

Kuliah 4

Ekuivalensi NFA-DFA

Terapan FSA



UKRIDA
Universitas Kristen Krida Wacana

Ekuivalensi NFA - DFA

Tahapan pengubahan NDFA ke DFA

Dari sebuah mesin NDFA dapat dibuat mesin DFA yang ekuivalen. Ekuivalen artinya mampu menerima bahasa yang sama. Suatu DFA dapat dipandang sebagai kasus khusus (subset) dari NFA.

- Jelas bahwa kelas bahasa yang diterima oleh NDFA juga akan diterima oleh DFA.
- Namun ternyata DFA juga dapat mensimulasikan NFA, yaitu untuk setiap NFA dapat dibuat DFA yang ekuivalen
- Dapat dibuktikan bahwa DFA dan NFA adalah ekuivalen, sehingga disebut FA saja.

Ekuivalensi NFA - DFA



Simulasi NFA oleh DFA

- Cara simulasi NFA oleh DFA adalah dengan membuat state DFA berkorespondensi dengan set state di NFA
- DFA yang dibentuk mencatat semua state yang mungkin pada NFA setelah membaca input tertentu

Ekuivalensi NFA - DFA

Algoritma:

1. Buat semua state yang merupakan subset dari state semula. Jumlah state menjadi 2^Q .
2. Telusuri transisi setiap-state yang baru terbentuk, dari diagram transisi
3. Tentukan state awal: $\{q_0\}$
4. Tentukan state akhir adalah yang elemennya mengandung state akhir.
5. Reduksi state yang **tidak** tercapai oleh state awal.

Contoh

Konfigurasi mesin:

$Q = (\{q_0\}, \{q_1\})$

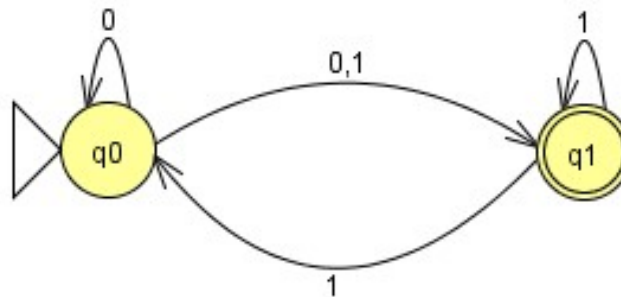
$\Sigma = \{0, 1\}$

$S = q_0$

$F = q_1$

σ	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	q_1
q_1	\emptyset	$\{q_0, q_1\}$

Mesin NFA

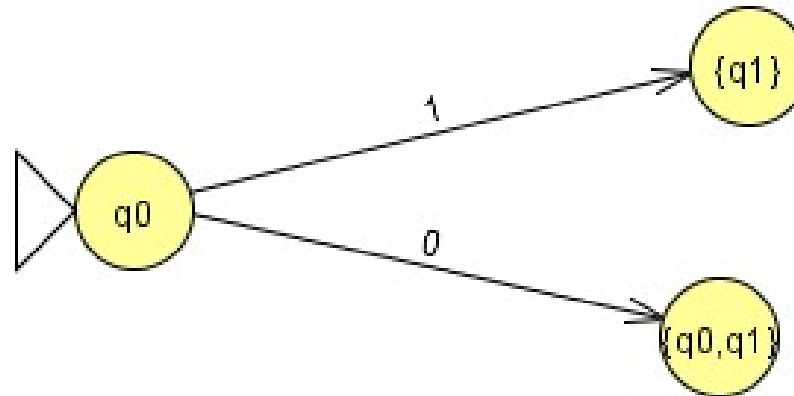


Contoh

Telusuri setiap state yang ada dimulai dari

State {q0}:

- State {q0} bila memperoleh input 0 menjadi state {q0, q1}
- State {q0} bila memperoleh input 1 menjadi state {q1}



State {q1}

- State {q1} bila memperoleh input 0 menjadi state F
- State {q1} bila menerima input 1 menjadi state {q0, q1}

Contoh

State {q0, q1} bila menerima input 0 menjadi state {q0, q1} diperoleh dari $\sigma(q0, 0) = \{q0, q1\}$ $\sigma(\{q0, q1\}, 0) = \{q0, q1\}$
 $\sigma(q1, 0) = \emptyset$

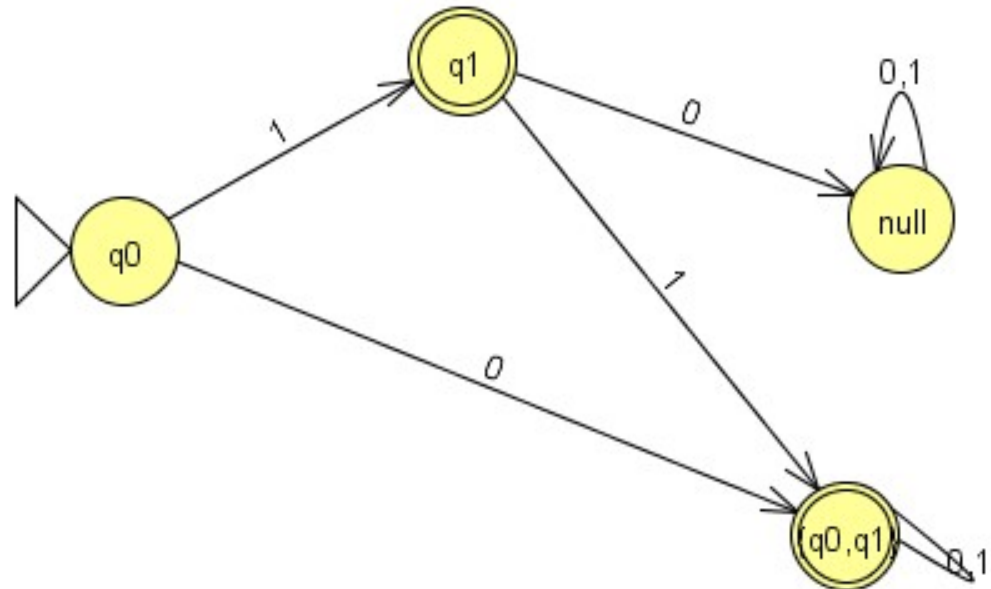
State {q0, q1} bila menerima input 1 menjadi {q0, q1} diperoleh dari $\sigma(q0, 1) = \{q1\}$ digabung $\sigma(q1, 1) = \{q0, q1\}$
 $\sigma(\{q0, q1\}, 1) = \{q0, q1\}$

Hasil setelah penelusuran {a1}, {a0}, {a0, a1}

$\sigma(\emptyset, 0) = \emptyset$

$\sigma(\emptyset, 1) = \emptyset$

F = ({q1}, {q0, q1})



Contoh

Hasilnya adalah mesin DFA

Konfigurasi Mesin

$Q = (q_0, \{q_0, q_1\}, q_1, F)$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$S = q_0$

$F = (q_1, \{q_0, q_1\})$

Tabel transisi:

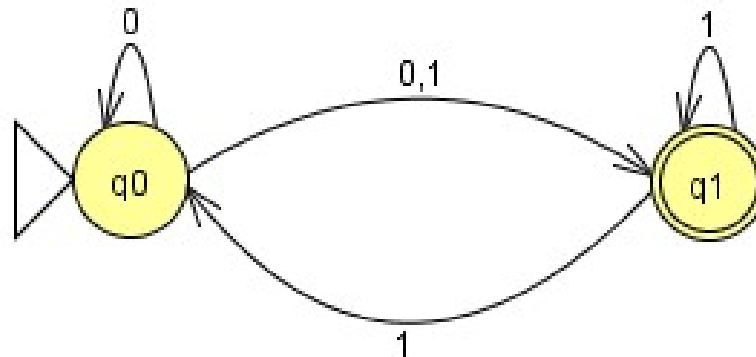
q0	0	1
q0	{q0, q1}	q1
q1	∅	{q0, q1}
{q0, q1}	{q0, q1}	{q0, q1}
∅	∅	∅

Contoh

Ubahlah NFA berikut menjadi DFA

$M = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \sigma, q_0, \{q_1\})$ dengan tabel transisi

