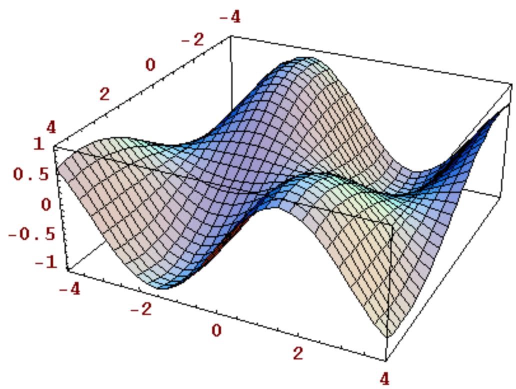


Funciones de varias variables

"Tarea sobre videos de plano tangente, máximos, mínimos y vector gradiente"

Departamento de Ciencias de la Computación

Asignatura:

"Optimización Inteligentes"

Profesor:

Eunice Esther Ponce de León Senti

Fecha:

27 de octubre de 2024

Alumnos:

Juan Francisco Gallo Ramírez

ID: 23287

Ingeniería en Computación Inteligente

5to Semestre

Tarea de Funciones

Para la resolución de la tarea, se utilizo la herramienta grafica de GeoGebra para realizar los cálculos correspondientes y además visualizar los resultados obtenidos. Es necesario aclarar que se realizó el archivo de tal manera que **solo basta con ingresar la función y el punto a evaluar para que el programa arroje todos los resultados necesarios**, ya que se elaboró de forma que obtiene los puntos críticos, los clasifica, obtiene el plano tangente asi como el vector gradiente sin necesidad de realizar cálculos externos.

Obtención de máximos, mínimos y puntos de silla.

Para la obtención de estos puntos, se siguieron los procedimientos vistos en los videos correspondientes, y con la ayuda de GeoGebra se obtuvieron todas las derivadas parciales de las funciones, y una vez obtenidas, también se calcularon las soluciones correspondientes de las derivadas de primer orden de x y de y, resultándonos una matriz con los puntos correspondientes a las funciones. Después se aplicó la fórmula del discriminante y con ayuda de condicionales y herramienta de texto, se clasificaron los puntos obtenidos y se graficaron correspondientemente a la coordenada en z que resultaba evaluar los puntos en la función original.

Obtención de plano tangente.

Para del plano tangente, se utilizó la fórmula otorgada por la profesora, y como se mencionó anteriormente, una vez calculadas las derivadas correspondientes con GeoGebra, solo basta con visualizar el plano en el punto establecido por cada ejercicio.

Obtención del vector gradiente.

De igual forma, solo fue necesario calcular las derivadas correspondientes y realizar el vector dado el punto de origen y el punto de gradiente calculado por GeoGebra.

Ejercicio:

Para las siguientes funciones realiza los procedimientos descritos en el video de Plano Tangente, Máximos, Mínimos y en el video de hallar el vector Gradiente:

a) $f(x,y) = \sin(x) + \cos(y)$ Punto $(0,0)$

Máximos, Mínimos y Puntos de Silla:

Se muestran los cálculos correspondientes de las derivadas y sus puntos críticos, con ayuda de condicionales se clasificaron puntos y se etiquetaron correspondientemente. Nótese que se nos muestran 4 puntos solamente porque al resolver las ecuaciones solo obtenemos 4 puntos, pero hay que recordar que por ejemplo $\frac{\pi}{2}$ es resultante de múltiples valores de y, por eso es que tendrá múltiples puntos máximos, mínimos y de silla, aunque solo se muestren 4.

$f(x, y) = \text{sen}(x) + \cos(y)$

$f'_x(x, y) = \text{Derivada}(f, x)$

$= \cos(x)$

$f'_{xx}(x, y) = \text{Derivada}(f'_x, x)$

$= -\text{sen}(x)$

$f'_y(x, y) = \text{Derivada}(f, y)$

$= -\text{sen}(y)$

$f'_{yy}(x, y) = \text{Derivada}(f'_y, y)$

$= -\cos(y)$

$f'_{xy}(x, y) = \text{Derivada}(f'_x, y)$

$= 0$

$\text{PuntosCriticos} = \text{Soluciones}(\{f'_x = 0,\ f'_y = 0\})$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\pi}{2} & 0 \\ \frac{\pi}{2} & 3.14 \\ -\frac{\pi}{2} & 0 \\ -\frac{\pi}{2} & 3.14 \end{pmatrix}$$

