

Métodos Numéricos en Computadoras – Segundo Parcial

Nombre: _____

Problema n° 1: Considere la siguiente función definida para x en el intervalo $[0,1]$

$$f(x) = \cos(x) \ln(1+x^2)$$

- Generar una tabla que muestre los valores de x y $f(x)$ en el intervalo dado, con espaciado de $h = 0.1$
- A partir de la tabla del inciso a), calcule $\frac{df}{dx}$ usando aproximaciones por diferencias finitas centradas en los puntos interiores, y operadores hacia adelante o hacia atrás en los extremos, según corresponda. Escriba los valores obtenidos en una tabla.
- Calcular $\int_{-1}^1 \left(\frac{df}{dx}\right) dx$ usando el método del trapecio a partir de los valores obtenidos en b). Escriba el valor obtenido para la integral, y calcule el error absoluto exacto.

Problema n° 2: Dados los datos de la siguiente tabla,

| x | 1.0 | 1.3 | 1.4 | 1.45 | 1.6 | 1.72 | 1.8 | 1.93 | 2.0 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $f(x)$ | 5.381 | 8.672 | 9.592 | 9.988 | 10.853 | 11.146 | 11.134 | 10.780 | 10.435 |

- Genere una tabla de valores equiespaciados empleando el método de spline cúbicas, con $h = 0.1$.
- Calcule la integral en el intervalo $[1,2]$ mediante el método de Simpson 1/3, utilizando los valores obtenidos.

Problema n° 3: El método de Euler implícito para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, consiste en modificar el método de Euler tradicional de manera que

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1}, y_{n+1}) \quad (\#)$$

Notar que en la ecuación de arriba, se debe despejar y_{n+1} para obtener cada nuevo paso. Resuelva la siguiente ecuación usando este método

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y \quad x \in [0,1], \quad y(0) = 1$$

Para ello siga los siguientes pasos

- Escriba la ecuación (#) para este caso particular, escribiendo explícitamente $f(x_{n+1}, y_{n+1})$.
- Despeje y_{n+1} de la ecuación obtenida en a).



- c) Desarrolle un algoritmo que resuelva la ecuación diferencial usando lo obtenido en b) con $h = 0.01$ (escriba pseudo-código y desarrolle el programa correspondiente). Escriba en una tabla los valores de (x_i, y_i) , con pasos para x_i de 0.1
- d) Repita el inciso c) usando Euler estándar, y escriba los valores obtenidos en la misma tabla del punto c).