155890

TAREA #6 DIEGO ZUÑIGA BIASSIO

1. Calcula la probabilidad de ruina $\Psi(C_0)$ cuando $X \sim \exp(x \mid 1/\mu)$ con $E(X) = \mu$.

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN $= 1 - e^{-\frac{x}{\mu}} \quad x \geq 0.$

COEFICIENTE DE LUNDBERG $= 1 + (1+\theta)\mu R - M_X(R)$

$M_X(R) = (1-\mu t)^{-1}, \quad t < 1/\mu$

Despejemos R de la condición

$$1 + (1+\theta)\mu r = (1-\mu r)^{-1}$$

$$1 - \mu r + \mu r + \mu\theta R - \mu^2 r^2 - \mu^2 r^2 \theta - 1 = 0$$

$$\theta = r(\mu(1+\theta))$$

$$\therefore r = \frac{\theta}{\mu(1+\theta)}$$

$$\Psi(C_0) = \frac{\exp\left(\frac{-\theta}{(1+\theta)\mu} C_0\right)}{E_{FS}\left(\exp\left(\frac{-\theta}{(1+\theta)\mu} C_T\right)\right) \quad (T < \infty)} \leq \exp\left(\frac{-\theta}{(1+\theta)\mu} C_0\right)$$

$$\Rightarrow E_{FSr}\left(\exp\left(\frac{-\theta}{(1+\theta)\mu} C_T\right) \,\Big|\, T < \infty\right) > 1$$

2. Considera $F_X(x) = Pa(x|\alpha)$ con densidad $f(x) = (1+x)^{-\alpha} I_{[0,\infty)}(x)$

$\alpha > 0$

$$F_X(x) = Pa(x|\alpha)$$

$$f_X(x) = (1+x)^{-\alpha} I_{(0,\infty)}(x), \quad \alpha > 0$$

Obtenemos

$$M_X(t) = E(e^{tx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f_X(x)\,dx = \int_0^{\infty} e^{tx} (1+x)^{-\alpha}\,dx$$

$$F_X(x) = \int_0^x f_X(t)\,dt = \int_0^x (1+t)^{-\alpha}\,dt = \frac{(1+x)^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha}, \quad \alpha > 0$$

$$\int_0^{\infty} \exp(rx)\, F_X(x)\,dx = \int_0^{\infty} \exp(rx) \frac{(1+x)^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha}\,dx$$

INTEGRACIÓN POR PARTES.

$$* \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)\left(\underbrace{\int_0^{\infty} e^{rx}(1+x)^{1-\alpha}\,dx}_{Ⓐ} - \underbrace{\int_0^{\infty} e^{tx}\,dx}_{Ⓑ}\right)$$

Ⓐ $\left.\frac{e^{rx}}{r}\right|_0^{\infty} = \infty$

Ⓑ $\int_0^{\infty} e^{rx}(1+x)^{1-\alpha}\,dx \Longrightarrow$ NO CONVERGE.

∴ NO SE CUMPLIRÁ LA CONDICIÓN por lo que la INTEGRAL no ESTÁ definida para los valores α positivos