RL, RC, RLC 회로

기초전자 설계 및 실험
전자 IT 미디어 공학과
최의민

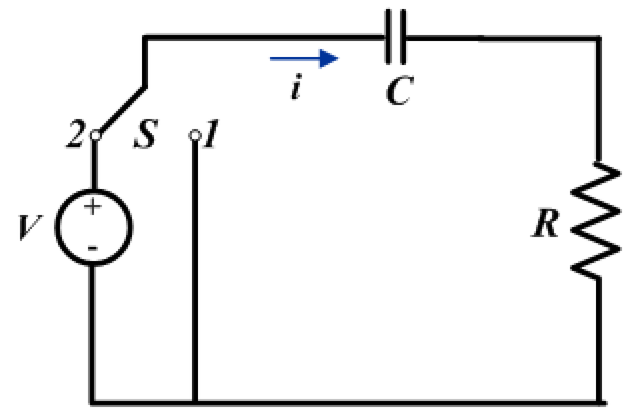
Contents

RC 회로 – 커패시터의 충전

- t=0 S=1, 커패시터는 충전되어 있지 않음
- S=2, 커패시터가 충전되기 시작
- 키르히호프의 전압 법칙 - 회로 방정식

$$V = Ri + \frac{1}{C}\int idt \qquad V = R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \quad since\ i = \frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{dQ}{Q - VC} = -\frac{1}{RC}dt$$



RC 직렬회로 - 충전

- 양변을 적분

$$ln(Q - VC) = -\frac{1}{RC}t + C'$$

- 초기조건: t=0 일때 Q=0

$$C' = ln(-VC)$$

$$ln(Q - VC) = -\frac{1}{RC}t + ln(-VC) \Longrightarrow ln(1 - \frac{Q}{VC}) = -\frac{1}{RC}t$$

RC 회로 – 커패시터의 충전

➢ 양변에 지수 함수를 취함

$$ln(1-\frac{Q}{VC})=-\frac{1}{RC}t \Rightarrow 1-\frac{Q}{VC}=e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$Q=CV(1-e^{-\frac{1}{RC}t})$$

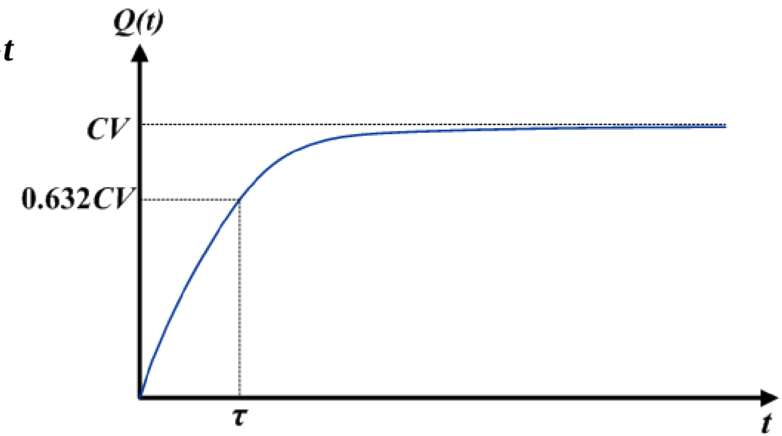
➢ 시간에 대해 미분하면

$$i=\frac{dQ}{dt}=\frac{V}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

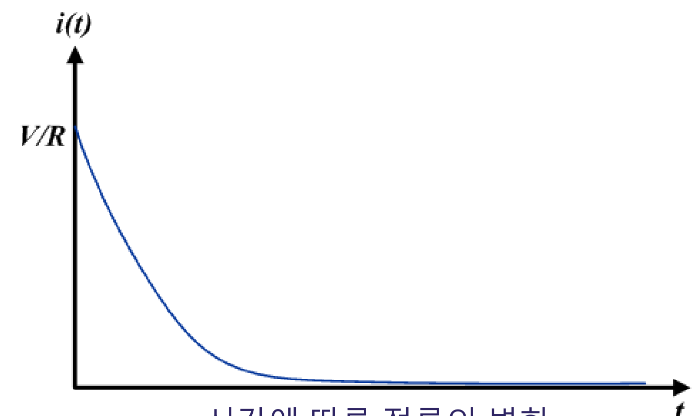
➢ 시정수 τ: 최대 전하량 CV의 63.2 %에 이르기까지 걸리는 시간

$$0.632CV=CV(1-e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$\therefore \tau=RC$$



