Pontificia Universidad Javeriana

Análisis numérico

Metodo de Müller

Reto 1

Autor:
John Stiven, Jimmy Alejandro, Pablo Veintemilla, Camilo Maldonado

1 de Octubre

METODO DE MÜLLER

EDDY HERRERA

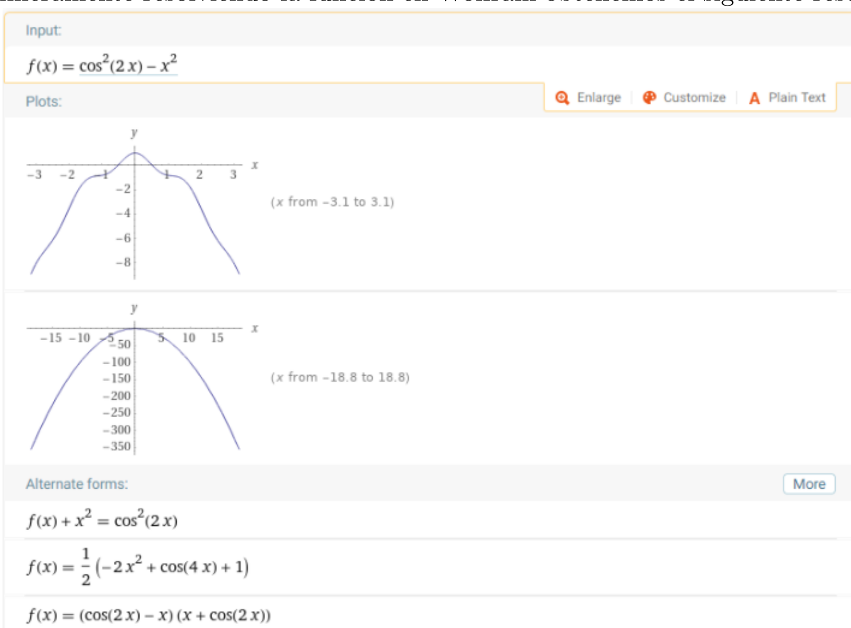
Resumen. En este documento se presenta el desarrollo y análisis del metodo de müller en python

Parte 1. Formulas y soluciones

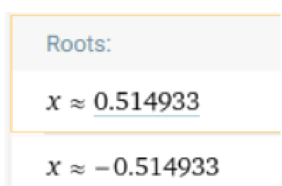
Aplicando el método de Müller hallar las raíces para las siguientes funciones (Empleando los métodos con $e = 10^{-8}, 10^{-16}, 10^{-32}$):

$$a.f(x) = cos^2(2x) - x^2$$

Primeramente resolviendo la función en Wolfram obtenemos el siguiente resultado:



Con las siguientes raíces:



Date: octubre 1 de 2020.

Insertando la función en python: $f = lambdax : (np.cos(2x))^2 - x^2$ obtenemos la siguiente gráfica "Valor error vs Número de iteraciones":

Gráfica 1 Valor del error vs Número de iteraciones

Y los siguientes resultados:

```
In [28]: runfile('C:/Users/Camilo M/Downloads/Sin título0.py', wdir='C:/Users/Camilo M/Downloads')
Iteracion  1 :
 Solucion:  0.43184332641988377  - 0.43184332641988377 Error: 0.43184332641988377

Iteracion  2 :
 Solucion:  0.5349059257287245  - 0.5349059257287245 Error: 0.10306259930884076

Iteracion  3 :
 Solucion:  0.5163608638868241  - 0.5163608638868241 Error: 0.018545061841900412

Iteracion  4 :
 Solucion:  0.5149291491434357  - 0.5149291491434357 Error: 0.0014317147433884347

Iteracion  5 :
 Solucion:  0.5149332644658138  - 0.5149332644658138 Error: 4.115322378095421e-06

Iteracion  6 :
 Solucion:  0.5149332646611294  - 0.5149332646611294 Error: 1.9531565254027328e-10

Iteracion  7 :
 Solucion:  0.5149332646611294  - 0.5149332646611294 Error: 0.0
```

```
Iteracion  1 :
 Solucion:  0.9803114176057145  - 0.9803114176057145 Error: 0.9803114176057145

Iteracion  2 :
 Solucion:  0.6341317162784534  - 0.6341317162784534 Error: 0.34617970132726106

Iteracion  3 :
 Solucion:  0.4583301470835618  - 0.4583301470835618 Error: 0.17580156919489165

Iteracion  4 :
 Solucion:  0.5120147554127481  - 0.5120147554127481 Error: 0.05368460832918631

Iteracion  5 :
 Solucion:  0.5149654707329101  - 0.5149654707329101 Error: 0.0029507153201620007

Iteracion  6 :
 Solucion:  0.5149332738783813  - 0.5149332738783813 Error: 3.219685452882093e-05

Iteracion  7 :
 Solucion:  0.514933264661128  - 0.514933264661128 Error: 9.21725329394718e-09

Iteracion  8 :
 Solucion:  0.5149332646611294  - 0.5149332646611294 Error: 1.4432899320127035e-15
```