PuntosCriticos3D = Secuencia((Elemento(PuntosCriticos, i, 1), Ele

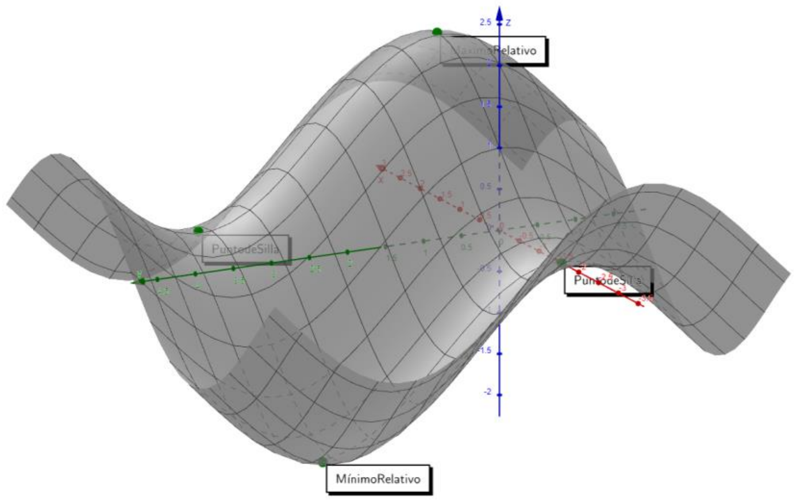
= {(1.57, 0, 2), (1.57, 3.14, 0), (-1.57, 0, 0), (-1.57, 3.14, -2)}

$D(x, y) = f'_{xx}(x,\ y)\ f'_{yy}(x,\ y) - (f'_{xy}(x,\ y))^2$

$= -\text{sen}(x)\ (-\cos(y)) - 0^2$

ClasificarPuntos = Secuencia(Si(D(Elemento(PuntosCriticos, i)) > 0 ∧ f'

= {"\shadowbox{Máximo Relativo}", "\shadowbox{Punto de Silla}", "\s



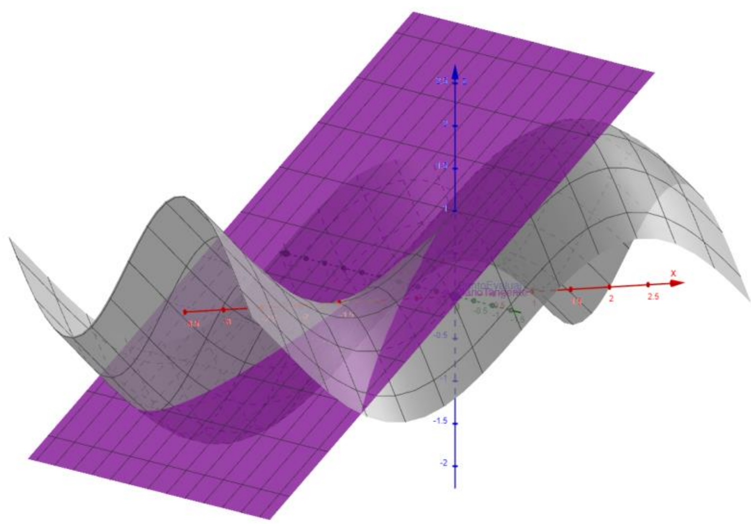
Plano Tangente:

Se muestran los cálculos correspondientes al plano tangente.

$\text{PuntoEvaluar} = (0, 0)$

$$\text{PlanoTangente}(x, y) = f(\text{PuntoEvaluar}) + f'_x(\text{PuntoEvaluar})\,(x - x(\text{PuntoEvaluar})) + f'_y(\text{PuntoEvaluar})\,(y - y(\text{PuntoEvaluar}))$$

$$= \operatorname{sen}(0) + \cos(0) + \cos(0)\,(x) - \operatorname{sen}(0)\,(y)$$



Vector Gradiente:

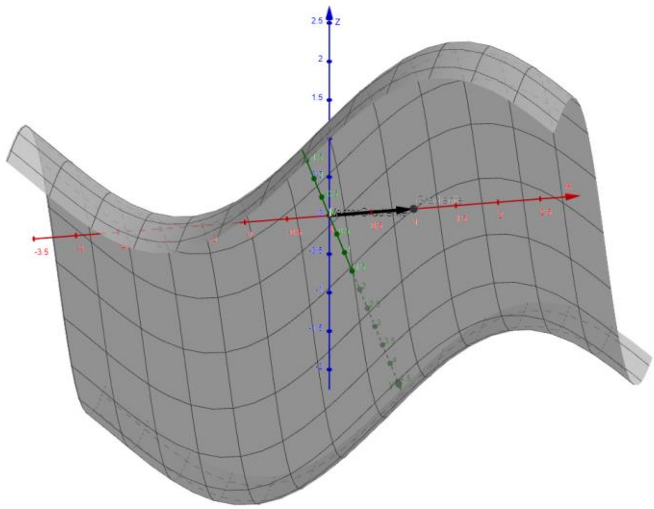
Se muestran los cálculos correspondientes al vector gradiente.

Gradiente $= (f'_x(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEvaluar})),\ f'_y(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEva}$

$= (1, 0)$

VectorGradiente $=$ Vector(PuntoEvaluar, Gradiente)

$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



b) $f(x, y) = e^{x+y}$ Punto $(0, 0)$

Máximos, Mínimos y Puntos de Silla:

Debido a la naturaleza de la función, no tiene puntos críticos.

$f(x,y) = e^{x+y}$

$f'_x(x,y) = \text{Derivada}(f, x)$
$= e^{x+y}$

$f'_{xx}(x,y) = \text{Derivada}(f'_x, x)$
$= e^{x+y}$

$f'_y(x,y) = \text{Derivada}(f, y)$
$= e^{x+y}$

$f'_{yy}(x,y) = \text{Derivada}(f'_y, y)$
$= e^{x+y}$

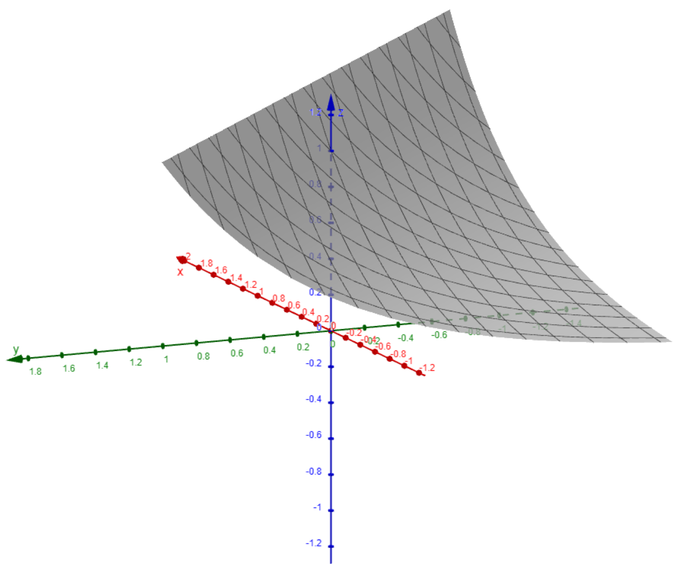
$f'_{xy}(x,y) = \text{Derivada}(f'_x, y)$
$= e^{x+y}$

$\text{PuntosCriticos} = \text{Soluciones}(\{f'_x = 0,\ f'_y = 0\})$
$= \{\}$

$\text{PuntosCriticos3D} = \text{Secuencia}((\text{Elemento}(\text{PuntosCriticos}, i, 1),\ \text{Elemento}(\text{PuntosCritic}$
$= \{\}$

$D(x,y) = f'_{xx}(x,\ y)\, f'_{yy}(x,\ y) - \left(f'_{xy}(x,\ y)\right)^2$
$= e^{x+y}\, e^{x+y} - \left(e^{x+y}\right)^2$

$\text{ClasificarPuntos} = \text{Secuencia}(\text{Si}(D(\text{Elemento}(\text{PuntosCriticos},\ i)) > 0 \wedge f'_{xx}(\text{Elemento}(\text{PuntosC}$
$= \{\}$

