Tarea 4

① Identificamos puntos cuyas fmp se modifican

$Q(N_t = 0) = 0$; $Q(N_t = 1) = 1/3$; $\{0, 1\}$

·) Consideramos los $P(N_t = n)$ originales en todos los puntos distintos a $\{0,1\}$

$$\frac{P(N_t = n)}{1 - \sum_{i=0}^{1} P(N_t = i)} I_{(n \geq 2)} = \frac{\frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!}}{1 - e^{-\lambda} - e^{-\lambda}\lambda} I_{(n \geq 2)}$$

··) Reescalar

$$(1 - Q(N_t = 0) - Q(N_t = 1)) = 1 - 0 - 1/3 = 2/3$$

=>

$$Q(N_t = n) = 2/3 \left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^n / n!}{1 - e^{-\lambda} - e^{-\lambda}\lambda} \right) I_{(n \geq 2)}$$

② $(N_t \mid N_t \leq 15) \sim Poi(n \mid 30)$

$(N_t \mid N_t > 15) \sim Bin(n \mid 100, 1/3)$

Considero la dist. Poisson como la base

=>

$$q_n = \hat{P}(N_t = n) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} I_{(n \leq 15)}$$

=>

$\left(1 - \sum_{k=0}^{15} \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}\right)$ es la fmp que redistribuiremos a la parte binomial

·) Condicionamos la binomial a $(15 < n \leq 100)$

$$\frac{P(N_t = n)}{P(15 < N_t \leq 100)} = \frac{\binom{100}{n} \theta^n (1-\theta)^{100-n}}{1 - \sum_{k=0}^{15} \binom{100}{k} \theta^k (1-\theta)^{100-k}} I_{(15 < n \leq 100)}$$

··) Reescalamos

$$q_n = \tilde{P}(N_t \leq 15) \frac{P(N_t = n)}{P(15 < N_t \leq 100)}$$

$$= \left(1 - \sum_{k=0}^{15} \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}\right) \left(\frac{\binom{100}{n} \theta^n (1-\theta)^{100-n}}{1 - \sum_{k=0}^{15} \binom{100}{k} \theta^k (1-\theta)^{100-k}} \right) I_{(15 < n \leq 100)}$$ ■