$$b.f(x) = xSen(x) - 1\epsilon[-1, 2]$$

Resolviendo en Wolfram obtenemos lo siguiente:

Input interpretation:

solve	$f(x) = x\sin(x) - 1$

Solution over the reals: More digits

$x \approx -12.6455$

Numerical solutions: More digits

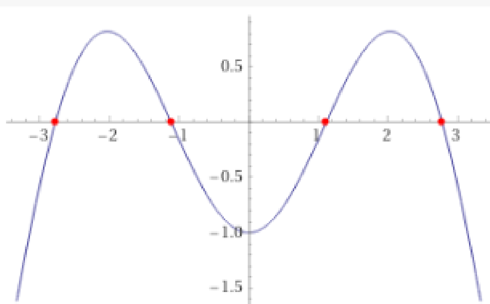
$x \approx \pm 9.31724294141481\ldots$

$x \approx \pm 6.43911723841725\ldots$

$x \approx \pm 2.77260470826599\ldots$

$x \approx \pm 1.11415714087193\ldots$

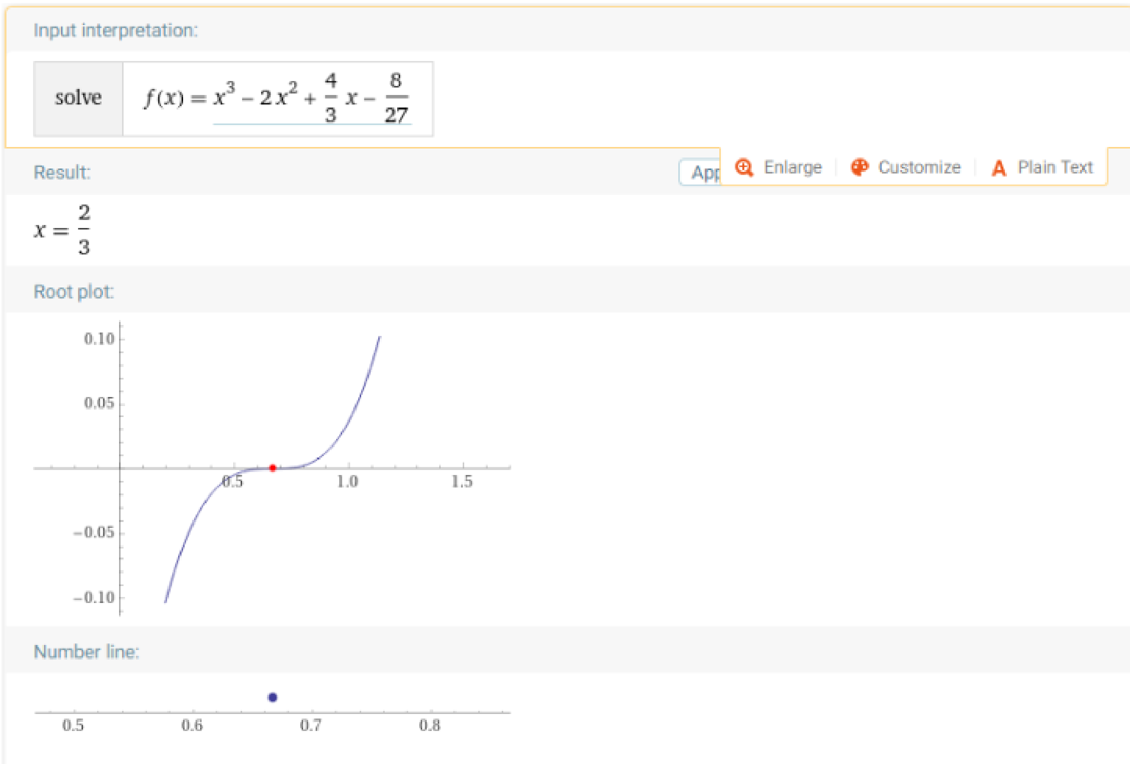
Root plot:



Podemos observar que en el intervalo [-1,2] obtenemos dos raíces.

$$c.f(x) = x^3 - 2x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{8}{27}$$

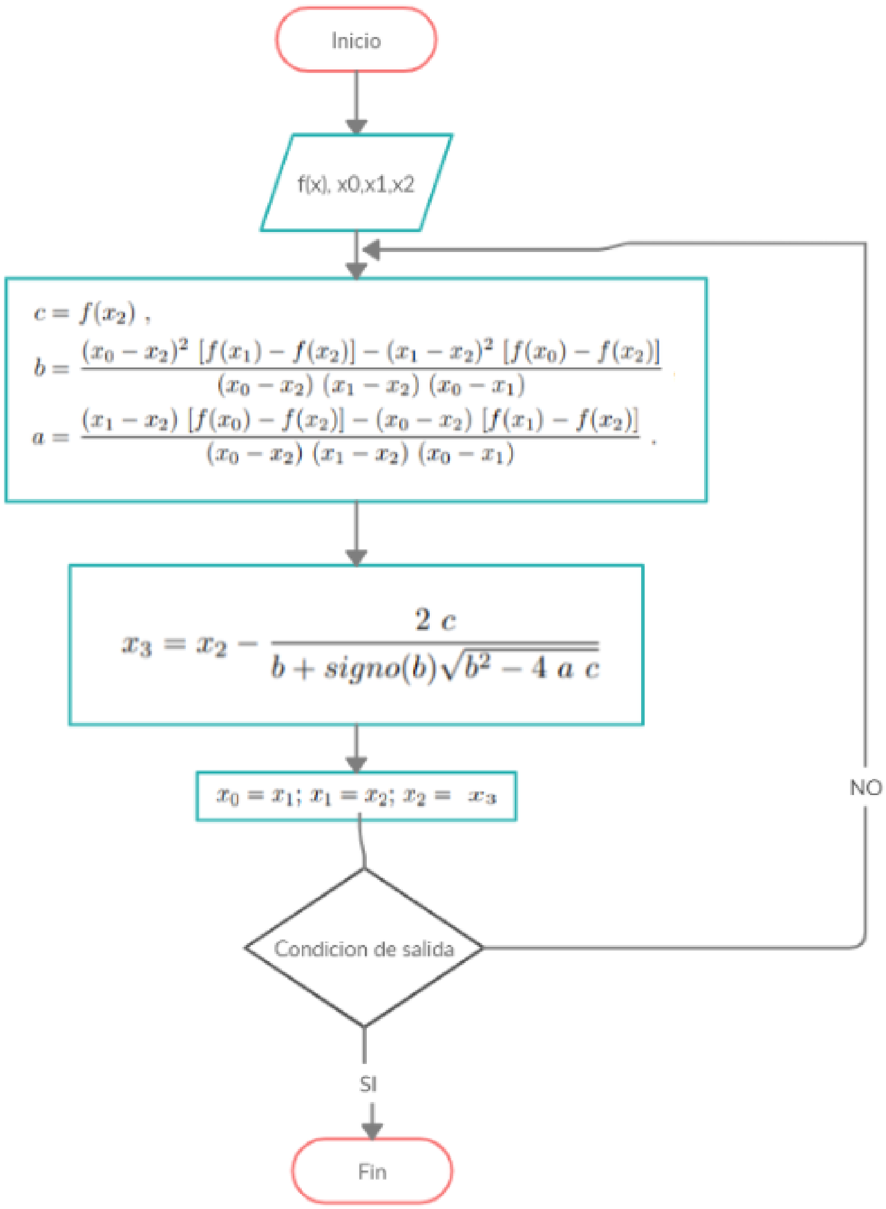
Resolviendo en Wolfram obtenemos los siguiente:



1. Preguntas por resolver

1. ¿Cuales son las condiciones para aplicar el método?
   La condición inicial para poder aplicar el método de Müler es que la función tenga raíces. Esto debe ser verificado antes de aplicar el método, esto se puede determinar con el Teorema del Valor Intermedio sobre los extremos dados como intervalo.
2. Proporcione una explicación geométrica del algoritmo.
   Siendo f(x) ϵ C[a,b] la función a la cual se le deben calcular "los ceros", y x0, x1,x2 [a,b], se debe determinar una parábola que pase por los puntos [x0, f(x0)], [x1, f(x1)] y [x2, f(x2)] y se aproxima el valor de la solución en la iteración como el intercepto con el eje x de la parábola.
3. Realice un diagrama de flujo que muestre cómo se debe operar el algoritmo.
   Para la las entradas del diagrama de flujo son los parametros del algortimo,

Donde x0, x2, son los valores del intervalo y x1 es el valor intermedio.



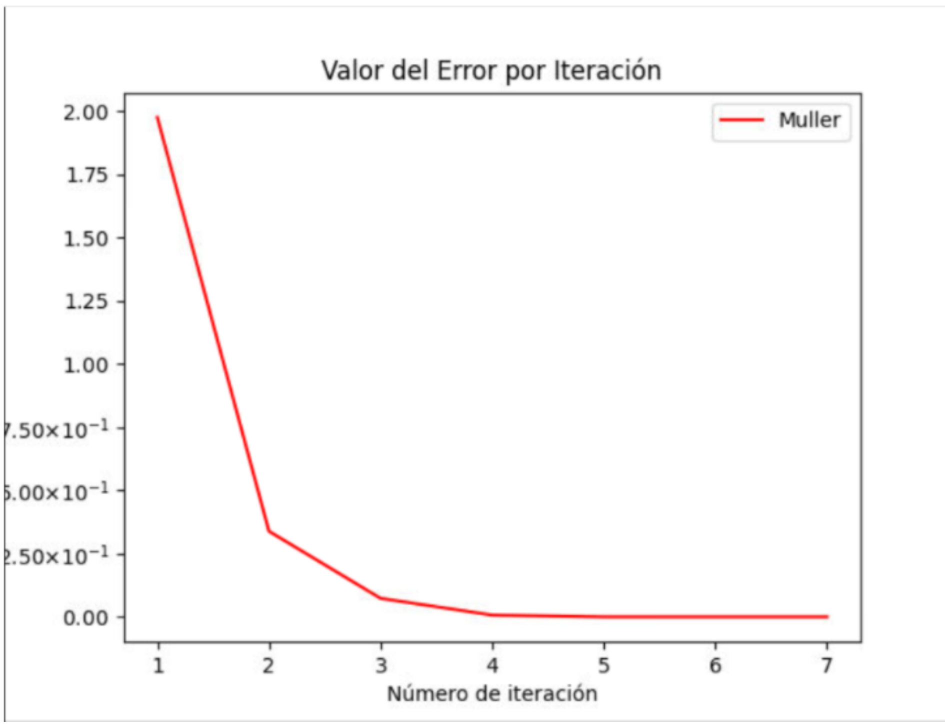
4. Cuáles son las raíces. Valide su resultado.

