

Statistik Non Parametrik

Dr. Budi Marpaung, ST., MT.



Stat. Parametrik vs Non-parametrik

Statistika Parametrik

- ❖ Memiliki indikator yang dianalisis (parameter)
- ❖ Memenuhi syarat:
 - data interval/ratio
 - sampel random
 - distribusi normal
 - varian homogen
 - model regresi linier

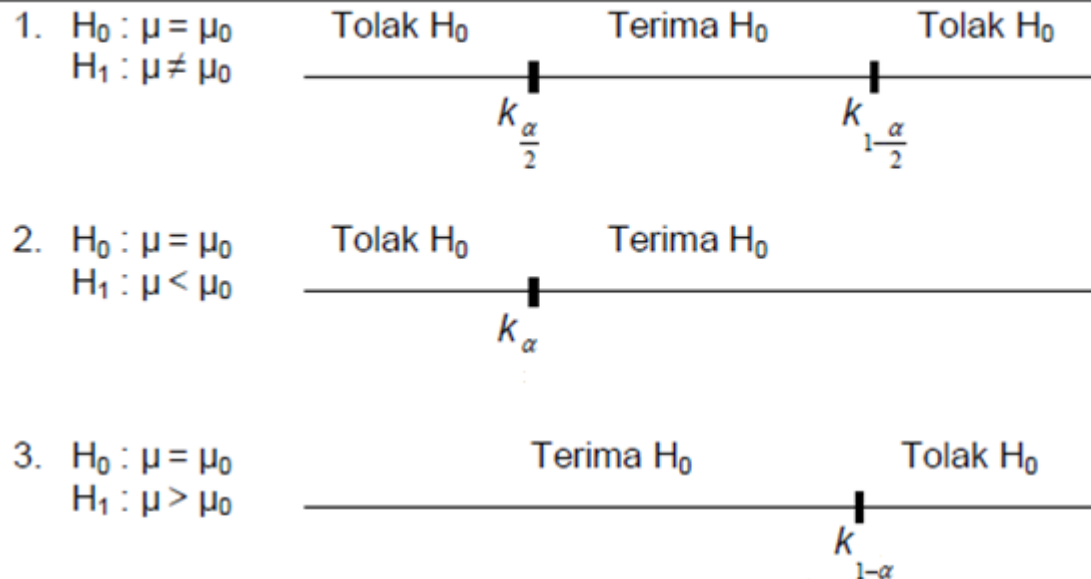
Statistik Non-parametrik

- ❖ Indikator yang dianalisis sisi lain dari parameter ukuran objek yang diteliti.
- ❖ Tidak memenuhi/perlu syarat

Uji Statistik Non Parametrik

- ✓ Uji Tanda (Sign Test)
- ✓ Uji Peringkat Bertanda Wilcoxon
- ✓ Uji Kruskal-Wallis
- ✓ Uji Mann-Whitney
- ✓ Uji Friedman

Uji Tanda /Sign Test



Nilai $k_{\frac{\alpha}{2}}$ merupakan nilai terbesar yang memenuhi : $\sum_{x=0}^{k_{\frac{\alpha}{2}}} b(x; n; 0.5) \leq \frac{\alpha}{2}$

Nilai $k_{1-\frac{\alpha}{2}}$ merupakan nilai terbesar yang memenuhi : $\sum_{x=0}^{1-k_{\frac{\alpha}{2}}} b(x; n; 0.5) \leq 1 - \frac{\alpha}{2}$

Soal 1 : Uji Tanda/Sign Test

Data berikut adalah daya tahan (dalam jam) sebuah alat pencukur rambut elektrik yang dapat digunakan sebelum harus diisi listrik kembali.

1.5 2.2 0.9 1.3 2.0 1.6 1.8 1.5 2.0 1.2 1.7

Gunakan uji tanda untuk menguji hipotesis pada tingkat kesalahan 5% bahwa alat pencukur tersebut secara rata-rata dapat bekerja 1.8 jam sebelum harus diisi tenaga listrik kembali.

Solusi Soal 1

1. $H_0 : \mu = 1.8$ jam
 $H_1 : \mu \neq 1.8$ jam
2. $\alpha=0.05$
3. Statistik hitung : uji tanda distribusi binomial
4. Daerah kritis

1.5	2.2	0.9	1.3	2.0	1.6	1.8	1.5	2.0	1.2	1.7
-	+	-	-	+	-		-	+	-	-

$n = 10$ (total tanda), dan $x = 3$ (banyaknya tanda +)

Solusi Soal 1 (Lanj....)

