

Intervalos de admisibilidad y marcos KC

MITAC, Agosto 2025

1 de agosto de 2025

Juan Carlos Monter Cortés

Universidad de Guadalajara

✉ juan.monter2902@alumnos.udg.mx

🐙 github.com/JCmonter

Contenido

Información preliminar

Intervalos de admisibilidad

Marcos KC

Ejemplos

Marcos

- A
- (A, \leqslant)
- $(A, \leqslant, \vee, \circ) \text{ o } (A, \leqslant, \wedge, 1)$
- $(A, \leqslant, \vee, \wedge, \circ, 1)$

Marcos

- A
- (A, \leq)
- (A, \leq, \vee, \circ) o $(A, \leq, \wedge, 1)$
- $(A, \leq, \vee, \wedge, \circ, 1)$

Un marco es una retícula completa que cumple cierta ley distributiva (ley distributiva de marcos), es decir,

Marcos

- A
- (A, \leq)
- (A, \leq, \vee, \circ) o $(A, \leq, \wedge, 1)$
- $(A, \leq, \vee, \wedge, \circ, 1)$

Un marco es una retícula completa que cumple cierta ley distributiva (ley distributiva de marcos), es decir,

$$(A, \leq, \vee, \wedge, \circ, 1), \quad a \wedge \bigvee X = \bigvee \{a \wedge x \mid x \in X\}$$

Marcos

- A
- (A, \leq)
- (A, \leq, \vee, \circ) o $(A, \leq, \wedge, 1)$
- $(A, \leq, \vee, \wedge, \circ, 1)$

Un marco es una retícula completa que cumple cierta ley distributiva (ley distributiva de marcos), es decir,

$$(A, \leq, \bigvee, \wedge, \circ, 1), \quad a \wedge \bigvee X = \bigvee \{a \wedge x \mid x \in X\}$$

$$\mathbf{Frm} = \begin{cases} A, & \text{marcos} \\ f, & \text{morfismo de marcos} \end{cases}$$

¿Por qué estudiamos los marcos?

- Estructuras simples.

¿Por qué estudiamos los marcos?

- Estructuras simples.
- Existen herramientas que facilitan el estudio de los marcos.

¿Por qué estudiamos los marcos?

- Estructuras simples.
- Existen herramientas que facilitan el estudio de los marcos.
- Correspondencias biyectivas.

¿Por qué estudiamos los marcos?

- Estructuras simples.
- Existen herramientas que facilitan el estudio de los marcos.
- Correspondencias biyectivas.
- Buen comportamiento categórico.

¿Por qué estudiamos los marcos?

- Estructuras simples.
- Existen herramientas que facilitan el estudio de los marcos.
- Correspondencias biyectivas.
- Buen comportamiento categórico.
- La topología de un espacio $(\mathcal{O}S)$ es un marco.

¿Por qué estudiamos los marcos?

- Estructuras simples.
- Existen herramientas que facilitan el estudio de los marcos.
- Correspondencias biyectivas.
- Buen comportamiento categórico.
- La topología de un espacio $(\mathcal{O}S)$ es un marco.
- $A \in \text{Frm}$ es espacial si y solo si $A \simeq \mathcal{O}S$ para $S \in \text{Top}$.

¿Por qué estudiamos los marcos?

- Estructuras simples.
- Existen herramientas que facilitan el estudio de los marcos.
- Correspondencias biyectivas.
- Buen comportamiento categórico.
- La topología de un espacio ($\mathcal{O}S$) es un marco.
- $A \in \mathbf{Frm}$ es espacial si y solo si $A \simeq \mathcal{O}S$ para $S \in \mathbf{Top}$.
- $\mathbf{Loc} = \mathbf{Frm}^{\text{op}}$ está en relación con \mathbf{Top} .

Cocientes en **Frm**

Frm proporciona correspondencias biyectivas interesantes

Cocientes en **Frm**

Frm proporciona correspondencias biyectivas interesantes

Congruencias \leftrightarrow Conjuntos implicativos \leftrightarrow Núcleos

Cocientes en **Frm**

Frm proporciona correspondencias biyectivas interesantes

Congruencias \leftrightarrow Conjuntos implicativos \leftrightarrow **Núcleos**

Cocientes en **Frm**

Frm proporciona correspondencias biyectivas interesantes

Congruencias \leftrightarrow Conjuntos implicativos \leftrightarrow **Núcleos**

Definición:

Sea $A \in \mathbf{Frm}$ y $j: A \rightarrow A$, decimos que j es un *núcleo* si:

1. j infla.
2. j es monótona.
3. j es idempotente.
4. j respeta ínfimos finitos.

$$N_A = \text{núcleos de } A.$$

Definición:

Un cociente de un marco A es un marco B equipado con un morfismo suprayectivo $f: A \rightarrow B$.

