

Faculté Polytechnique de Mons

**Service d'électronique et
Microélectronique**

1009-02 Electronique Physique



Exercices La Diode – Jonction PN

Prof. C. Valderrama

Exercices d'électronique physique

1009-02 Electronique Physique	1
Exercices d'électronique physique	2
La Diode	3
Objectifs	3
Rappels	3
Déroulement	3
Difficultés des étudiants	3
La jonction PN	3
Rappel.....	3
Exercices	9
Exercice 1	9
Exercice 2	13
Exercice 3	17
Exercice 4	21
Exercice 5	25
Exercice 6	29
Exercice 7	33
Exercice 8	36
Exercice 9	40
Exercice 10 : examen juin 2003	44
Exercice 11	47

La Diode

Objectifs

- § Illustrer les concepts physiques de la jonction PN
- § Illustrer les différents modèles linéarisation autour d'un point de fonctionnement.

Rappels

Introduire la structure physique de la jonction PN, et de ses différents modèles.

Déroulement

- § Rappel réalisé aux tableaux
- § Exercice 6 réalisé par les étudiants : première utilisation des modèles
- § Rappel : Schéma petits signaux
- § Exercice 11 : réalisé par eux mêmes : circuit équivalent au laboratoire

Difficultés des étudiants

Difficultés liées à la théorie des circuits. Le concept de schéma petits signaux est compris en surface

La jonction PN

Rappel

Semi-conducteurs

- § Semi-conducteur intrinsèque

$$pn = n_i^2$$
$$n_{i-Si300K} = 1.45 * 10^{10} cm^{-3}$$

- § Condition de neutralité

$$n + N_a^- = p + N_d^+$$

- § Charge de l'électron

$$q = 1,6 \times 10^{-19} C$$

- § Constante de Boltzmann :

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \frac{eV}{K}$$

§ Tension thermique (@300°K)

$$kT/q = 26mV$$

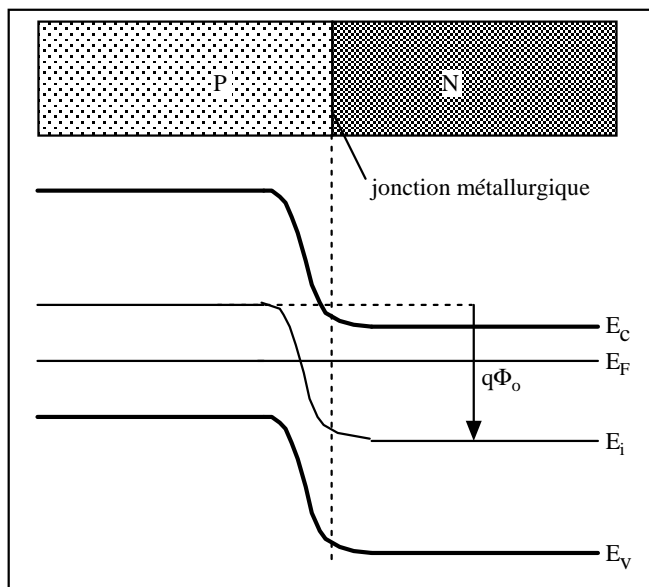
§ Conductivité

$$S[(\Omega m)^{-1}] = q(nm_n + pm_p)$$

Jonction PN

§ Potentiel de contact (potentiel interne de jonction PN à l'équilibre)

$$\Phi_0[V] = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$



§ Champ électrique interne :

$$E_{max} = -\frac{q}{\epsilon_s} N_a l_{po} = -\frac{q}{\epsilon_s} N_d l_{no}$$

§ Expression de la neutralité électrique du système :

$$N_a l_{po} = N_d l_{no}$$

§ Largeurs des zones de déplétion en fonction du potentiel de contact (potentiel interne de jonction PN à l'équilibre)

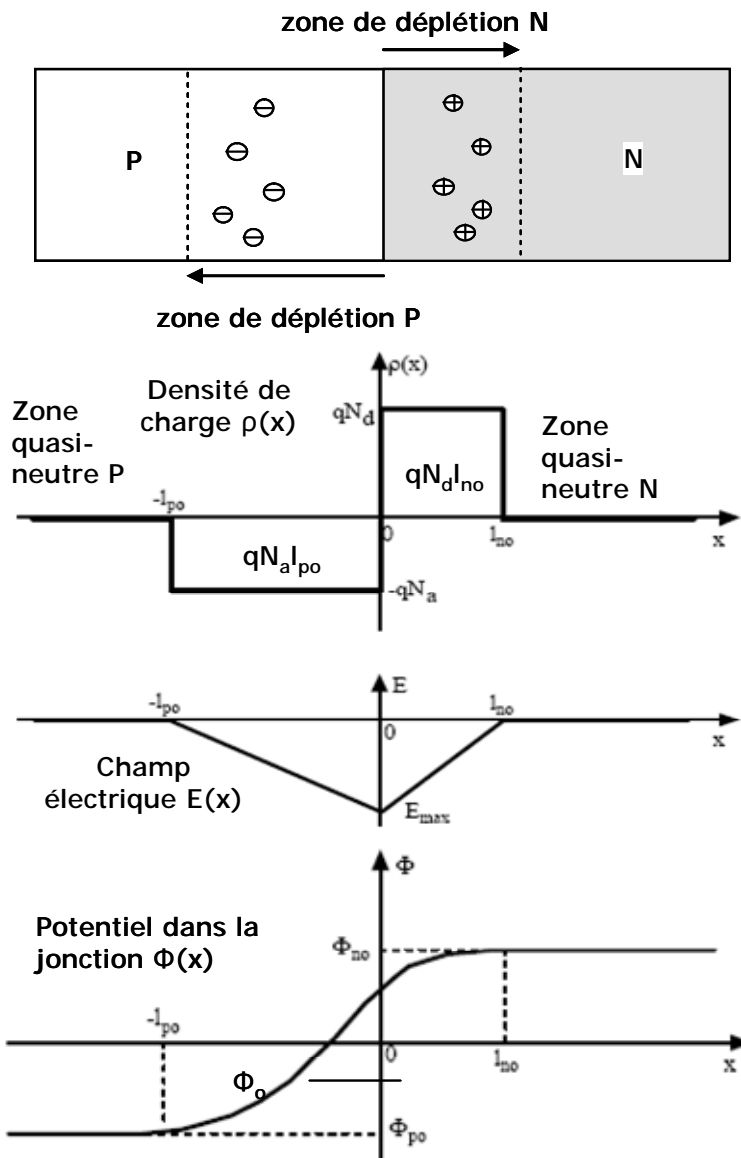
$$l_{po} = \sqrt{\frac{2e_s}{q} \frac{\Phi_o N_d}{N_a(N_a + N_d)}}$$

$$l_{no} = \sqrt{\frac{2e_s}{q} \frac{\Phi_o N_a}{N_d(N_a + N_d)}}$$

$$\Phi_o = \Phi_{no} - \Phi_{po} = \frac{qN_a}{2e_s} l_{po}^2 + \frac{qN_d}{2e_s} l_{no}^2$$

§ Zone de transition: largeur total de charge d'espace (potentiel interne de jonction PN à l'équilibre)

$$l_{no} + l_{po} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \Phi_o \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)}$$



§ Jonction PN polarisée

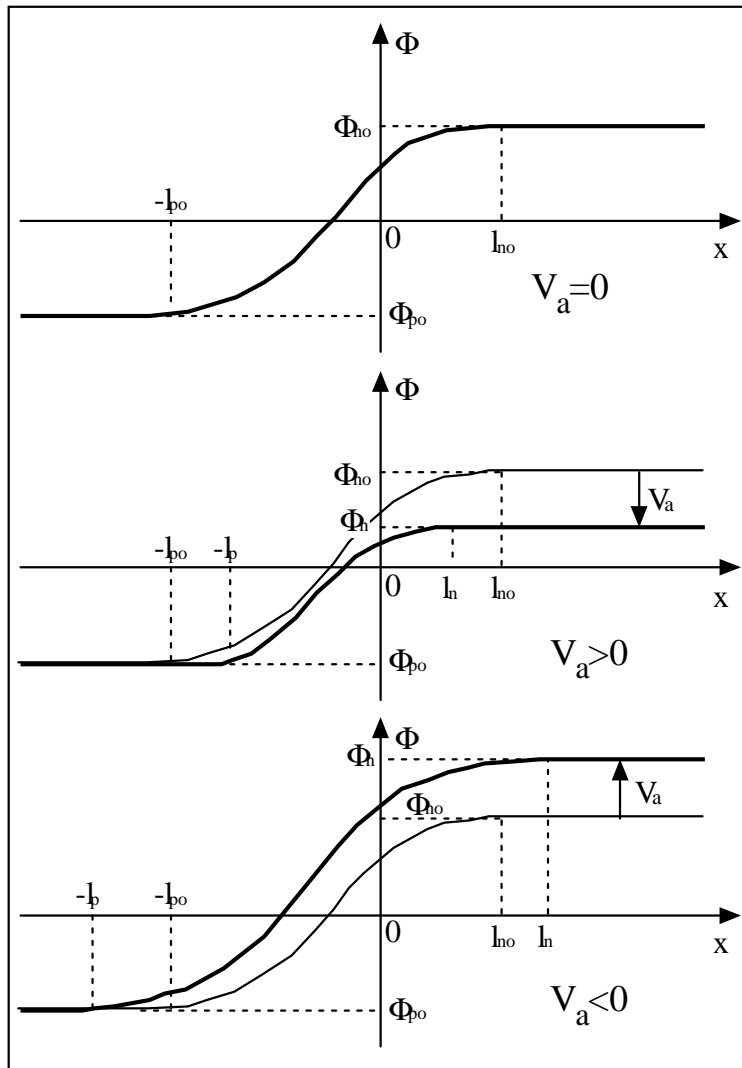
$$\Phi = \Phi_n - \Phi_p = \Phi_o - V_a$$

§ Largeurs des zones de déplétion en fonction du potentiel de contact

$$l_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_o - V_a) N_d}{(N_a + N_d) N_a}}$$

$$l_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_o - V_a) N_a}{(N_a + N_d) N_d}}$$

§ Potentiel dans la jonction PN



§ Largeur de la jonction

$$L[m] = \sqrt{\frac{2e_0 e_r (\Phi_0 - V_D)}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