Tabel binomial :

$$p(x \leq 1) = 0.0107 < 0.025$$

$$p(x \leq 2) = 0.0547 > 0.025$$

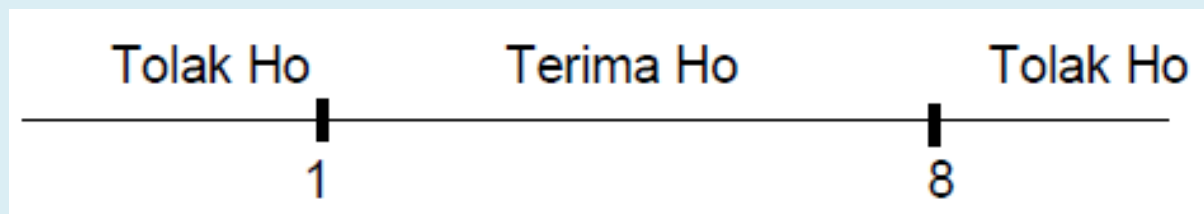
Nilai kumulatif tidak boleh lebih dari 0.025, maka $k_{0.025} = 1$.

Dengan cara yang sama, dari tabel binomial :

$$p(x \leq 8) = 0.9453 < 0.975$$

$$p(x \leq 9) = 0.9892 > 0.975$$

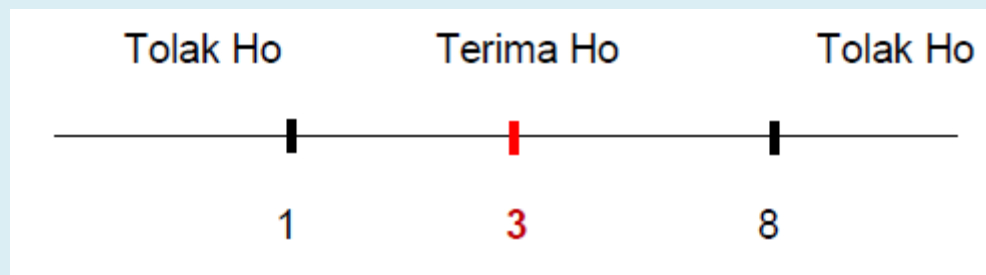
Nilai kumulatif tidak boleh lebih dari 0.975, maka didapat $k_{0.975} = 8$.



Solusi Soal 1 (Lanj...)

5. Nilai hitung

Jumlah nilai tanda (+) = 3 buah



6. Kesimpulan

H_0 diterima/ H_0 ditolak

Rata-rata lamanya bekerja tidak berbeda secara nyata dari 1.8 jam, atau rata-rata lama kerjanya sama dengan 1.8 jam.

Tugas 9 Nomor 1 (20%)

Dari 12 kali berobat ke dokter, seorang pasien harus menunggu (dalam menit), dengan data sbb:

17 32 25 23 28 25 21 12 35 19 26 24

Gunakan uji tanda dengan $\alpha = 0.05$ dan $\alpha = 0.01$ untuk menguji apakah rata-rata waktu menunggu pasien sampai diperiksa dokter lebih dari 30 menit.

Soal 2 : Uji Tanda/Sign Test

Sebuah perusahaan angkutan kota hendak menentukan apakah akan menggunakan ban radial atau ban biasa untuk meningkatkan penghematan bahan bakar. Sampel random yang terdiri dari 12 angkutan kota dipasang dengan ban radial dan dicoba pada suatu lintasan tertentu. Tanpa mengganti supirnya, mobil-mobil yang sama kemudian dipasang dengan ban biasa dan dicoba lagi pada lintasan yang sama. Konsumsi bahan bakar dalam km/liter tercatat, sbb:

Mobil	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ban Radial (A)	4.2	4.7	6.6	7.0	6.7	4.5	5.7	6.0	7.4	4.9	6.1	5.2
Mobil Biasa (B)	4.1	4.9	6.2	6.9	6.8	4.4	5.7	5.8	6.9	4.9	6.0	4.9
A-B	+ 0.1	- 0.2	+ 0.4	+ 0.1	- 0.1	+ 0.1	0.0	+ 0.2	+ 0.2	0.0	+ 0.1	+ 0.3

Dapatkah ditarik kesimpulan bahwa pada tingkat kesalahan 5%, angkutan kota yang dilengkapi ban radial lebih hemat bahan bakar daripada angkutan kota dengan ban biasa.