σ	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{\}$	$\{q_0, q_1\}$



Contoh

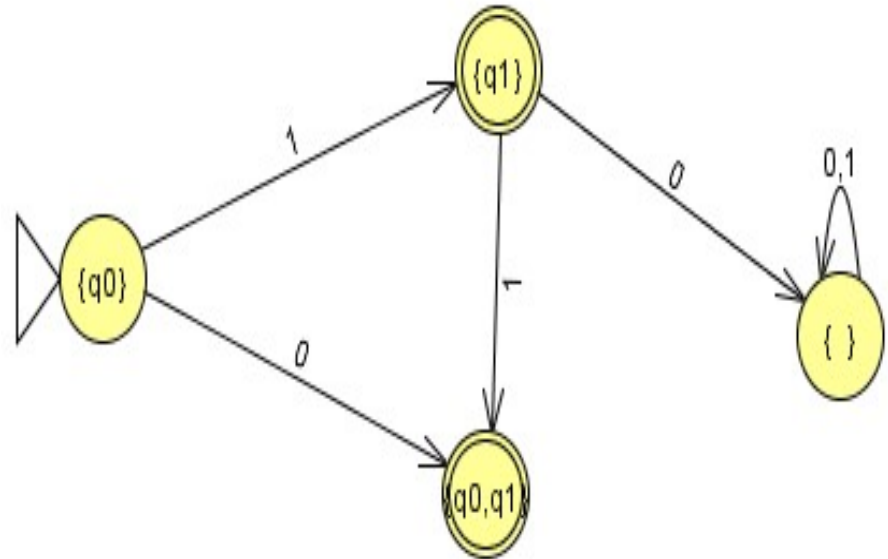
State yang akan dibentuk : $\{ \}$, $\{q_0\}$, $\{q_1\}$, $\{q_0, q_1\}$

Telusuri state

State awal : q_0

State akhir yang mengandung q_1 yaitu $\{q_1\}$, $\{q_0, q_1\}$

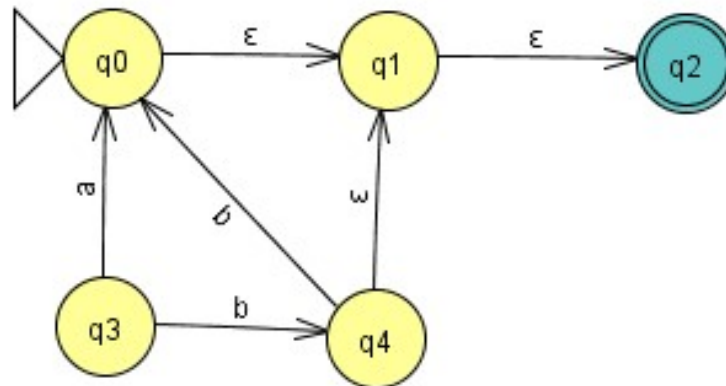
σ	0	1
$\{ \}$	$\{ \}$	$\{ \}$
$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
$\{q_1\}$	$\{ \}$	$\{q_0, q_1\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$



Ekuivalensi NFA ϵ -move ke NFA tanpa ϵ -move NFA ϵ -move

NFA ϵ -move adalah mesin NFA yang diperbolehkan mengubah state tanpa membaca input. Disebut dengan transisi ϵ karena tidak bergantung pada suatu input ketika melakukan transisi

Contoh NFA ϵ -move



- q0 tanpa membaca input dapat berpindah ke q1
- q1 tanpa membaca input dapat berpindah ke q2
- q4 tanpa membaca input dapat berpindah ke q1

Ekuivalensi NFA ϵ -move ke NFA tanpa ϵ -move NFA ϵ -move

ϵ -closure adalah himpunan state-state yang dapat dicapai dari suatu state tanpa membaca input

ϵ -closure (q_0) = { q_0 , q_1 , q_2 }

ϵ -closure (q_1) = { q_1 , q_2 }

ϵ -closure (q_2) = { q_2 }

ϵ -closure (q_3) = { q_3 }

ϵ -closure (q_4) = { q_1 , q_2 , q_4 }

Pada suatu state yang tidak memiliki transisi ϵ maka ϵ -closure-nya adalah state itu sendiri.