FUNCION	RAÍCES
f(x) = cos^2(2x) - x^2	1: x≈0.5149332646611294138 2: x≈-0.5149332646611294138
$f(x) = xsen(x) - 1$ [– 1.2]	1: x ≈ -12.645532578789107952407
$f(x) = x^3 - 2x^2 + 4/3x - 8/27$	1: x = 2/3 multiplicidad 3

5. Cómo se comporta el método en cuanto:
   - Pérdida de significancia:
     la pérdida de significancia a la hora de usar el método se da al momento en que las fórmulas, con valores decimales, realizan operaciones y posibles redondeos ocurren.
   - El número de iteraciones:
     Realizando el método de Müller se puede observar una convergencia en el orden de las 4 hasta 5 iteraciones con tolerancias de hasta 10^-32 cercano al valor real de la raíz.
     Tratando de acelerar la convergencia usando el método Delta Cuadrado de Aitken se obtiene un número igual o incluso mayor de iteraciones aunque el rango de error sea mucho menor en las primeras iteraciones que en el método de müller.
   - La convergencia, en cada caso:
     En el caso de Müller, el metodo converge rapidamente hacia el valor correcto. El unico criterio de parada es el error con respecto a la tolerancia. En el caso de Aitken, converge mas despacio y no nos proporciona la raiz que buscamos. Como conlusiona esto, el metodo de aitken no se puede utilizar junto al metodo de Müller, quien por si mismo es muy eficiente.
6. ¿Qué pasa con el método cuando hay más de dos raíces? explique su respuesta.
   El método de müller se cumple para un intervalo en el que solo se halla una raíz, en caso contrario, solo se retornará la solución más aproximada por la curva trazada en el método. Este problema se puede modificar para hallar diferentes raíces cambiando el intervalo o los valores iniciales de las iteraciones.
7. ¿Qué pasa con el método cuando la función es periódica, par o impar? ¿estas características influyen?
   funciones periódicas: Si existe una solución para f(x*) $=$ 0 dentro del intervalo de una armonía de la función, el método de muller puede ser capaz de determinar x*. $Ejemplo : f(x) = sin(x), enI = [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

```
x3, xp, e,r = muller(f, 3*np.pi/2, 3*np.pi/4 , np.pi/2 ,1e-16)
```

```
Muller: tolerancia  1e-16
Iteracion  1 Solucion 1:  3.5465298123686315  Error:  1.975733485573735
Iteracion  2 Solucion 1:  3.2077741293122646  Error:  0.33875568305636694
Iteracion  3 Solucion 1:  3.134434164079976  Error:  0.07333996523228858
Iteracion  4 Solucion 1:  3.1415611073209067  Error:  0.007126943240930661
Iteracion  5 Solucion 1:  3.1415926560803884  Error:  3.1548759481747624e-05
Iteracion  6 Solucion 1:  3.141592653589793  Error:  2.490595285564723e-09
Iteracion  7 Solucion 1:  3.141592653589793  Error:  0.0
```



funciones pares o impares: el método de müller no tiene problemas en calcular las raíces de las funciones pares o impares más que por el hecho de no determinar las dos raíces que se podrían presentar. Pero como forma de conocer las raíces que no se determinan en el método se puede hacer uso de las definiciones de función par e impar así: Sea f la función tal que f(x*) = 0, si f es par entonces

$$f(x) = f(-x)$$

así que en f(x*)

$$f(x*) = f(-x*) = 0$$

entonces el valor -x* también es raíz de la función. En cambio si f es una función impar, se cumple que