Solusi Soal 2

Penyelesaian

1. $H_0 : \mu_A - \mu_B = 0$

$H_1 : \mu_A - \mu_B < 0$ (Ban Radial lebih hemat dari Ban Biasa)

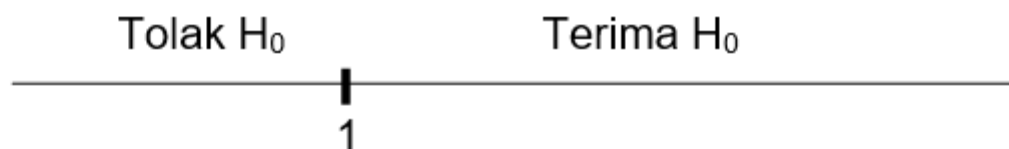
2. $\alpha = 0.05$

3. Statistik hitung yang digunakan adalah banyaknya tanda (+) (distribusi binomial)

4. Daerah kritis

Daerah kritis $x < k_\alpha$, dengan x menyatakan banyaknya tanda (+).

Berdasarkan tabel Binomial, untuk $n=10$; $p = 0.50$, diperoleh $k_{0.05} = 1$, sehingga:



5. Nilai hitung :

Dari selisih konsumsi bahan bakar diperoleh 8 tanda (+), 2 tanda (-), dan 2 tanda 0, sehingga $n = 10$ (total tanda 0), dan $x = 8$ (banyaknya tanda (+)). Dari nilai tanda yang diperoleh, maka nilai tanda (+) sebanyak **8** buah.

6. Kesimpulan

Nilai hitung jatuh pada daerah penerimaan H_0 , sehingga H_0 diterima (H_1 ditolak) dan disimpulkan bahwa secara rata-rata ban radial tidak lebih hemat bahan bakar dibanding ban biasa.

Tugas 9 Nomor 2 (20%)

Sebuah perusahaan telah memasang iklan di surat kabar nasional. Tujuan pemasangan iklan tersebut agar penjualan semakin meningkat. Berikut ini adalah data tentang penjualan (dalam ribuan) selama 12 hari sebelum dan 12 hari setelah pemasangan iklan.

Sebelum	72	78	74	58	59	77	65	65	63	71	60	66
Sesudah	70	81	81	66	56	79	71	70	68	75	60	69

Lakukan uji tanda untuk menguji apakah terjadi peningkatan penjualan setelah pihak perusahaan memasang iklan di surat kabar nasional. Gunakan $\alpha = 0.05$ dan $\alpha = 0.01$.

Uji Peringkat Wilcoxon

- ❖ Diperkenalkan Wilcoxon (1945)
- ❖ Membandingkan rata-rata dua sampel yang berasal dari populasi yang sama.
- ❖ Menganalisis beberapa jenis perbedaan apabila sekelompok data berhubungan dengan sekelompok data yang lain dan kelompok data tersebut diambil dari populasi yang sama.

Uji Peringkat Wilcoxon

Sampel Kecil ($n \leq 15$)

H_0	H_1	Hitung	Tolak H_0
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	W^+	$W^+ \leq T_{\text{Tabel}}$
	$\mu > \mu_0$	W^-	$W^- \leq T_{\text{Tabel}}$
	$\mu \neq \mu_0$	$W = \text{Min}(W^+, W^-)$	$W \leq T_{\text{Tabel}}$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$	W^+	$W^+ \leq T_{\text{Tabel}}$
	$\mu_1 > \mu_2$	W^-	$W^- \leq T_{\text{Tabel}}$
	$\mu_1 \neq \mu_2$	$W = \text{Min}(W^+, W^-)$	$W \leq T_{\text{Tabel}}$

Uji Peringkat Wilcoxon

Sampel
Besar

$$Z_{hitung} = \frac{W - \mu_T}{\sigma_T}; \quad \mu_T = \frac{n(n+1)}{4}; \quad \sigma_T = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

H ₀	H ₁	Z _{hitung}	Tolak H ₀
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\frac{W^+ - \mu_T}{\sigma_T}$	$Z_{hit} < Z_\alpha$
	$\mu > \mu_0$	$\frac{W^- - \mu_T}{\sigma_T}$	$Z_{hit} > Z_{1-\alpha}$
	$\mu \neq \mu_0$	$\frac{\text{Min}[W^-, W^+] - \mu_T}{\sigma_T}$	$Z_{hit} < Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ dan } Z_{hit} > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$	$\frac{W^+ - \mu_T}{\sigma_T}$	$Z_{hit} < Z_\alpha$
	$\mu_1 > \mu_2$	$\frac{W^- - \mu_T}{\sigma_T}$	$Z_{hit} > Z_{1-\alpha}$
	$\mu_1 \neq \mu_2$	$\frac{\text{Min}[W^-, W^+] - \mu_T}{\sigma_T}$	$Z_{hit} < Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ dan } Z_{hit} > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

Soal 3 : Uji Wilcoxon

Data berikut adalah daya tahan (dalam jam) sebuah alat pencukur rambut elektrik yang dapat digunakan sebelum harus diisi listrik kembali.

1.5 2.2 0.9 1.3 2.0 1.6 1.8 1.5 2.0 1.2 1.7

Gunakan uji peringkat bertanda Wilcoxon untuk menguji hipotesis pada tingkat kesalahan 5% bahwa alat pencukur tersebut secara rata-rata dapat bekerja 1.8 jam sebelum harus diisi tenaga listrik kembali.

Solusi Soal 3

1. $H_0 : \mu = 1.8 \text{ jam}$

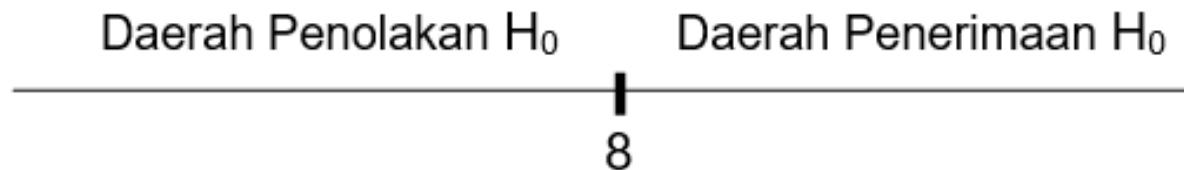
$H_1 : \mu \neq 1.8 \text{ jam}$

2. $\alpha=0.05$

3. Statistik hitung yang digunakan adalah nilai W^- dan W^+

4. Daerah kritis

Gunakan Tabel Peringkat Wilcoxon, dimana $n = 10$ dan $\alpha = 0.05$ (satu buah data dibuang, karena nilainya d_i pasti nol), didapat $T_{\text{tabel}} = 8$. Dengan demikian daerah kritisnya adalah $W < 8$.



Solusi Soal 3 (Lanj...)

5. Nilai hitung :

Nilai hitung W didapat sebagai berikut :

Nilai	1.5	2.2	0.9	1.3	2.0	1.6	1.8	1.5	2.0	1.2	1.7
d_i	-0.3	0.4	-0.9	-0.5	0.2	-0.2	0.0	-0.3	0.2	-0.6	-0.1
Peringkat W^+		7.0			3.0				3.0		
Peringkat W^-	5.5		10.0	8.0		3.0		5.5		9.0	1.0

Didapat $W^- = 13$ dan $W^+ = 42$, sehingga $W = \min [W^-, W^+] = 13$.

6. Kesimpulan

Karena $W = 13 > 8$ (jatuh pada daerah penerimaan H_0), maka H_0 diterima, dan disimpulkan bahwa rata-rata lamanya bekerja tidak berbeda secara nyata dari 1.8 jam, atau rata-rata lama kerjanya sama dengan 1.8 jam.

Soal 4 : Uji Wilcoxon

Sebuah kajian dilakukan untuk melihat apakah pengawasan produksi oleh direktur produksi mempunyai dampak terhadap produktivitas. Untuk tujuan tersebut selama 14 hari produksi tidak diawasi direktur produksi (A), dan 14 hari diawasi direktur produksi (B), dan diperoleh data sbb:

A : 449 407 438 418 512 402 426 387 410 506 411 398 427

B : 459 502 438 456 499 517 473 446 421 510 465 409 414

Lakukan uji tanda bertanda Wilcoxon untuk menguji apakah produktivitas menjadi berbeda apabila direktur produksi melakukan pengawasan langsung selama produksi. Gunakan tingkat kesalahan $\alpha = 0.05$.

