

Funciones de varias variables

“Puntos críticos para funciones de varias variables”



**Departamento de Ciencias
de la Computación**

Asignatura:

“Optimización Inteligentes”

Profesor:

Eunice Esther Ponce de León
Senti

Fecha:

18 de octubre de 2024

Alumnos:

Juan Francisco Gallo Ramírez

ID: 23287

**Ingeniería en Computación
Inteligente**

5to Semestre

Obtención de Puntos

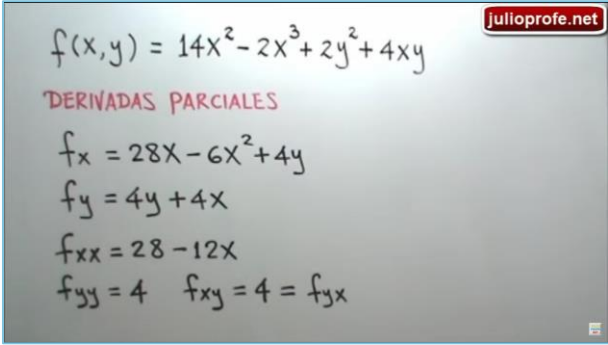
Para la obtención y clasificaciones de los puntos críticos de una función de varias variables se consultó el procedimiento en el video del siguiente enlace:

<https://youtu.be/dVBWSsob7h8?si=3Fy6wjbYQTZMSTWi>

En dicho video se describe el procedimiento para encontrar y clasificar los puntos críticos. A continuación, se generaliza dicho procedimiento.

1. Se obtienen las derivadas parciales:

Se obtienen las derivadas parciales de primer y segundo orden de la función de varias variables.



Handwritten notes showing the function $f(x,y) = 14x^2 - 2x^3 + 2y^2 + 4xy$ and its partial derivatives. The text is written on a whiteboard background with a 'julioprofe.net' logo in the top right corner.

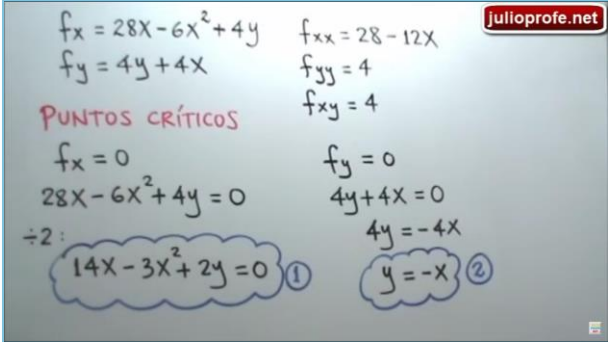
$$f(x,y) = 14x^2 - 2x^3 + 2y^2 + 4xy$$

DERIVADAS PARCIALES

$$f_x = 28x - 6x^2 + 4y$$
$$f_y = 4y + 4x$$
$$f_{xx} = 28 - 12x$$
$$f_{yy} = 4 \quad f_{xy} = 4 = f_{yx}$$

2. Se determinan los puntos críticos de la función:

Para ello basta con igualar las derivadas de primer orden a 0, y de esta forma encontrar el valor en x .



Handwritten notes showing the system of equations for finding critical points. The text is written on a whiteboard background with a 'julioprofe.net' logo in the top right corner.

$$f_x = 28x - 6x^2 + 4y$$
$$f_y = 4y + 4x$$

PUNTOS CRÍTICOS

$$f_x = 0$$
$$28x - 6x^2 + 4y = 0$$
$$\div 2:$$
$$14x - 3x^2 + 2y = 0 \quad (1)$$
$$f_{xx} = 28 - 12x$$
$$f_{yy} = 4$$
$$f_{xy} = 4$$
$$f_y = 0$$
$$4y + 4x = 0$$
$$4y = -4x$$
$$y = -x \quad (2)$$

Al hacerlo se obtuvo un sistema de ecuaciones y al resolverlo se pudo encontrar finalmente dicho valor en x .

② en ①:

$$14X - 3X^2 + 2(-X) = 0$$

$$14X - 3X^2 - 2X = 0$$

$$12X - 3X^2 = 0$$

$$3X(4 - X) = 0$$

$$3X = 0 \vee 4 - X = 0$$

$X = 0$ $X = 4$ $y = -X$ ②

$f_{xx} = 28 - 12X$
 $f_{yy} = 4$
 $f_{xy} = 4$

$a \cdot b = 0 \rightarrow a = 0 \vee b = 0$

Ya con el valor en x se procede a encontrar el valor en y , y así determinar los puntos críticos.

