

# 激光点云数据的平面分割

点云数据分割的目标是将具有相似特征的点聚类成均匀区域，主要方法有基于边缘信息的分割、基于模型拟合的分割、基于属性的分割等多种方法。本题主要基于采用基于栅格投影的点云分割算法和随机抽样一致（RANSAC）平面分割方法。

## 一、数据文件读取

数据文件名称为“正式数据”文件。数据由二大部分组成，第一部分是点云数据的个数，第二大部分是各个点的坐标信息，分别是点名，x 坐标，y 坐标，z 坐标，以 m 为单位。数据内容如表 1 所示。

表 1 数据内容和格式说明

数据内容	格式说明
1000	点云数量
P1,80.872,46.799,1.096	点名,x,y,z
P2,35.028,71.675,1.165	
P3,74.658,13.928,1.172	
P4,71.048,41.082,1.061	
P5,1.498,7.312,3.073	
P6,14.731,13.271,1.198	
.....	

【程序正确性】记录 P5 的坐标值，并统计所有点的极值。

## 二、程序算法

### 1. 基于栅格投影的点云分割算法

将原始点云进行栅格化，计算栅格单元高度差、平均高度和高度方差信息，综合三个指标实现地面点云快速分割。

#### 1.1 点云数据栅格化

如图 1 所示，将研究区域分成 10×10 个栅格，栅格单元的长（dx）和宽（dy）取值为 10m。

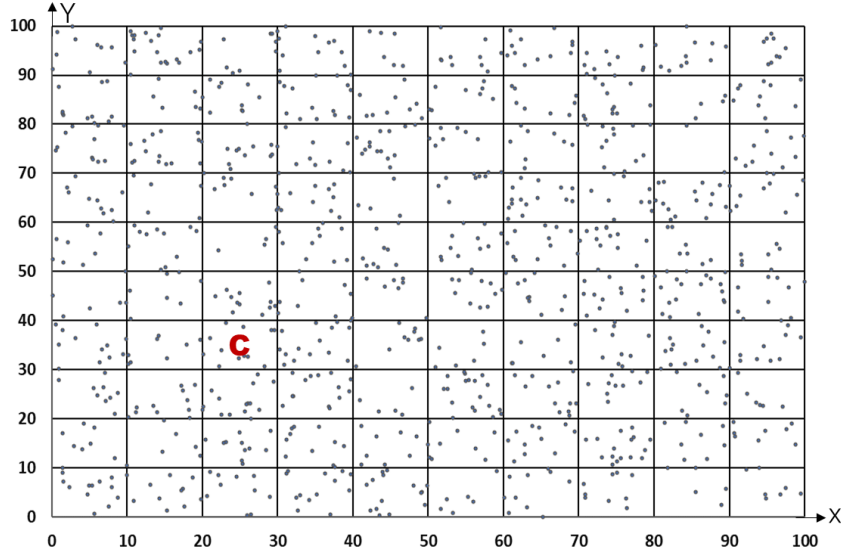


图 1 点云数据栅格化处理方法

激光点  $P$  可根据其坐标  $(x_p, y_p)$  分配至栅格  $(i, j)$  中，栅格的行  $(i)$  和列  $(j)$  的计算公式如下：

$$\begin{cases} i = \text{floor}(\frac{y_p}{dy}) \\ j = \text{floor}(\frac{x_p}{dx}) \end{cases} \quad (1)$$

式中， $\text{floor}(\cdot)$  为向下取整函数。原始点云数据经过栅格化处理，每个点都会唯一对应一个栅格序号，最终将激光点云全部存储在栅格矩阵中。

**【程序正确性】** 计算  $P_5$  所在的栅格，如图 1 所示，选择栅格 C 为测试栅格单位，统计栅格单元 C 中的点云数目。

## 1.2 计算栅格单元的几何特征信息

计算栅格单元的几何特征信息。主要计算栅格单元平均高度、高度差和高度方差。

### (1) 计算栅格单元的平均高度

对于栅格单元  $\text{ceil}(i, j)$ ，其平均高度为：

$$\bar{z}(i, j) = \frac{1}{\text{size}(\text{ceil}(i, j))} \sum_{k \in \text{ceil}(i, j)} z_k \quad (2)$$

式中  $i, j$  表示栅格单元  $\text{ceil}(i, j)$  的行号和列号， $\text{size}(\cdot)$  表示求栅格单元存储点云的数量， $k$  为栅格单元  $\text{ceil}(i, j)$  中的点， $z_k$  表示  $k$  点的  $Z$  值。

### (2) 计算栅格单元的高度差

对于栅格单元  $\text{ceil}(i, j)$ ，其高度差为：

$$z_{\text{diff}}(i, j) = z_{\text{max}} - z_{\text{min}} \quad (3)$$

式中， $Z_{\max}$  和  $Z_{\min}$  分别为栅格单元  $\text{ceil}(i, j)$  的高度的最大值和最小值。

对于一般平坦地面场景，非平面点云栅格单元高度差一般较大。

### (3) 计算栅格单元的高度方差

对于栅格单元  $\text{ceil}(i, j)$ ，其高度方差为：

$$\sigma^2(i, j) = \frac{1}{\text{size}(\text{ceil}(i, j))} \sum_{k \in \text{ceil}(i, j)} [z_k - \bar{z}(i, j)]^2 \quad (4)$$

栅格单元的高度方差信息可以较好地反映栅格点云的高度分布。一般情况下，对于平面点云栅格，其栅格单元的高度方差较小，对于非平面点云栅格，其方差信息较大。

**【程序正确性】** 计算栅格单元 C 的平均高度、高度的最大值、高度差和高度方差，统计栅格 C 中的点云数目。

## 2. 随机抽样一致 (RANSAC) 平面分割

随机抽样一致 (RANDOM SAmple Consensus, RANSAC) 算法是 1981 年由 Fischler 和 Bolles 首次提出，它是一种迭代方法，用于从一组包含内部点 (Inliers) 和外部点 (outliers) 数据中，通过迭代方式估计出数学模型的参数。内部点 (Inliers) 可以解释为适合模型参数的一组点，外部点 (outliers) 则是不适合模型的点。

RANSAC 是一种不确定的算法——它有一定的概率得出一个合理的结果，为了提高概率必须提高迭代次数。为了便于评估程序正确性，本试题采用按照顺序方法选点，即在第一次平面拟合时，选取前三个点（即：P1、P2、P3）用于平面拟合；在第二次迭代时，按顺序先后选择另外三个点（即：P4、P5、P6）用于平面拟合；第三次迭代时选择 P7、P8、P9 用于平面拟合，依次类推。

在计算第一个最佳分割平面 (J1) 时，共迭代 300 次，计算第二个最佳分割平面 (J2) 时，共迭代 100 次。

### 2.1 平面拟合

从数据集中选取前三个点  $P1(x_1, y_1, z_1)$ ， $P2(x_2, y_2, z_2)$ ， $P3(x_3, y_3, z_3)$  用于平面拟合。

用于平面拟合的三个点不能在一条直线上。三点共线检测方法：计算三点构成的面积，当面积  $S$  大于某一阈值（计算时，阈值取  $0.1\text{m}^2$ ）时，则三点不共线。采用海伦公式计算三角形面积：

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (5)$$

其中  $p = (a+b+c)/2$ ， $a, b, c$  是 P1-P2、P2-P3、P3-P1 之间的距离。

则构成的平面方程如下：

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (6)$$

其中 A、B、C、D 的计算公式如下：

$$\begin{aligned}
 A &= (y_2 - y_1) \times (z_3 - z_1) - (y_3 - y_1) \times (z_2 - z_1) \\
 B &= (z_2 - z_1) \times (x_3 - x_1) - (z_3 - z_1) \times (x_2 - x_1) \\
 C &= (x_2 - x_1) \times (y_3 - y_1) - (x_3 - x_1) \times (y_2 - y_1) \\
 D &= -A \times x_1 - B \times y_1 - C \times z_1
 \end{aligned} \tag{7}$$

【程序正确性】利用 P1、P2、P3 拟合一个平面 (记为 S1)，计算其平面参数 A、B、C、D 值。

## 2.2 内部点和外部点计算

计算数据集中的剩余点 (共 997 个) 与所构建平面之间的关系。计算方法如下：计算每个点到第一步 (第 2.1 节) 构建平面的距离，该距离小于某一阈值时 (计算时，阈值取 **0.1m**)，那么将该点设为该平面的内部点。

点 P0 ( $x_0, y_0, z_0$ ) 到平面  $Ax + By + Cz + D = 0$  的距离公式如下：

$$d = \frac{|A * x_0 + B * y_0 + C * z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \tag{8}$$

【程序正确性】利用 P1000、P5 到拟合平面 S1 的距离，并统计平面 S1 的内部点和外部点数目。

## 2.3 最佳分割平面计算

重复第 2.1 和 2.2 节的计算步骤，每次按顺序依次选择 3 个点 (第 2 次选择 P4、P5、P6；第 3 次择 P7、P8、P9，……) 用于平面拟合，共迭代计算 **300** 次，找到内点数最多的那个面，该平面则为最佳分割平面 (记为 J1)。