Ekuivalensi NFA ϵ -move ke NFA tanpa ϵ -move

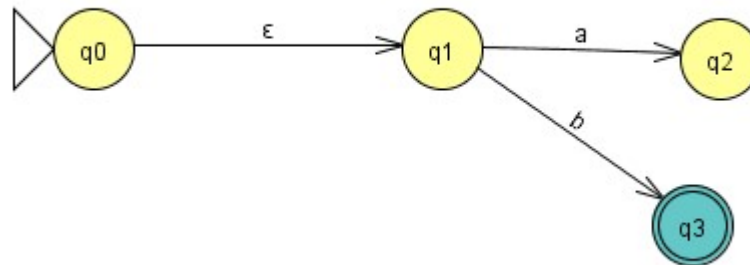
Tahapan-tahapan ekuivalensi NFA dengan ϵ -move ke NFA tanpa ϵ -move:

1. Buatlah tabel transisi NFA ϵ -move
2. Tentukan ϵ -closure untuk setiap state
3. Carilah fungsi hasil perubahan dari NFA ϵ -move ke NFA tanpa ϵ -move dengan rumus :

$$\sigma'(\text{state}, \text{input}) = \epsilon\text{-closure}(\sigma(\epsilon\text{-closure}(\text{state}), \text{input}))$$

4. Berdasarkan hasil no 3 buat tabel transisi dan diagram transisi NFA tanpa ϵ -move yang ekuivalen dengan NFA ϵ -move
5. Tentukan state akhir untuk NFA tanpa ϵ -move tersebut, yaitu state-state yang akhir semula

lengan state-satu dari state



Contoh mesin

Contoh

Buat ekivalensi NFA ϵ -move ke NFA tanpa ϵ -move

1. Tabel transisi NFA ϵ -move

σ	a	b
q0	\emptyset	\emptyset
q1	q2	q3
q2	\emptyset	\emptyset
q3	\emptyset	\emptyset

2. ϵ -closure (q0) = {q0, q1}

ϵ -closure (q1) = {q1}

ϵ -closure (q2) = {q2}

ϵ -closure (q3) = {q3}

3. $\sigma'(\text{state}, \text{input}) = \epsilon$ -closure ($\sigma(\epsilon$ -closure (state), input))

$\sigma'(q0, a) = \epsilon$ -closure ($\sigma(\epsilon$ -closure (q0), a))

$= \epsilon$ -closure ($\sigma(\{q0, q1\}, a)$)

$= \epsilon$ -closure (q2)

$= \{q2\}$

$$\begin{aligned}
 \sigma'(q_0, b) &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\varepsilon\text{-closure}(q_0), b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\{q_0, q_1\}, b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(q_3) \\
 &= \{q_3\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma'(q_1, a) &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\varepsilon\text{-closure}(q_1), a)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\{q_1\}, a)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(q_2) \\
 &= \{q_2\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma'(q_1, b) &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\varepsilon\text{-closure}(q_1), b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\{q_1\}, b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(q_3) \\
 &= \{q_3\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma'(q_2, a) &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\varepsilon\text{-closure}(q_2), a)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\{q_2\}, a)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\emptyset) \\
 &= \{\emptyset\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma'(q_2, b) &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\varepsilon\text{-closure}(q_2), b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\{q_2\}, b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\emptyset) \\
 &= \{\emptyset\}
 \end{aligned}$$

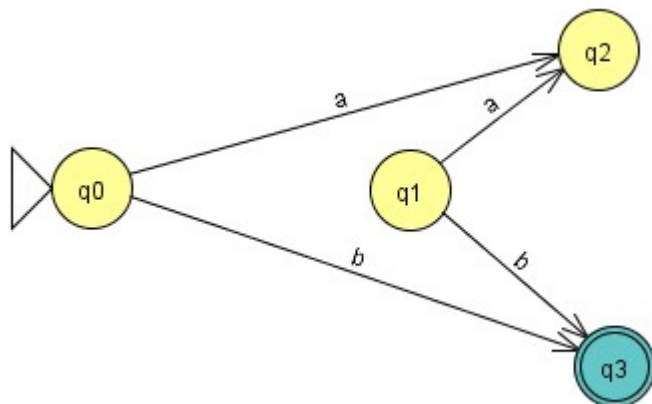
$$\begin{aligned}
 \sigma'(q3, a) &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\varepsilon\text{-closure}(q3), a)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\{q3\}, a)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\emptyset) \\
 &= \{\emptyset\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma'(q3, b) &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\varepsilon\text{-closure}(q3), b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\sigma(\{q3\}, b)) \\
 &= \varepsilon\text{-closure}(\emptyset) \\
 &= \{\emptyset\}
 \end{aligned}$$