$$f(x) = -f(x)$$

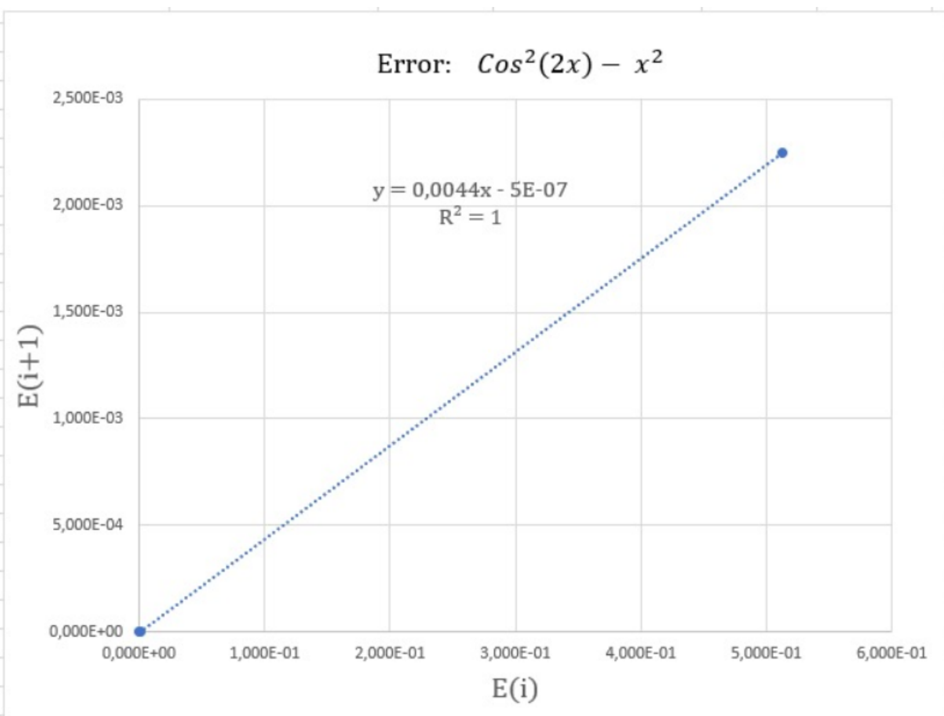
entonces en f(x*)

$$f(x*) = -f(x*) = 0$$

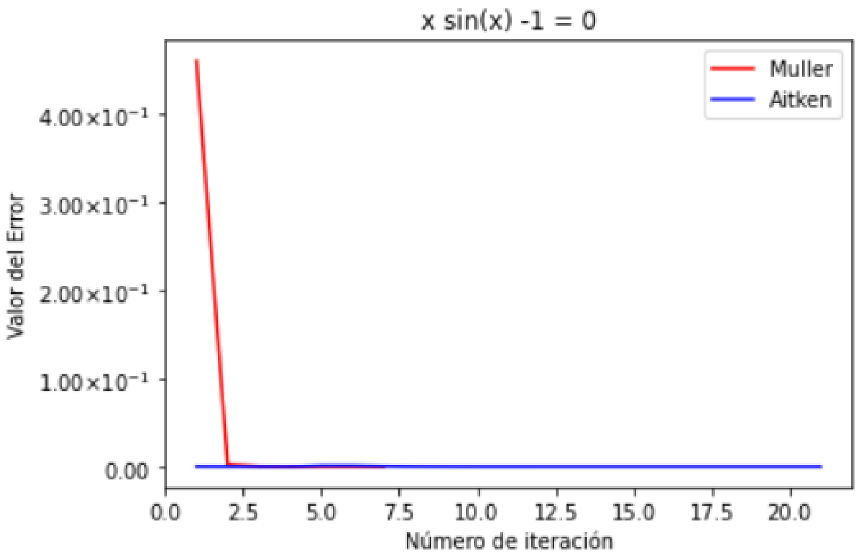
si hay alguna raíz además del punto de origen el valor negativo de f(x*) su reflejo sobre el eje vertical también es una solución de la ecuación, entonces el valor -x* también sería una solución o raíz. **Ejemplo:** Como ejemplos podemos usar las funciones f1 = sin(x) y f2 = cos(x) siendo f 1 una función impar y f2 una función par. Sabemos que las raíces de f1 son de la forma $k\pi$, k ε N sabemos que -k también es una raíz de la función. Asimismo para f2 sus raíces tienen la forma k$\pi/2$, también sus respectivos valores de -k son raíces de la ecuación.