§ Permittivité du vide

$$e_0 = 8,854 \times 10^{-14} \text{ F/cm}$$

§ Courant à travers la diode

$$I_D[A] = I_S \left[\exp\left(\frac{qV_D}{nkT}\right) - 1 \right]$$

I_S = courant de fuite, V_D = tension appliquée

§ Condition de neutralité

$$N_A W_P = N_D W_N$$

- Modèles de la diode

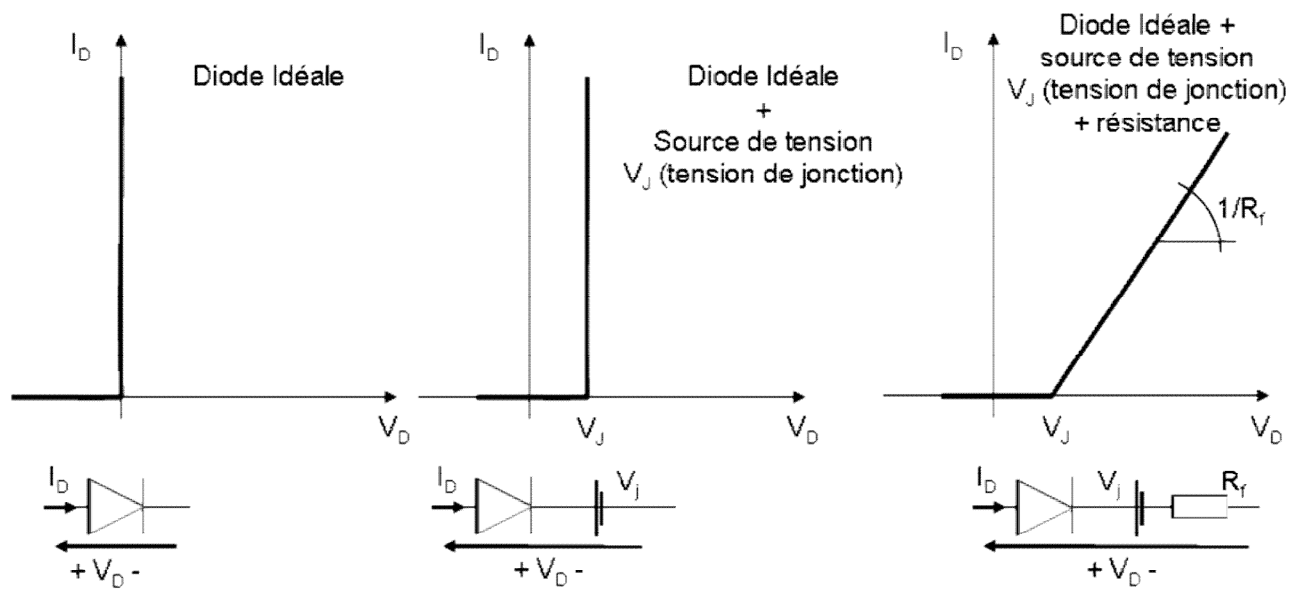


Figure 1 : Modèles de la diode

Exercices

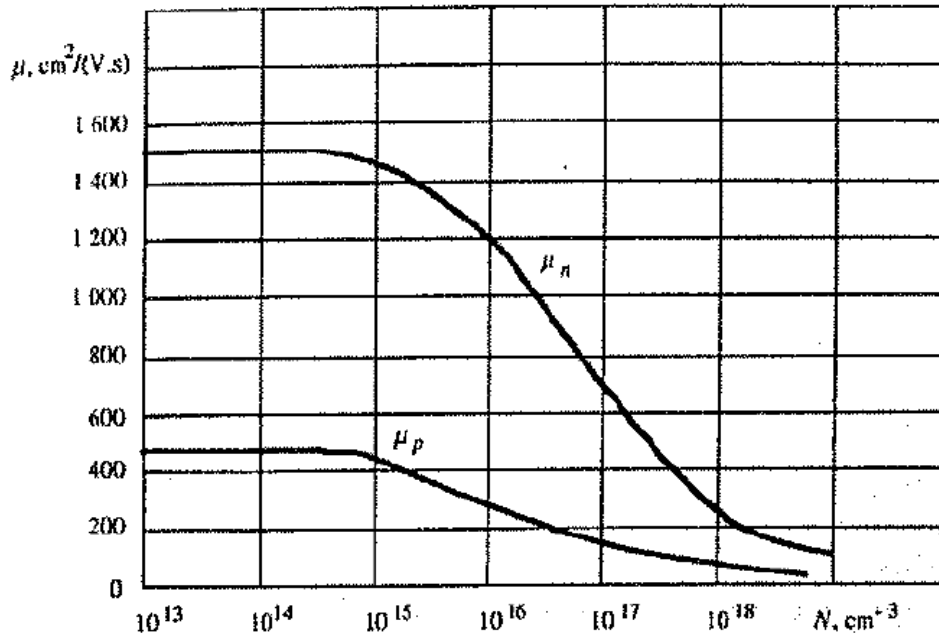


Figure 2 : dépendance des mobilités des électrons et des trous de la concentration des impuretés dans le silicium

Exercice 1

Un morceau de silicium pur a une longueur de 3 mm et une section transversale rectangulaire de $50 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$.

- (a) Calculez la résistance R et la tension U entre les extrémités du morceau à $T = 300 \text{ K}$ si l'on mesure un courant de $1 \mu\text{A}$ (Si pur @300 K). Concentration intrinsèque $n_i = 1,45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, mobilité $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$ et $\mu_p = 475 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$

Solution : $R = 1,309 \text{ G}\Omega$ et $U = 1309 \text{ V}$

- (b) Idem pour un morceau de silicium de type N, si la concentration des donneurs à 300 K égale $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ (cf. Figure 2 : dépendance des mobilités des électrons et des trous de la concentration des impuretés dans le silicium)

Solution : $R = 50 \text{ K}\Omega$ et $U = 0,05 \text{ V}$

Solution (1.a)

Un morceau de silicium pur a une longueur de 3 mm et une section transversale rectangulaire de $50 \mu\text{m} * 100 \mu\text{m}$.

Calculez la résistance R et la tension U entre les extrémités du morceau à $T = 300 \text{ K}$ si l'on mesure un courant de $1 \mu\text{A}$ (Si pur @300 K). Concentration intrinsèque $n_i = 1,45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, mobilité $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$ et $\mu_p = 475 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$

Solution : $R = 1,309 \text{ G}\Omega$ et $U = 1309 \text{ V}$

- Dimensions du morceau de silicium:

$$L = 0,3 \text{ cm}, W * h = (5 * 10^{-3}) * (1 * 10^{-2}) \text{ cm}^2.$$

- Concentration intrinsèque:

$$n_i = 1,45 * 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

- Mobilité des électrons:

$$\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$$

- Mobilité des trous:

$$\mu_p = 475 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$$

- Calcul de la conductivité:

$$\left. \begin{array}{l} pn = n_i^2 \\ q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ p = n = n_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} S[(\Omega m)^{-1}] = qn_i(m_n + m_p) \\ = 1,6 \times 10^{-19} * 1,45 \times 10^{10} * (1500 + 475) \\ = 4,582 \times 10^{-6} (\Omega cm)^{-1} \end{array}$$

- Calcul de la résistivité:

$$R[\Omega] = \left(\frac{1}{S} \right) \left(\frac{L}{Wh} \right) = \frac{1}{4,582 \times 10^{-6}} \frac{0,3}{5 \times 10^{-3} * 1 \times 10^{-2}} \\ = 1,309 \text{ G}\Omega$$

- Calcul de la tension entre les extrémités du morceau :

$$U = Ri = 1,309 \times 10^9 * 1 \times 10^{-6} \\ = 1309 \text{ V}$$

Solution (1.b)

Un morceau de silicium pur a une longueur de 3 mm et une section transversale rectangulaire de $50 \mu\text{m} * 100 \mu\text{m}$.

Calculez la résistance R et la tension U entre les extrémités du morceau à $T = 300 \text{ K}$ si l'on mesure un courant de $1 \mu\text{A}$ pour un morceau de silicium de type N, si la concentration des donneurs à 300 K égale $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ (cf. Figure 2). Concentration intrinsèque $n_i = 1,45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, mobilité $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$ et $\mu_p = 475 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$

Solution : $R = 50 \text{ K}\Omega$ et $U = 0,05 \text{ V}$

- Concentration des donneurs :

$$N_d = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

- Concentration des trous:

$$\left. \begin{array}{l} n_i \ll n = N_D = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \\ pn = n_i^2 \end{array} \right\} \quad p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{n_i^2}{N_d} = \frac{(1,45 \times 10^{10})^2}{5 \times 10^{14}} \\ = 4,2 \times 10^5 \text{ cm}^{-3} \ll n$$

- Mobilité des électrons :

$$n = N_D = 5 \times 10^{14} \Rightarrow \mu_n = 1500$$

- Mobilité des trous :

$$p = 4,2 \times 10^5 \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \mu_p = 475$$

- Calcul de la conductivité :

$$\begin{aligned} q &= 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ S[(\Omega\text{m})^{-1}] &= q(n\mu_n + p\mu_p) = (1,6 \times 10^{-19}) * (5 \times 10^{14} * 1500 + 4,2 \times 10^5 * 475) \\ &= 0,12 (\Omega\text{cm})^{-1} \end{aligned}$$

- Calcul de la résistance:

$$\begin{aligned} R[\Omega] &= \left(\frac{1}{S} \right) \left(\frac{L}{Wh} \right) = \left(\frac{1}{0,12} \right) \left(\frac{0,3}{5 \times 10^{-3} * 1 \times 10^{-2}} \right) \\ &= 50 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

- Calcul de la tension:

$$\begin{aligned}U &= R i = 5 \times 10^4 * 1 \times 10^{-6} \\&= 50 mV\end{aligned}$$

Exercice 2

Sur un substrat de silicium de type N ayant une conductivité $\sigma_n = 0,01 \text{ } (\Omega\text{cm})^{-1}$ @300 K on veut former des ilots de type P avec une conductivité de $0,5 \text{ } (\Omega\text{cm})^{-1}$ pour fabriquer des diodes.

(a) Quelle est la concentration d'atomes de bore qu'il faut introduire ? (cf. Figure 2, approximation successive)

Solution : $N_a = 1,1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

(b) Quelle sera la concentration d'électrons libres dans l'ilot?

Solution : $n = 2,1 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$

(b) Quelle sera la concentration des trous dans l'ilot ?

Solution : $p = N_a = 1,1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

Solution (2.a)

Sur un substrat de silicium de type N ayant une conductivité $\sigma_n = 0,01 (\Omega\text{cm})^{-1}$ @300 K on veut former des îlots de type P avec une conductivité de $0,5 (\Omega\text{cm})^{-1}$ pour fabriquer des diodes.

Quelle est la concentration d'atomes de bore qu'il faut introduire ? (cf. Figure 2 : dépendance des mobilités des électrons et des trous de la concentration des impuretés dans le silicium, approximation successive)

Solution : $N_a = 1,12 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

- Conductivité du semi-conducteur type N :

$$S_p [(\Omega\text{m})^{-1}] = 0,01(\Omega\text{m})^{-1}$$

- En supposant une concentration d'impuretés supérieure à n_i mais inférieure à $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ on trouve une mobilité des électrons:

$$n_i \ll N_d < 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \rightarrow m_n = 1500 \frac{\text{cm}^2}{\text{V.s}}$$

- Ce qui nous donne une concentration de donneurs:

$$\left. \begin{array}{l} S_n [(\Omega\text{m})^{-1}] = 0,01(\Omega\text{m})^{-1} \\ m_n = 1500 \frac{\text{cm}^2}{\text{V.s}} \\ S [(\Omega\text{m})^{-1}] = q(nm_n + pm_p) \\ n = N_d \gg p \end{array} \right\} S_n = qnm_n$$

$$S_n = qnm_n \Rightarrow N_d = \frac{S}{qm_n} = \frac{0,01}{1,6 \times 10^{-19} * 1500} \frac{\text{V}}{\Omega \frac{\text{C}}{\text{s}} \text{cm}^3} = 4,17 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

- Encore inférieur à $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, ce qui nous permet de dire que la mobilité des électrons reste valable.
- Pour obtenir un îlot de type P, il faudra introduire des impuretés de type accepteur (atomes de Bore) avec une concentration $N_a \gg N_d$
- En supposant une concentration d'impuretés supérieure à N_d mais inférieure à $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ on trouve une mobilité pour les trous de:

$$N_a \ll N_d < 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \rightarrow m_p = 475 \frac{\text{cm}^2}{\text{V.s}}$$

§ Qui nous donnera une concentration d'impuretés Na :

$$\left. \begin{aligned} S_p [(\Omega m)^{-1}] &= 0,5(\Omega m)^{-1} \\ m_n &= 1500 \frac{cm^2}{V.s} \\ m_p &= 475 \frac{cm^2}{V.s} \\ S [(\Omega m)^{-1}] &= q(nm_n + pm_p) \\ p &\approx N_a \gg n \end{aligned} \right\} S_p = qpm_p$$

$$S_p = qN_a m_p \Rightarrow N_a = \frac{S_p}{qm_p} = \frac{0,5}{1,6 \times 10^{-19} * 475} \frac{V}{\Omega \frac{C}{s} cm^3} = 6,6 \times 10^{15} cm^{-3}$$