Solusi Soal 4

Penyelesaian

1. $H_0 : \mu_A = \mu_B$

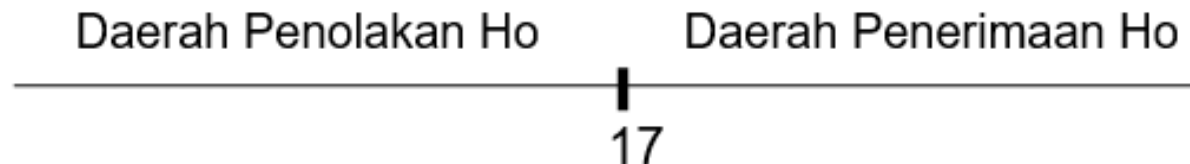
$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

2. $\alpha = 0.05$

3. Statistik hitung yang digunakan adalah nilai W^- dan W^+

4. Daerah kritis

Gunakan Tabel Peringkat Wilcoxon, pada $n = 13$ dan $\alpha = 0.05$ (satu buah data dibuang, karena nilainya di pasti nol), didapat $T_{\text{tabel}} = 17$. Dengan demikian daerah kritisnya adalah $W < 17$.



Solusi Soal 4 (Lanj..)

5. Nilai hitung :
Nilai hitung W didapat sebagai berikut :

Sampel A	Sampel B	d_i	Peringkat W^-	Peringkat W^+
449	459	-10	3.0	
407	502	-95	13.0	
438	438	0	-	
418	456	-38	8.0	
482	499	-17	7.0	
512	517	-5	2.0	
402	473	-71	12.0	
426	473	-47	9.0	
387	446	-59	11.0	
410	421	-11	4.5	
506	510	-4	1.0	
411	465	-54	10.0	
398	409	-11	4.5	
427	414	13		6.0
Jumlah			85.0	6.0

Didapat $W = \text{Min}(6; 85) = 6$.

6. Kesimpulan
Karena $W = 6 < 13$
(jatuh pada daerah
penolakan H_0), maka
 H_0 ditolak, dan
disimpulkan bahwa
produktivitas berubah
karena adanya
pengawasan.

Tugas 9 Nomor 3 (20%)

Sebuah perusahaan telah memasang iklan di surat kabar nasional. Tujuan pemasangan iklan tersebut agar penjualan semakin meningkat. Berikut ini adalah data tentang penjualan (dalam ribuan) selama 12 hari sebelum dan 12 hari setelah pemasangan iklan.

Sebelum	72	78	74	58	59	77	65	65	63	71	60	66
Sesudah	70	81	81	66	56	79	71	70	68	75	60	69

Lakukan uji Wilcoxon untuk menguji apakah terjadi peningkatan penjualan setelah pihak perusahaan memasang iklan di surat kabar nasional. Gunakan $\alpha = 0.05$ dan $\alpha = 0.01$.

Tugas 9 Nomor 4 (20%)

Bagian pemasaran sebuah perusahaan asuransi diberi pelatihan teknik pemasaran yang benar. Di bawah ini adalah data tentang jumlah yang ikut mendaftar ikut asuransi selama 18 hari sebelum bagian pemasaran diberi pelatihan (A) dan setelah diberi pelatihan (B).

A	38	42	13	30	12	10	15	29	52	18	36	56	48	26	50	29	35	50
B	49	60	30	51	32	22	27	41	34	21	29	42	50	34	57	34	42	43

Lakukan uji peringkat bertanda Wilcoxon untuk menguji apakah jumlah orang yang mendaftar ikut asuransi sama atau berbeda sebelum dan sesudah bagian pemasaran mengikuti pelatihan. Gunakan tingkat kekeliruan 5% dan 1%.

Uji Kruskal-Wallis

- ❖ Diperkenalkan oleh William H. Kruskal dan W.Allen Wallis.
- ❖ Termasuk ANOVA One Way.
- ❖ Apakah semua kelompok sampel berasal dari populasi yang sama, atau sekurang-kurangnya ada satu kelompok berasal dari populasi yang berbeda.

