Proyecto taquin Análisis de Algoritmos

Camilo Hernández Guerrero Samy Felipe Cuestas Merchán Juan Camilo Mendieta Hernández

2 de junio de 2022

1. Parte I: Análisis y diseño del algoritmo

1.1. Análisis

El problema consiste en crear un jugador automático para Taquín el cual es un juego que consiste en mover cuadrículas de una unidad con una figura o numeros en una matriz cuadrada hasta ordenar la figura o la secuencia de números. Se abordará este problema con un método eurístico donde se calcularán los posibles tableros dependiendo de cada jugada realizada, donde la probabilidad de ganar se calcula a partir de la distancia euclidiana que tiene el tablero actual con el tablero que ya está resuelto, buscando una ruta que de una posible solución. Debido a la gran cantidad de posibles caminos que pueden deribar de una jugada, una solución de fuerza bruta no es adecuada.

1.2. Diseño

Usando el análisis previo se sabe que para resolver el problema del jugador automatico de Taquín, se van a necesitar para el diseño del algoritmo en los componentes de las entradas y las salidas los siguientes datos para cada función a usar.

1.2.1. Verificar tablero

- Entrada
 - Se necesita la matriz del tablero de juego actual y la matriz del tablero resuelto.
- Salida

Un valor booleano indicando si se gano el juego.

1.2.2. Moverse hacia arriba, abajo, derecha e izquierda

- Entrada
 - Se necesita la matriz del tablero de juego actual y las coordenadas del espacio en blanco.
- Salida

Coordenas de la nueva ubicación del espacio en blanco.

1.2.3. Euristica

- Entrada
 - Se necesita el numero de de movimientos que se han realizado y la distancia euclidiana para resolver el tablero.
- Salida

Número que representa la medida de la eurística.

1.2.4. Buscar posición de un elemento

Entrada

Se necesita la matriz del tablero actual y el elemento a buscar en la matriz.

■ Salida

Coordenas en la matriz donde se ubica el elemento.

1.2.5. Calcular distancia euclidiana

■ Entrada

Se necesita la matriz del tablero de juego actual y la matriz del tablero resuelto.

■ Salida

Numero con el calculo de la distancia euclidiana.

1.2.6. Obtener posibles movimientos

■ Entrada

Se necesita la matriz del tablero de juego actua, la matriz del tablero resuelto y un nodo del arbol con los tableros posibles

■ Salida

Listado de movimientos que se pueden hacer.

1.2.7. Buscar mejor nodo

Entrada

Listado con posibles tableros para jugar

■ Salida

Nodo con un tablero que tiene la menor distancia con el tablero completado.

1.2.8. Movimiento automático

■ Entrada

Se necesita la matriz del tablero actual y la matriz con el table resuelto.

Salida

Listado de los movimientos a realizar para ganar.

1.2.9. Inicializar tablero

 \blacksquare Entrada

Numero para generar la matriz cuadrada.

■ Salida

Una matriz con objetos desoredenados para empezar el juego.

2. Parte II: Pseudocódigo

Algorithm 1 Función que verifica si ganó el juego

```
1: procedure GAMEWON(table, tableWon, n)
       result \leftarrow true
 2:
       for row \leftarrow 0 to n do
3:
           for column \leftarrow 0 to n do
 4:
 5:
               if table[row][column] \neq tableWon[row][column] then
                   result \leftarrow false
6:
               end if
 7:
           end for
8:
       end for
9:
       return \ result
10:
11: end procedure
```

Algorithm 2 Función que mueve la pieza hacia arriba

```
1: procedure MOVEUP(table, blankSpace)
       if blankSpace[0] \neq 0 then
 2:
           aux \leftarrow table[blankSpace[0] - 1][blankSpace[1]]
 3:
           table[blankSpace[0]-1][blankSpace[1]] \leftarrow ""
 4:
           table[blankSpace[0]][blankSpace[1]] \leftarrow aux
 5:
           blankSpace \leftarrow (blankSpace[0] - 1, blankSpace[1])
6:
           return blankSpace
 7:
       else
8:
           return blankSpace
9:
       end if
10:
11: end procedure
```

