**ACT-11302 Cálculo Actuarial III** **Nombre:** Fabrizzio Pérez Aceituno
**Primavera 2019** **C.U.:** 156165
**Tarea 04** **19/Feb/2018**
**Fecha de entrega: 26/Feb/2019**

**Consideren la clase del jueves 19 de febrero de 2019.**

1. **Deriven la modificación de la distribución Po($n|\lambda$) en la que Q ($N_t$ = 0) = 0 *y* Q ($N_t$ = 1) = 1/3.**

- Átomos por modificar = {0,1}
- Átomos fijos = {2, 3, ...}

$$\widetilde{\mathbb{P}}(N_t = n) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^n}{n!} \mathbb{I}\{n \geq 2\} \Rightarrow \text{Tenemos que modificar: } \left(1 - \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-\lambda} * \lambda^k}{k!}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\widetilde{\mathbb{P}}(N_t = n)}{1 - \widetilde{\mathbb{P}}(N_t \in A)} = \frac{\frac{e^{-\lambda} * \lambda^n}{n!}}{1 - \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-\lambda} * \lambda^k}{k!}} \mathbb{I}\{n \geq 2\}$$

Ahora, reescalamos $q_n$ de la siguiente forma:

$$q_n = (1 - Q(N_t = 0) - Q(N_t = 1)) * \frac{\widetilde{\mathbb{P}}(N_t = n)}{1 - \widetilde{\mathbb{P}}(N_t \in A)} = \frac{2}{3} * \frac{\frac{e^{-\lambda} * \lambda^n}{n!}}{1 - \sum_{k=0}^{1} \frac{e^{-\lambda} * \lambda^k}{k!}} \mathbb{I}\{n \geq 2\}$$

$$\boxed{\therefore Q(N_t = n) = \begin{cases} 0 & si\ n = 0 \\ \frac{1}{3} & si\ n = 1 \\ \frac{2}{3} * \frac{e^{-\lambda} * \lambda^n}{(1 - e^{-\lambda} - \lambda * e^{-\lambda}) * (n!)} & si\ n \geq 2 \end{cases}}$$

**2. Deriven la modificación en la que $N_t|N_t \leq 15 \sim$ Po($n$|30) *y* $N_t|N_t > 15 \sim$ Bin ($n$|100, 1/3)**

Tomando como base la Poisson:

- Átomos fijos = {0, 1, …, 15}
- Átomos por modificar = {16, 17, … }

I. Nuevas masas por modificar:

$$\Rightarrow \quad q_n = p_n = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^n}{n!} \, \mathbb{I}\{0,1,\dots,15\}(n)$$

$$\Rightarrow \left(1 - \sum_{k=0}^{15} \frac{e^{-\lambda} * \lambda^k}{k!}\right) \text{ define la masa de prob. que redistribuiremos en la Binomial}$$

II. En la Binomial, condicionamos en todos los átomos para redistribuir las masas de probabilidad:

$$\Rightarrow \frac{\widetilde{\mathbb{P}}(N_t = n)}{1 - \widetilde{\mathbb{P}}(N_t \in A)} = \frac{Bin(n|m,p)}{1 - \sum_{k=0}^{15} Bin(k|m,p)} = \frac{\binom{100}{n}\theta^n(1-\theta)^{100-n}}{1 - \sum_{k=0}^{15} \binom{100}{k}\theta^k(1-\theta)^{100-k}} \quad \mathbb{I}\{n > 15\}$$

III. Reescalamos para $q_n$ de la siguiente forma:

$$\Rightarrow Q(N_t = n) = \frac{(1-q_0) * p_n}{1 - p_0} = \left(1 - \sum_{k=0}^{15} \frac{e^{-\lambda} * \lambda^k}{k!}\right) * \frac{\binom{100}{n}\theta^n(1-\theta)^{100-n}}{1 - \sum_{k=0}^{15} \binom{100}{k}\theta^k(1-\theta)^{100-k}} \quad \mathbb{I}\{n > 15\}$$

$$\boxed{Q(N_t = n) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda} * \lambda^n}{n!} & si\ n \leq 15 \\ \left(1 - \displaystyle\sum_{k=0}^{15} \frac{e^{-\lambda} * \lambda^k}{k!}\right) * \dfrac{\binom{100}{n}\theta^n(1-\theta)^{100-n}}{1 - \sum_{k=0}^{15} \binom{100}{k}\theta^k(1-\theta)^{100-k}} & si\ 15 < n \leq 100 \end{cases}}$$