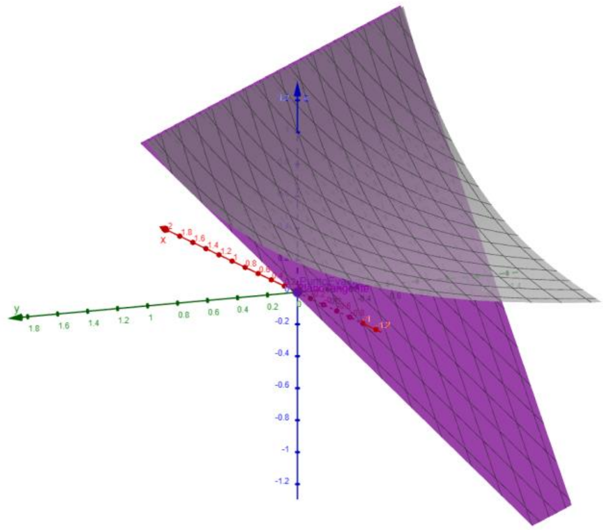


Plano Tangente:

Se muestran los cálculos correspondientes al plano tangente.

$\text{PuntoEvaluar} = (0,\ 0)$

$\text{PlanoTangente}(x,y) = f(\text{PuntoEvaluar}) + f'_x(\text{PuntoEvaluar})\ (x - x(\text{PuntoEvaluar}))$
$= e^0 + e^0\ (x) + e^0\ (y)$



Vector Gradiente:

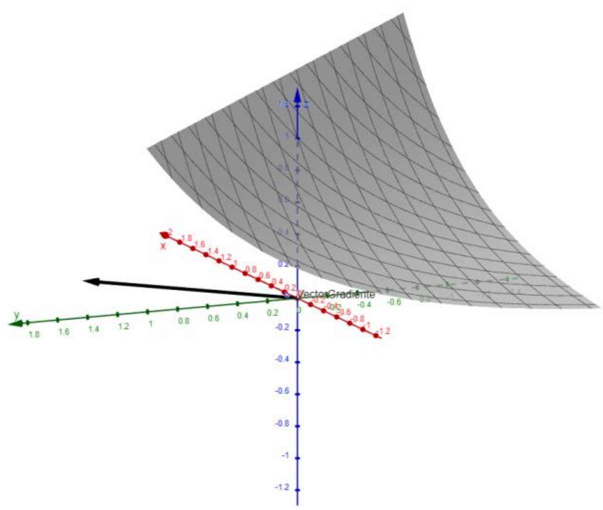
Se muestran los cálculos correspondientes al vector gradiente.

Gradiente $= (f'_x(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEvaluar})),\ f'_y(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEva}$

$= (1, 1)$

VectorGradiente $=$ Vector(PuntoEvaluar, Gradiente)

$= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$



c) $f(x, y) = x^2 - 3xy + 4y^2$ Punto $(2, 1)$

Máximos, Mínimos y Puntos de Silla:

Se muestra el punto crítico.

$f(x, y) = x^2 - 3xy + 4y^2$

$f'_x(x, y) = \text{Derivada}(f, x)$

$= 2x - 3y$

$f'_{xx}(x, y) = \text{Derivada}(f'_x, x)$

$= 2$

$f'_y(x, y) = \text{Derivada}(f, y)$

$= -3x + 8y$

$f'_{yy}(x, y) = \text{Derivada}(f'_y, y)$

$= 8$

$f'_{xy}(x, y) = \text{Derivada}(f'_x, y)$

$= -3$

$\text{PuntosCriticos} = \text{Soluciones}(\{f'_x = 0, f'_y = 0\})$

$= (\,0 \quad 0\,)$

$\text{PuntosCriticos3D} = \text{Secuencia}((\text{Elemento}(\text{PuntosCriticos}, i, 1), \text{Elemento}(\text{PuntosCriticos}$

