

REPORT

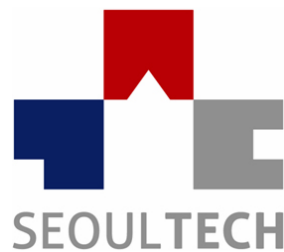
제어공학 설계과제

RLC 회로의 안정도와 과도응답

박민기 교수님

2020.06.18

전자IT미디어공학과 13184322 김재하



■ 제어공학 설계 보고서

➤ 목적

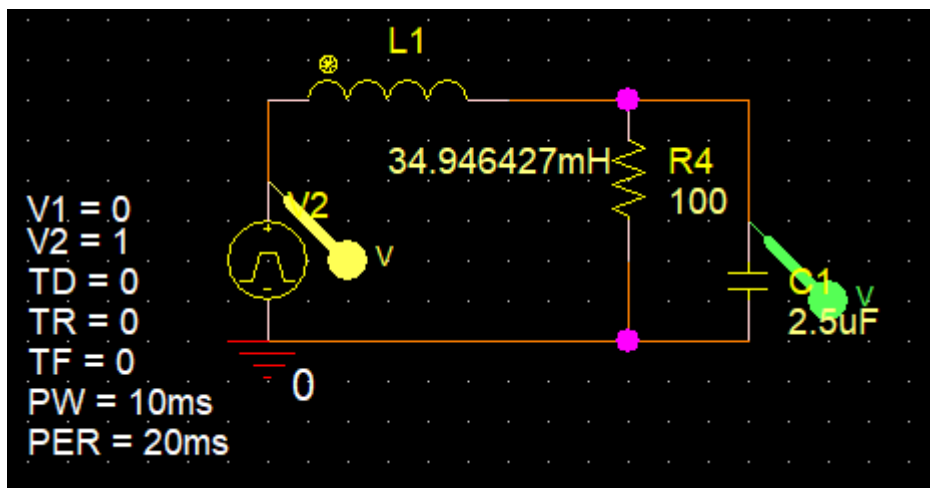
- ♣ 2 차 시스템에 대하여 안정도와 과도응답의 설계사양을 만족하도록 소자 값을 설계하고 이를 시뮬레이션을 통해 검증한다.

➤ 설계사양

- ♣ 입력 $v(t)$: 1V 단위계단 입력, 출력 : Capacitor 에 걸리는 전압 $v_c(t)$
- ① 과도응답특성: Underdamped Transient response
- ② Percent Overshoot : 10%
- ③ 정착시간(Settling Time) : 2[msec]

➤ 설계진행

- ♣ 회로구성



① 전달함수 유도

- Capacitor C1 에 걸리는 전압을 $V_{output} \Rightarrow V_o$ 로 표현. 입력 전압 V

- ✚ KVL 을 이용하여 <1>식

$$\blacksquare v(t) = L \cdot \frac{di}{dt} + v_o(t) \quad \dots <1>$$

- ✚ KCL 이용하여 <2>식

$$\blacksquare i(t) = \frac{v_o(t)}{R} + C \cdot \frac{dv_o(t)}{dt} \quad \dots <2>$$

- ✚ <1>식과 <2>식을 연립하여 정리하면

$$\blacksquare v(t) = \frac{L}{R} \left(\frac{dv_o(t)}{dt} \right) + LC \cdot \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t)$$

- ✚ \LaplaceTransform ...

$$\blacksquare V(S) = \left(\frac{L}{R} S + LC S^2 + 1 \right) V_o(S)$$

- ✚ so the transfer function is (initial condition all zero)

$$\blacksquare G(S) = \frac{v_o(S)}{V(S)} = \frac{\frac{1}{LC}}{\frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC} + S^2}$$

✚ 고유주파수 ω_n 와 감쇠비 ζ 를 이용한 식으로 변형

$$\blacksquare G(S) = \frac{V_O(S)}{V(S)} = \frac{\frac{1}{LC}}{\frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC} + S^2} = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\omega_n\zeta S + \omega_n^2}$$

$$\text{\%OS} = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \cdot 100$$

✚ 위 식을 이용하여 감쇠비 ζ 를 구하면 (%OS = 10)

$$\blacksquare \zeta = \frac{\left(-\ln\left(\frac{\text{\%OS}}{100}\right)\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{\text{\%OS}}{100}\right)}} = \frac{-\ln(0.1)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(0.1)}} = 0.5911550337988975093051637$$

✚ $T_S = \frac{4}{\zeta\omega_n}$ 이 식을 이용하여 ω_n 을 구하면

$$\blacksquare T_S = 2ms \text{ 이므로 } \zeta\omega_n = 2k \quad (k = 1,000)$$

$$\blacksquare \omega_n = 3,383.20725639015941$$

$$\blacksquare \omega^2 = 11,446,091.3396910298587$$

$$\blacksquare G(S) = \frac{V_O(S)}{V(S)} = \frac{\frac{1}{LC}}{\frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC} + S^2} = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\omega_n\zeta S + \omega_n^2}$$

✚ L 과 C 의 값을 적당하게 만들기 위해 위에서 사용한 식들을 이용한다.

$$\blacksquare C = \frac{1}{2R\omega_n\zeta}, L = \frac{1}{C\omega_n^2} \quad (G(s) \text{의 관계 이용})$$

✚ $R = 100\Omega$ 으로 설정하면,

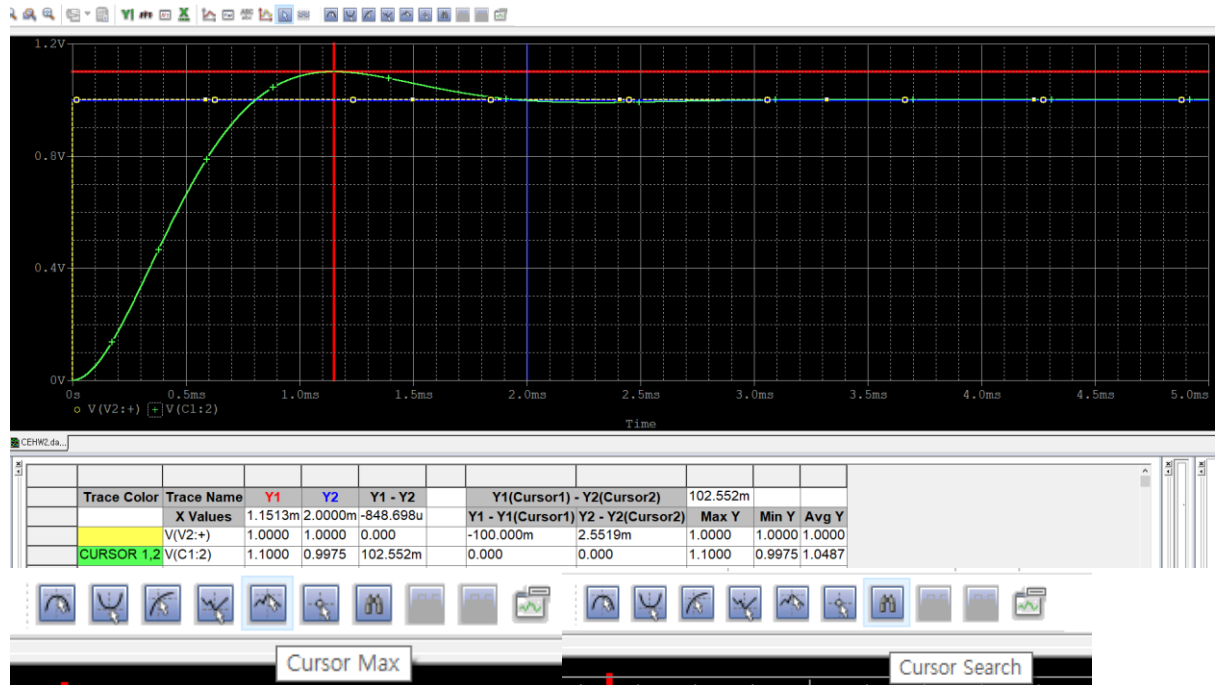
$$C = \frac{1}{2 \cdot 2000 \cdot 100} = 2.5\mu F, \quad L = 0.03494642739857756565 = 34.946427mH$$