§ Cependant on constate que nous ne respectons pas l'hypothèse $N_d \ll 5 \times 10^{14} cm^{-3}$, donc il va falloir recalculer la mobilité :

$$N_a = 6,6 \times 10^{15} cm^{-3} \rightarrow m_p = 310 \frac{cm^2}{V.s}$$

§ Et on recalcule la concentration :

$$S_p = qN_a m_p \Rightarrow N_a = \frac{S_p}{qm_p} = \frac{0,5}{1,6 \times 10^{-19} * 310} \frac{V}{\Omega \frac{C}{s} cm^3} = 1 \times 10^{16} cm^{-3}$$

§ Pour laquelle on obtient encore la mobilité :

$$\left. \begin{aligned} N_a &= 1 \times 10^{16} cm^{-3} \\ N_d &= 4,17 \times 10^{13} cm^{-3} \end{aligned} \right\} N = N_a + N_d = 1 \times 10^{16} + 4,17 \times 10^{13} = 1 \times 10^{16} cm^{-3}$$

$$N = 1 \times 10^{16} cm^{-3} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} m_p &= 280 \frac{cm^2}{V.s} \\ m_n &= 1200 \frac{cm^2}{V.s} \end{aligned} \right.$$

§ Et on vérifie la conductivité :

$$\left. \begin{aligned} N_a &= 1 \times 10^{16} cm^{-3} \\ N_d &= 4,2 \times 10^{13} cm^{-3} \\ S [(\Omega m)^{-1}] &= q(nm_n + pm_p) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} S [(\Omega m)^{-1}] &= 1,6 \times 10^{-19} * (4,2 \times 10^{13} * 1200 + 1 \times 10^{16} * 280) \\ &= 0,46 (\Omega m)^{-1} \end{aligned}$$

Solution (2.b)

Quelle sera la concentration d'électrons libres dans les ilots ?

Solution : $n = 2,1 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$

§ Par la condition de neutralité :

$$n + N_a^- = p + N_d^+$$

§ Si on suppose que $p \gg n$ (semi-conducteur Type P) :

$$p \approx N_a^- - N_d^+ = 1 \times 10^{16} - 4,17 \times 10^{13} \approx 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

• Par le produit $p.n$ on obtient la concentration d'électrons libres :

$$p n = n_i^2 \Rightarrow n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1,45 \times 10^{10})^2}{1 \times 10^{16}} = 21025 \text{ cm}^{-3}$$

Solution (2.c)

Quelle sera la concentration des trous dans l'îlot ?

Solution : $p = N_a = 1,1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

§ Par la condition de neutralité :

$$n + N_a^- = p + N_d^+$$

• Avec la concentration d'électrons libres n et les concentrations d'impuretés N_a et N_d on recalcule p :

$$\begin{aligned} n + N_a^- &= p + N_d^+ \\ p &= n + N_a^- - N_d^+ = 2 \times 10^4 + 1,12 \times 10^{16} - 4,2 \times 10^{13} = 1,1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

• Et on obtient $p = N_a$

Exercice 3

Calculez la largeur L de la jonction PN d'une diode et l'intensité E du champ électrique dans la jonction pour :

- a. $V_A = 0 \text{ V}$
- b. $V_A = -5 \text{ V}$
- c. $V_A = +0,3 \text{ V}$

Si $T = 300 \text{ K}$, $N_A = 6,9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_D = 8,33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ et $\epsilon_r = 12$

Solution

- (a) $L = 3,297 \text{ }\mu\text{m}$ et $E = 2069 \text{ V/cm}$
 - (b) $L = 9,516 \text{ }\mu\text{m}$ et $E = 5970 \text{ V/cm}$
 - (c) $L = 2,467 \text{ }\mu\text{m}$ et $E = 1548 \text{ V/cm}$
-

Solution (3.a)

Calculez la largeur L de la jonction PN d'une diode et l'intensité E du champ électrique dans la jonction pour $V_A = 0$ V. Si $T = 300$ K, $N_A = 6,9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_D = 8,33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ et $\epsilon_r = 12$.

$L = 3,297 \text{ } \mu\text{m}$ et $E = 2069 \text{ V/cm}$

- Le potentiel interne (jonction à l'équilibre) :

$$\Phi_0 [V] = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = \frac{1,38 \times 10^{-23} * 300}{1,6 \times 10^{-19}} \ln \left(\frac{6,9 \times 10^{17} * 8,33 \times 10^{13}}{(1,45 \times 10^{10})^2} \right) \\ = 0,68 \text{ V}$$

- Avec $V_A = 0$ V la jonction est à l'équilibre. Largeur de la jonction PN à l'équilibre :

$$l_{no} + l_{po} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \Phi_0 \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)} = \sqrt{\frac{2 * (8,854 \times 10^{-14} * 12)}{1,6 \times 10^{-19}} (0,68) \left(\frac{1}{6,9 \times 10^{17}} + \frac{1}{8,33 \times 10^{13}} \right)} \\ = 3,29 \times 10^{-4} \text{ cm} = 3,29 \times 10^{-6} \text{ m} = 3,29 \text{ } \mu\text{m}$$

- Noter que $N_a \gg N_d$, on peut simplifier:

$$l_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_0 - V_a)}{(N_a + N_d)} \frac{N_d}{N_a}} \rightarrow \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_0 - V_a) \frac{N_d}{(N_a)^2}} \approx 3,98 \times 10^{-4} \text{ } \mu\text{m} \\ l_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_0 - V_a)}{(N_a + N_d)} \frac{N_a}{N_d}} \rightarrow \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_0 - V_a) \frac{1}{N_d}} \approx 3,29 \text{ } \mu\text{m} \\ l = l_p + l_n \approx l_n \approx 3,29 \text{ } \mu\text{m}$$

La largeur de la jonction l coïncide avec la zone de déplétion N l_n . La zone de déplétion N $l_n \gg l_p$.

§ Champ électrique interne :

$$E_{max} = -\frac{q}{\epsilon_s} N_a l_{po} = -\frac{q}{\epsilon_s} N_d l_{no} \\ E_{max} = -\frac{q}{\epsilon_s} N_d l_{no} \approx -\frac{1,6 \times 10^{-19}}{(8,85 \times 10^{-14} * 12)} 8,3 \times 10^{13} * 3,29 \times 10^{-4} \\ \approx -4,13 * 10^3 \text{ Vcm}^{-1} \\ E = \frac{\Phi_0}{l} = \frac{0,68}{3,29 \times 10^{-4}} = 2,1 \times 10^3 \text{ Vcm}^{-1}$$

Solution (3.b)

Calculez la largeur L de la jonction PN d'une diode et l'intensité E du champ électrique dans la jonction pour $V_A = -5$ V. Si $T = 300$ K, $N_A = 6,9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_D = 8,33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ et $\epsilon_r = 12$.

$L = 9,516 \text{ } \mu\text{m}$ et $E = 5970 \text{ V/cm}$

- Largeur de la jonction PN avec $V_A = -5$ V :

$$\begin{aligned} l &= l_n + l_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_o - V_a) \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{2 * (8,854 \times 10^{-14} * 12)}{1,6 \times 10^{-19}} (0,68 + 5) \left(\frac{1}{6,9 \times 10^{17}} + \frac{1}{8,33 \times 10^{13}} \right)} \\ &= 9,52 \times 10^{-4} \text{ cm} = 9,52 \times 10^{-6} \text{ m} = 9,52 \text{ mm} \end{aligned}$$

- Noter que $N_a \gg N_d$, on peut simplifier:

$$\begin{aligned} l_p &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_o - V_a)}{(N_a + N_d)} \frac{N_d}{N_a}} \rightarrow \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_o - V_a) \frac{N_d}{(N_a)^2}} \approx 1,15 \times 10^{-2} \text{ mm} \\ l_n &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_o - V_a)}{(N_a + N_d)} \frac{N_a}{N_d}} \rightarrow \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_o - V_a) \frac{1}{N_d}} \approx 9,52 \text{ mm} \\ l &= l_p + l_n \approx l_n \approx 9,52 \text{ mm} \end{aligned}$$

La largeur de la jonction l coïncide avec la zone de déplétion N l_n . La zone de déplétion N $l_n \gg l_p$. Avec une tension externe V_a négative la largeur de la jonction l augmente $l > l_0$

§ Champ électrique interne :

$$\begin{aligned} E_{max} &= -\frac{q}{\epsilon_s} N_a l_p = -\frac{q}{\epsilon_s} N_d l_n \\ E_{max} &= -\frac{q}{\epsilon_s} N_d l_n \approx -\frac{1,6 \times 10^{-19}}{(8,85 \times 10^{-14} * 12)} 8,3 \times 10^{13} * 9,52 \times 10^{-4} \\ &\approx -1,2 \times 10^4 \text{ Vcm}^{-1} \\ E &= \frac{\Phi_o - V_a}{l} = \frac{(0,68 + 5)}{9,52 \times 10^{-4}} = 5,97 \times 10^3 \text{ Vcm}^{-1} \end{aligned}$$

Le champ électrique interne maximal E_{max} augmente ainsi que le champ électrique résultant E .

Solution (3.c)

Calculez la largeur L de la jonction PN d'une diode et l'intensité E du champ électrique dans la jonction pour $V_A = +0,3$ V. Si $T = 300$ K, $N_A = 6,9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_D = 8,33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ et $\epsilon_r = 12$.

$L = 2,467 \text{ } \mu\text{m}$ et $E = 1548 \text{ V/cm}$

- Largeur de la jonction PN avec $V_A = +0,3$ V (polarisation positive):

$$\begin{aligned} l &= l_n + l_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_o - V_a) \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{2 * (8,854 \times 10^{-14} * 12)}{1,6 \times 10^{-19}} (0,68 + 0,3) \left(\frac{1}{6,9 \times 10^{17}} + \frac{1}{8,33 \times 10^{13}} \right)} \\ &= 2,5 \times 10^{-4} \text{ cm} = 2,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

La largeur se réduit avec la tension externe positive V_a .

- Noter que $N_a \gg N_d$, on peut simplifier:

$$\begin{aligned} l_p &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_o - V_a)}{(N_a + N_d)} \frac{N_d}{N_a}} \rightarrow \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_o - V_a) \frac{N_d}{(N_a)^2}} \approx 2,97 \times 10^{-4} \text{ mm} \\ l_n &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{(\Phi_o - V_a)}{(N_a + N_d)} \frac{N_a}{N_d}} \rightarrow \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} (\Phi_o - V_a) \frac{1}{N_d}} \approx 2,5 \text{ mm} \\ l &= l_p + l_n \approx l_n \approx 2,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

La largeur de la jonction l coïncide avec la zone de déplétion N l_n . La zone de déplétion N $l_n \gg l_p$. Avec une tension externe V_a positive la largeur de la jonction l diminue $l > l_0$

§ Champ électrique interne :

$$\begin{aligned} E_{max} &= -\frac{q}{\epsilon_s} N_a l_p = -\frac{q}{\epsilon_s} N_d l_n \\ E_{max} &= -\frac{q}{\epsilon_s} N_d l_n \approx -\frac{1,6 \times 10^{-19}}{(8,85 \times 10^{-14} * 12)} 8,3 \times 10^{13} * 2,5 \times 10^{-4} \\ &\approx -3,1 \times 10^3 \text{ Vcm}^{-1} \\ E &= \frac{\Phi_o - V_a}{l} = \frac{(0,68 - 0,3)}{2,5 \times 10^{-4}} = 1,54 \times 10^3 \text{ Vcm}^{-1} \end{aligned}$$

Le champ électrique interne maximal E_{max} diminue en valeur absolu ainsi que le champ électrique résultant E .