Definición:

Un cociente de un marco A es un marco B equipado con un morfismo suprayectivo $f: A \rightarrow B$.

Si $A \in \mathbf{Frm}$ y $j \in NA$, entonces $A_j \in \mathbf{Frm}$.

$$A_j = \{a \in A \mid j(a) = a\}.$$

Definición:

Un cociente de un marco A es un marco B equipado con un morfismo suprayectivo $f: A \rightarrow B$.

Si $A \in \mathbf{Frm}$ y $j \in NA$, entonces $A_j \in \mathbf{Frm}$.

$$A_j = \{a \in A \mid j(a) = a\}.$$

- A_j es un cociente de A .

Definición:

Un cociente de un marco A es un marco B equipado con un morfismo suprayectivo $f: A \rightarrow B$.

Si $A \in \mathbf{Frm}$ y $j \in NA$, entonces $A_j \in \mathbf{Frm}$.

$$A_j = \{a \in A \mid j(a) = a\}.$$

- A_j es un cociente de A .
- Existen cocientes interesantes que estudiar

Algunos tipos de cocientes

$a \in A \in \mathbf{Frm}$ definimos

Algunos tipos de cocientes

$a \in A \in \mathbf{Frm}$ definimos

$$u_a(x) = a \vee x, \quad v_a(x) = a \succ x, \quad w_a(x) = ((x \succ a) \succ a)$$

$x \in A$

Algunos tipos de cocientes

$a \in A \in \mathbf{Frm}$ definimos

$$u_a(x) = a \vee x, \quad v_a(x) = a \succ x, \quad w_a(x) = ((x \succ a) \succ a)$$

$x \in A$

- A_{u_a} “cociente cerrado”

Algunos tipos de cocientes

$a \in A \in \mathbf{Frm}$ definimos

$$u_a(x) = a \vee x, \quad v_a(x) = a \succ x, \quad w_a(x) = ((x \succ a) \succ a)$$

$x \in A$

- A_{u_a} “cociente cerrado”
- A_{v_a} “cociente abierto”

Algunos tipos de cocientes

$a \in A \in \mathbf{Frm}$ definimos

$$u_a(x) = a \vee x, \quad v_a(x) = a \succ x, \quad w_a(x) = ((x \succ a) \succ a)$$

$x \in A$

- A_{u_a} “cociente cerrado”
- A_{v_a} “cociente abierto”
- A_{w_a} “cociente regular”

Algunos tipos de cocientes

$a \in A \in \mathbf{Frm}$ definimos

$$u_a(x) = a \vee x, \quad v_a(x) = a \succ x, \quad w_a(x) = ((x \succ a) \succ a)$$

$x \in A$

- A_{u_a} “cociente cerrado”
- A_{v_a} “cociente abierto”
- A_{w_a} “cociente regular”

Núcleos \leftrightarrow Sublocales \leftrightarrow Subespacios

Algunos tipos de cocientes

$a \in A \in \mathbf{Frm}$ definimos

$$u_a(x) = a \vee x, \quad v_a(x) = a \succ x, \quad w_a(x) = ((x \succ a) \succ a)$$

$x \in A$

- A_{u_a} “cociente cerrado” \leftrightarrow sublocal cerrado.
- A_{v_a} “cociente abierto” \leftrightarrow sublocal abierto.
- A_{w_a} “cociente regular” \leftrightarrow sublocal regular.

Núcleos \leftrightarrow Sublocales \leftrightarrow Subespacios

Filtros en **Frm**

Sea $A \in \mathbf{Frm}$. Para $F \subseteq A$, decimos que F es un *filtro* si:

1. $1 \in F$.
2. $a \leq b, a \in F \Rightarrow b \in F$.
3. $a, b \in F \Rightarrow a \wedge b \in F$.

Filtros en \mathbf{Frm}

Sea $A \in \mathbf{Frm}$. Para $F \subseteq A$, decimos que F es un *filtro* si:

1. $1 \in F$.
2. $a \leq b, a \in F \Rightarrow b \in F$.
3. $a, b \in F \Rightarrow a \wedge b \in F$.

Existen diferentes tipos de filtros:

- Propio
- Primo
- Completamente primo
- (Scott) abierto (A^\wedge)
- Admisible ($\nabla(j)$)

Filtros en **Frm**

Sea $A \in \mathbf{Frm}$. Para $F \subseteq A$, decimos que F es un *filtro* si:

1. $1 \in F$.
2. $a \leq b, a \in F \Rightarrow b \in F$.
3. $a, b \in F \Rightarrow a \wedge b \in F$.

Existen diferentes tipos de filtros:

- Propio
- Primo
- Completamente primo
- (Scott) abierto (A^\wedge)
- Admisible ($\nabla(j)$)

Filtros de admisibilidad

Sea $j \in NA$. El *filtro de admisibilidad* de j es el conjunto

$$\nabla(j) = \{a \in A \mid j(a) = 1\}.$$

Filtros de admisibilidad

Sea $j \in NA$. El *filtro de admisibilidad* de j es el conjunto

$$\nabla(j) = \{a \in A \mid j(a) = 1\}.$$

Observaciones:

Filtros de admisibilidad

Sea $j \in NA$. El *filtro de admisibilidad* de j es el conjunto

$$\nabla(j) = \{a \in A \mid j(a) = 1\}.$$

Observaciones:

- $j, k \in NA, j \sim k \Leftrightarrow \nabla(j) = \nabla(k)$.

Filtros de admisibilidad

Sea $j \in NA$. El *filtro de admisibilidad* de j es el conjunto

$$\nabla(j) = \{a \in A \mid j(a) = 1\}.$$

Observaciones:

- $j, k \in NA, j \sim k \Leftrightarrow \nabla(j) = \nabla(k)$.
- $j \in NA$ es *ajustado* si es el menor elemento de su bloque.

Filtros de admisibilidad

Sea $j \in NA$. El *filtro de admisibilidad* de j es el conjunto

$$\nabla(j) = \{a \in A \mid j(a) = 1\}.$$

Observaciones:

- $j, k \in NA, j \sim k \Leftrightarrow \nabla(j) = \nabla(k)$.
- $j \in NA$ es *ajustado* si es el menor elemento de su bloque.
- $F \in A^\wedge \Rightarrow F = \nabla(j)$ para algún $j \in NA$.

Filtros de admisibilidad

Sea $j \in NA$. El *filtro de admisibilidad* de j es el conjunto

$$\nabla(j) = \{a \in A \mid j(a) = 1\}.$$

Observaciones:

- $j, k \in NA, j \sim k \Leftrightarrow \nabla(j) = \nabla(k)$.
- $j \in NA$ es *ajustado* si es el menor elemento de su bloque.
- $F \in A^\wedge \Rightarrow F = \nabla(j)$ para algún $j \in NA$.
- $F \in A^\wedge \Rightarrow [v_F, w_F]$.

Filtros de admisibilidad

Sea $j \in NA$. El *filtro de admisibilidad* de j es el conjunto

$$\nabla(j) = \{a \in A \mid j(a) = 1\}.$$

Observaciones:

- $j, k \in NA, j \sim k \Leftrightarrow \nabla(j) = \nabla(k)$.
- $j \in NA$ es *ajustado* si es el menor elemento de su bloque.
- $F \in A^\wedge \Rightarrow F = \nabla(j)$ para algún $j \in NA$.
- $F \in A^\wedge \Rightarrow [v_F, w_F]$.

$$f = \bigvee \{v_a \mid a \in F\}, \quad v_F(a) = f^\infty(a), \quad w_F(a) = \bigwedge \{p \in M \mid a \leq p\}.$$

Intervalos de admisibilidad

Si $F \in A^\wedge$, entonces

$$u_d \leq v_F \leq w_F$$

para $d = v_F(\circ)$, $v_F = f^\infty$.

Información con los intervalos

Intervalos de admisibilidad

Si $F \in A^\wedge$, entonces

$$u_d \leq v_F \leq w_F$$

para $d = v_F(\circ)$, $v_F = f^\infty$.

Información con los intervalos

- $[v_F, w_F] \subseteq NA$ es el intervalo de admisibilidad.

Intervalos de admisibilidad

Si $F \in A^\wedge$, entonces

$$u_d \leq v_F \leq w_F$$

para $d = v_F(\circ)$, $v_F = f^\infty$.

Información con los intervalos

- $[v_F, w_F] \subseteq NA$ es el intervalo de admisibilidad.
- Bajo ciertas condiciones, los intervalos se comportan de manera particular:

Intervalos de admisibilidad

Si $F \in A^\wedge$, entonces

$$u_d \leq v_F \leq w_F$$

para $d = v_F(\circ)$, $v_F = f^\infty$.

Información con los intervalos

- $[v_F, w_F] \subseteq NA$ es el intervalo de admisibilidad.
- Bajo ciertas condiciones, los intervalos se comportan de manera particular:
 - Se puede colapsar el intervalo ($[v_F, w_F] = \{*\}$).

Intervalos de admisibilidad

Si $F \in A^\wedge$, entonces

$$u_d \leq v_F \leq w_F$$

para $d = v_F(\circ)$, $v_F = f^\infty$.

Información con los intervalos

- $[v_F, w_F] \subseteq NA$ es el intervalo de admisibilidad.
- Bajo ciertas condiciones, los intervalos se comportan de manera particular:
 - Se puede colapsar el intervalo ($[v_F, w_F] = \{*\}$).
 - Si $j \in [v_F, w_F]$, j tiene una forma peculiar ($j = u_\bullet$, $\bullet \in A$).

Intervalos de admisibilidad

Si $F \in A^\wedge$, entonces

$$u_d \leq v_F \leq w_F$$

para $d = v_F(\circ)$, $v_F = f^\infty$.

Información con los intervalos

- $[v_F, w_F] \subseteq NA$ es el intervalo de admisibilidad.
- Bajo ciertas condiciones, los intervalos se comportan de manera particular:
 - Se puede colapsar el intervalo ($[v_F, w_F] = \{*\}$).
 - Si $j \in [v_F, w_F]$, j tiene una forma peculiar ($j = u_\bullet$, $\bullet \in A$).
- ¿Qué significa que ocurra alguno de los casos anteriores?

Relación con otras propiedades

Sean $A \in \text{Frm}$ y $F \in A^\wedge$.

Relación con otras propiedades

Sean $A \in \text{Frm}$ y $F \in A^\wedge$.

- Si A es *arreglado*, $v_F = u_d$, para $d = v_F(\circ)$.

Relación con otras propiedades

Sean $A \in \text{Frm}$ y $F \in A^\wedge$.

- Si A es *arreglado*, $v_F = u_d$, para $d = v_F(o)$.
- Si A es *ajustado*, $v_F = w_F = u_\bullet$ para algún $\bullet \in A$.

Relación con otras propiedades

Sean $A \in \text{Frm}$ y $F \in A^\wedge$.

- Si A es *arreglado*, $v_F = u_d$, para $d = v_F(o)$.
- Si A es *ajustado*, $v_F = w_F = u_\bullet$ para algún $\bullet \in A$.
- Si A es *fuertemente Hausdorff*, $u_\bullet = j \in [v_F, w_F]$ para algún $\bullet \in A$.

Relación con otras propiedades

Sean $A \in \text{Frm}$ y $F \in A^\wedge$.

- Si A es *arreglado*, $v_F = u_d$, para $d = v_F(o)$.
- Si A es *ajustado*, $v_F = w_F = u_\bullet$ para algún $\bullet \in A$.
- Si A es *fuertemente Hausdorff*, $u_\bullet = j \in [v_F, w_F]$ para algún $\bullet \in A$.

¿Existen otras propiedades que se relacionen con los intervalos?

Algo más técnico

- $A \in \text{Frm}, F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$

Algo más técnico

- $A \in \text{Frm}, F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$
- $\mathcal{O}S \in \text{Frm}, F \in \mathcal{O}S^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq N\mathcal{O}S$