Algorithm 3 Función que mueve la pieza hacia abajo

```
1: procedure MOVEDOWN(table, blankSpace)
       if blankSpace[0] < |table[0]| - 1 then
 2:
           aux \leftarrow table[blankSpace[0] + 1][blankSpace[1]]
 3:
           table[blankSpace[0] + 1][blankSpace[1]] \leftarrow ""
 4:
           table[blankSpace[0]][blankSpace[1]] \leftarrow aux
 5:
           blankSpace \leftarrow (blankSpace[0] + 1, blankSpace[1])
6:
           {f return}\ blankSpace
 7:
       else
8:
           return blankSpace
9:
       end if
10:
11: end procedure
```

Algorithm 4 Función que mueve la pieza hacia la izquierda

```
1: procedure MOVELEFT(table, blankSpace)
 2:
       if blankSpace[1] > 0 then
           aux \leftarrow table[blankSpace[0]][blankSpace[1] - 1]
 3:
           table[blankSpace[0]][blankSpace[1]-1] \leftarrow ""
 4:
           table[blankSpace[0]][blankSpace[1]] \leftarrow aux
 5:
           blankSpace \leftarrow (blankSpace[0], blankSpace[1] - 1)
 6:
           {\bf return}\ blankSpace
 7:
       else
 8:
           return blankSpace
 9:
       end if
10:
11: end procedure
```

Algorithm 5 Función que mueve la pieza hacia la derecha

```
1: procedure MOVERIGHT(table, blankSpace)
       if blankSpace[1] < |table[0]| - 1 then
           aux \leftarrow table[blankSpace[0]][blankSpace[1]+1]
 3:
           table[blankSpace[0]][blankSpace[1]+1] \leftarrow ""
 4:
           table[blankSpace[0]][blankSpace[1]] \leftarrow aux
 5:
 6:
           blankSpace \leftarrow (blankSpace[0], blankSpace[1] + 1)
           return blankSpace
 7:
 8:
           {f return}\ blankSpace
 9:
10:
       end if
11: end procedure
```

Algorithm 6 Función que obtiene la posición del elemento

```
1: procedure GETELEMENTPOSITION(currentPuzzleTable, element)
2: for i \leftarrow 0 to |currentPuzzleTable| do
3: if elementincurrentPuzzleTable[i] then
4: return (i, currentPuzzleTable[i].index(element))
5: end if
6: end for
7: end procedure
```