P.C.₁ (0,0)
P.C.₂ (4,-4)

$f_{xx} = 28 - 12X$
 $f_{yy} = 4$
 $f_{xy} = 4$

$X = 0$ $X = 4$ $y = -X$ ②

3. Se obtiene el discriminante:

Se calcula el determinante con la fórmula correspondiente ya que nos ayudará a clasificar los puntos críticos que se obtuvieron anteriormente.

P.C.₁ (0,0)
P.C.₂ (4,-4)

$f_{xx} = 28 - 12X$
 $f_{yy} = 4$
 $f_{xy} = 4$

DISCRIMINANTE: D

$$D = f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2$$

$$D = (28 - 12X) \cdot 4 - (4)^2$$

$$D = 112 - 48X - 16 \rightarrow D = 96 - 48X$$

4. Se clasifican los puntos críticos:

Se calculan los valores de f_{xx} , f_{yy} y el discriminante D para cada punto crítico que se obtuvo y se determina si son positivos o negativos.

Para el primer punto crítico se obtuvieron los tres resultados positivos, por lo tanto, se clasifica como un **mínimo local**.

$P.C._1 (0,0)$ **MÍNIMO LOCAL**
 $P.C._2 (4,-4)$
 $f_{xx} = 28 - 12x$
 $f_{yy} = 4$
 $D = 96 - 48x$

For $P.C._1 (0,0)$:
 $f_{xx} = 28 > 0$
 $f_{yy} = 4 > 0$
 $D = 96 > 0$

Para el segundo punto crítico se obtuvo el discriminante negativo, por lo tanto, se clasifica como un **punto de silla**.

$P.C._1 (0,0)$ **MÍNIMO LOCAL**
 $P.C._2 (4,-4)$ **PUNTO DE SILLA**
 $f_{xx} = 28 - 12x$
 $f_{yy} = 4$
 $D = 96 - 48x$

For $P.C._2 (4,-4)$:
 $f_{xx} = -20 < 0$
 $f_{yy} = 4 > 0$
 $D = -96 < 0$

5. Se calculan los puntos espaciales:

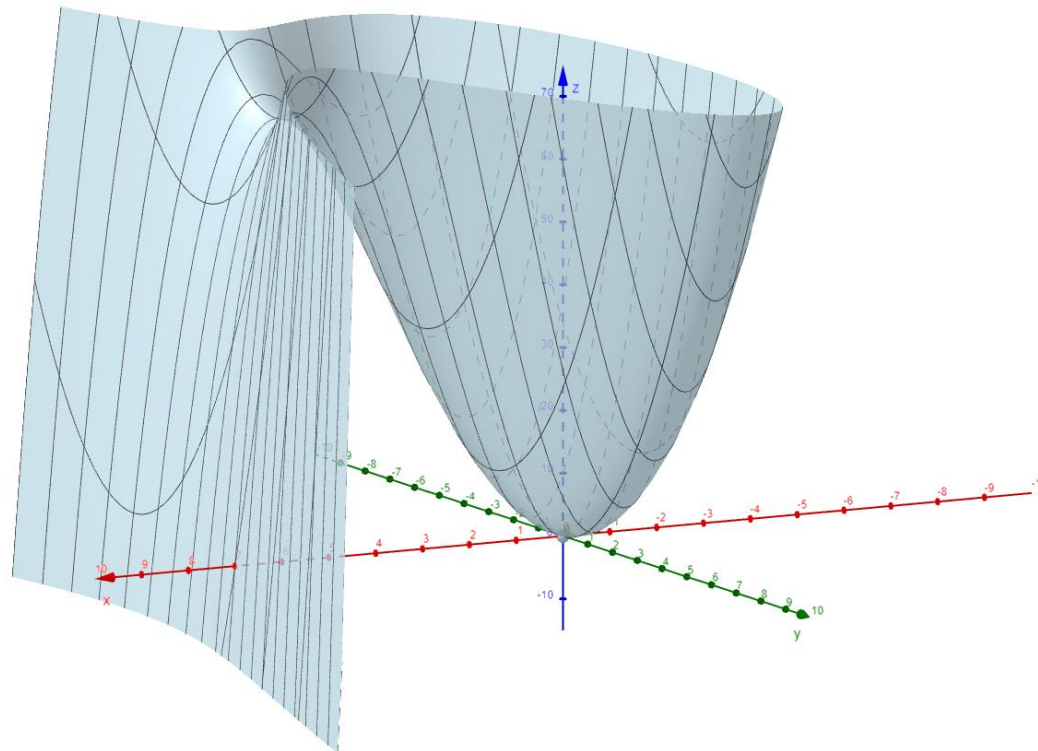
Para calcular los puntos espaciales solo basta con evaluar los puntos críticos en la función de varias variables original, después de ese procedimiento se obtuvieron los puntos en el espacio.

