

Mètodes Numèrics

Derivació Numèrica

M. Àngela Grau Gotés

Departament de Matemàtica Aplicada II
Universitat Politècnica de Catalunya · BarcelonaTech.

21 d'abril de 2020

“Donat el caràcter i la finalitat exclusivament docent i eminentment il·lustrativa de les explicacions a classe d'aquesta presentació, l'autor s'acull a l'article 32 de la Llei de propietat intel·lectual vigent respecte de l'ús parcial d'obres alienes com ara imatges, gràfics o altre material contingudes en les diferents diapositives”



© 2020 by M. Àngela Grau Gotés.

Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional.

- 1 Sessió 9
 - Fórmules centrades
 - Pràctica 22: Comportament de l'error
- 2 Referències

Exercici 1

Calculeu $f'(0.2)$ i $f''(0.2)$ fent ús de fórmules centrades per la funció de la qual coneixem els valors següents:

x_i	0.1	0.2	0.3
y_i	1.2751	1.4778	1.7149

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + \mathcal{O}(h^2)$$

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + \mathcal{O}(h^2)$$

Exercici 2

Sigui

$$K(x) = \int_0^1 \frac{dt}{(1 - x^2 t^2)(1 - t^2)}.$$

Fent ús de les dades la taula de taula i de fórmules centrades

x_i	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
y_i	1.608049	1.622528	1.640000	1.660886	1.685750

Calculeu $K'(0.40)$, $K''(0.40)$ i $K'''(0.40)$.

Pràctica 22

Comportament de l'error per a les fórmules de derivació numèrica.

Considereu la fórmula d'aproximació de la derivada primera següent:

$$\mathbf{F2} : f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}.$$

Es sabut que la derivada de la funció $f(x) = \ln(x)$ en $x = 2$ pren el valor $f'(\sqrt{2}) = 1/2$. Es demana :

- Aproximeu $f'(\sqrt{2})$ fent ús de la fórmula F2 i per $h_k = 2^{-k}$ per a $k = 1, 2, 3 \dots 15$. Presenteu els resultats en una taula (T1).
- Calculeu l'error absolut per cada una de les aproximacions obtingudes. Presenteu els resultats en una taula (T2). Representeu l'error en una gràfica, amb $k = 1, 2, 3 \dots 15$ a l'eix d'abscises i $\log(\text{error})$ a l'eix d'ordenades.
- Observeu que hi ha un pas òptim a partir del qual, si prenem valors de h més petits, els errors comencen a créixer. Quin és aquest pas per F2?

Exercici 3

L'any 2009 (a Berlín) Usain Bolt va situar el record dels 100m en 9.58s. Les dades de la carrera són les següents

r	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t(r)	0	1.85	2.89	3.78	4.64	5.49	6.31	7.11	7.92	8.74	9.58

on la primera fila és la distància recorreguda en metres i la segona el temps emprat en segons





(font: NBC, <http://www.universalsports.com/news/article/newsid=385633.html>).

Calculeu una aproximació de la velocitat i l'acceleració

$$v(t) = \frac{dr}{dt}, \quad a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$$

en la carrera. Feu una representació gràfica dels valors obtinguts
Determineu corbes que ajustin les dades.

Guies de MATLAB

-  MathWorks Documentation Center, Matlab Users's Guide online
-  MathWorks Documentation Center, Matlab Functions's Guide online
-  MathWorks Documentation Center, Matlab Users's Guide in pdf
-  MathWorks Documentation Center, Tutorials