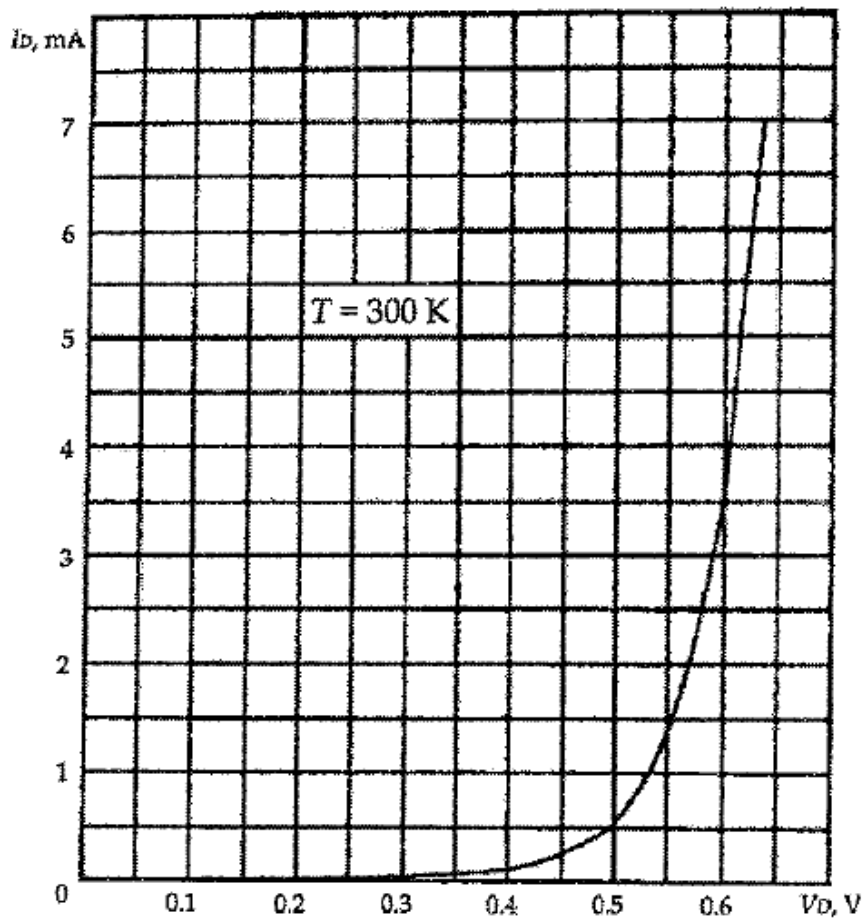


Figure 3 : Caractéristique directe d'une diode au silicium

Exercice 4

Soit la caractéristique de la diode au silicium représentée à la **Figure 3** :

- Trouvez la résistance statique R_D et dynamique r_d de la diode pour $I_{D1} = 3 \text{ mA}$ et $I_{D2} = 1 \text{ mA}$.
- Idem mais analytiquement.

Avec $T = 300 \text{ K}$, $n = 1,97$ et $I_S = 2,86 \times 10^{-8} \text{ A}$

Solution :

- Pour $I_{D1} = 3 \text{ mA}$, $R_D = 196 \Omega$ et $r_d = 50 \Omega$. Pour $I_{D2} = 1 \text{ mA}$, $R_D = 535 \Omega$ et $r_d = 18,33 \Omega$
- Pour $I_{D1} = 3 \text{ mA}$, $R_D = 194 \Omega$ et $r_d = 17 \Omega$. Pour $I_{D2} = 1 \text{ mA}$, $R_D = 535 \Omega$ et $r_d = 51 \Omega$

Solution (4a)

Soit la caractéristique de la diode au silicium représentée à la **Figure 3** :

Trouvez la résistance statique R_D et dynamique r_d de la diode pour $I_{D1} = 3 \text{ mA}$ et $I_{D2} = 1 \text{ mA}$.

Solution :

Pour $I_{D1} = 3 \text{ mA}$, $R_D = 196 \Omega$ et $r_d = 50 \Omega$. Pour $I_{D2} = 1 \text{ mA}$, $R_D = 535 \Omega$ et $r_d = 18,33 \Omega$

- La résistance statique dépend du point de fonctionnement de la diode :

$$R_D = V_D / I_D$$

Avec un courant de diode $I_D = 3 \text{ mA}$ on obtient une tension $V_D = 590 \text{ mV}$:

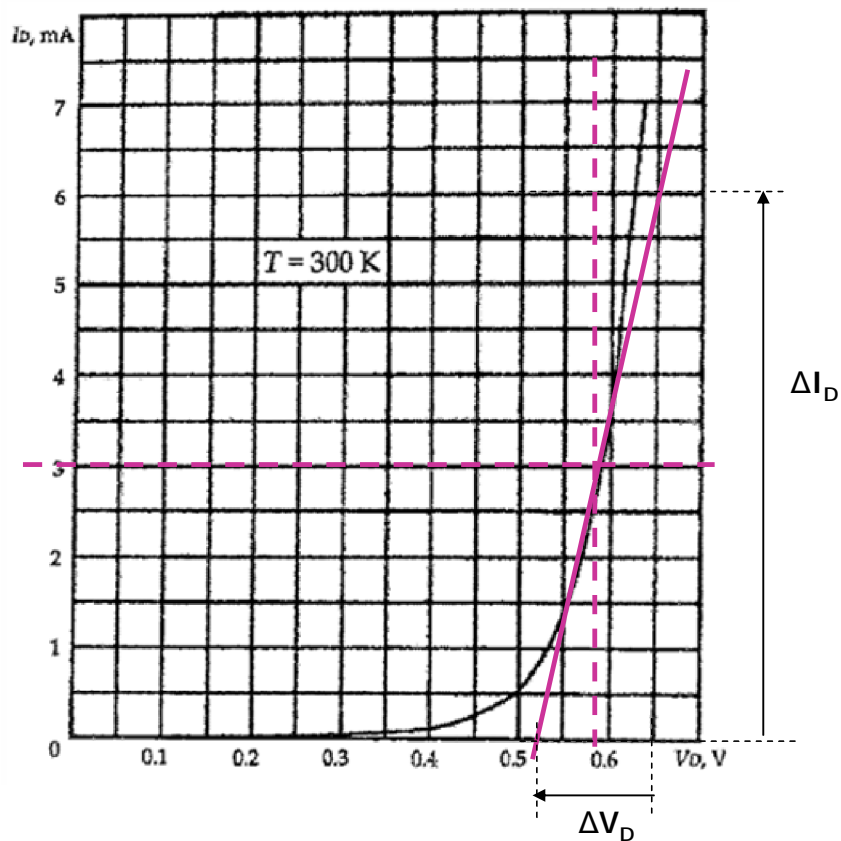
$$R_D = V_D / I_D = 0,59 / 3 \times 10^{-3} = 197 \Omega$$

Avec un courant de diode $I_D = 1 \text{ mA}$ on obtient une tension $V_D = 535 \text{ mV}$:

$$R_D = V_D / I_D = 0,535 / 1 \times 10^{-3} = 535 \Omega$$

- La résistance dynamique (résistance pour le modèle « petits signaux ») correspond à la pente de la caractéristique de la diode autour du point de fonctionnement (V_D, I_D) = pente de la tangente au point de fonctionnement :

$$r_d = \Delta V_D / \Delta I_D$$



- Avec un courant de diode $I_D = 3 \text{ mA}$ et la tension $V_D = 590 \text{ mV}$:

$$r_D = \Delta V_D / \Delta I_D = (650 - 540) / (6 - 0) = 18,3 \Omega$$

- Avec un courant de diode $I_D = 1 \text{ mA}$ et la tension $V_D = 535 \text{ mV}$:

$$r_D = \Delta V_D / \Delta I_D = (650 - 490) / (3,2 - 0) = 50 \Omega$$

Solution (4b)

Avec la caractéristique de la diode au silicium représentée à la **Figure 3** :

Trouvez la résistance statique R_D et dynamique r_d de la diode pour $I_{D1} = 3 \text{ mA}$ et $I_{D2} = 1 \text{ mA}$. Mais analytiquement. Avec $T = 300 \text{ K}$, $n = 1,97$ et $I_S = 2,86 \times 10^{-8} \text{ A}$

Solution :

Pour $I_{D1} = 3 \text{ mA}$, $R_D = 194 \Omega$ et $r_d = 17 \Omega$. Pour $I_{D2} = 1 \text{ mA}$, $R_D = 535 \Omega$ et $r_d = 51 \Omega$

- Courant à travers la diode :

$$I_D [\text{A}] = I_S \left[\exp \left(\frac{qV_D}{nkT} \right) - 1 \right] \rightarrow V_D = \frac{nkT}{q} \ln \left(\frac{I_D}{I_S} + 1 \right)$$

- Courant de fuite $I_S = 2,86 \cdot 10^{-8} \text{ A}$

$$n = 1,97$$

- Tension de diode avec $I_{D1} = 3 \text{ mA}$:

$$V_D = \frac{nkT}{q} \ln\left(\frac{I_D}{I_S} + 1\right) = \frac{1,97 * 1,38 \cdot 10^{-23} * 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \ln\left(\frac{3 \cdot 10^{-3}}{2,86 \cdot 10^{-8}} + 1\right) = 0,59 \text{ V}$$

- Résistance statique avec un courant de diode $I_D = 3 \text{ mA}$:

$$R_D = V_D / I_D = 0,59 / 3 \cdot 10^{-3} = 197 \Omega$$

- Tension de diode avec $I_{D2} = 1 \text{ mA}$:

$$V_D = \frac{nkT}{q} \ln\left(\frac{I_D}{I_S} + 1\right) = \frac{1,97 * 1,38 \cdot 10^{-23} * 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \ln\left(\frac{1 \cdot 10^{-3}}{2,86 \cdot 10^{-8}} + 1\right) = 0,533 \text{ V}$$

- Résistance statique avec un courant de diode $I_D = 1 \text{ mA}$:

$$R_D = V_D / I_D = 0,533 / 1 \cdot 10^{-3} = 533 \Omega$$

- La résistance dynamique (résistance pour le modèle « petits signaux ») à partir de l'équation du courant autour du point de fonctionnement (V_D , I_D):

$$r_D = dV_D / dI_D = \frac{d}{dI_D} \left[\frac{nkT}{q} \ln\left(\frac{I_D}{I_S} + 1\right) \right] = \frac{nkT}{q} \frac{1}{\frac{I_D}{I_S} + 1} \frac{1}{I_S} = \frac{nkT}{q} \frac{1}{I_D + I_S}$$

- La résistance dynamique (résistance pour le modèle « petits signaux ») avec un courant de diode $I_D = 3 \text{ mA}$:

$$r_D = \frac{nkT}{q} \frac{1}{I_D + I_S} = \frac{1,97 * 1,38 \cdot 10^{-23} * 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \frac{1}{3 \cdot 10^{-3} + 2,86 \cdot 10^{-8}} = 17 \Omega$$

- La résistance dynamique (résistance pour le modèle « petits signaux ») avec un courant de diode $I_D = 1 \text{ mA}$:

$$r_D = \frac{nkT}{q} \frac{1}{I_D + I_S} = \frac{1,97 * 1,38 \cdot 10^{-23} * 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \frac{1}{1 \cdot 10^{-3} + 2,86 \cdot 10^{-8}} = 51 \Omega$$

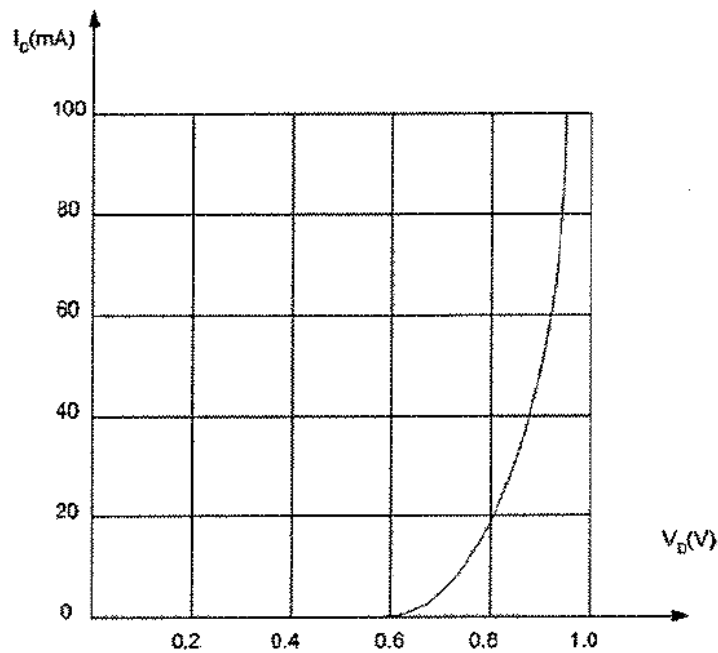


Figure 4 : Caractéristique directe d'une diode au silicium 1N4153 à 25°C

Exercice 5

Une diode au silicium 1N4153 dont la caractéristique à 25°C se trouve à la **Figure 4**. La diode est utilisée dans le schéma de la **Figure 5** avec $V_A = 6V$ et $R = 100\ \Omega$

- Déterminez le courant de la diode et sa tension,
- Si on diminue V_A de 3V, quelle est la nouvelle valeur de R si le courant dans la diode reste à la valeur précédente ?

Solution :

- $I_D = 51\text{ mA}$, $V_D = 0,9\text{ V}$
- $R = 40\ \Omega$

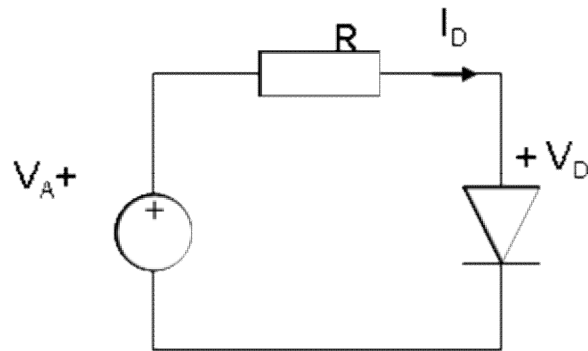


Figure 5 : schéma exercice 5

Solution (5.a)

Une diode au silicium 1N4153 dont la caractéristique à 25°C se trouve à la **Figure 4**. La diode est utilisée dans le schéma de la **Figure 5** avec $V_A = 6V$ et $R = 100 \Omega$

Déterminez le courant de la diode et sa tension

Solution :

$$I_D = 52 \text{ mA}, V_D = 0,9 \text{ V}$$

- L'équation des tensions :

$$V_A = R.I_D + V_D \Rightarrow I_D = \frac{V_A - V_D}{R}$$

- Pour une tension de diode :

$$V_D = 0V \rightarrow I_D = \frac{V_A}{R} = \frac{6}{100} = 0,06A$$

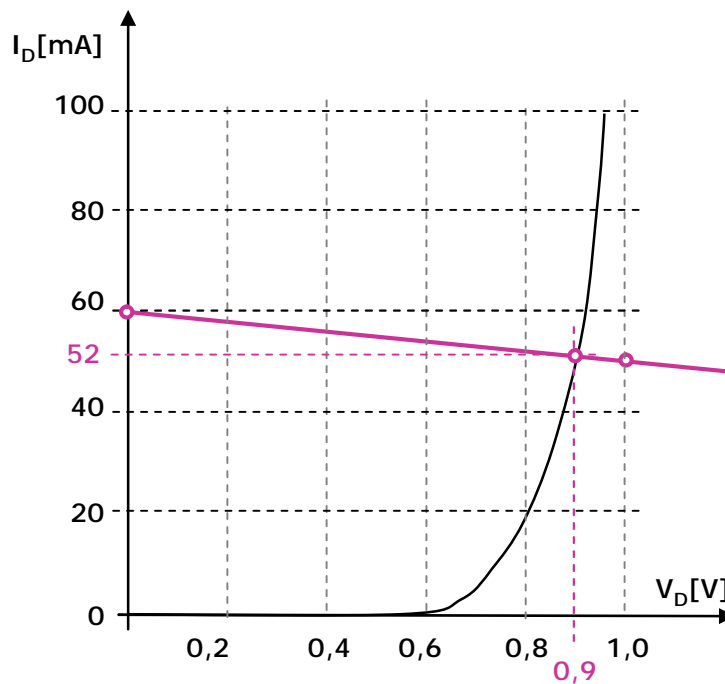
- Pour un courant :

$$I_D = 0A \rightarrow V_D = V_A = 6V$$

- On trace la droite de charge (mais dans les limites du graphique) : pour une tension de diode :

$$V_D = 1V \rightarrow I_D = \frac{V_A}{R} - \frac{V_D}{R} = 0,06 - \frac{1}{100} = 0,05A$$

- Ce qui nous permet de tracer la droite de charge qui passe par $I_D = 50\text{mA}$ et $V_D = 1\text{V}$:



- Donnant comment point d'intersection $V_D = 0,9\text{V}$ et $I_D = 52\text{mA}$

Solution (5.b)

Une diode au silicium 1N4153 dont la caractéristique à 25°C se trouve à la **Figure 4**. La diode est utilisée dans le schéma de la **Figure 5** avec $V_A = 6\text{V}$ et $R = 100\ \Omega$

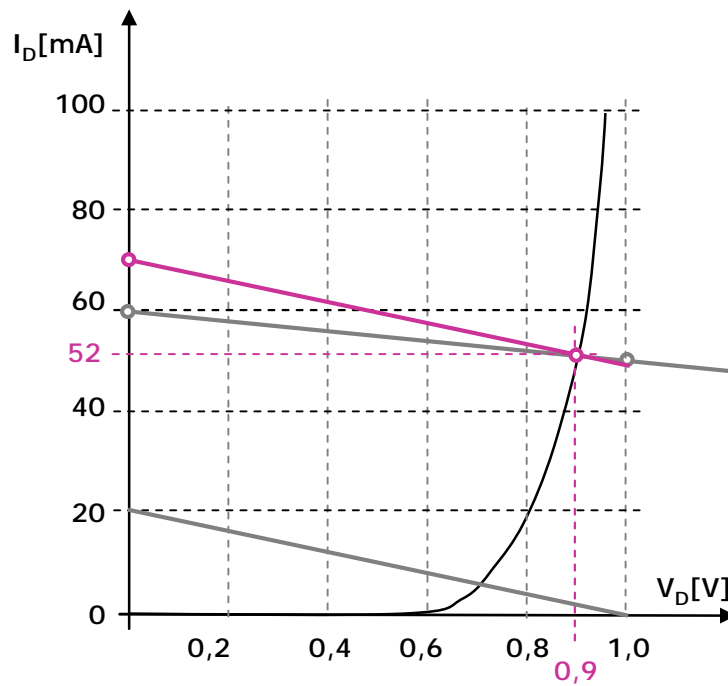
Si on diminue V_A de 3V , quelle est la nouvelle valeur de R si le courant dans la diode reste à la valeur précédente ?

Solution :

$$R = 40\ \Omega$$

- La pente pour la nouvelle droite, avec $V_A = 3\text{V}$, mais qui passe par le même point de fonctionnement statique $I_D = 52\text{mA}$ pour $V_D = 0,9\text{V}$:

$$\frac{I_{D0} - I_{D(V_D=V_A)}}{V_D - V_{D(I_D=0A)}} = \frac{0,052 - 0}{0,9 - 3} = -0,02 \frac{\text{A}}{\text{V}}$$



- Et pour la nouvelle résistance :

$$\left. \begin{array}{l} V_D = 0,9V \\ I_D = 52mA \\ I_D = \frac{V_A}{R} - \frac{V_D}{R} \end{array} \right\} R = \frac{V_A - V_D}{I_D} = \frac{3 - 0,9}{0,052} = 40\Omega$$

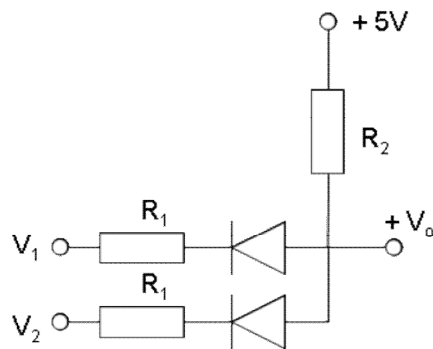


Figure 6 : schéma exercice 6

Exercice 6

Déterminez la tension de sortie V_0 du schéma

Figure 6 pour les valeurs suivantes de tension :

- $V_1 = V_2 = 5 \text{ V}$
- $V_1 = 5 \text{ V}, V_2 = 0 \text{ V}$
- $V_1 = 0 \text{ V}, V_2 = 0 \text{ V}$

La diode au silicium utilisée possède les caractéristiques suivantes :

$$R_f = 30 \, \Omega$$

$$V_j = 0,6 \text{ V}$$

$$I_s = 0$$

$$R_r \rightarrow \infty$$

$$R_1 = 270 \, \Omega$$

$$R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$$

Solution :

- $V_0 = 5 \text{ V}$
- $V_0 = 0,86 \text{ V}$
- $V_0 = 0,77 \text{ V}$

Solution (6.a)

Déterminez la tension de sortie V_0 du schéma

Figure 6 pour les valeurs de tension suivantes:

$$V_1 = V_2 = 5 \text{ V.}$$

La diode au silicium utilisée possède les caractéristiques suivantes :

$$R_f = 30 \, \Omega$$

$$V_j = 0,6 \text{ V}$$

$$I_s = 0$$

$$R_r \rightarrow \infty$$

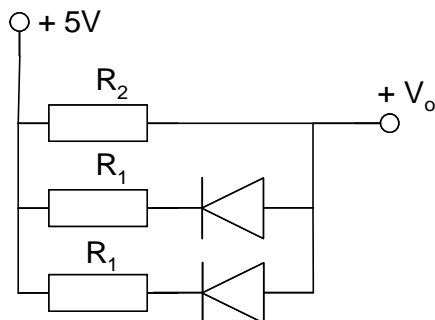
$$R_1 = 270 \, \Omega$$

$$R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$$

Solution :

$$V_0 = 5 \text{ V}$$

- Avec $V_1 = V_2 = 5 \text{ V}$:



- Pas de circulation de courant par les résistances et diodes bloquées. Donc, $V_0 = 5 \text{ V}$

Solution (6.b)

Déterminez la tension de sortie V_0 du schéma

Figure 6 pour les valeurs de tension suivantes:

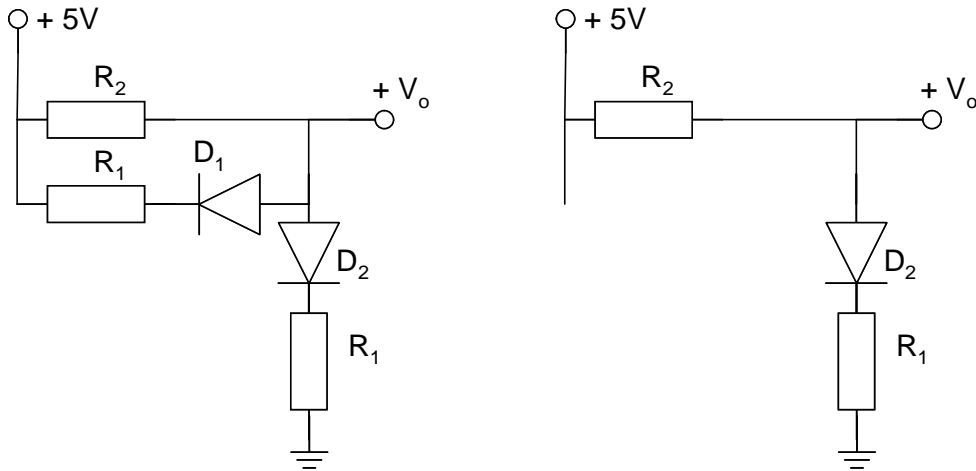
$$V_1 = 5 \text{ V, } V_2 = 0 \text{ V}$$

