

Tarea 4

26/02/19

- ① 1) Puntos en los que se modifican sus masas de probabilidad

$$Q(N_t=0)=0 \quad Q(N_t=1)=\frac{1}{3} \quad [0,1]$$

- 2) Ahora en todos los puntos distintos a $\{0,1\}$ consideramos los $P(N_t=n)$ originales

$$\frac{P(N_t=n)}{1 - \sum_{i=0}^1 P(N_t=i)} = \frac{e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} I(n \geq 2)}{1 - e^{-\lambda} - e^{-\lambda} \lambda}$$

- 3) Por último, reescalamos

$$(1 - Q(N_t=0) - Q(N_t=1)) = 1 - 0 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow Q(N_t=n) = \frac{2}{3} \frac{e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} I(n \geq 2)}{1 - e^{-\lambda} - e^{-\lambda} \lambda}$$

- ② $N_t | N_t \leq 15 \sim P_0(n|30)$

$$N_t | N_t > 15 \sim \text{Bin}(n|100, \frac{1}{3})$$

Tomamos la poisson de base

$$q_n = \hat{P}(N_t=n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} I(n \leq 15)$$

$$\Rightarrow 1 - \sum_{j=0}^{15} e^{-\lambda} \frac{\lambda^j}{j!} \quad \text{es la masa de probabilidad que redistribuiremos a la parte binomial}$$

- 1) Condicionamos la binomial a $(15 \leq n \leq 100)$

$$P(N_t=n) = \binom{100}{n} \theta^n (1-\theta)^{100-n} I(15 \leq n \leq 100)$$

$$P(15 \leq N_t \leq 100) = 1 - \sum_{j=0}^{15} \binom{100}{j} \theta^j (1-\theta)^{100-j}$$

- 2) Reescalando tenemos que

$$q_n = \frac{\hat{P}(N_t \leq 15)}{\hat{P}(N_t \leq 15) + \hat{P}(N_t = n)}$$

$$= \left(1 - \sum_{j=0}^{15} e^{-\lambda} \frac{\lambda^j}{j!} \right) \left(\frac{\binom{100}{n} \theta^n (1-\theta)^{100-n}}{1 - \sum_{j=0}^{15} \binom{100}{j} \theta^j (1-\theta)^{100-j}} \right) I(15 \leq n \leq 100)$$