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{z-1}{z} F(z) \right]$$

Transformée en z

$$F(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} f(nT) z^{-n}$$

$$F(z) = \sum_{\text{Poles } p_i} \text{Résidus de } \left(\frac{F(p)}{1 - e^{-Tp} z^{-1}} \right)$$

• pole simple

$$r_i = \frac{N(p_i)}{D'(p_i)} \cdot \frac{1}{1 - e^{-Tp_i} z^{-1}}$$

• Pole multiple

$$r_i = \frac{1}{(n-1)!} \left[\frac{d^{n-1}}{dp^{n-1}} \left[(p-p_i)^n \frac{F(p)}{1 - e^{-Tp} z^{-1}} \right] \right]$$