La diode au silicium utilisée possède les caractéristiques suivantes :

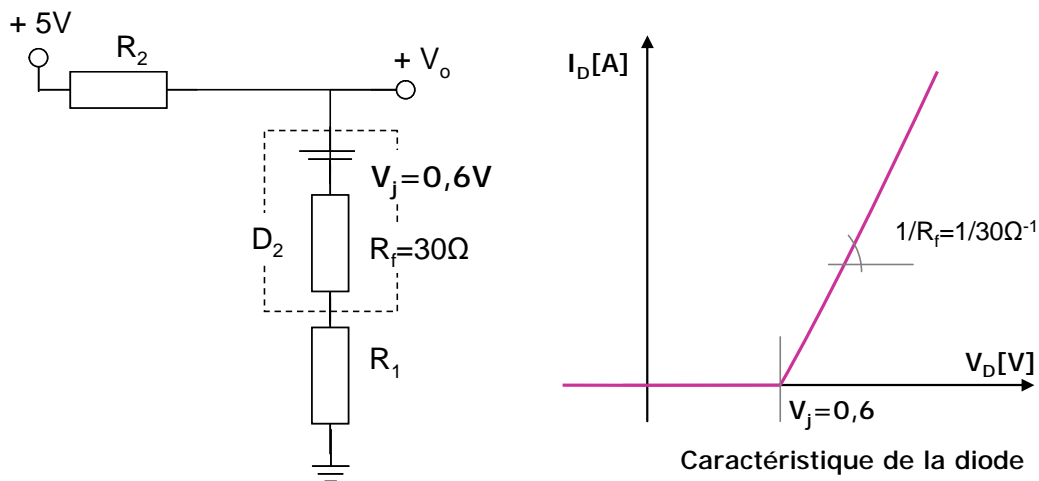
$R_f = 30 \Omega$, $V_j = 0,6 \text{ V}$, $I_s = 0$, $R_r \rightarrow \infty$, $R_1 = 270 \Omega$, $R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$

Solution :

$V_o = 0,864 \text{ V}$



- Pas de circulation de courant dans la diode D_1 (bloquée) et la résistance R_{1D1} .
- On remplace la diode par son schéma équivalente (par la résistance R_f et la tension de jonction V_j):



- L'expression du courant I_D que circule par la diode D_2 :

$$I_{D2} = \frac{5V - V_j}{R_2 + R_f + R_1} = \frac{5V - 0,6}{4,7k + 30 + 270} = 0,88mA$$

- Et pour la tension de sortie V_o :

$$V_o = 5V - I_{D2}R_2 = 5V - 0,88 \times 10^{-3} * 4,7 \times 10^3 = 0,864 \text{ V}$$

- On constate que avec $V_o = 0,864 \text{ V}$ et $V_{CC} = 5 \text{ V}$, la diode D_1 est effectivement bloquée :

$$V_{D1} = V_o - 5V = 0,864 - 5 = -4,12V$$

- Autrement, un courant inverse I_{D1} devrait circuler par la diode D_1 (mais le courant inverse $I_s = 0A$):

$$V_1 - R_1 I_{D1} - V_{D1} - R_f I_{D1} = 5V \rightarrow I_{D1} = \frac{(V_1 - V_{D1} - 5V)}{R_1 + R_f} = \frac{(5 - 0,6 - 5)}{4k7 + 30} = -12,7mA$$

Solution (6.c)

Déterminez la tension de sortie V_o du schéma

Figure 6 pour les valeurs de tension suivantes:

$$V_1 = 0V, V_2 = 0V.$$

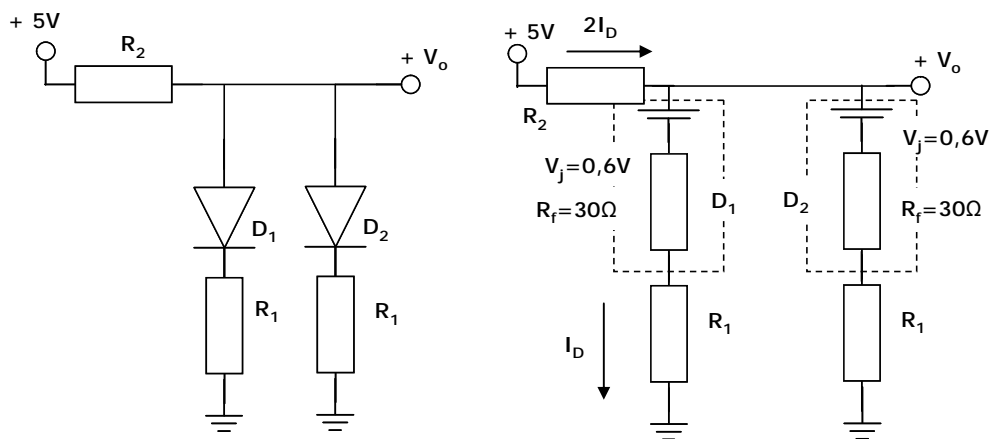
La diode au silicium utilisée possède les caractéristiques suivantes :

$$R_f = 30\Omega, V_j = 0,6V, I_s = 0, R_r \rightarrow \infty, R_1 = 270\Omega, R_2 = 4,7k\Omega$$

Solution :

$$V_o = 0,77V$$

- Avec $V_1 = V_2 = 0V$, le schéma électrique devient :



- On calcule le courant par diode, avec les mêmes composants dans les deux branches :

$$V_{CC} = 2I_D R_2 + V_j + I_D R_f + I_D R_1 \rightarrow I_D = \frac{V_{CC} - V_j}{2R_2 + R_f + R_1} = \frac{5 - 0,6}{2 * 4k7 + 30 + 270} = 0,45mA$$

- Et pour la tension de sortie V_o :

$$V_{CC} = 2I_D R_2 + V_o \rightarrow V_o = V_{CC} - 2I_D R_2 = 5 - 2 * 0,45 \times 10^{-3} * 4k7 = 0,77V$$

Exercice 7

Les caractéristiques du circuit **Figure 7** sont $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 400 \Omega$, $R_4 = 100 \Omega$, $E = 10 \text{ V}$. Le modèle de la diode passante est caractérisé par une tension continue $0,6 \text{ V}$ et $R_f = 0 \Omega$.

- Quelle(s) diode(s) condui(sen)t ?
- Quelle est la valeur du courant qui la (les) traverse ?

Solution :

(a) D_1

(b) $I = 5,4 \text{ mA}$

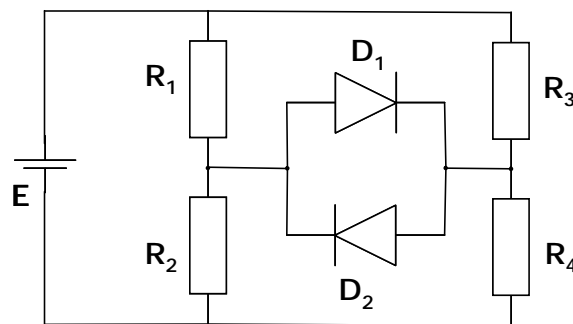


Figure 7 : schéma exercice 7

Solution (7.a)

Les caractéristiques du circuit **Figure 7** sont $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 400 \Omega$, $R_4 = 100 \Omega$, $E = 10 \text{ V}$. Le modèle de la diode passante est caractérisé par une tension continue $0,6 \text{ V}$ et $R_f = 0 \Omega$.

Quelle(s) diode(s) condui(s)ent ?

Solution :

D_1 en conduction et D_2 bloquée

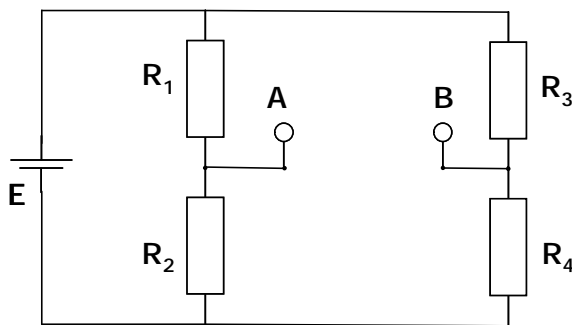
$$I_{D1} = 5,35 \text{ mA}$$

$$V_{D1} = 675 \text{ mV}$$

$$I_{D2} = 0 \text{ A}$$

$$V_{D2} = -675 \text{ mV}$$

- Analyse sans les diodes :



- Tensions sur A et B sans les diodes:

$$V_A = \frac{E}{R_1 + R_2} R_2 = \frac{10}{1000 + 2000} 2000 = 6,67 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{E}{R_3 + R_4} R_4 = \frac{10}{400 + 100} 100 = 2 \text{ V}$$

$$V_A > V_B$$

- Puisque $V_A > V_B$, la diode D_1 conduit et la diode D_2 est bloquée.

Solution (7.b)

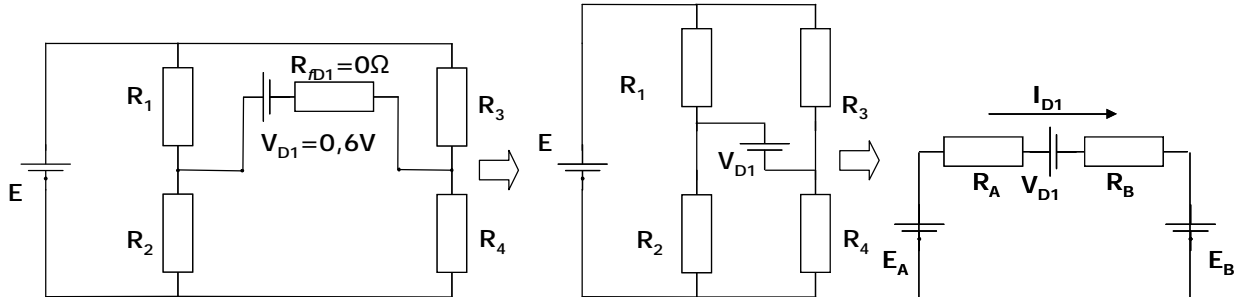
Les caractéristiques du circuit **Figure 7** sont $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 400 \Omega$, $R_4 = 100 \Omega$, $E = 10 \text{ V}$. Le modèle de la diode passante est caractérisé par une tension continue $0,6 \text{ V}$ et $R_f = 0 \Omega$.

Quelle est la valeur du courant qui la (les) traverse ?

Solution :

$$I = 5,4 \text{ mA}$$

- On remplace D_1 par son modèle équivalent en conduction:



- On recalcule les tensions et ensuite le courant sur la diode D_1 :

$$E_A = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 * \frac{2 \times 10^3}{1 \times 10^3 + 2 \times 10^3} = 6,67V$$

$$R_A = \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1 \times 10^3 * 2 \times 10^3}{1 \times 10^3 + 2 \times 10^3} = 667\Omega$$

$$E_B = E \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 10 * \frac{100}{400 + 100} = 2V$$

$$R_B = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{400 * 100}{400 + 100} = 80\Omega$$

$$E_A - V_{D1} - E_B = I_{D1} (R_A + R_B)$$

$$\rightarrow I_{D1} = \frac{E_A - V_{D1} - E_B}{(R_A + R_B)} = \frac{E_A - 0,6 - E_B}{(R_A + R_B)} = 5,45mA$$

Exercice 8

Les caractéristiques du circuit **Figure 8** sont $e(t) = \sin \omega t$, $R_1 = R_2 = 100 \, \Omega$. Le modèle de la diode passante est caractérisé par une tension continue 0,6 V et $R_f = 0 \, \Omega$.

- représentez $u(t)$ sans diode D.
- Même question pour R_2 remplacé par D ($T = 25^\circ\text{C}$).
- Même question pour R_2 et D connectées en parallèle.

