Jorge Casares Tappan
150842
Tarea 04
26/02/2019
Cálculo Actuarial III

[1] Derivar la modificación de la distribución $Po(n|\lambda)$ en la que

$$\mathbb{Q}(N_t=0)=0$$
$$\mathbb{Q}(N_t=1)=1/3$$

Tenemos que modificar los valores $\{n \geq 2\}$

$$\frac{P(N_t=n)\,\mathbb{1}(n\geq 2)}{1-\sum_{i=0}P(N_t=i)} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^n/n!\,\mathbb{1}(n\geq 2)}{1-e^{-\lambda}-e^{-\lambda}\lambda} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^n/n! \quad \mathbb{1}(n\geq 2)}{1-e^{-\lambda}(1+\lambda)}$$

Ahora tenemos que reescalar

$$1-\mathbb{Q}(N_t=0)-\mathbb{Q}(N_t=1) = 1-0-1/3 = 2/3$$

$$\Rightarrow \mathbb{Q}(N_t=n) = \begin{cases} 2/3\left[\frac{(e^{-\lambda}\lambda^n)/n!}{1-e^{-\lambda}(1-\lambda)}\right] & \mathbb{1}(n\geq 2) \\ 0 & \mathbb{1}(n=0) \\ 1/3 & \mathbb{1}(n=1) \end{cases}$$

[2] Derivar la modificación en la que $N_t|N_t \leq 15 \sim Po(n|30)$ y $N_t|N_t > 15 \sim Bin(n|100, 1/3)$

Atomos fijos $= \{0,1,\dots,14\}$
Atomos a modificar $\{n\geq 15\}$

$$\frac{P(N_t=n)\,\mathbb{1}(n\geq 15)}{1-P(N_t\in A)} = \frac{P(n|\lambda)\,\mathbb{1}(n\geq 15)}{1-\sum_{n=0}^{14}Po(n|\lambda)} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^n/n! \quad \mathbb{1}(n\geq 15)}{1-\sum_{k=0}^{14}e^{-\lambda}\lambda^k/k!}$$

Reescalamos para q_n:

$$q_n:\ \mathbb{Q}(N_t=n) = \left(1-\sum_{k=0}^{14}\binom{100}{k}\theta^k(1-\theta)^{100-t}\right)\frac{e^{-\lambda}\lambda^n/n!}{1-\sum_{k=0}^{14}e^{-\lambda}\lambda^k/k!}\,\mathbb{1}(n\geq 15)$$

$$\mathbb{Q}(N_t = n) = \begin{cases} \binom{100}{n} \theta^n (1-\theta)^{100-n} & \mathbb{1}(n < 15) \\ 1 - \sum_{k=0}^{14} \binom{100}{k} \theta^k (1-\theta)^{100-k} \dfrac{e^{-\lambda} \lambda^n / n!}{1 - \sum_{k=0}^{14} e^{-\lambda} \lambda^k / k!} & \mathbb{1}(n \geq 15) \end{cases}$$

con $\theta = 1/3$