Modèle de magnétisme itinérant

Dans un métal de transition comme le fer, les électrons non localisés sur les atomes ont eux aussi une contribution au magnétisme. C'est le but de cette étude.

On considère un gaz d'électrons libres (spin 1/2, masse m) confinés dans une boîte tridimensionnel de volume $V = L^3$ à la température T. On rappelle que les électrons étant des fermions, ils obéissent à la statistique de Fermi-Dirac. En considérant des conditions aux bords périodiques, les niveaux d'énergie électroniques sont donnés par

$$\epsilon(\vec{k}) = \frac{\hbar^2|\vec{k}|^2}{2m}, \tag{1}$$

où le vecteur d'onde $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ est quantifié selon $k_i = 2\pi n_i/L$ avec n_i un entier relatif, $i = x, y, z$.

On se place dans la suite du problème à la limite thermodynamique. On note $\mu(T)$ le potentiel chimique à la température T et $E_F = \mu(T = 0)$ l'énergie de Fermi.

On admettra que la densité d'état par unité de volume a pour expression :

$$g(\epsilon) = A\epsilon^{1/2} \quad \text{avec} \quad A = \frac{1}{2\pi^2}\Big(\frac{2\,m}{\hbar^3}\Big)^{3/2} \tag{2}$$

On notera ρ le nombre d'électrons par unité de volume.

1. Donner (sans démonstration) l'expression du nombre moyen d'occupation $f(\epsilon)$ d'un état d'énergie ϵ. Quelle est l'expression de $f(\epsilon)$ à température nulle ? Représenter $f(\epsilon)$ pour (i) $T \neq 0$ et (ii) pour $T = 0$.

On se place dans la suite du problème à température nulle ($\mathbf{T = 0}$).

2. Donner l'expression du nombre moyen d'électrons par unité de volume ρ. En déduire l'expression de l'énergie de Fermi E_F en fonction de la densité électronique.

Le gaz d'électrons est maintenant soumis à une induction magnétique statique et uniforme $\vec{B}$.

3. Montrer que les densités d'états $g_\uparrow(\epsilon)$ et $g_\downarrow(\epsilon)$ des spins $\uparrow$ et $\downarrow$ peuvent facilement se déduire de l'expression de la densité d'états sans champ. On rappelera l'expression du moment magnétique porté par un électron. Dessiner le diagramme de bande pour chaque état de spin.
4. En déduire une expression de l'aimantation volumique moyenne M en fonction des paramètres du problème. On supposera que l'on se trouve en champ magnétique faible et l'on fera donc un développement limité au premier ordre en champ des densités d'états par état de spin.