Algorithm 7 Función que obtiene distancia euclidiana entre tablas

```
1: procedure TABLEEUCLIDIANDISTANCE(currentPuzzleTable, tableWon)
       tableDistance \leftarrow 0
 2:
 3:
       for i \leftarrow 0 to |currentPuzzleTable| do
 4:
           for j \leftarrow 0 to |currentPuzzleTable| do
              positionTableWon \leftarrow getElementPosition(tableWon, currentPuzzleTable[i][j])
 5:
              tableDistance \leftarrow tableDistance + ABS(i - positionTableWon[0]) + ABS(j - positionTableWon[0])
   positionTableWon[1])
           end for
 7:
 8:
       end for
       {f return}\ table Distance
10: end procedure
```

```
Algorithm 8 Función que retorna los movimientos posibles
```

```
1: procedure GETPOSSIBLEMOVES(node, currentPuzzleTable, tableWon)
  2:
                 listOfMoves \leftarrow \emptyset
                 blankCoordinates \leftarrow getElementPosition(node.currentPuzzleTable,"")
  3:
  4:
                 sizeCurrentPuzzle \leftarrow |currentPuzzleTable|
                 newPosition \leftarrow (blankCoordinates[0] - 1, blankCoordinates[1])
  5:
                 if 0 \le newPosition[0] < sizeCurrentPuzzle and 0 \le newPosition[1] < sizeCurrentPuzzle
  6:
         then
                          newPuzzleTable \leftarrow deepcopy(node.currentPuzzleTable)
  7:
                          newPuzzleTable[blankCoordinates[0]][blankCoordinates[1]]
  8:
         node.currentPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]]
                          newPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]] \leftarrow ""
  9:
                          listOfMoves \leftarrow listOfMoves \cup Node(newPuzzleTable, node.currentPuzzleTable, node.numberOfMoves + listOfMoves 
10:
         1, table Euclidian Distance (current Puzzle Table, table Won), "U")
11:
                 newPosition \leftarrow (blankCoordinates[0] + 1, blankCoordinates[1])
12:
                 if 0 \le newPosition[0] < sizeCurrentPuzzle and 0 \le newPosition[1] < sizeCurrentPuzzle
13:
         _{
m then}
                          newPuzzleTable \leftarrow deepcopy(node.currentPuzzleTable)
14:
                          newPuzzleTable[blankCoordinates[0]][blankCoordinates[1]]
15:
         node.currentPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]]
                          newPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]] \leftarrow ""
16:
                         listOfMoves \leftarrow listOfMoves \cup Node(newPuzzleTable, node.currentPuzzleTable, node.numberOfMoves + listOfMoves + lis
17:
         1, table Euclidian Distance (current Puzzle Table, table Won), "D")
18:
                 newPosition \leftarrow (blankCoordinates[0], blankCoordinates[1] + 1)
19:
                 if 0 \le newPosition[0] < sizeCurrentPuzzle and 0 \le newPosition[1] < sizeCurrentPuzzle
20:
         _{
m then}
21:
                          newPuzzleTable \leftarrow deepcopy(node.currentPuzzleTable)
22:
                          newPuzzleTable[blankCoordinates[0]][blankCoordinates[1]]
         node.currentPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]]
                          newPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]] \leftarrow ""
23:
                          listOfMoves \leftarrow listOfMoves \cup Node(newPuzzleTable, node.currentPuzzleTable, node.numberOfMoves +
24:
         1, table Euclidian Distance (current Puzzle Table, table Won), "R")
25:
                 end if
                 newPosition \leftarrow (blankCoordinates[0], blankCoordinates[1] - 1)
26:
                 if 0 \le newPosition[0] < sizeCurrentPuzzle and 0 \le newPosition[1] < sizeCurrentPuzzle
27:
         then
                          newPuzzleTable \leftarrow deepcopy(node.currentPuzzleTable)
28:
29:
                          newPuzzleTable[blankCoordinates[0]][blankCoordinates[1]]
         node.currentPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]]
                          newPuzzleTable[newPosition[0]][newPosition[1]] \leftarrow ""
30:
                          listOfMoves \leftarrow listOfMoves \cup Node(newPuzzleTable, node.currentPuzzleTable, node.numberOfMoves +
31:
         1, table Euclidian Distance (current Puzzle Table, table Won), "L")
32:
                 end if
                 return\ listOfMoves
33:
34: end procedure
```

Algorithm 9 Función que obtiene el mejor nodo

```
1: procedure GETBESTNODE(dictionaryOfNodes)
 2:
       i \leftarrow 0
 3:
        bestEuristic \leftarrow \infty
        for node \leftarrow 0 to dictionaryOfNodes.values() do
 4:
           if i = 0 or node.euristic() < bestEuristic then
 5:
                i \leftarrow i + i + 1
 6:
               bestNode \leftarrow node
 7:
                bestEuristic \leftarrow bestNode.euristic()
 8:
           end if
 9:
        end for
10:
        {f return}\ bestNode
11:
12: end procedure
```

