

Autómatas I.

Parcial II. Tarea I.

Expresiones Regulares (Primera sección).

Juan Francisco Gallo Ramírez

5to Semestre UAA

I.C.I.



Ejercicio.

1. Expresar el lenguaje que corresponde a la siguiente **expresión regular**:

$$(a + (b \cdot c))^*$$

Solución

Teniendo la expresión se procede a hacer una reducción para determinar el lenguaje que representa de una manera más sencilla:

- **Reducción de la expresión:**

$$L((a + (b \cdot c))^*)$$

$$L(a + (b \cdot c))^*$$

$$[L(a) \cup L(b \cdot c)]^*$$

$$[\{a\} \cup \{bc\}]^*$$

$$\{a, bc\}^*$$

Dado que la reducción resultó en un único conjunto estrella, la forma más sencilla para representar el lenguaje que se ha encontrado es:

$$L = \{w : w \in \{a, bc\}^*\}$$

B)

Ejercicio.

2. Expresar el lenguaje que corresponde a la siguiente **expresión regular**:

$$(a + b + c)^* \cdot (c + \emptyset)$$

Solución

Teniendo la expresión se procede a hacer una reducción para determinar el lenguaje que representa de una manera más sencilla:

- **Reducción de la expresión:**

$$L((a + b + c)^* \cdot (c + \emptyset))$$

$$L((a + b + c)^*)L(c + \emptyset)$$

$$L(a + b + c)^*L(c + \emptyset)$$

$$[L(a) \cup L(b) \cup L(c)]^*[L(c) \cup L(\emptyset)]$$

$$\{a, b, c\}^*[\{c\} \cup \emptyset]$$

$$\{a, b, c\}^*\{c\}$$

$$\{a, b, c\}^*c$$

La reducción resultó en un conjunto estrella el cual está compuesto por todos los elementos del alfabeto ($\Sigma = \{a, b, c\}$), entonces la expresión puede ser representada como:

$$L = \{wc : w \in \Sigma^*\}$$

C)

Ejercicio.

3. Expresar el lenguaje que corresponde a la siguiente **expresión regular**:

$$(a + bb)^*(ba^* + \lambda)$$

Solución

Teniendo la expresión se procede a hacer una reducción para determinar el lenguaje que representa de una manera más sencilla:

- **Reducción de la expresión:**

$$\begin{aligned} &L((a + bb)^*(ba^* + \lambda)) \\ &L((a + bb)^*)L(ba^* + \lambda) \\ &L(a + bb)^*[L(ba^*) \cup L(\lambda)] \\ &[L(a) \cup L(bb)]^*[\{ba^*\} \cup \{\lambda\}] \\ &[\{a\} \cup \{bb\}]^*\{ba^*, \lambda\} \\ &\{a, bb\}^*\{ba^*, \lambda\} \end{aligned}$$

La reducción resultó en un conjunto estrella concatenado con una cadena, de una manera sencilla se puede representar de la siguiente manera:

$$L = \{w\{ba^m\}^n : w \in \{a, bb\}^*, 1 \geq m \geq 0, n \geq 0\}$$

Ejercicio.

4. Expresar el lenguaje que corresponde a la siguiente **expresión regular**:

$$a^* + a^*(a + b)c^*$$

Solución

Teniendo la expresión se procede a hacer una reducción para determinar el lenguaje que representa de una manera más sencilla:

- **Reducción de la expresión:**

$$\begin{aligned} &L(a^* + a^*(a + b)c^*) \\ &L(a^*) \cup L(a^*(a + b)c^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& L(a)^* \cup L(a^*)L(a + b)L(c^*) \\
& \{a\}^* \cup L(a)^*(L(a) \cup L(b))L(c)^* \\
& \{a\}^* \cup \{a\}^* (\{a\} \cup \{b\}) \{c\}^* \\
& \{a\}^* \cup \{a\}^* \{a, b\} \{c\}^* \\
& \{a\}^* \cup \{a^*a, a^*b\} \{c\}^* \\
& \{a\}^* \cup \{a^*ac^*, a^*bc^*\} \\
& \{a^*, a^*ac^*, a^*bc^*\}
\end{aligned}$$

La reducción resultó en un conjunto el cual contiene tres tipos de cadenas, las cuales las pueden compartir una estructura de empezar con la letra **a** con n repeticiones y acabar con la letra **c** con m repeticiones, donde **w** representa dos tipos de caracteres posibles, y donde la cadena vacía también se incluye en el lenguaje.

$$L = \{\lambda, a^m w c^n : w \in \{a, b\}, l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0\}$$

1

Ejercicio.

- Find all strings in $L((a + b)b(a + ab)^*)$ of length less than four.