$P.C._1 (0,0,0)$ **MÍNIMO LOCAL**
 $P.C._2 (4,-4,64)$ **PUNTO DE SILLA**
 $z = f(x,y) = 14x^2 - 2x^3 + 2y^2 + 4xy$

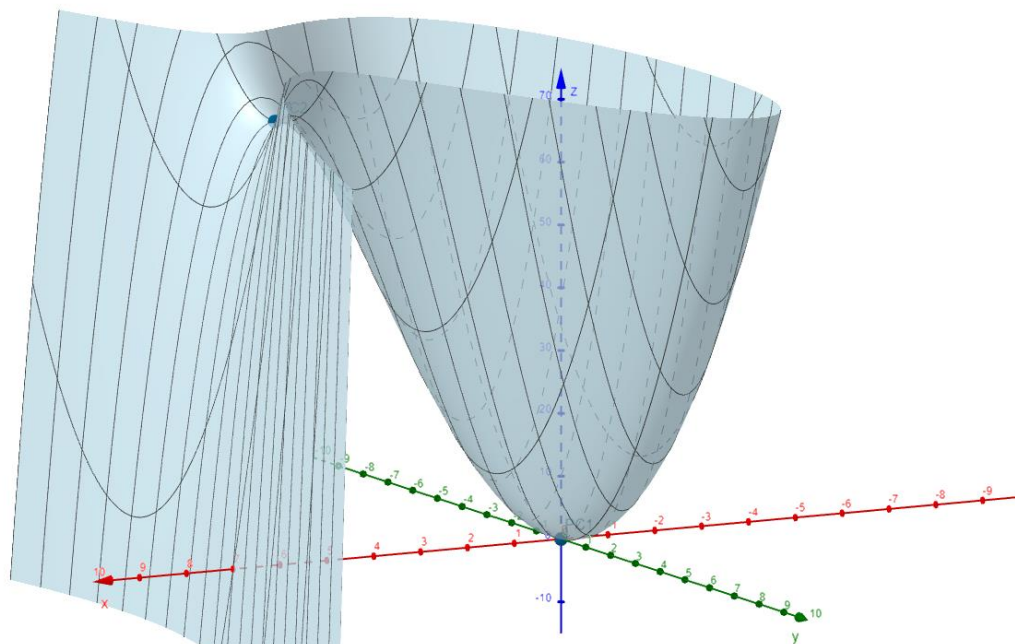
Graficación de Función

- Gráfica de la función :

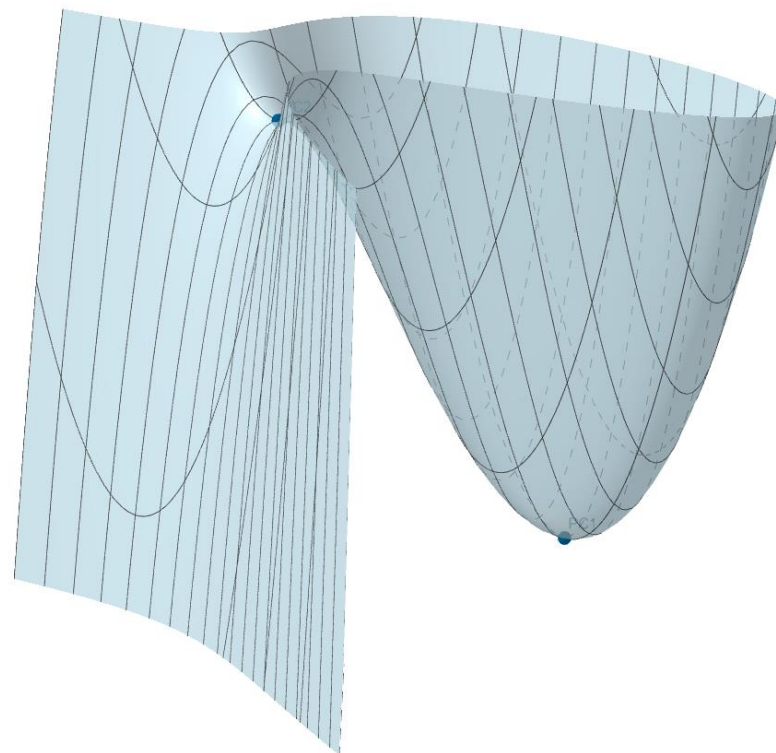
○ $f(x,y) = 14x^2 - 2x^3 + 2y^2 + 4xy$



● Puntos críticos:



●	$PC1 = (0, 0, 0)$
●	$PC2 = (4, -4, 64)$



- Clasificación puntos críticos:

