

**ACT-11302 Cálculo Actuarial III**  
**Primavera 2019**  
**Examen parcial 1**  
**Fecha: 28-Feb-19**

**Alumno:** \_\_\_\_\_  
**Clave única:** \_\_\_\_\_  
**Calificación:** \_\_\_\_\_

---

Lean cuidadosamente las preguntas. Sus respuestas deben estar acompañadas con procedimientos y justificaciones. ¡Exito!

---

1. (30 puntos) Argumenta si los siguientes enunciados son correctos o incorrectos, y por qué:
  1. Bajo el enfoque de riesgo individual, el número potencial de siniestros nunca excederá al número de suscriptores.
  2. El número de parámetros a estimar con  $m$  datos,  $\{n_1, \dots, n_m\}$ , del modelo para la frecuencia de siniestros más flexible es igual al de cualquier distribución paramétrica.
  3. La modificación de distribuciones de probabilidad vía mezclas de probabilidades genera modelos que son típicamente subdispersos.
  4. El error de estimación de un modelo de probabilidad no tiene efecto sobre la cuantificación de riesgos.
  5. Las masas de probabilidad para las diferentes frecuencias de siniestros de un portafolio de seguros siempre tienen un comportamiento monótono exponencial.
2. (25 puntos) Como vimos en clase, el procedimiento de mezcla de distribuciones permite flexibilizar la forma en cómo distribuciones de probabilidad describen diferentes características de un fenómeno aleatorio/desconocido. Considera que  $N$  denota la frecuencia de siniestros de un portafolio de seguros. Con probabilidad  $0 < \theta < 1$  la variable  $N$  es descrita con la distribución  $\text{Bin}(n|4, 0.5)$  y con probabilidad  $(1 - \theta)$  se describe con  $\text{Bin}(n|6, 0.75)$ ; considera  $\theta$  conocido. Con base en esto:
  - a. Calcula analíticamente  $\mathbb{P}(N = 2)$ .
  - b. Determina analíticamente la media y varianza de  $N$ .
  - c. Calcula la función generadora de momentos de la distribución mezcla de  $N$ .
  - d. Calcula  $\mathbb{P}(N > n|N \geq 1)$ , definiendo el soporte de esta probabilidad condicional.
  - e. Desarrolla una discusión acerca de la combinación de soportes que involucra esta mezcla.
3. (25 puntos) Considera que la frecuencia de siniestros de un portafolio de seguros exhibe históricamente que la varianza muestral es aproximadamente dos veces la media muestral. Examina y argumenta para los siguientes modelos la relevancia y adecuación para describir la frecuencia de siniestros de este portafolio.
  - a. Mezcla de dos distribuciones binomiales con diferentes medias.
  - b. Mezcla de dos distribuciones Poisson con diferentes tasas de intensidad.
  - c. Mezcla de dos distribuciones binomial negativa con diferente media.
  - d. Mezcla de tres distribuciones binomiales negativas con diferentes parámetros de probabilidades.
  - e. Mezcla de dos distribuciones donde una es Poisson y otra es binomial, ambas con la misma media.

En todos los casos, especifica la relación que deberán cumplir los parámetros referidos, y bajo qué supuestos adicionales tendrán o no validez los enunciados.

4. (20 puntos) Demuestra que la distribución modificada en 0 de una variable aleatoria para el número de reclamos de un portafolio de seguros puede ser derivada usando una distribución tipo mezcla con dos componentes.