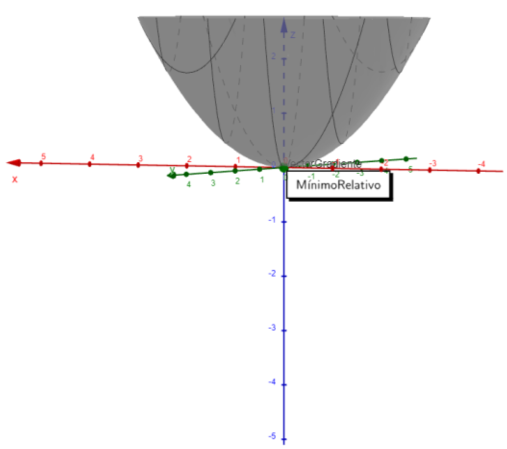
$= \{(0, 0, 0)\}$

$D(x, y) = f'_{xx}(x, y)\, f'_{yy}(x, y) - (f'_{xy}(x, y))^2$

$= 2 \cdot 8 - (-3)^2$

ClasificarPuntos = Secuencia(Si(D(Elemento(PuntosCriticos, i)) > 0 ∧ f'_{xx}(Elemento(PuntosCri

= {"\shadowbox{Mínimo Relativo}"}



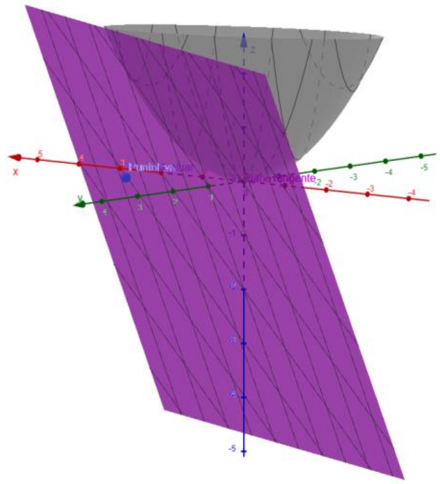
Plano Tangente:

Se muestran los cálculos correspondientes al plano tangente.

$\text{PuntoEvaluar} = (2, 1)$

$\text{PlanoTangente}(x, y) = f(\text{PuntoEvaluar}) + f'_x(\text{PuntoEvaluar})\,(x - x(\text{PuntoEvaluar})) + f$

$= 2^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1^2 + (2 \cdot 2 - 3 \cdot 1)\,(x - 2) + (-3 \cdot 2 + 8 \cdot 1)\,(y - 1)$



Vector Gradiente:

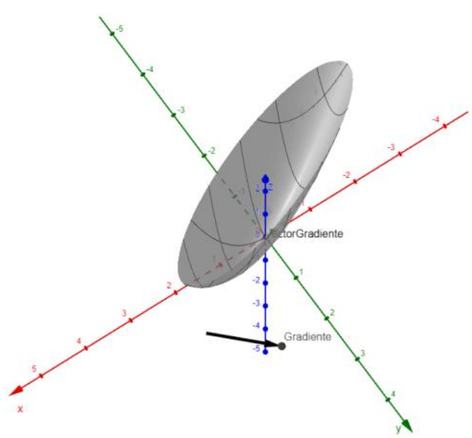
Se muestran los cálculos correspondientes

$\text{Gradiente} = \left(f'_x(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEvaluar})),\ f'_y(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEval}$

$= (1,\ 2)$

$\text{VectorGradiente} = \text{Vector}(\text{PuntoEvaluar}, \text{Gradiente})$

$= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



d) $f(x, y) = 2x^2 - y^2 + 3xy$ Punto $(1, 2)$

Máximos, Mínimos y Puntos de Silla:

Debido a la naturaleza de la función, no tiene puntos críticos.

$f(x, y) = 2x^2 - y^2 + 3xy$

$f'_x(x, y) = \text{Derivada}(f, x)$
$= 4x + 3y$

$f'_{xx}(x, y) = \text{Derivada}(f'_x, x)$
$= 4$

$f'_y(x, y) = \text{Derivada}(f, y)$
$= 3x - 2y$

$f'_{yy}(x, y) = \text{Derivada}(f'_y, y)$
$= -2$

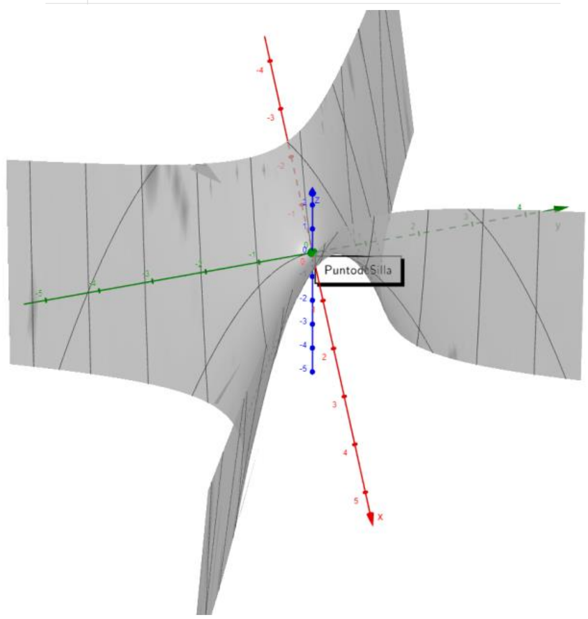
$f'_{xy}(x, y) = \text{Derivada}(f'_x, y)$
$= 3$