✚ Peak time 을 구해보면,

$$\blacksquare T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.00115129254 \dots = 1.15129ms$$

- ② Matlab 과 Simulink 를 이용하려 하였으나 보다 설계를 편하게 해주는 툴들이 업데이트 및 다운로드를 요구하였고,^[1] 다소 과한 기능들도 많고 간단한 회로 설계에 쓰기에는 적절하지 않으며,^[2] 관련 공부를 하여도 얻을 수 있는 기능인 수식 계산이나 plot 을 이용한 그래프 기능에 대해서는 Pspice 의 강력한 simulation 기능을 이용하는 것과 별반 다르지 않다고 판단하였습니다. 제어공학 첫번째 과제에서는 python 을 이용하였으나, pspice 를 통해 원하는 결과를 도출해내었으므로 python 을 이용한 수식정리를 부수적으로 진행합니다.

③ Simulation Graph



- 가로는 시간축, 세로는 Output 전압에 대한 크기를 나타냅니다.
- Cursor Max 를 이용하여 Output 의 최대값을 측정한 결과(Y1-빨간색 Cursor), 1.1513ms 로 앞서 이론적으로 계산한 peak time 과 잘 일치하였으며, %OS 또한 1.1V 로 정확히 10% 를 나타내는 것을 확인하였습니다.
- 다음으로 $T_s = 2ms$ 로 설계하였는데 Cursor Search Command (search x value (2ms)) 를 이용하여 확인해보니 해당 지점의 값이 기준오차를 충분히 만족하였습니다. 또한 $\pm 2\%$ 안으로 들어가는 지점은 약 1.75ms 정도로 보다 빠르게 안정되는 모습을 보이며, 설계치에 만족하는 결과를 확인할 수 있었습니다. 이로써 원하는 사양에 맞게 잘 설계가 되었음을 알 수 있습니다.

☐ Pspice Simulations...

➤ 결과 및 분석

▸ 표 1 - 주요 상수 정리

| ζ | ω_n | | | | |
|----------|-------------|--|--|--|--|
| 0.591155 | 3,383.20725 | | | | |

♣ 감쇠비 ζ 가 0 과 1 사이의 범위에 있기 때문에 *Underdamped* 출력입니다.

♣ 전달함수의 *characteristic equation* 의 근을 구해보면 다음과 같습니다.^[3]

$$S_1 = -2000 + i\sqrt{7446091}, S_2 = -2000 - i\sqrt{7446091}$$

이는 복소근이며 허수축을 기준으로 왼쪽에 위치합니다.

따라서 안정하며, Underdamped 출력 특성을 갖습니다.

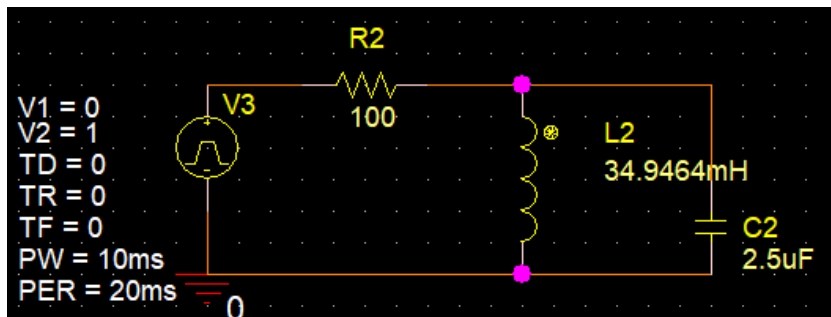
출력되는 그래프 양상 또한 시간이 무한대로 갈수록 소스 전압인 1V 로 수렴해 가는 것을 볼 수 있습니다.