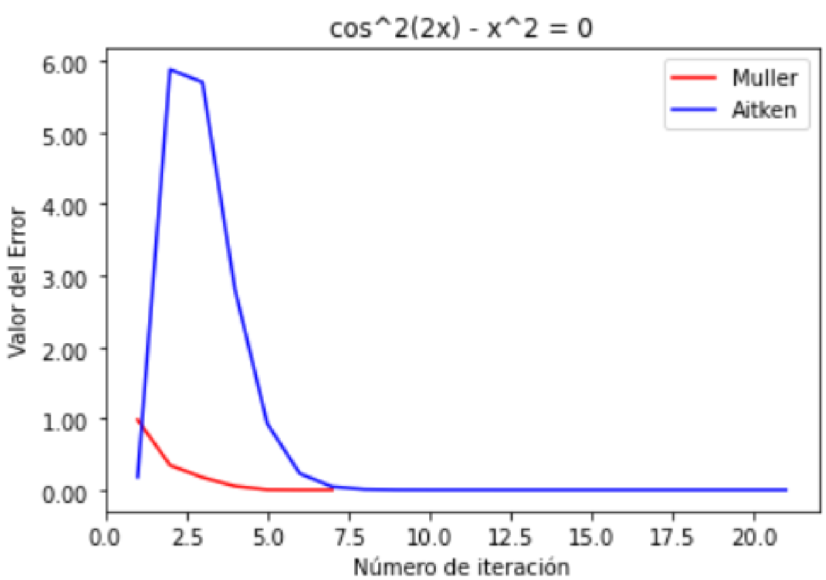
8. Realice una gráfica que muestre la relación entre $\varepsilon + 1\varepsilon$, ¿qué representa esa gráfica? encuentre una relación de la forma $\varepsilon + 1 = f(\varepsilon)$.

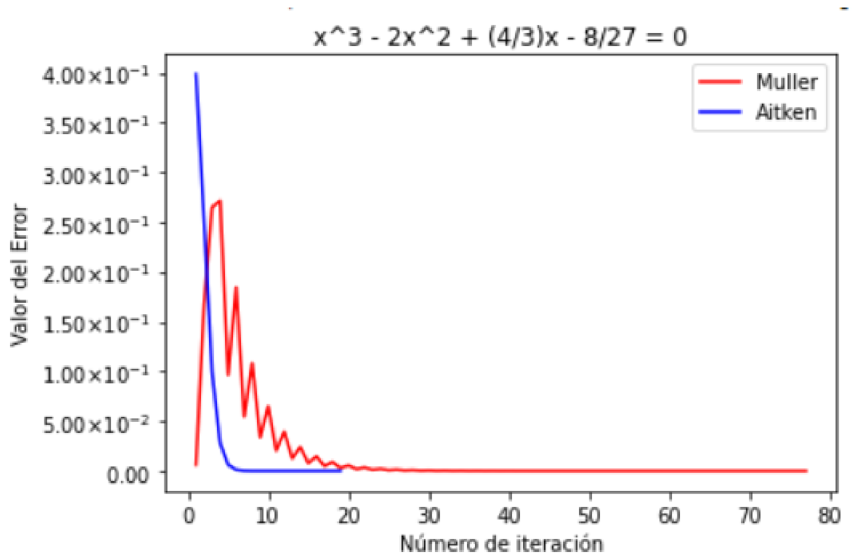
	Errores		e(i)	e(i+1)
1	5,121668E-01		5,121668E-01	2,247337E-03
2	2,247337E-03		5,178604E-04	1,299551E-06
3	5,178604E-04		3,149148E-12	0,00E+00
4	1,299551E-06			
5	3,149148E-12			



9. Realice una gráfica que muestre cómo se comporta el método en cada caso con respecto a la tolerancia y al número de iteraciones.


x sin(x) -1 = 0
Muller
Aitken
Valor del Error
4.00×10⁻¹
3.00×10⁻¹
2.00×10⁻¹
1.00×10⁻¹
0.00
0.0 2.5 5.0 7.5 10.0 12.5 15.0 17.5 20.0
Número de iteración


cos^2(2x) - x^2 = 0
Muller
Aitken
Valor del Error
6.00
5.00
4.00
3.00
2.00
1.00
0.00
0.0 2.5 5.0 7.5 10.0 12.5 15.0 17.5 20.0
Número de iteración



10. Como se comporta el método con respecto al de bisección.
    La velocidad de convergencia para el método de Müller es mucho mas rapida que para el metodo de biseccion. Además el método de Müller permite encontrar raíces tanto reales como complejas a diferencia del método de bisección que solo puede encontrar raíces reales.