Tarea 04

142040

21/02/2019

1. Modificacion para Poisson

Se busca modificar la distribucion de $P \sim Poisson(n|\lambda)$ para tener una distribucion Q de la case $(a, b, 1)$ bajo las restricciones:

- $Q(N_t = 0) = q_0 = 0$
- $Q(N_t = 1) = q_1 = \frac{1}{3} \quad (1)$

Tenemos que condicionar $Poisson(n|\lambda)$ dadas q_0 y q_1, por lo que condicionamos el resto de la masa de probabilidad de la siguiente manera:

$$\frac{p_n}{1 - (p_0 + p_1)} \quad n = 2, 3, \ldots$$

Reescalamos bajo la restriccion (1):

$$(1 - q_1)\frac{p_n}{1 - (p_0 + p_1)} \quad n = 2, 3, \ldots$$

Y asi tenemos que la nueva distribucion Q resultante de modificar P con las restriccciones planteadas anteriormente queda:

$$Q(N_t = n) = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ \frac{1}{3} & n = 1 \\ (1 - q_1)\frac{p_n}{1-(p_0+p_1)} & n = 2, 3, \ldots \end{cases}$$

donde $p_n = \frac{e^{\lambda}\lambda^n}{n!}; n = 0, 1, 2, \ldots$.

2. Mezcla Binomial y Poisson

Se busca obtener una distribucion Q de la modificacion de $P \sim Po(n|30)$ y $B \sim Bin(n|100, 1/3)$ bajo las restricciones:

- $N_t|N_t \leq 15 \sim Po(n|30)(1)$
- $N_t|N_t > 15 \sim Bin(n|100, 1/3)$

La masa de probabilidad que se va a usar de P es $p_0, \ldots, p_{15}$ por lo que reescalaremos B con el factor $(1 - \sum_{i=0}^{15} p_i) = \psi$. Solo falta condicionar la parte de B que corresponde a $N_t|N_t > 15$.

$$\frac{b_n}{1 - \sum_{i=0}^{15} b_i} \quad n = 15, 16, \ldots, 100$$

Y asi tenemos que la nueva distribucion Q resultante de modificar P y B con las restriccciones planteadas anteriormente queda:

$$Q(N_t = n) = \begin{cases} \frac{e^{30}30^n}{n!} & n = 0, 1, \ldots, 15 \\ \psi \frac{b_n}{1-\sum_{i=0}^{15} b_i} & n = 15, 16, \ldots, 100 \end{cases}$$

donde $b_n = \binom{100}{n} (\frac{1}{3})^n (\frac{2}{3})^{100-n} \quad n = 0, 1, \ldots, 100.$