【程序正确性】利用全部数据，获得最佳分割平面 (J1)，给出 J1 的平面参数 A、B、C、D，以及内部点和外部点数目。

## 2.4 迭代计算平面分割

从数据集中除最佳分割面 J1 的内部点、及拟合 J1 平面的所用的三个点，所剩余的点构成一个新的数据集。

利用剩余点数据集，重复第 2.1、2.2 和 2.3 节的操作步骤，寻找第二个最佳分割面。共迭代计算 **80** 次，找到内点数最多的那个面，记为 J2。

【程序正确性】对剩余点构建第二个最佳分割平面 (记为：J2)，给出 J2 的平面参数 A、B、C、D，以及内部点和外部点数目。

### 3. 点云水平截面投影

假定不在平面上的三维空间坐标为  $(x_0, y_0, z_0)$ ，其在平面上的投影点坐标为  $(x_t, y_t, z_t)$ 。因为投影点到当前点与平面垂直，根据垂直约束条件，计算公式为：

$$\begin{cases} x_t = \frac{(B^2 + C^2)x_0 - A(By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2} \\ y_t = \frac{(A^2 + C^2)y_0 - B(Ax_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2} \\ z_t = \frac{(A^2 + B^2)z_0 - C(Ax_0 + By_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2} \end{cases} \quad (9)$$

可解得三维空间的点投影到某一平面的坐标  $(x_t, y_t, z_t)$ 。在得到投影后的坐标。

**【程序正确性】** 计算 P5 点到最佳分割面 (J1) 的投影坐标，计算 P800 点到最佳分割面 (J2) 的投影坐标。

### 三、计算结果报告

根据读取的数据文件，编程完成相关算法，按照格式要求输出结果，如下表所示。并将计算结果填写到“考生客户端”对应的“程序正确性”表格中。(已经填写的数据仅供参考)

序号	说明	输出格式要求
1	P5 的坐标分量 $x$	1.498
2	P5 的坐标分量 $y$	*,***
3	P5 的坐标分量 $z$	3.073
4	坐标分量 $x$ 的最小值 $x_{min}$	*,***
5	坐标分量 $x$ 的最大值 $x_{max}$	*,***
6	坐标分量 $y$ 的最小值 $y_{min}$	*,***
7	坐标分量 $y$ 的最大值 $y_{max}$	99.935
8	坐标分量 $z$ 的最小值 $z_{min}$	*,***
9	坐标分量 $z$ 的最大值 $z_{max}$	5.668
10	P5 点的所在栅格的行 $i$	*
11	P5 点的所在栅格的列 $j$	0
12	栅格 C 中的点的数量	*
13	栅格 C 中的平均高度	*,***
14	栅格 C 中高度的最大值	1.192
15	栅格 C 中的高度差	*,***
16	栅格 C 中的高度方差	*,***
17	P1-P2-P3 构成三角形的面积	*,*****
18	拟合平面 S1 的参数 A	*,*****

19	拟合平面 S1 的参数 B	*, *****
20	拟合平面 S1 的参数 C	*, *****
21	拟合平面 S1 的参数 D	*, *****
22	P1000 到拟合平面 S1 的距离	0.262
23	P5 到拟合平面 S1 的距离	*, ***
24	拟合平面 S1 的内部点数量	*
25	拟合平面 S1 的外部点数量	*
26	最佳分割平面 J1 的参数 A	*, *****
27	最佳分割平面 J1 的参数 B	*, *****
28	最佳分割平面 J1 的参数 C	*, *****
29	最佳分割平面 J1 的参数 D	*, *****
30	最佳分割平面 J1 的内部点数量	*
31	最佳分割平面 J1 的外部点数量	260
32	分割平面 J2 的参数 A	*, *****
33	分割平面 J2 的参数 B	*, *****
34	分割平面 J2 的参数 C	*, *****
35	分割平面 J2 的参数 D	*, *****
36	分割平面 J2 的内部点数量	137
37	分割平面 J2 的外部点数量	*
38	P5 点到最佳分割面 (J1) 的投影坐标 $x_i$	*, ***
39	P5 点到最佳分割面 (J1) 的投影坐标 $y_i$	*, ***
40	P5 点到最佳分割面 (J1) 的投影坐标 $z_i$	*, ***
41	P800 点到最佳分割面 (J1) 的投影坐标 $x_i$	*, ***
42	P800 点到最佳分割面 (J1) 的投影坐标 $y_i$	*, ***
43	P800 点到最佳分割面 (J1) 的投影坐标 $z_i$	*, ***

将上表结果，编程保存在“**result.txt**”文件中。文件格式如下：

序号,说明,计算结果
1, 椭球长半轴 a, 6378137
2, .....
.....

## 四、用户界面设计

### 4.1 人机交互界面设计与实现要求：

- (1) 包括菜单、工具栏、表格等功能。
- (2) 要求功能正确、可正常运行，布局合理、直观美观、人性化；

### 4.2 计算报告的显示与保存

要求：

- (1) 将相关统计信息、计算报告在用户界面中显示；
- (2) 保存为文本文件 (\*.txt)。