시간에 따른 전하의 변화



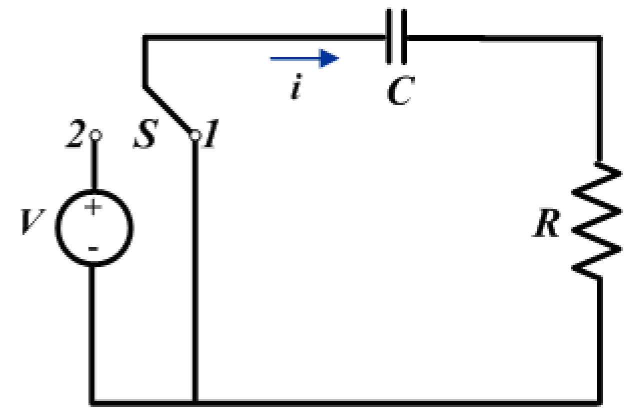
시간에 따른 전류의 변화

RC 회로 – 커패시터의 방전

- *S*=1, 커패시터가 방전되기 시작
- 키르히호프의 전압 법칙 - 회로 방정식

$$0 = Ri + \frac{1}{C}\int idt \qquad 0 = R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \quad since\ i = \frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}dt$$



RC 직렬회로 - 방전

- 양변을 적분

$$ln(Q) = -\frac{1}{RC}t + C'$$

- 초기조건: *t*=0 일때 *Q*=*CV*

$$C' = ln(CV)$$

$$ln(Q) = -\frac{1}{RC}t + ln(CV) \Longrightarrow ln(\frac{Q}{CV}) = -\frac{1}{RC}t$$

RC 회로 – 커패시터의 방전

➢ 양변에 지수 함수를 취함

$$ln(\frac{Q}{CV}) = -\frac{1}{RC}t \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{CV} = e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$Q = CV(e^{-\frac{1}{RC}t})$$

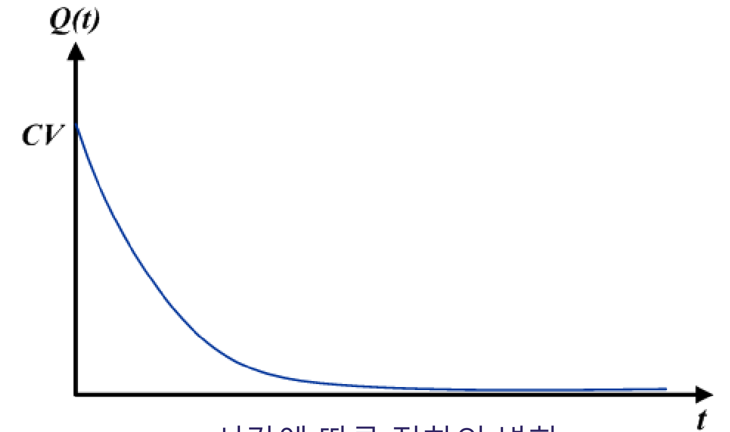
➢ 시간에 대해 미분하면

$$i = \frac{dQ}{dt} = -\frac{V}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

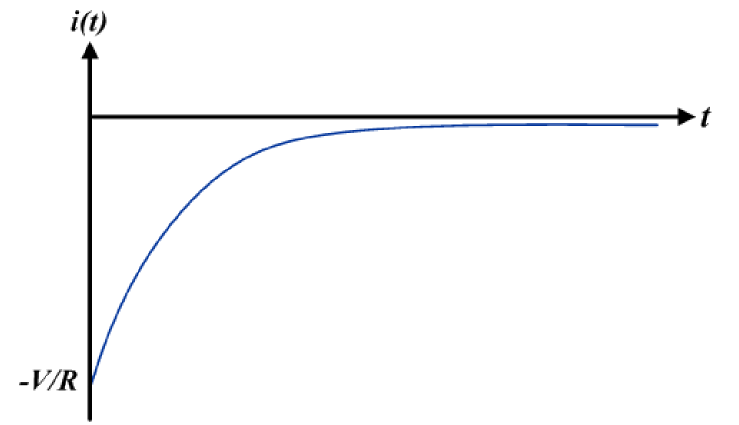
➢ 시정수 τ : 최대 전하량 CV의 63.2 %에 이르기까지 걸리는 시간