Solución

Teniendo la expresión se procede a hacer una reducción para determinar el conjunto que representa el lenguaje y de esta forma encontrar dichas cadenas:

● Reducción de la expresión:

$$\begin{aligned}
& L((a + b)b(a + ab)^*) \\
& L(a + b)L(b)L((a + ab)^*) \\
& [L(a) \cup L(b)]L(b)L(a + ab)^* \\
& \{a, b\}b[L(a) \cup L(ab)]^* \\
& \{a, b\}b\{a, ab\}^*
\end{aligned}$$

$$\{ab, bb\}\{a, ab\}^*$$

Con la expresión reducida, y desarrollando solo un poco el conjunto estrella tenemos:

$$\{ab, bb\}\{\lambda, a, aa, \dots, ab, abab, \dots\}$$

Ya que tenemos más explícita la expresión, sin necesidad de representar el lenguaje, podemos darnos cuenta de las cadenas que cumplen la condición de tener una longitud menor a 4 son:

$$\{ab, bb, aba, bba\}$$

7

Ejercicio.

7. What languages do the expressions $(\emptyset^*)^*$ and $a\emptyset$ denote?

Solución

Teniendo la expresión se procede a hacer una reducción para determinar el lenguaje que representa de una manera más sencilla:

● Reducción de la expresión $(\emptyset^*)^*$:

$$L((\emptyset^*)^*)$$

$$L(\emptyset^*)^*$$

$$(\emptyset^*)^*$$

$$[\{\lambda\}]^*$$

$$\{\lambda\}^*$$

$$\{\lambda\}$$

Por lo tanto, el lenguaje que representa esa expresión es la cadena vacía:

$$L = \{\lambda\}$$

- **Reducción de la expresión \emptyset :**

La expresión en sí ya está lo más reducida posible, y representa un conjunto vacío, es decir, que no hay cadenas que representen el lenguaje.

$$L = \{\}$$

8

Ejercicio.

8. Give a simple verbal description of the language **$L((aa)^*b(aa)^* + a(aa)^*ba(aa)^*)$** .

Solución

Para resolver el ejercicio se hará primeramente la reducción de la expresión que denota el lenguaje:

- **Reducción de la expresión:**

$$L((aa)^*b(aa)^* + a(aa)^*ba(aa)^*)$$

$$[L((aa)^*b(aa)^*) \cup L(a(aa)^*ba(aa)^*)]$$

$$[(aa)^*b(aa)^* \cup a(aa)^*ba(aa)^*]$$

$$\{(aa)^*b(aa)^*, a(aa)^*ba(aa)^*\}$$

El conjunto resultante tiene una característica fundamental, en el primer elemento del conjunto tenemos una operación estrella a la cadena **aa** tanto prefijo así como sufijo de la letra **b**, es decir que tendremos una sucesión par (0, 2, 4, 6, ...) de letras **a** como prefijo y/o sufijo; por otra parte, el segundo elemento del conjunto genera los mismos prefijos y sufijos, pero esta vez con una cantidad impar (1, 3, 5, 7, ...) de letras **a**. Así pues, el lenguaje está descrito por n cantidad de letras **a** como sufijo y prefijo de la letra **b** sin restricciones.

$$L = \{a^nba^m : n \geq 0, m \geq 0\}$$

Descripción verbal:

El lenguaje acepta todas las cadenas con una letra **b** con cualquier cantidad de letras **a** como sufijo y/o prefijo.

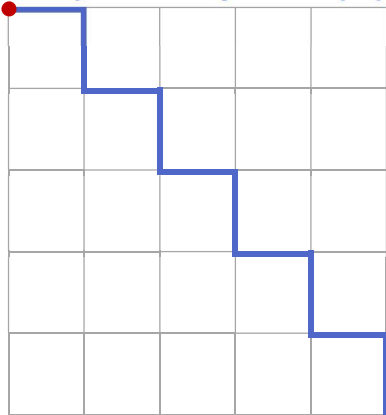
24

Ejercicio.

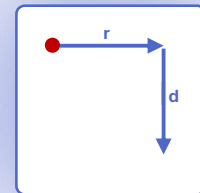
24. Formal languages can be used to describe a variety of two-dimensional figures. Chain-code languages are defined on the alphabet $\Sigma = \{u, d, r, l\}$, where these symbols stand for unit-length straight lines in the directions up, down, right, and left, respectively. An example of this notation is *urdl*, which stands for the square with sides of unit length. Draw pictures of the figures denoted by the expressions $(rd)^*$, $(urddru)^*$, and $(ruldr)^*$.

Solución

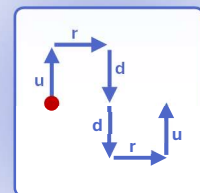
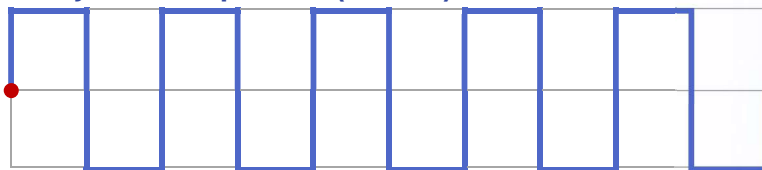
● Dibujo de la expresión $(rd)^*$:



● Punto de origen



● Dibujo de la expresión $(urddru)^*$:



● Dibujo de la expresión $(ruldr)^*$:

