

Autómatas I.

Parcial I. Tarea II.

Aceptadores Finitos No Deterministas (NFA).

Juan Francisco Gallo Ramírez

5to Semestre UAA

I.C.I.



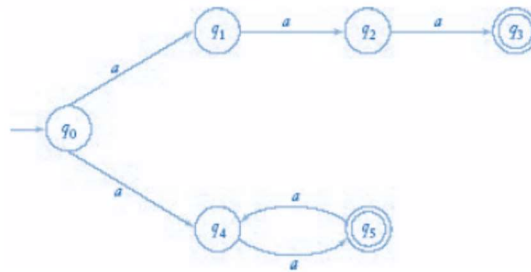
2

Ejercicio.

2. Busque un **DFA** que acepte el lenguaje definido por el **NFA** en la **Figura 2.8**.

2. Find a dfa that accepts the language defined by the nfa in Figure 2.8.

Figure 2.8



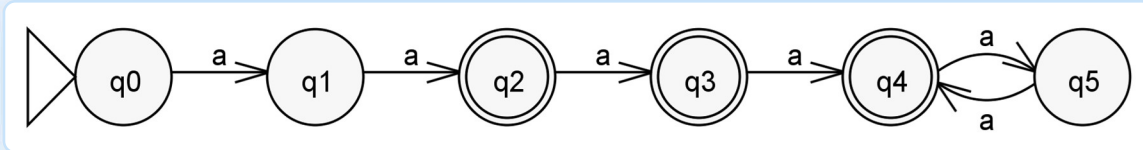
Solución

Para resolver el problema planteado, se hará un análisis de qué cadenas son aceptadas por dicho NFA, pero sin definir formalmente el lenguaje, ya que no es completamente necesario para este ejercicio. Se dividirá este pequeño análisis en dos ramificaciones, la primera que parte desde q_0 hasta q_3 , y la segunda que parte desde q_0 hasta q_5 , esto debido a que desde q_0 se bifurca en dos caminos que aceptan una letra “a”.

- **Ramificación de q_0 a q_3 :** Se puede observar que el único estado final de esta ramificación es q_3 , y que solo se accede si ya se ha pasado por q_2 y q_1 (partiendo desde q_0) ingresando 3 letras “a”, y no está definida una arista en q_3 para cuando se vuelve ingresar una letra a. Entonces esta ramificación sólo **acepta cadenas de exactamente 3 letras “a”**.
- **Ramificación de q_0 a q_5 :** Se puede observar que el único estado final de esta ramificación es q_5 , solo se accede a este estado pasando por q_4 , es decir, con al menos dos letras “a”, después, al ingresar otra letra “a” retrocede a q_4 , donde en

consecuencia, si se vuelve a ingresar una letra “a” volverá al estado final q_5 . Esto nos sugiere que acepta las cadenas mayores a 0 con una cantidad par de letras “a”.

Propuesta de DFA:



El DFA cuenta con 3 estados finales, q_2 , q_3 y q_4 , los cuales solo pueden ser accedidos cuando se tienen 2 letras “a” (estado q_2), 3 letras “a” (estado q_3), y cadenas con cantidad par de letras “a” mayor o igual a 4 (estado q_4), donde q_5 hace de estado a la espera por otra letra “a” para hacer la transición a q_4 y de esta forma ser aceptar la cadena con cantidad par de letras “a”.

De esta forma aceptará cadenas con exactamente 3 letras “a”, y además las que contengan una cantidad par de letras “a” mayor a 2.

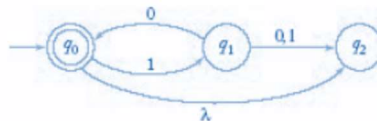
4

Ejercicio.

4. En la Figura 2.9, encuentre $\delta^*(q_0, 1011)$ y $\delta^*(q_1, 01)$.

4. In Figure 2.9, find $\delta^*(q_0, 1011)$ and $\delta^*(q_1, 01)$.

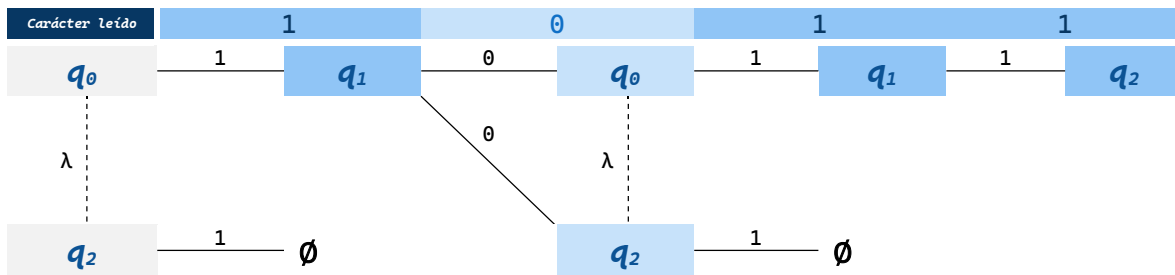
Figure 2.9



Solución

Para resolver el ejercicio, se recurrirá al uso de los diagramas utilizados en clase, en los cuales se va definiendo el camino de cada estado según el carácter que se esté leyendo, y de esta forma encontrar las funciones de transición extendidas para las cadenas solicitadas de una manera más clara y estructurada.

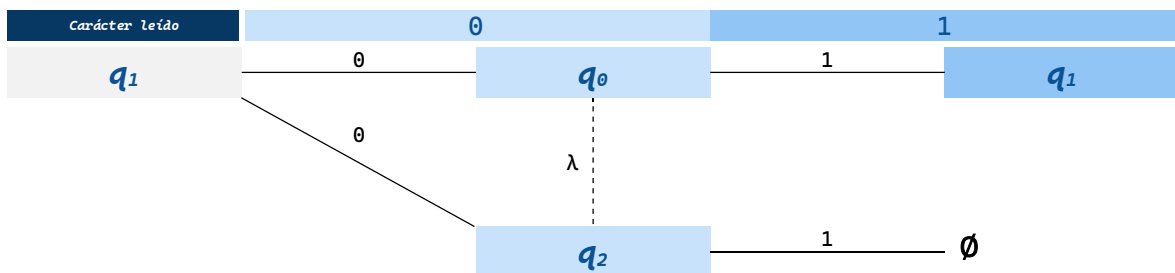
● $\delta^*(q_0, 1011)$:



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena 1011 está conformado únicamente por q_2 , por lo tanto:

$$\delta^*(q_0, 1011) = \{q_2\}$$

● $\delta^*(q_1, 01)$:



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena 01 está conformado únicamente por q_1 , por lo tanto:

$$\delta^*(q_1, 01) = \{q_1\}$$

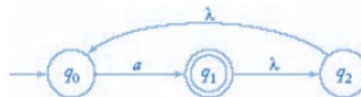
5

Ejercicio.