$$0.632CV = CV(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

$$\therefore \tau = RC$$



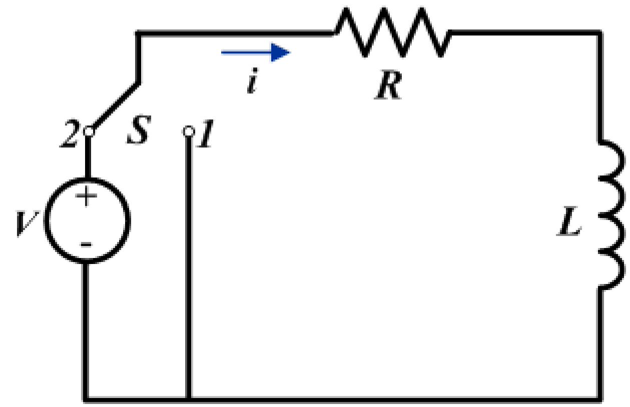
시간에 따른 전하의 변화



시간에 따른 전류의 변화

RL 회로 – 인덕터의 충전

- t=0 S=1, 초기전류는 흐르지 않음
- S=2, 전류가 흐리기 시작
- 키르히호프의 전압 법칙 - 회로 방정식



RL 직렬회로 - 충전

$$V = Ri + L\frac{di}{dt} \Longrightarrow \frac{di}{V - Ri} = \frac{1}{L}dt$$

- 양변을 적분

$$\int \frac{di}{V - Ri} = \int \frac{1}{L}dt \Longrightarrow -\frac{1}{R}ln(V - Ri) = \frac{1}{L}t + C'$$

- 초기조건: t=0 일때 i_0=0

$$C' = -\frac{1}{R}lnV$$

$$-\frac{1}{R}ln(V - Ri) = \frac{1}{L}t - \frac{1}{R}lnV \Longrightarrow -\frac{R}{L}t = [\,ln(V - Ri) - lnV\,] = ln\left(1 - \frac{Ri}{V}\right)$$

RL 회로 – 인덕터의 충전

- 양변에 지수 함수를 취함

$$-\frac{R}{L}t = ln\left(1-\frac{Ri}{V}\right) \Rightarrow 1-\frac{R}{V}i = e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i = \frac{V}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$$