Algo más técnico

- $A \in \text{Frm}, F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$
- $\mathcal{OS} \in \text{Frm}, F \in \mathcal{OS}^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq N\mathcal{OS}$

$$F = \nabla(Q), \text{ donde } Q \in \mathcal{QS}$$

Algo más técnico

- $A \in \text{Frm}, F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$
- $\mathcal{OS} \in \text{Frm}, F \in \mathcal{OS}^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq N\mathcal{OS}$

$$F = \nabla(Q), \text{ donde } Q \in \mathcal{QS}$$

- $\phi: [v_{\nabla(Q)}, w_{\nabla(Q)}] \rightarrow [v_F, w_F]$

Algo más técnico

- $A \in \text{Frm}, F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$
- $\mathcal{OS} \in \text{Frm}, F \in \mathcal{OS}^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq N\mathcal{OS}$

$$F = \nabla(Q), \text{ donde } Q \in \mathcal{QS}$$

- $\phi: [v_{\nabla(Q)}, w_{\nabla(Q)}] \rightarrow [v_F, w_F]$

¿Qué propiedades cumple ϕ ?

Cocientes compactos

Definición:

Sea $A \in \mathbf{Frm}$. Una *cubierta* A es un subconjunto $X \subseteq A$ tal que $\bigvee X = 1$. Una *subcubierta* de X es un subconjunto $Y \subseteq X$ tal que $\bigvee Y = 1$

Cocientes compactos

Definición:

Sea $A \in \mathbf{Frm}$. Una *cubierta* A es un subconjunto $X \subseteq A$ tal que $\bigvee X = 1$. Una *subcubierta* de X es un subconjunto $Y \subseteq X$ tal que $\bigvee Y = 1$

A es compacto si 1 es compacto.

Cocientes compactos

Definición:

Sea $A \in \mathbf{Frm}$. Una *cubierta* A es un subconjunto $X \subseteq A$ tal que $\bigvee X = 1$. Una *subcubierta* de X es un subconjunto $Y \subseteq X$ tal que $\bigvee Y = 1$.

A es compacto si 1 es compacto.

- A_j es un cociente de A .

Cocientes compactos

Definición:

Sea $A \in \mathbf{Frm}$. Una *cubierta* A es un subconjunto $X \subseteq A$ tal que $\bigvee X = 1$. Una *subcubierta* de X es un subconjunto $Y \subseteq X$ tal que $\bigvee Y = 1$.

A es compacto si 1 es compacto.

- A_j es un cociente de A .
- A_j es compacto $\Leftrightarrow \nabla(j) \in A^\wedge$.

Marcos KC

$S \in \text{Top}$ es KC si todo conjunto compacto es cerrado. S es US si cada sucesión convergente tiene exactamente un límite al cual converge.

$$T_2 \Rightarrow KC \Rightarrow US \Rightarrow T_1$$

Marcos *KC*

$S \in \text{Top}$ es *KC* si todo conjunto compacto es cerrado. S es *US* si cada sucesión convergente tiene exactamente un límite al cual converge.

$$T_2 \Rightarrow KC \Rightarrow US \Rightarrow T_1$$

Definición

$A \in \text{Frm}$ es *KC* si todo cociente compacto de A es cerrado.

Marcos *KC*

$S \in \text{Top}$ es *KC* si todo conjunto compacto es cerrado. S es *US* si cada sucesión convergente tiene exactamente un límite al cual converge.

$$T_2 \Rightarrow KC \Rightarrow US \Rightarrow T_1$$

Definición

$A \in \text{Frm}$ es *KC* si todo cociente compacto de A es cerrado.

Equivalentemente

$$A_j = u_\bullet$$

para algún $\bullet \in A$, $F \in A^\wedge$ y $j \in [v_F, w_F]$.

Propiedades de los marcos KC

- $KC \Rightarrow$ Arreglado

Propiedades de los marcos KC

- $KC \Rightarrow$ Arreglado
- Si A es KC entonces A_j es KC para todo $j \in NA$.

Propiedades de los marcos KC

- $KC \Rightarrow$ Arreglado
- Si A es KC entonces A_j es KC para todo $j \in NA$.
- Si A es KC , entonces A es T_1 .

Propiedades de los marcos KC

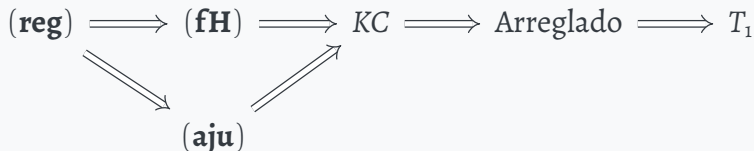
- $KC \Rightarrow$ Arreglado
- Si A es KC entonces A_j es KC para todo $j \in NA$.
- Si A es KC , entonces A es T_1 .