5. Para el NFA de la Figura 2.10, encuentre $\delta^*(q_0, a)$ y $\delta^*(q_1, \lambda)$.

5. In Figure 2.10, find $\delta^*(q_0, a)$ and $\delta^*(q_1, \lambda)$.

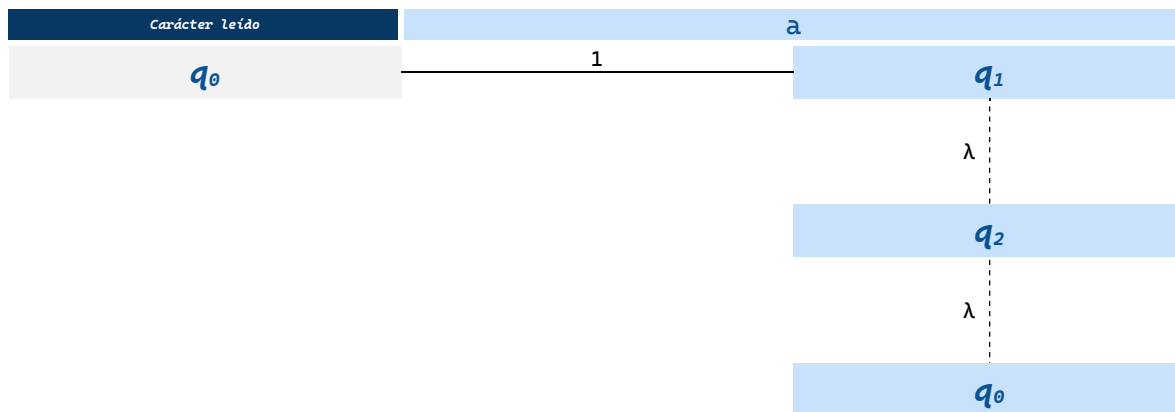
Figure 2.10



Solución

Al igual que el ejercicio anterior, se recurrirá al uso de los diagramas utilizados en clase, para definir los caminos que se van tomando según el carácter a leer y encontrar las funciones de transición extendidas de una manera más clara y estructurada.

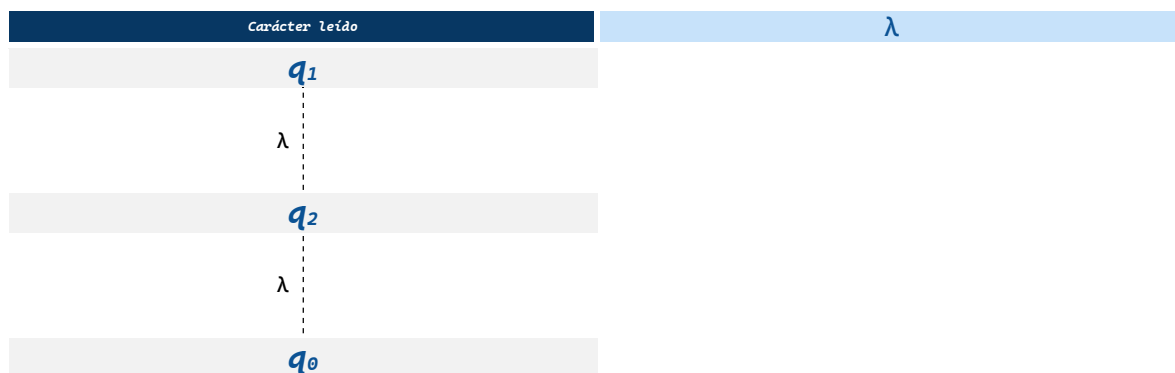
● $\delta^*(q_0, a)$:



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena a está conformado q_0, q_1 y q_2 , por lo tanto:

$$\delta^*(q_0, a) = \{q_0, q_1, q_2\}$$

● $\delta^*(q_1, \lambda)$:



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena vacía (λ) está conformado q_0, q_1 y q_2 , por lo tanto:

$$\delta^*(q_1, \lambda) = \{q_0, q_1, q_2\}$$

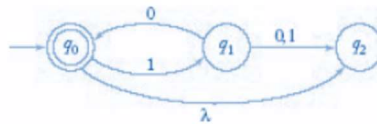
6

Ejercicio.