$\text{PuntosCriticos} = \text{Soluciones}(\{f'_x = 0,\ f'_y = 0\})$
$= (\ 0 \quad 0\ )$

PuntosCriticos3D = Secuencia((Elemento(PuntosCriticos, i, 1), Elemento(PuntosCritico
$= \{(0, 0, 0)\}$

$D(x, y) = f'_{xx}(x, y)\, f'_{yy}(x, y) - (f'_{xy}(x, y))^2$
$= 4\,(-2) - 3^2$

ClasificarPuntos = Secuencia(Si(D(Elemento(PuntosCriticos, i)) > 0 ∧ f'ₓₓ(Elemento(PuntosCr
= {"\shadowbox{Punto de Silla}"}



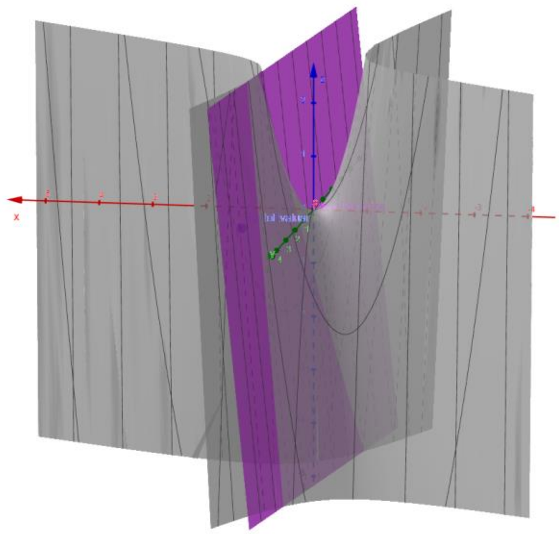
Plano Tangente:

Se muestran los cálculos correspondientes al plano tangente.

$\text{PuntoEvaluar} = (1, 2)$

$\text{PlanoTangente}(x, y) = f(\text{PuntoEvaluar}) + f'_x(\text{PuntoEvaluar})\,(x - x(\text{PuntoEvaluar})) +$

$= 2 \cdot 1^2 - 2^2 + 3 \cdot 1 \cdot 2 + (4 \cdot 1 + 3 \cdot 2)\,(x - 1) + (3 \cdot 1 - 2 \cdot 2)\,(y - 2)$



Vector Gradiente:

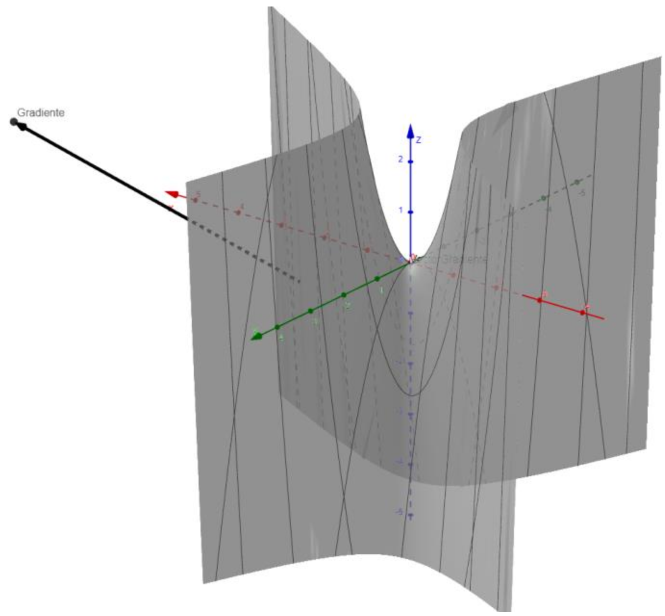
Se muestran los cálculos correspondientes