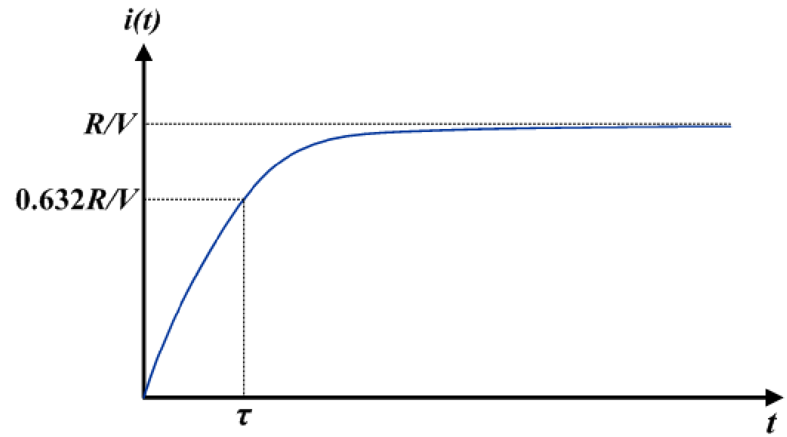
- 패러데이 법칙에 의한 유도기전력

$$\varepsilon_L(t) = -L\frac{di}{dt} = -Ve^{-\frac{R}{L}t}$$

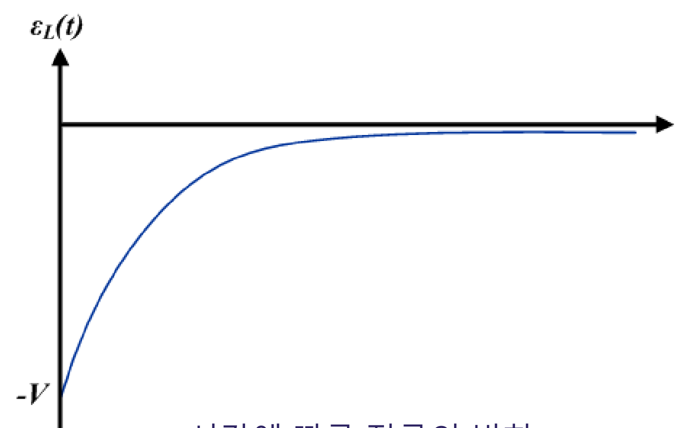
- 시정수 τ : 최대 전류 V/R의 63.2 %에 이르기까지 걸리는 시간

$$0.632\frac{V}{R} = \frac{V}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}\tau}) \Rightarrow e^{-\frac{R}{L}\tau} = 0.368$$

$$\therefore \tau = \frac{L}{R}$$



시간에 따른 전하의 변화



시간에 따른 전류의 변화

RL 회로 – 인덕터의 방전

- S=1, 인덕처가 방전되기 시작
- 키르히호프의 전압 법칙 - 회로 방정식

$$0 = Ri + L\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt$$

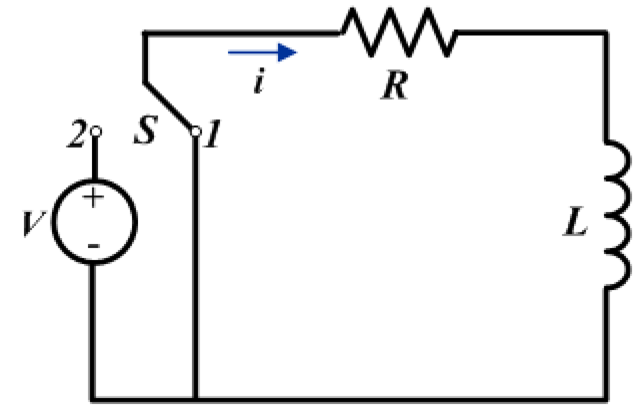
- 양변을 적분

$$\int \frac{di}{i} = -\int \frac{R}{L}dt \quad \Rightarrow \quad ln(i) = -\frac{R}{L}t + C$$

- 초기전류 $i_0 = V/R$

$$C = ln\frac{V}{R}$$

$$ln(i) = -\frac{R}{L}t + ln\frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{V}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$



RL 직렬회로 - 충전

- 인덕터 양단의 전압

$$\varepsilon_L(t) = -L\frac{di}{dt} = Ve^{-\frac{R}{L}t}$$

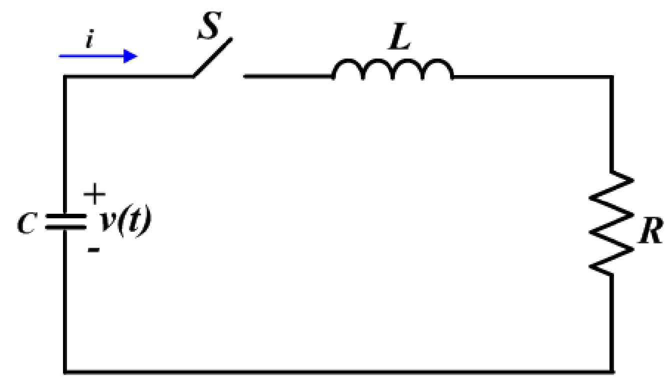
SEOULTECH
SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

RLC 회로 – *RLC* 직렬회로의 자연응답

- *S*=OFF, *C*는 *V*로 초기 충전 됨
- *t*=0, *S*=ON, *C*에 축적된 에너지가 *R*과 *L*로 방출
- 키르히호프의 전압 법칙 - 회로 방정식

$$L\frac{di}{dt}+Ri+v=0 \qquad i=C\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{d^2v}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dv}{dt}+\frac{1}{LC}v=0$$