Algorithm 10 Función de movimiento

```
1: procedure MOVEMENT(actualTable, tableWon)
      moves \leftarrow str(actualTable) : Node(actualTable, actualTable, 0, tableEuclidianDistance(actualTable, tableWon),"
2:
      movesToWin \leftarrow \emptyset
3:
      while true do
4:
         testMove \leftarrow getBestNode(moves)
5:
         movesToWin[str(testMove.currentPuzzleTable)] \leftarrow testMove
6:
         if testMove.currentPuzzleTable = tableWon then
7:
             auxNode \leftarrow movesToWin[str(tableWon)]
8:
9:
             auxMoves \leftarrow list()
             while auxNode.direction do
10:
                auxMoves \leftarrow auxMoves \cup auxNode.directions direction, auxNode.currentPuzzleTableas node
11:
                auxNode \leftarrow movesToWin[str(auxNode.previousPuzzleTable)]
12:
             end while
13:
             auxMoves.reverse()
14:
             return auxMoves
15:
         end if
16:
         possibleMoves \leftarrow getPossibleMoves(testMove, actualTable, tableWon)
17:
         for node \leftarrow 0 to |possibleMoves| do
18:
                            str(node.currentPuzzleTable)inmovesToWin.keys()
19:
   node.euristic() then
                continue
20:
             end if
21:
             moves[str(node.currentPuzzleTable)] \leftarrow node
22:
23:
         delete \ moves[str(testMove.currentPuzzleTable)]
24:
      end while
25:
26: end procedure
```

Algorithm 11 Función principal

```
1: procedure SLICEPUZZLE()
 2:
        n \leftarrow 3
        randomPuzzle \leftarrow \emptyset
 3:
        puzzle \leftarrow \emptyset
 4:
        puzzleWon \leftarrow \emptyset
 5:
        let numbers In Order [0..(n*n)] be a sequence.
 6:
        let numbers Without Order [0..(n*n)] bear and omsequence.
 7:
        blank \leftarrow (0,0)
 8:
        i \leftarrow 0
 9:
        for number A \leftarrow 0 to n do
10:
            aux \leftarrow \emptyset
11:
            for numberB \leftarrow 0 to n do
12:
                if numbersWithoutOrder[i] \neq (n * n) - 1 then
13:
                    aux \leftarrow aux \cup str(numbersWithoutOrder[i])
14:
                else
15:
                    aux \leftarrow aux \cup ""
16:
                    blank \leftarrow (numberA, numberB)
17:
                end if
18:
                i \leftarrow i + 1
19:
            end for
20:
            randomPuzzle \leftarrow randomPuzzle \cup aux
21:
        end for
22:
23:
        i \leftarrow 0
        for number A \leftarrow 0 to n do
24:
            aux \leftarrow \emptyset
25:
            for numberB \leftarrow 0 to n do
26:
                if numbersInOrder[i] \neq (n*n) - 1 then
27:
                    aux \leftarrow aux \cup str(numbersInOrder[i])
28:
29:
                else
                    aux \leftarrow aux \cup ""
30:
                    blank \leftarrow (numberA, numberB)
31:
                end if
32:
                i \leftarrow i + 1
33:
34:
            end for
            puzzleWon \leftarrow puzzleWon \cup aux
35:
        end for
36:
        puzzle \leftarrow randomPuzzle
37:
        blank \leftarrow getElementPosition(puzzle,"")
38:
39:
        movimientos \leftarrow movement(puzzle, puzzleWon)
40:
        while gameWon(puzzle, puzzleWon) = False do
41:
            command \leftarrow movimientos[turn]["direction"]
42:
            turn \leftarrow turn + 1
43:
            if command = "U" then
44:
                blank \leftarrow moveUp(puzzle, blank)
45:
            else if command = "D" then
46:
                blank \leftarrow moveDown(puzzle, blank)
47:
            else if command = "L" then
48:
                blank \leftarrow moveLeft(puzzle, blank)
49:
            else if command = "R" then
50:
                blank \leftarrow moveRight(puzzle, blank)
51:
            end if
52:
        end while
53:
        print puzzle as Matrix
54:
55: end procedure
```

3. Parte III: Análisis de complejidad

3.1. Verificar tablero

La complejidad de esta función es de O(n²) debido as us dos ciclos.