$\text{Gradiente} = (f'_x(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEvaluar})),\ f'_y(x(\text{PuntoEvaluar}),\ y(\text{PuntoEval}$

$= (10, -1)$

$\text{VectorGradiente} = \text{Vector}(\text{PuntoEvaluar}, \text{Gradiente})$

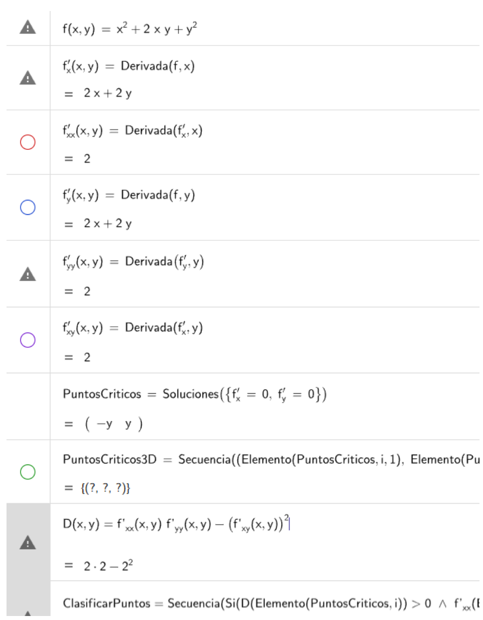
$= \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$

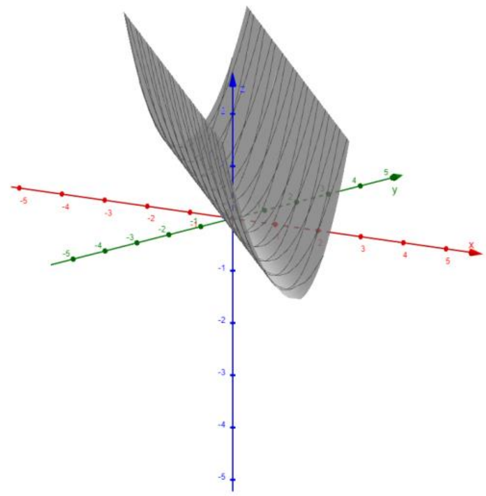


e) $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$ Punto $(1, 1)$

Máximos, Mínimos y Puntos de Silla:

Debido a la naturaleza de la función, no tiene un solo punto crítico, sino que existe toda una recta que es por asi decirlo infinitos puntos críticos.





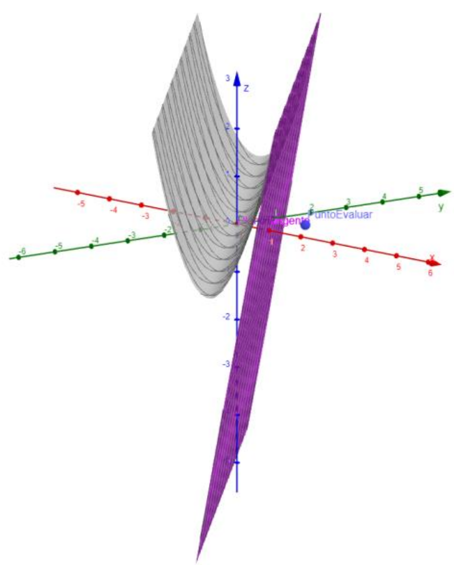
Plano Tangente:

Se muestran los cálculos correspondientes al plano tangente.

$\text{PuntoEvaluar} = (1,\ 1)$

$\text{PlanoTangente}(x, y) = f(\text{PuntoEvaluar}) + f'_x(\text{PuntoEvaluar})\ (x - x(\text{PuntoEva}$

$= 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1^2 + (2 \cdot 1 + 2 \cdot 1)\ (x - 1) + (2 \cdot 1 + 2 \cdot 1)\ (y - 1)$



Vector Gradiente:

Se muestran los cálculos correspondientes

Gradiente $= (f'_x(x(\text{PuntoEvaluar}), y(\text{PuntoEvaluar})), f'_y(x(\text{PuntoEvaluar}), y(\text{P}$

$= (4, 4)$

VectorGradiente $=$ Vector(PuntoEvaluar, Gradiente)

$= \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$