Uji Kruskal Wallis

$$K = \frac{12}{n(n+1)} \left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \dots + \frac{R_m^2}{n_m} \right] - 3(n+1)$$

n = banyaknya sampel dari seluruh kelompok

m = banyaknya kelompok sampel

R = jumlah peringkat tiap kelompok sampel

Selanjutnya nilai K tersebut dibandingkan dengan nilai dari distribusi Chi-kuadrat dengan derajat kebebasan (m-1). Kriteria keputusannya adalah H_0 akan ditolak jika:

$$K > \chi_{\alpha, m-1}^2$$

Soal 5 : Uji Kruskal-Wallis

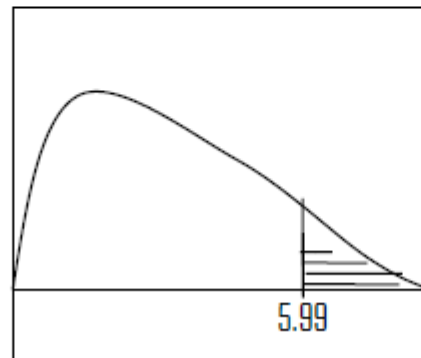
Data berikut ini merupakan gaji (dalam jutaan rupiah) yang diterima oleh sekelompok karyawan (dipilih secara random) pada 3 perusahaan besar.

PT. Ruang	5.7	6.8	6.0	4.4	3.9	2.8	4.9	5.7
PT. Angkasa	4.3	3.9	6.2	7.3	5.1	4.6		
PT. Raya	5.4	3.3	5.8	3.8	4.3	5.5	3.4	

Lakukan uji tanda bertanda Wilcoxon untuk menguji apakah Lakukan uji Kruskal-Wallis untuk menguji apakah gaji yang diterima oleh karyawan pada ketiga perusahaan besar tersebut adalah identik (sama), ataukah minimal ada satu perusahaan besar yang memberikan gaji karyawan yang berbeda. Gunakan $\alpha = 0.05$.

Solusi Soal 5

1. H_0 : Gaji yang diterima oleh karyawan pada ketiga perusahaan besar adalah sama
 H_1 : Minimal ada satu perusahaan besar memberikan gaji karyawan berbeda
2. $\alpha=0.05$
3. Statistik hitung yang digunakan adalah uji varians dengan Dist. Chi Kuadrat.
4. Daerah kritis
Banyaknya kelompok adalah 3, sehingga $m = 3$, dengan menggunakan Tabel Chi-Kuadrat didapat $\chi^2_{0.05,3-1} = \chi^2_{0.05,2} = 5.99$, sehingga daerah kritis (bagian yang diarsir), sebagai berikut :



Solusi Soal 5 (Lanj..)

5. Nilai hitung :

Mencari K dapat dilakukan dengan bantuan tabel berikut :

PT. Ruang		PT. Angkasa		PT. Raya	
Gaji	Peringkat	Gaji	Peringkat	Gaji	Peringkat
5.7	15.5	4.3	7.5	5.4	13.0
6.8	20.0	3.9	5.5	3.3	2.0
6.0	18.0	6.2	19.0	5.8	17.0
4.4	9.0	7.3	21.0	3.8	4.0
3.9	5.5	5.1	12.0	4.3	7.5
2.8	1.0	4.6	10.0	5.5	14.0
4.9	11.0			3.4	3.0
5.7	15.5				
Jumlah	95.5			75.0	60.5
Jlh sampel	8		8	6	7

$$K = \frac{12}{21(21+1)} \left[\frac{95.5^2}{8} + \frac{75.0^2}{6} + \frac{60.5^2}{7} \right] - 3(21+1) = 1.543$$

6. Kesimpulan
 H_0 diterima/ H_1 ditolak.

Disimpulkan bahwa gaji yang diterima karyawan pada ketiga perusahaan besar adalah identik/sama.

Tugas 9 Nomor 5 (20%)

Perusahaan minuman ringan menghasilkan 4 rasa minuman ringan, yaitu rasa Apel, Melon, Jeruk dan Mangga. Berikut ini data jumlah penjualan minuman ringan (dalam kaleng) keempat rasa tersebut.

Rasa Apel	Rasa Melon	Rasa Jeruk	Rasa Mangga
239	248	220	223
241	260	208	240
258	320	190	280
290	202	200	260
250	270	240	301
242	221	183	258

Lakukan uji Kruskal-Wallis untuk menguji apakah jumlah penjualan minuman ringan (dalam kaleng)) keempat rasa tersebut adalah identik/sama, ataukah minimal ada satu rasa minuman dengan jumlah penjualan yang berbeda. Gunakan tingkat kekeliruan 5% dan 1%.

SEKIAN