4. Tabel transisi

5. Diagram

σ'	a	b
q0	q2	q3
q1	q2	q3
q2	\emptyset	\emptyset
q3	\emptyset	\emptyset



Tugas

1. Berikut adalah FSA:

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$S = q_0$

$F = q_3$

σ


$\sigma(q_0, a) = q_2$

$\sigma(q_0, b) = q_3$

$\sigma(q_1, a) = q_2$

$\sigma(q_1, b) = q_3$

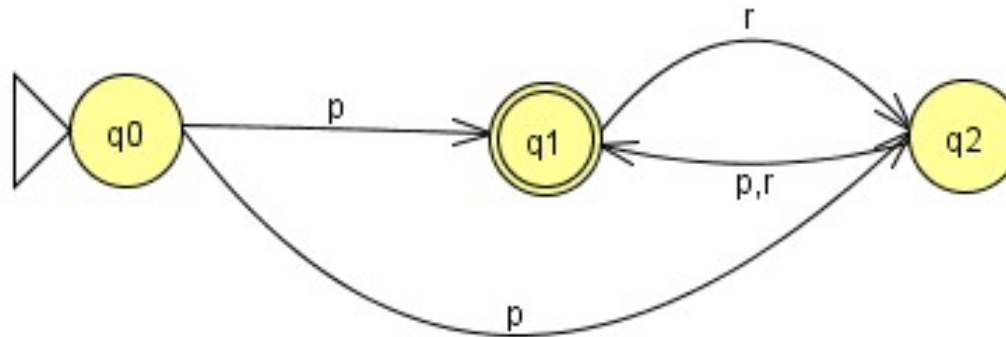
- a. Buat tabel transisi dan diagram FA nya
- b. Telusuri apakah kalimat-kalimat ab , $aabb$ di terima NFA ini ?

-
- 
2. Seorang petani ingin pulang ke rumahnya dimana petani harus menyeberangi sebuah sungai dengan menggunakan perahu. Perahu hanya dapat dimuat oleh si petani atau dengan salah satu barang bawaannya. Barang bawaannya yaitu seekor serigala, seekor kambing dan sayuran. Ada suatu kendala yang dihadapi oleh si petani dimana serigala dan kambing tidak dapat dibiarkan bersama-sama dalam satu sisi sungai, demikian juga kambing dan sayuran tanpa pengawasan di petani. Bagaimanakah caranya sehingga semua barang yang dimiliki oleh si petani dapat sampai ke rumahnya di seberang sungai?

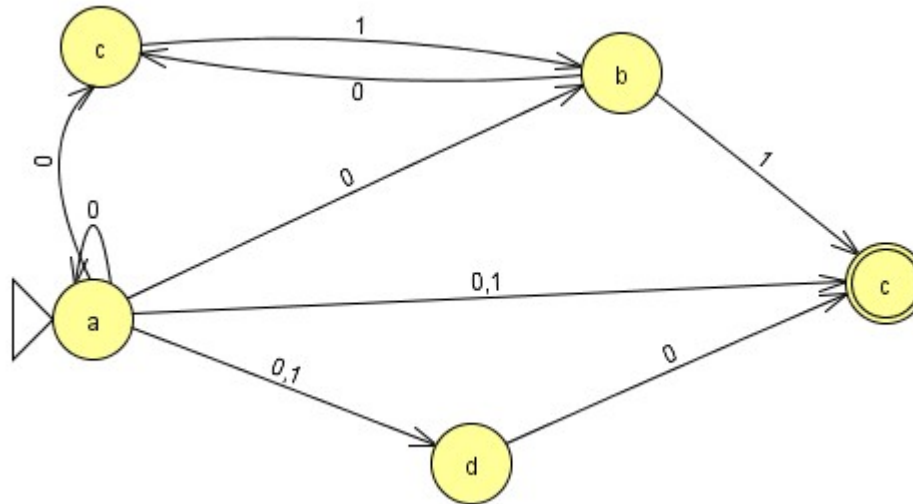
3. Ubahlah NFA berikut menjadi DFA

$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{p, r\}, \sigma, q_0, \{q_1\})$ dengan tabel transisi

σ	p	r
q_0	$\{q_1, q_2\}$	$\{ \}$
q_1	$\{ \}$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$



4. Ubahlah N DFA berikut menjadi DFA



q	$\sigma(q, 0)$	$\sigma(q, 1)$
a	{a, b, c, d, e}	{d, e}
b	{c}	{e}
c	\emptyset	{b}
d	{e}	\emptyset
e	\emptyset	\emptyset

Thank You

ukrida.ac.id



UKRIDA
Universitas Kristen Krida Wacana