RLC 직렬회로

- 특성방정식, 공진주파수 (ω_0 [rad/s]) 및 네퍼주파수 (α [1/s],지수감쇠계수)

$$s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}=0 \qquad s_1=-\alpha+\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2} \qquad where,\ \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \alpha=\frac{R}{2L}$$

$$s_2=-\alpha-\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}$$

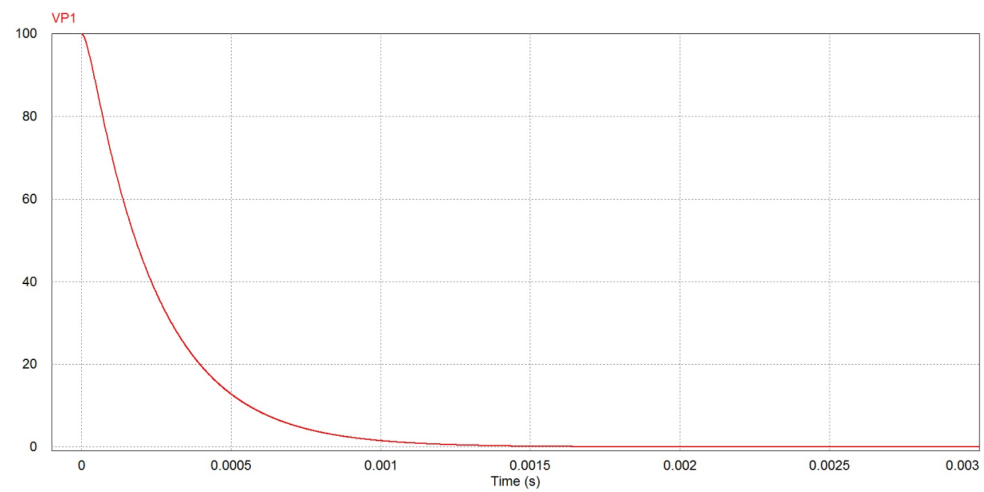
RLC 직렬회로의 자연응답

- 과감쇠응답
  - 서로 다른 2 개의 실근 ($\omega_0 < \alpha$)

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$
$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

  - 자연응답의 형태

$$v_n(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_1 t}$$



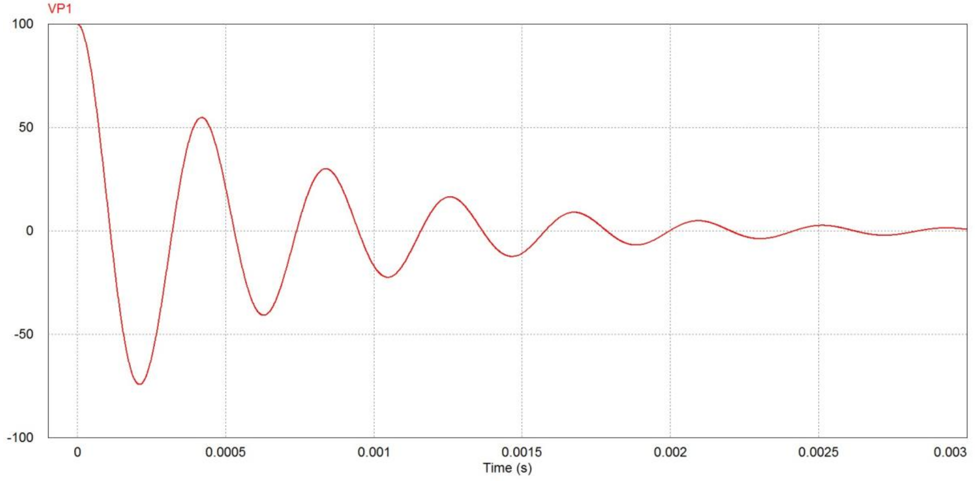
RLC 직렬회로의 자연응답

- 부족감쇠응답
  - 한쌍의 공액 복소수 근 ($\omega_0 > \alpha$)

$$s_1, s_2 = -\alpha \pm j\omega_d, \quad \text{where}\ \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