3.2. Moverse hacia arriba, abajo, derecha e izquierda

La complejidad de estas funciones es de O(1) debido a su falta de ciclos.

3.3. Euristica

3.4. Buscar posición de un elemento

La complejidad de esta función es de O(n) debido a su unico ciclo.

3.5. Calcular distancia euclidiana

La complejidad de esta función es de O(n²) debido asus dos ciclos.

3.6. Obtener posibles movimientos

La complejidad de estas funciones es de O(1) debido a su falta de ciclos.

3.7. Buscar mejor nodo

La complejidad de esta función es de O(n²) debido as us dos ciclos.

3.8. Inicilizar tablero

La complejidad de esta función es de O(n²) debido as us dos ciclos.

4. Parte IV: Pruebas

Para realizar las pruebas se utilizaron distintos tableros, aumentando la dificultad respecto a la cantidad de movimientos (turnos) necesaria teóricamente para resolver el tablero. Específicamente se evaluaron ocho tableros que difieren de dificiltad.

4.1. Tablero 3x3 resuelto en tres movimientos



Figura 1: Tablero 3x3 fácil sin resolver

```
D
MOVES DOWN
(1, 0)
(2, 0)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
[' '6' '7']]

Donde se quiere mover
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' ' '7']]

Donde se quiere mover
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' ' ']]

Total movements:
3
```

Figura 2: Tablero 3x3 fácil resuelto

4.2. Tablero 3x3 resuelto en doce movimientos

```
puzzle6=[["4", "1", " "],
["0", "6", "2"],
["7", "3", "5"]];
```

Figura 3: Segundo tablero 3x3 fácil sin resolver

```
MOVES RIGHT
[['0' '1' '']
['3' '4' '2']
['6' '7' '5']]

Donde se quiere mover

D

MOVES DOWN
(0, 2)
(1, 2)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '']
['6' '7' '5']]

Donde se quiere mover

D

MOVES DOWN
(1, 2)
(2, 2)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' '']]

Total movements:

12
```

Figura 4: Segundo tablero 3x3 fácil resuelto

4.3. Tablero 3x3 resuelto en catorce movimientos

```
puzzle7=[["3", "7", "0"],
["6", "4", "1"],
[" ", "5", "2"]]
```

Figura 5: Tercer tablero 3x3 fácil sin resolver

```
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '']
['3' '4' '2']
['6' '7' '5']]
------
Donde se quiere mover
D
MOVES DOWN
(0, 2)
(1, 2)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '']
['6' '7' '5']]
------
Donde se quiere mover
D
MOVES DOWN
(1, 2)
(2, 2)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' '']]
------
Total movements:
14
```

Figura 6: Tercer tablero 3x3 fácil resuelto

4.4. Tablero 3x3 resuelto en dieciocho movimientos

Desde este tablero en adelante, los tableros empiezan a tardar considerablemente más, este tardó treinta y dos segundos en completarse utilizando como CPU un Intel i5 9600K corriendo a 4.6Ghz, cabe resaltar que los anteriores tableros no tardaban ni un segundo en resolverse.

```
puzzle4=[["1", "5", "6"],
["0", " ", "7"],
["4", "2", "3"]]
```

Figura 7: Cuarto tablero 3x3 sin resolver

```
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' ' '5']
['6' '4' '7']]

Donde se quiere mover

D

MOVES DOWN
(1, 1)
(2, 1)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' ' '7']]

Donde se quiere mover

R

MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' ']]

Total movements:
18
```

Figura 8: Cuarto tablero 3x3 resuelto

4.5. Tablero 3x3 resuelto en veinte movimientos

Este tablero tardó en completarse dos minutos, cuarenta y ocho segundos.