♣ 수치적 계산에 대해서는 컴퓨터에 내장된 공학용 계산기를 사용하였으며, 이외에 다양한 웹 상의 도구들을 이용하였고 아래 출처문헌을 통해 밝혔습니다.

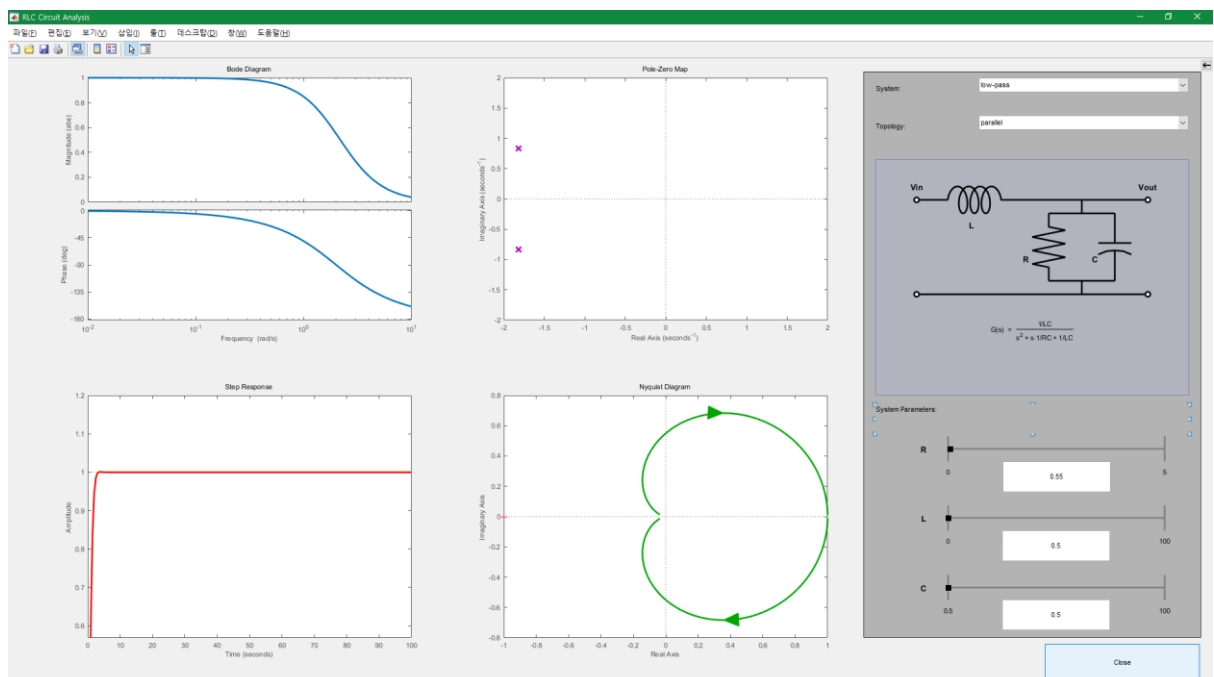
➤ 결론

🔗 실제 시뮬레이션 결과가 이론과 잘 일치함을 확인하였습니다.