Solution :

- $u(t) = 0,5 \sin \omega t$
 - pour $e \geq 0,6 \, \text{V}$, $u(t) = 0,6 \, \text{V}$; pour $e \leq 0,6 \, \text{V}$, $u(t) = e$
 - $u(t) = 0,5 \sin \omega t$
-

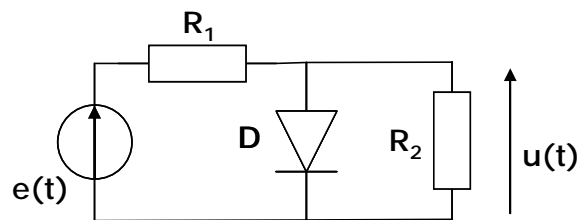


Figure 8 : schéma exercice 8

Solution (8.a)

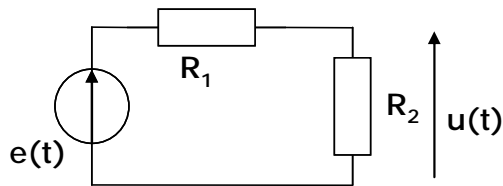
Les caractéristiques du circuit Figure 8 sont $e(t) = \sin \omega t$, $R_1 = R_2 = 100 \, \Omega$. Le modèle de la diode passante est caractérisé par une tension continue 0,6 V et $R_f = 0 \, \Omega$.

Représentez $u(t)$ sans diode D.

Solution :

$$u(t) = 0,5 \sin \omega t$$

- Schéma sans la diode D :



- La tension $u(t)$ sera:

$$i(t) = \frac{e(t)}{R_1 + R_2}$$

$$u(t) = i(t) R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e(t) = \frac{100}{100 + 100} \sin \omega t = 0,5 \sin \omega t$$

Solution (8.b)

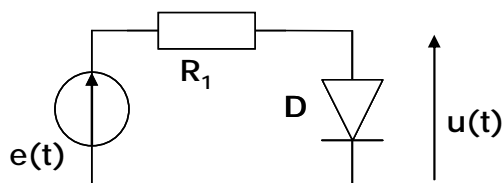
Les caractéristiques du circuit **Figure 8** sont $e(t) = \sin \omega t$, $R_1 = R_2 = 100 \, \Omega$. Le modèle de la diode passante est caractérisé par une tension continue 0,6 V et $R_f = 0 \, \Omega$.

Même question pour R_2 remplacé par D ($T = 25^\circ\text{C}$).

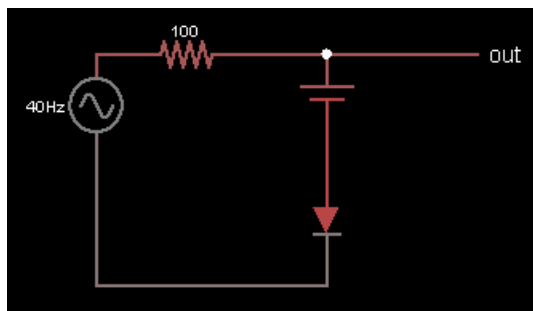
Solution :

Pour $e \geq 0,6 \, \text{V}$, $u(t) = 0,6 \, \text{V}$; pour $e \leq 0,6 \, \text{V}$, $u(t) = e$

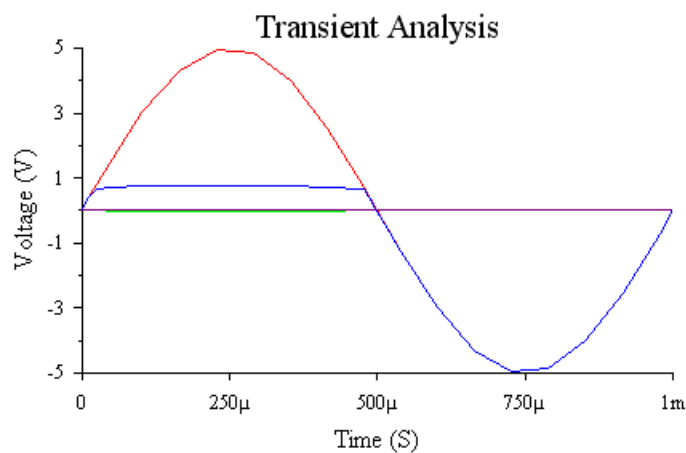
- Même question pour R_2 remplacé par D ($T = 25^\circ\text{C}$) :



- On remplace la diode par une diode idéal et une source de tension DC $V_D=0,6V$:



- La tension sur la résistance $R = 100\Omega$, la tension de sortie et le courant sur la diode sont représentées pour une tension $e(t)=\sin \omega t$:



- Pour $e \geq 0,6 V \rightarrow u(t) = 0,6 V$; pour $e \leq 0,6 V \rightarrow u(t) = e$.

Solution (8.c)

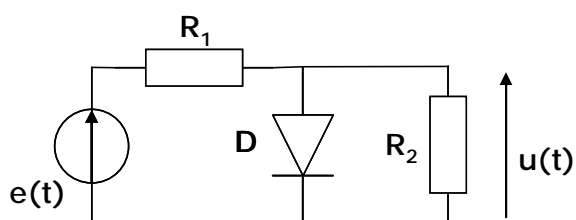
Les caractéristiques du circuit **Figure 8** sont $e(t) = \sin \omega t$, $R_1 = R_2 = 100 \Omega$. Le modèle de la diode passante est caractérisé par une tension continue $0,6 V$ et $R_f = 0 \Omega$.

Même question pour R_2 et D connectées en parallèle.

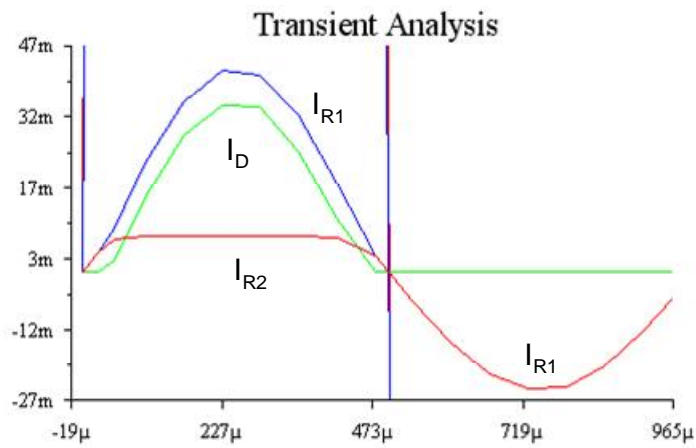
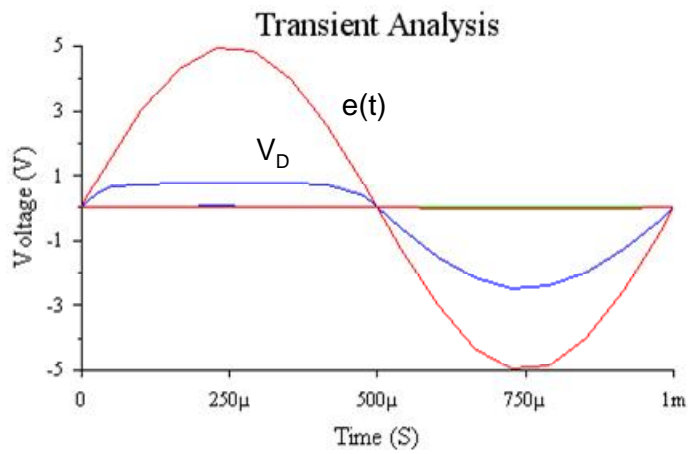
Solution :

$$u(t) = 0,5 \sin \omega t$$

- Avec la diode D et la résistance R_2 en parallèle :



- La tension sur la résistance $R_1 = 100\Omega$, la tension de sortie, le courant sur la diode et sur la résistance $R_2 = 100\Omega$ sont représentées pour une tension $e(t) = e \cdot \sin \omega t$:



- Pour $e \geq 0,6 \text{ V} \rightarrow u(t) = 0,6 \text{ V}$; pour $e \leq 0,6 \text{ V} \rightarrow u(t) = 0,5e$.

Exercice 9

Les caractéristiques du circuit de la

Figure 9 sont $E = 5 \text{ V}$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ pF}$ et la fréquence vaut 1000 Hz .
Représentez $u(t)$ superposé à $e(t)$.

Solution :

Conférer Figure 10.

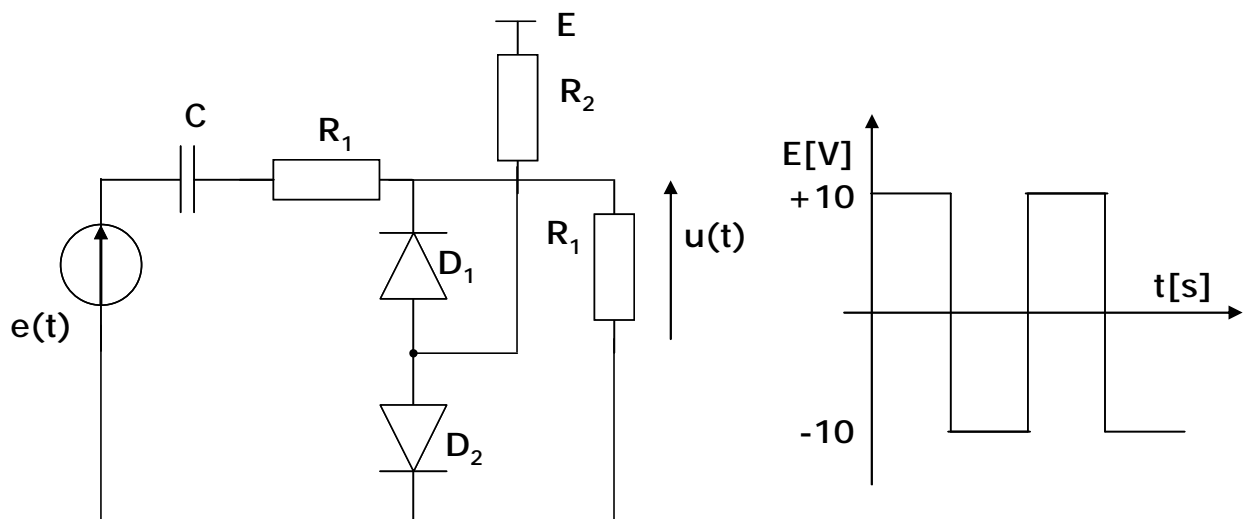


Figure 9 : schéma exercice 9

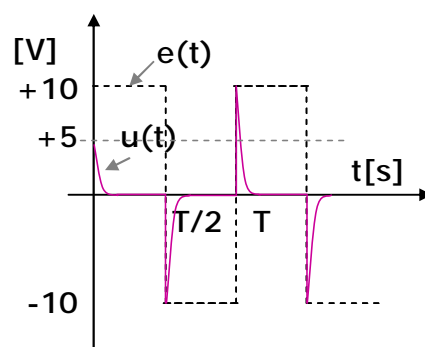


Figure 10 : solution exercice 9

Solution (9)

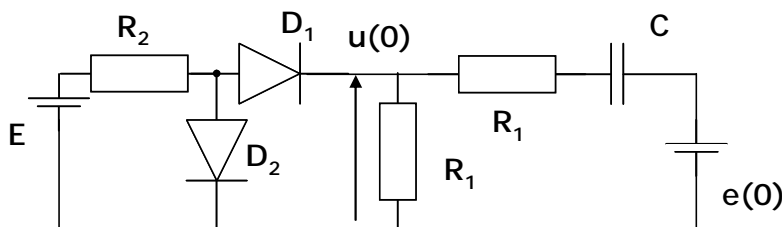
Les caractéristiques du circuit de la

Figure 9 sont $E = 5\text{ V}$, $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 100\text{ k}\Omega$, $C = 100\text{ pF}$ et la fréquence vaut 1000 Hz . Représentez $u(t)$ superposé à $e(t)$.