Figura 9: Quinto tablero 3x3 sin resolver

```
D
MOVES DOWN
(1, 0)
(2, 0)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
[' '6' '7']]

Donde se quiere mover
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' ' '7']]

Donde se quiere mover
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' ']

Total movements:
20
```

Figura 10: Quinto tablero 3x3 resuelto

4.6. Tablero 3x3 resuelto en veintidos movimientos

Este tablero tardó en completarse cuatro minutos y treinta segundos.

```
puzzle8=[["1", "3", " "],
["2", "6", "0"],
["5", "4", "7"]]
```

Figura 11: Sexto tablero 3x3 sin resolver

```
D
MOVES DOWN
(0, 1)
(1, 1)
[['0' '1' '2']
['3' ' '5']
['6' '4' '7']]
-----
Donde se quiere mover
D
MOVES DOWN
(1, 1)
(2, 1)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' ' '7']]
-----
Donde se quiere mover
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' ' ']]
-----
Total movements:
22
```

Figura 12: Sexto tablero 3x3 resuelto

4.7. Tablero 3x3 resuelto en veinticuatro movimientos

Este tablero tardó en completarse diez minutos y diez segundos.

```
puzzle=[["5", "1", "7"],
["3", "6", "0"],
[" ", "2", "4"]]
```

Figura 13: Séptimo tablero 3x3 difícil sin resolver

```
D
MOVES DOWN
(0, 1)
(1, 1)
[['0' '1' '2']
['3' ' '5']
['6' '4' '7']]
-----
Donde se quiere mover
D
MOVES DOWN
(1, 1)
(2, 1)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' ' '7']]
-----
Donde se quiere mover
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' ']]
-----
Total movements:
24
```

Figura 14: Séptimo tablero 3x3 difícil resuelto

4.8. Tablero 4x4 resuelto en trece movimientos

Este tablero tardó en completarse cuarenta y siete segundos.

```
puzzle8=[["1", "3", " "],
["2", "6", "0"],
["5", "4", "7"]]
```

Figura 15: Tablero 4x4 sin resolver

```
D
MOVES DOWN
(0, 1)
(1, 1)
[['0' '1' '2']
['3' ' '5']
['6' '4' '7']]
-----
Donde se quiere mover
D
MOVES DOWN
(1, 1)
(2, 1)
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' ' '7']]
-----
Donde se quiere mover
R
MOVES RIGHT
[['0' '1' '2']
['3' '4' '5']
['6' '7' ' ']]
-----
Total movements:
22
```

Figura 16: Tablero 4x4 resuelto

5. Parte V: Conclusión

Para este proyecto el análisis previo del problema que se realizó fue muy importante ya que nos dio indicaciones del camino a seguir para desarrollar un algoritmo que funcionara, ya que en un inicio no se tenía muy claro como abordar la gran cantidad de opciones implicadas en la resolución del tablero de taquin. Una vez finalizado el algoritmo para resolver el tablero de taquin se pudo comprobar que aunque si cumplía con este objetivo, las pruebas mostraban que en varios casos el tiempo que tardaba en resolverse un tablero era demasiado alto. Se pudo determinar con diferentes pruebas que esto se debe probablemente a un error en la forma en que se le da un peso a una opción por encima de otra, que es el mecanismo con el cual el algoritmo encuentra una solución, ya que en lugar de intentar todas las posibles opciones de movimiento, se prueban las más prometedoras para resolver el tablero. Se pudo verificar que aunque no se evaluan todos los posibles movimientos, cuando se tienen que resolver tableros donde es necesario intercambiar varias fichas de posición el algoritmo toma mucho más tiempo. En tableros donde los cambios a realizar son menos complicados estos se resuelven rapidamente, lo que indica que sí se le asigna una prioridad a cierto conjunto de movimientos para resolver el tablero de forma rapida, sin embargo estas medidas de prioridad comienzan a fallar a medida que los cambios que deben realizarse son mas complicados (llevar números a su posición deseada para posteriormente desordenarlos con el objetivo de ordenar otros números), esto lleva a que la resolución de varios tableros sea demasiado lenta. También se pudo verificar que la velocidad a la que se resuelven los tableros se relaciona con la distribución de los números en estos y no con la cantidad de movimientos que hay que realizar o el tamaño del tablero de forma directa.