De hecho

Propiedades de los marcos KC

- $KC \Rightarrow$ Arreglado
- Si A es KC entonces A_j es KC para todo $j \in NA$.
- Si A es KC , entonces A es T_1 .

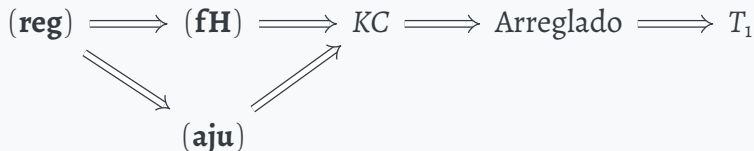
De hecho



Propiedades de los marcos KC

- $KC \Rightarrow$ Arreglado
- Si A es KC entonces A_j es KC para todo $j \in NA$.
- Si A es KC , entonces A es T_1 .

De hecho



¿Como se relaciona KC con otras propiedades en Frm ?

KC y su relación con los intervalos

- $A \in \text{Frm}$, $F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$.
- $F \in A^\wedge$, entonces para todo $j \in [v_F, w_F]$, A_j es compacto.

KC y su relación con los intervalos

- $A \in \text{Frm}$, $F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$.
- $F \in A^\wedge$, entonces para todo $j \in [v_F, w_F]$, A_j es compacto.
- Si A es KC, entonces A_j es compacto y cerrado

KC y su relación con los intervalos

- $A \in \text{Frm}$, $F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$.
- $F \in A^\wedge$, entonces para todo $j \in [v_F, w_F]$, A_j es compacto.
- Si A es KC, entonces A_j es compacto y cerrado
- Si A es KC, entonces para todo $j \in [v_F, w_F]$, A_j es compacto y cerrado.

KC y su relación con los intervalos

- $A \in \text{Frm}$, $F \in A^\wedge$, entonces $[v_F, w_F] \subseteq NA$.
- $F \in A^\wedge$, entonces para todo $j \in [v_F, w_F]$, A_j es compacto.
- Si A es KC, entonces A_j es compacto y cerrado
- Si A es KC, entonces para todo $j \in [v_F, w_F]$, A_j es compacto y cerrado.

Bajo KC los intervalos de admisibilidad están conformados por u_\bullet .

¿Para qué usamos los marcos KC

Si $S \in \text{Top}$ y es T_2 , entonces todo conjunto compacto (saturado) es cerrado.

¿Para qué usamos los marcos KC

Si $S \in \text{Top}$ y es T_2 , entonces todo conjunto compacto (saturado) es cerrado.

$$T_2 \Rightarrow \text{Empaquetado} \Rightarrow T_1$$

¿Para qué usamos los marcos KC

Si $S \in \text{Top}$ y es T_2 , entonces todo conjunto compacto (saturado) es cerrado.

$$T_2 \Rightarrow \text{Empaquetado} \Rightarrow T_1$$

- En Top : $KC \Leftrightarrow \text{Empaquetado}$

¿Para qué usamos los marcos KC

Si $S \in \text{Top}$ y es T_2 , entonces todo conjunto compacto (saturado) es cerrado.

$$T_2 \Rightarrow \text{Empaquetado} \Rightarrow T_1$$

- En Top : $KC \Leftrightarrow \text{Empaquetado}$
- En Frm : $KC \Rightarrow \text{Arreglado}$

¿Para qué usamos los marcos KC

Si $S \in \text{Top}$ y es T_2 , entonces todo conjunto compacto (saturado) es cerrado.

$$T_2 \Rightarrow \text{Empaquetado} \Rightarrow T_1$$

- En Top : $KC \Leftrightarrow \text{Empaquetado}$
- En Frm : $KC \Rightarrow \text{Arreglado}$

$$\mathcal{O}S \text{ es } KC \Leftrightarrow S \text{ es empaquetado}$$

¿Para qué usamos los marcos KC

Si $S \in \text{Top}$ y es T_2 , entonces todo conjunto compacto (saturado) es cerrado.

$$T_2 \Rightarrow \text{Empaquetado} \Rightarrow T_1$$

- En Top : $KC \Leftrightarrow \text{Empaquetado}$
- En Frm : $KC \Rightarrow \text{Arreglado}$

$$\mathcal{O}S \text{ es } KC \Leftrightarrow S \text{ es empaquetado}$$

¿Qué pasa en el caso no espacial?