  - 자연응답의 형태

$$v_n(t) = e^{-\alpha t}(A\cos\omega_d t + B\sin\omega_d t)$$



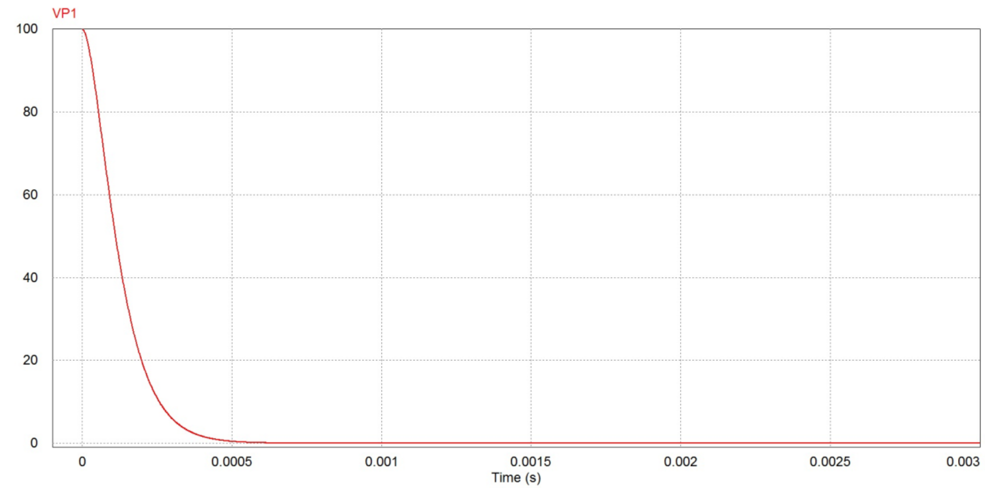
RLC 직렬회로의 자연응답과 완전응답

- 임계감쇠응답
  - 서로 같은 1 개 실수 ($\omega_0 = \alpha$)

$$s_1, s_2 = -\alpha$$

  - 자연응답의 형태

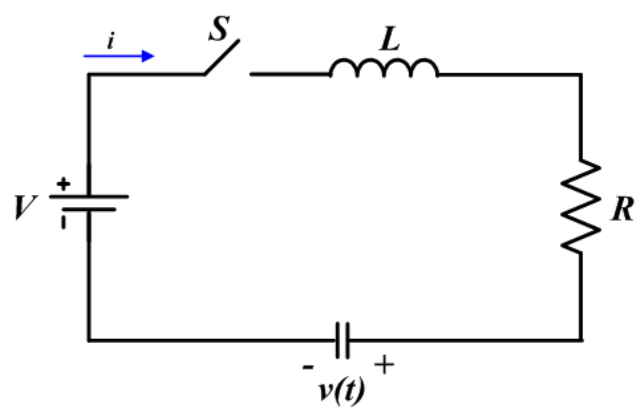
$$v_n(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_1 t}$$



- 완전응답
  - 강제응답 + 자연응답

$$v(t) = v_f(t) + v_n(t)$$

  - 강제응답: $t = \infty$ 일 때 응답으로 강제 함수의 크기와 같음
  - $v_f(t) = V$



실험

➢ 목적

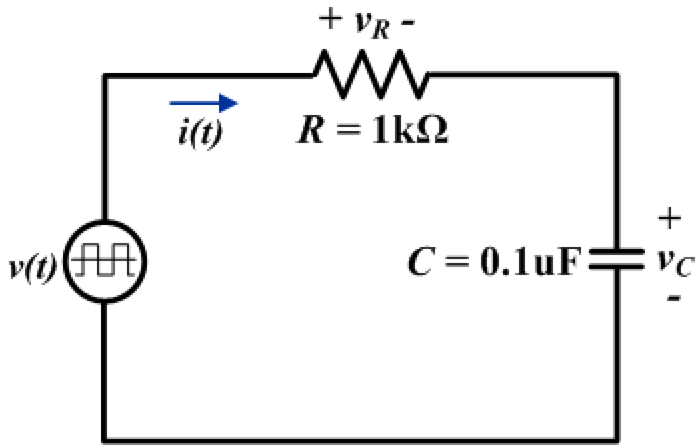
- *RC* 회로의 과도 상태의 특성을 실험으로 통해서 확인한다.
- *RL* 회로의 과도 상태의 특성을 실험으로 통해서 확인한다.
- *RLC* 회로의 과도 상태의 특성을 실험으로 통해서 확인한다.

➢ 실험기자재 및 부품

- 오실로스코프, 파형발생기
- 멀티미터, 브레드보드
- 저항 : 1 kΩ 등
- 커패시터: 0.1 uF
- 인덕터: 10 mH, 44 mH

RC 직렬회로 과도응답

➢실험 1 – 시정수 측정



RC 직렬회로 실험도

(1) 위의 그림과 같이 회로도를 구성한다.