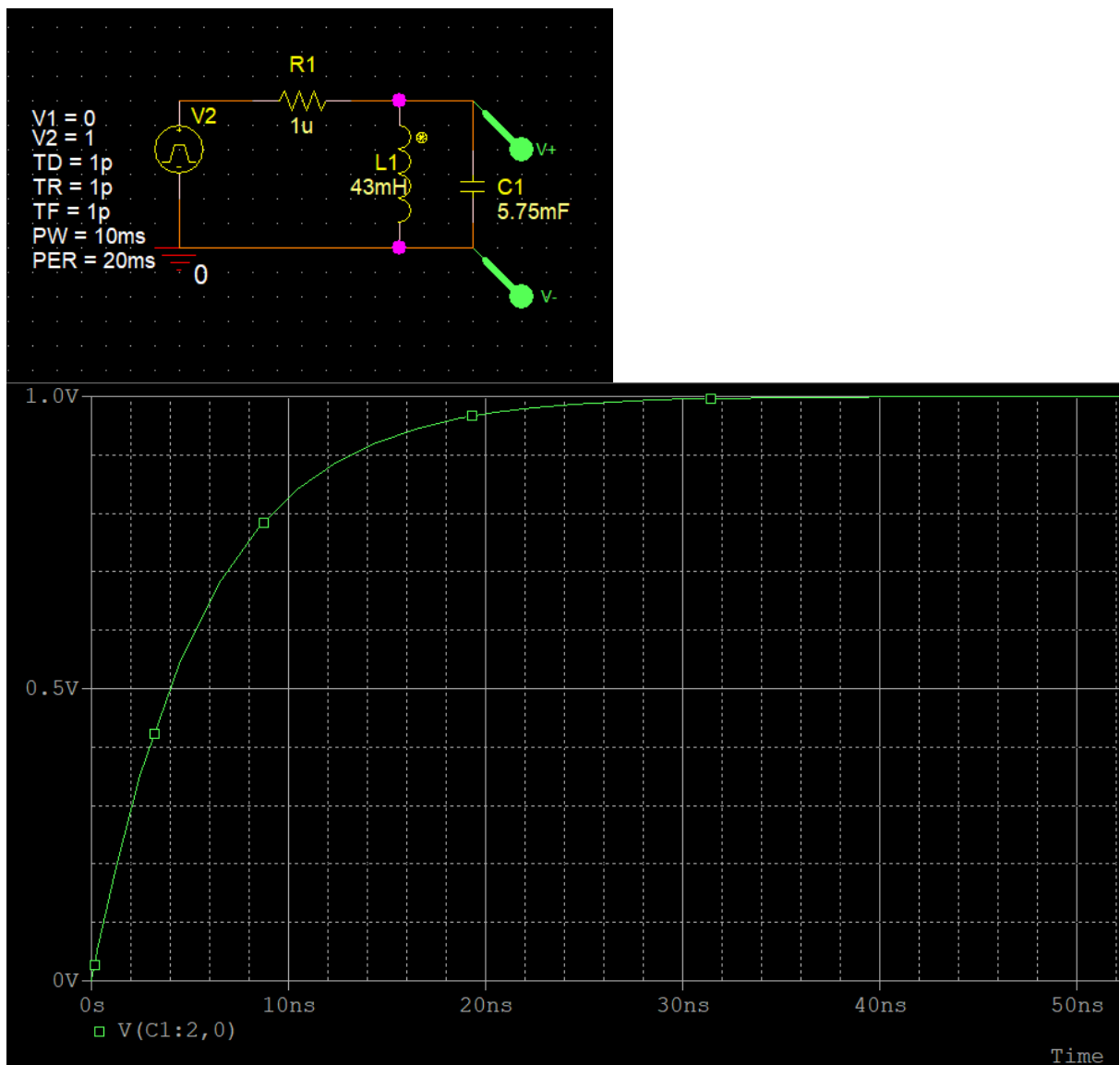
➤ 시행착오 사항 정리



초기에 잘 되지 않아 직렬회로를 먼저 테스트 해보았습니다.



Matlab 의 RLC_GUI 기능을 이용하려 하였으나 값 조절 바가 0.5~5 까지의 범위에서만 사용가능하여서 문제의 조건에 맞는 RLC 의 비율을 설계할 수 없어서 사용하지 못하였습니다.



잘못된 값을 설정하였을 경우입니다.

➤ 참고문헌

- [1] <https://kr.mathworks.com/help/control/ug/analyzing-the-response-of-an-rlc-circuit.html>
- [2] https://www.youtube.com/watch?v=_gn-vlCJu9g
- [3] <https://www.mathportal.org/calculators/polynomials-solvers/polynomial-roots-calculator.php>

...

...

마침.