Tarea 2 Gabriel Mauricio Moreno. 148938.

• $N = \sum_{i}^{q} N_j$ se distribuyen Poisson , $N \sim$ tiene tasa de intensidad. $\lambda = \sum_{j=1}^{q} \lambda_j$

Agregación. Sabemos que si $X_i \sim Poisson(\lambda_i)$, donde $f_{X_i}(x_i) = \frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^{x_i}}{x_i!}$

y función generadora de Momentos $M_{X_i}(t) = e^{\lambda_i (e^t - 1)}$

Sea $\{X_{(n)}\}$ una colección de v.a Poisson independientes donde cada X_i tiene una tasa λ_i

$$\Rightarrow M_{\sum_{i=1}^{n} X_i}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t) \cdots M_{X_n}(t) = \prod_{i=1}^{n} M_{X_i}(t)$$

, por la independencia de las X_i

$$= \prod_{i=1}^{n} e^{\lambda_i (e^t - 1)}$$

$$= e^{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i (e^t - 1)}$$

$$= e^{(\lambda_1 + \ldots + \lambda_n)(e^t - 1)}$$

y por la unicidad de la fn generadora de Momentos

$\Rightarrow$

$$\therefore \left(\sum X_i \sim Poisson\left(\sum \lambda_i\right)\right)$$

<u>Desagregación</u> sup. $\cancel{X}_{(n)} \sim$ Poisson (λ), y consideremos q los eventos pueden clasificarse en m tipos distintos <u>indep</u> con $P_1, \dots, P_m$

- X_i's son los núm de eventos en cada clase, son mutuamente independientes.

+ Dem que cada ~~Xi~~ $X_i \sim$ Poisson (λ_i), con $\lambda_i = P_i \lambda$ (#)

Suponemos que $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$

$\Rightarrow$ Sea $X_{(n)} = \sum_{i=1}^{n} X_i$ (*)

$\Rightarrow$ $X_{(n)} \sim$ Poisson $((1)\lambda)$

$\Rightarrow$ $X_{(n)} \sim$ Poisson $[\sum_{i=1}^{n} P_i \lambda]$

$\Rightarrow$ $\sum_{i=1}^{n} X_i \sim$ Poisson $\left[\sum_{i=1}^{n} (P_i \lambda)\right]$, Por (*)

$\Rightarrow$ $\sum_{i=1}^{n} X_i \sim$ Poisson $[\sum_{i=1}^{n} \lambda_i]$, Por (#)

$\therefore$ Por la propiedad de Agregación sabemos que cada
$X_i \sim$ Poisson (λ_i)