La topología máximo compacta

Consideremos $S = \{x, y\} \cup \mathbb{N}^2$ con $x, y \notin \mathbb{N}^2$ y sea

$$R_n = \{(m, n) \mid m \in \mathbb{N}\}$$

La topología máximo compacta

Consideremos $S = \{x, y\} \cup \mathbb{N}^2$ con $x, y \notin \mathbb{N}^2$ y sea

$$R_n = \{(m, n) \mid m \in \mathbb{N}\}$$

Definimos

$$\mathcal{O}S = \mathcal{P}\mathbb{N}^2 \cup \mathcal{U} \cup \mathcal{V}$$

donde

$$\mathcal{U} = \{U \subseteq S \mid x \in U \text{ y } \forall n \in \mathbb{N}, U \cap R_n \text{ es cofinito}\}$$

$$\mathcal{V} = \{V \subseteq S \mid y \in V \text{ y } \exists F \subseteq \mathbb{N} \text{ finito tal que } \forall n \notin F, R_n \subseteq V\}$$

La topología máximo compacta

Consideremos $S = \{x, y\} \cup \mathbb{N}^2$ con $x, y \notin \mathbb{N}^2$ y sea

$$R_n = \{(m, n) \mid m \in \mathbb{N}\}$$

Definimos

$$\mathcal{O}S = \mathcal{P}\mathbb{N}^2 \cup \mathcal{U} \cup \mathcal{V}$$

donde

$$\mathcal{U} = \{U \subseteq S \mid x \in U \text{ y } \forall n \in \mathbb{N}, U \cap R_n \text{ es cofinito}\}$$

$$\mathcal{V} = \{V \subseteq S \mid y \in V \text{ y } \exists F \subseteq \mathbb{N} \text{ finito tal que } \forall n \notin F, R_n \subseteq V\}$$

$\mathcal{O}S$ es una topología y es un marco KC que no es **(H)**.

La topología máximo compacta

Consideremos $S = \{x, y\} \cup \mathbb{N}^2$ con $x, y \notin \mathbb{N}^2$ y sea

$$R_n = \{(m, n) \mid m \in \mathbb{N}\}$$

Definimos

$$\mathcal{O}S = \mathcal{P}\mathbb{N}^2 \cup \mathcal{U} \cup \mathcal{V}$$

donde

$$\mathcal{U} = \{U \subseteq S \mid x \in U \text{ y } \forall n \in \mathbb{N}, U \cap R_n \text{ es cofinito}\}$$





$$\mathcal{V} = \{V \subseteq S \mid y \in V \text{ y } \exists F \subseteq \mathbb{N} \text{ finito tal que } \forall n \notin F, R_n \subseteq V\}$$

$\mathcal{O}S$ es una topología y es un marco KC que no es **(H)**.

$$\dot{\iota}(\mathbf{H}) \Rightarrow KC?$$

Ejemplo sobre los intervalos

Bibliografía I

-  P. T. Johnstone, *Stone spaces*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 3, Cambridge University Press, Cambridge, 1982. MR 698074
-  J. Picado and A. Pultr, *Frames and locales: Topology without points*, Frontiers in Mathematics, Springer Basel, 2012.
-  J. Picado and A. Pultr, *Separation in point-free topology*, Springer, 2021.
-  RA Sexton, *A point free and point-sensitive analysis of the patch assembly*, The University of Manchester (United Kingdom), 2003.

Bibliografía II



RA Sexton, *Frame theoretic assembly as a unifying construct*, The University of Manchester (United Kingdom), 2000.



RA Sexton and H. Simmons, *Point-sensitive and point-free patch constructions*, Journal of Pure and Applied Algebra **207** (2006), no. 2, 433-468.



H. Simmons, *An Introduction to Frame Theory*, lecture notes, University of Manchester. Disponible en línea en <https://web.archive.org/web/20190714073511/http://staff.cs.manchester.ac.uk/~hsimmons>.



H. Simmons, *Regularity, fitness, and the block structure of frames*. Applied Categorical Structures 14 (2006): 1-34.

Bibliografía III



A. Wilansky, *Between T_1 and T_2* , MONTHLY (1967): 261-266.



A. Zaldívar, *Introducción a la teoría de marcos* [notas curso], 2025. Universidad de Guadalajara.