(2) 사각파 *V*= 10 $V_{p\text{-}p}$, 0.5 kHz, Duty = 0.5인 구형파를 인가한다.

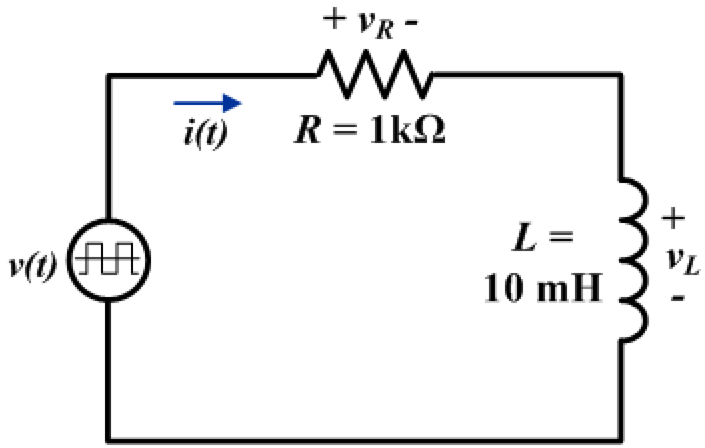
(3) 오실로스코프를 이용하여 커패시터 양단의 전압변화를 관찰한다.

(4) 위의 회로에서 시정수를 (이론값)를 계산하여 기록한다.

(5) 커패시터 양단의 전압으로부터 시정수를 확인하고 이론값과 비교한다.

RL 직렬회로 과도응답

➢실험 2 – 시정수 측정



RL 직렬회로 실험도

(1) 위의 그림과 같이 회로도를 구성한다.

(2) 사각파 *V*= 10 $V_{p\text{-}p}$, 2.5 kHz, Duty = 0.5인 구형파를 인가한다.

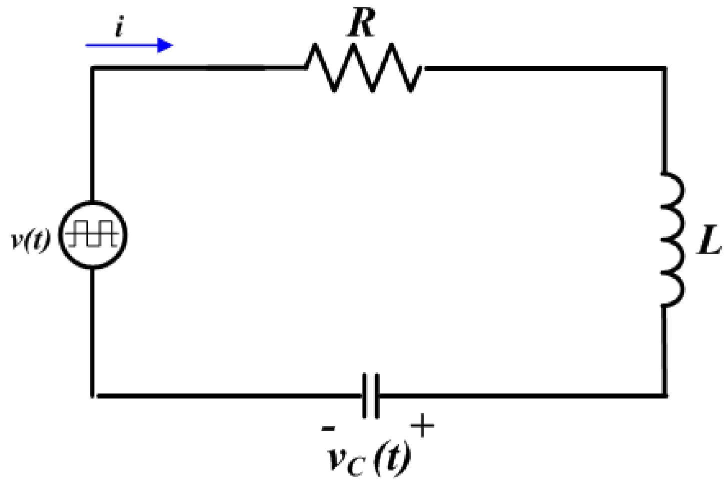
(3) 오실로스코프를 이용하여 저항 양단의 전압변화를 관찰한다.

(4) 위의 회로에서 시정수를 (이론값)를 계산하여 기록한다.

(5) 저항 양단의 전압으로부터 시정수를 확인하고 이론값과 비교한다.

RLC 직렬회로 과도응답

➤실험 3



RLC 직렬회로 실험도

(1) 위의 그림과 같이 회로도를 구성한다. L = 44 mH, C = 0.1 uF

(2) 임계감쇠응답을 갖도록 R의 값을 선정한다

(3) 공진주파수 및 지수감쇠계수를 계산한다

(4) 사각파 $v(t)$ = 4 $V_{p\text{-}p}$, 100 Hz, Duty = 0.5인 구형파를 인가한다.

(5) 커패시터 전압 $v_C(t)$ 을 측정한다.

RLC 직렬회로 과도응답

➢ 실험 3

(6) (2)에서 구한 *R* 값을 *R*-1200 Ω과 *R*+1200Ω으로 각 각 바꾼 후 커패시터 전압을 측정한다

(7) 측정된 파형을 *RLC* 직렬회로의 응답 특성과 연관 지어 설명하라

(8) 공진주파수를 측정하고 계산된 공진주파수와 비교하라