Solution :

Conférer Figure 10.

- Avec $V_C(0)=0\text{V}$, $e(0)=10\text{V}$, $E=5\text{V}$ et diodes idéales, seulement la diode D_2 est en conduction et la diode D_1 bloquée :



$$e(0) = V_C(0) + i_{R1}(0)2R_1 \rightarrow u(0) = i_{R1}(0)R_1 = \frac{e(0) - V_C(0)}{2} = \frac{10 - 0}{2} = 5\text{V}$$

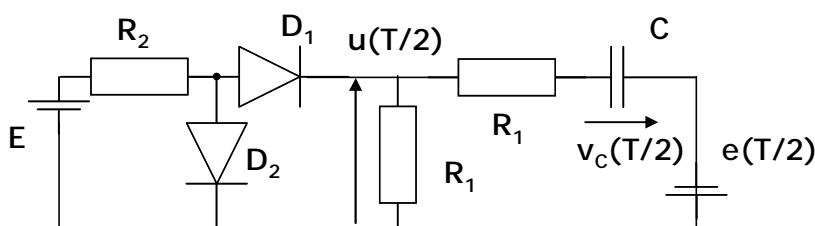
$$i_{R1}(0) = \frac{u(0)}{R_1} = \frac{5}{10^3} = 5\text{mA}$$

- La capacité sera chargée après un temps de charge $2R_1C = 0,2\mu\text{s} \gg 0,5\text{ms} = T/2$:

$$\left. \begin{array}{l} v_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B \\ v_C(\infty) = B = 10\text{V} \\ v_C(0) = A + B = 0\text{V} \\ A = v_C(0) - B = 0 - 10 = -10 \end{array} \right\} v_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B = -10e^{-\frac{t}{0,2 \times 10^{-6}}} + 10$$

$$v_C(0,5\text{ms}) = -10e^{-\frac{0,5 \times 10^{-3}}{0,2 \times 10^{-6}}} + 10 = 10\text{V}$$

- La capacité C sera chargée avec une tension $v_C(T/2)=10\text{V}$ au moment de l'inversion de tension $e(T/2)=-10\text{V}$. Dès l'inversion de tension ($T/2$) la diode D_2 est bloquée et D_1 conduit :



- Le calcul de la tension $u(T/2)$ par l'application du principe de superposition des tensions :

$$\begin{aligned}
 u(T/2) &= i_u(T/2)R_1 = \frac{E}{R_2 + R_1 \parallel R_1} R_1 + \frac{e(T/2) - V_C(T/2)}{R_1 + R_2 \parallel R_1} R_1 \\
 &= \frac{E}{\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2}} + \frac{e(T/2) - V_C(T/2)}{1 + \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1}} = \frac{5}{\frac{10^5}{10^3} + \frac{1}{2}} + \frac{(-10) - 10}{1 + \frac{10^5}{\frac{10^3}{10^5} + 1}} \\
 &= -10V
 \end{aligned}$$

- Ce qui nous montre que la diode D2 est effectivement bloquée.
- La capacité sera déchargée sur une résistance $R_2 \parallel R_1 + R_1$ et par la suite chargée à la tension $V_C(T) = 10V$. Lorsque la capacité sera chargée, la tension $u(T)$ devient égale à $0V$.

Exercice 10 : examen juin 2003

En utilisant le modèle réel de la diode, calculez la tension V_1 et le courant à travers les diodes du circuit Figure 11(a) sachant que pour $I_D = 1 \text{ mA}$, $V_D = 0,7 \text{ V}$. Le facteur n (identique pour toutes les diodes) vaut 1,97, la température 40°C , E et R valent respectivement 6 V et $2 \text{ k}\Omega$ (2 itérations suffisent).

Solution :

$V_1 = 2,22 \text{ V}$; $I_D = 1,89 \text{ mA}$.

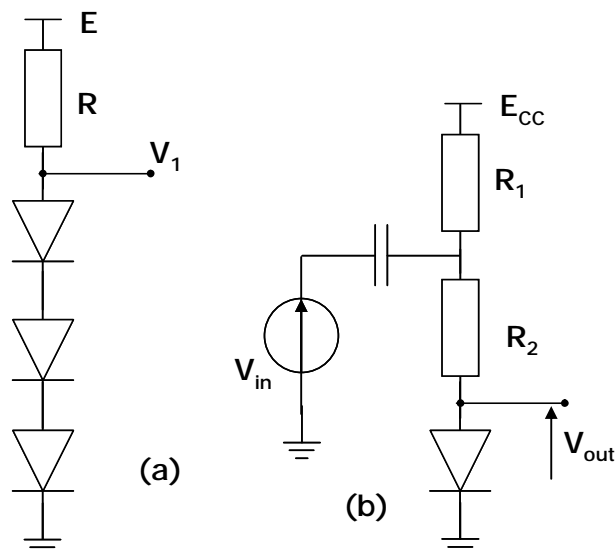


Figure 11 : schéma exercices 10 et 11

Solution (10)

En utilisant le modèle réel de la diode, calculez la tension V_1 et le courant à travers les diodes du circuit Figure 11(a) sachant que pour $I_D = 1 \text{ mA}$, $V_D = 0,7 \text{ V}$. Le facteur n (identique pour toutes les diodes) vaut 1,97, la température 40°C , E et R valent respectivement 6 V et $2 \text{ k}\Omega$ (2 itérations suffisent).

Solution :

$$V_1 = 2,22 \text{ V} ; I_D = 1,89 \text{ mA}$$

- Charge de l'électron

$$q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

- Constante de Boltzmann :

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$$

- Tension thermique V_T (@ 40°C) :

$$V_T(300^\circ\text{K}) = \frac{kT}{q} = \frac{1,38 \times 10^{-23} \times 300}{1,6 \times 10^{-19}} = 26 \text{ mV}$$

$$V_T(40^\circ\text{C}) = V_T(300^\circ\text{K}) \times \frac{40}{25} = 26 \times 10^{-3} \times \frac{40}{25} = 34,5 \text{ mV}$$

- Pour $I_D = 1 \text{ mA}$ @ 300°K nous avons $V_D = 0,7 \text{ V}$ avec un facteur n (identique pour toutes les diodes) de 1,97. Il nous manque le courant de fuite I_s :

$$I_D[A] = I_s \left[\exp\left(\frac{qV_D}{nkT}\right) - 1 \right] = I_s \left[\exp\left(\frac{V_D}{nV_T}\right) - 1 \right]$$
$$\rightarrow I_s = \frac{I_D}{\exp\left(\frac{V_D}{nV_T}\right) - 1} = \frac{1 \times 10^{-3}}{\exp\left(\frac{0,7}{1,97 \times 34,5 \times 10^{-3}}\right) - 1} = 33,7 \text{ nA}$$

- Le courant maximal sans les diodes (donc $V_1 = 0 \text{ V}$) :

$$E = Ri \rightarrow i = \frac{E}{R} = \frac{6}{2 \times 10^3} = 3 \text{ mA}$$

- Avec cette valeur on fait une première itération et obtient la tension de chaque diode :

$$I_D = I_s \left[\exp\left(\frac{V_D}{nV_T}\right) - 1 \right] \rightarrow V_D = nV_T \ln\left(\frac{I_D}{I_s} + 1\right) = (1,97 * 34,5 \times 10^{-3}) * \ln\left(\frac{3 \times 10^{-3}}{33,7 \times 10^{-9}} + 1\right) = 0,78V$$

- Avec une tension de diode $V_D=0,78V$, on recalcule la tension V_1 et le courant I_D :

$$V_1 = 3V_D = 3 * 0,78 = 2,34V$$

$$E = Ri + V_1 \rightarrow i = \frac{E - V_1}{R} = \frac{6 - 2,34}{2 \times 10^3} = 1,84mA$$

- Avec le courant I_D on réalise une deuxième itération pour obtenir V_D , V_1 et i :

$$I_D = I_s \left[\exp\left(\frac{V_D}{nV_T}\right) - 1 \right] \rightarrow V_D = nV_T \ln\left(\frac{I_D}{I_s} + 1\right) = (1,97 * 34,5 \times 10^{-3}) * \ln\left(\frac{1,84 \times 10^{-3}}{33,7 \times 10^{-9}} + 1\right) = 0,74V$$

$$V_1 = 3V_D = 3 * 0,74 = 2,22V$$

$$E = Ri + V_1 \rightarrow i = \frac{E - V_1}{R} = \frac{6 - 2,22}{2 \times 10^3} = 1,89mA$$

Exercice 11

Le circuit de la Figure 11(b) possède les caractéristiques suivantes : $E_{CC} = 20\text{ V}$, $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 20\text{ }\Omega$, $C = 1\text{ nF}$. Calculez le gain en tension du circuit.

Solution :

$$A_v = 0,4$$

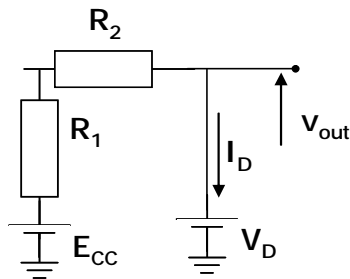
Solution (11)

Le circuit de la Figure 11(b) possède les caractéristiques suivantes : $E_{CC} = 20\text{ V}$, $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 20\text{ }\Omega$, $C = 1\text{ nF}$. Calculez le gain en tension du circuit.

Solution :

$$A_v = 0,4$$

- Analyse du point DC : la capacité représentée un circuit ouvert et la diode est remplacée par la tension de diode V_D (pour manque d'information sur la caractéristique de la diode) :



- On obtient le courant sur la diode :

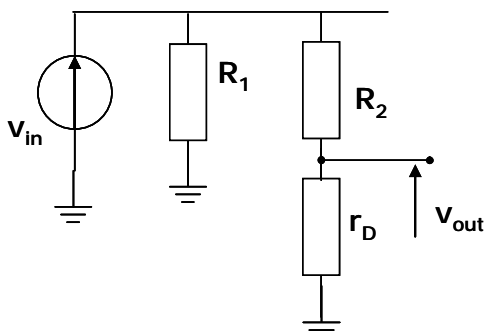
$$E_{CC} = I_D(R_1 + R_2) + V_D \rightarrow I_D = \frac{E_{CC} - V_D}{R_1 + R_2} = \frac{20 - 0,7}{1 \times 10^3 + 20} = 1,93\text{ mA}$$

- La résistance dynamique de la diode r_D (résistance pour le modèle « petits signaux » en utilisant l'expression analytique autour du point de travail V_D, I_D) :

$$I_D = I_s \left[\exp\left(\frac{V_D}{V_T}\right) - 1 \right] \approx I_s \exp\left(\frac{V_D}{V_T}\right) \rightarrow \frac{dI_D}{dV_D} = I_s \frac{1}{V_T} \exp\left(\frac{V_D}{V_T}\right) = \frac{I_D}{V_T}$$

$$r_D = \left. \frac{dV_D}{dI_D} \right|_Q \approx \frac{V_T}{I_D} = \frac{26 \times 10^{-3}}{1,93 \times 10^{-3}} = 13,5\text{ }\Omega$$

- Le circuit équivalent « petits signaux » : on considère que à la fréquence de travail la capacité représentée une impédance de valeur négligeable et les sources de tension DC sont remplacées par des court-circuits :



- Le gain de tension $A_v = v_o/v_i$:

$$v_o = i_{r_D} r_D$$

$$v_i = i_{r_D} (r_D + R_2)$$

$$\frac{v_o}{r_D} = \frac{v_i}{(r_D + R_2)} \rightarrow A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{r_D}{(r_D + R_2)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_2}{r_D}\right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{20}{13,5}\right)} = 0,4$$

- Parce que R_2 n'est pas très grande par rapport à r_D on ne peut pas faire la simplification.