6. Para el NFA de la Figura 2.9, encuentre $\delta^*(q_0, 1010)$ y $\delta^*(q_1, 00)$.

6. For the nfa in Figure 2.9, find $\delta^*(q_0, 1010)$ and $\delta^*(q_1, 00)$.

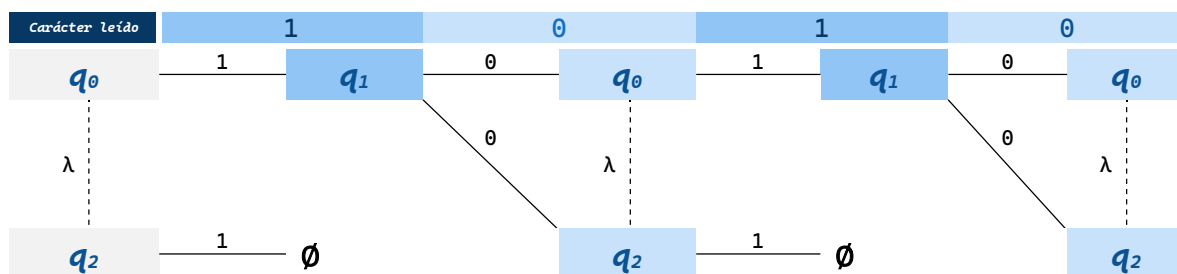
Figure 2.9



Solución

Al igual que los ejercicios anteriores, se recurrirá al uso de los diagramas utilizados en clase, para definir los caminos que se van tomando según el carácter a leer y encontrar las funciones de transición extendidas de una manera más clara y estructurada.

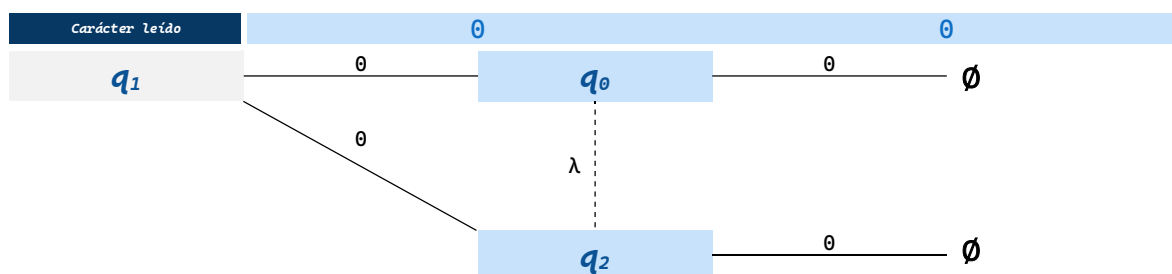
• $\delta^*(q_0, 1010)$:



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena 1010 está conformado por los estados q_0 y q_2 , por lo tanto:

$$\delta^*(q_0, 1010) = \{q_0, q_2\}$$

• $\delta^*(q_1, 00)$:



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena **00** está vacío, ya que no hay transiciones definidas, por lo tanto:

$$\delta^*(q_1, 00) = \emptyset$$

7

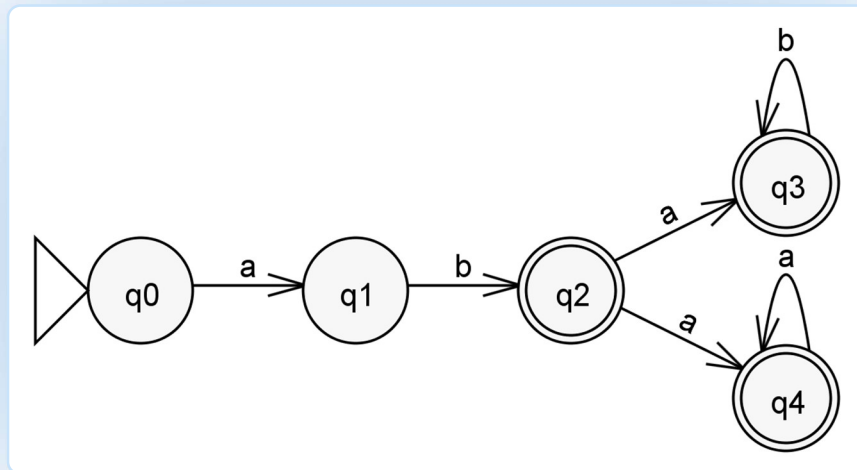
Ejercicio.

7. Diseñe un **NFA** con no más de cinco estados para el conjunto $\{abab^n: n > 0\} \cup \{aba^n: n \geq 0\}$.

7. Design an nfa with no more than five states for the set $\{abab^n: n > 0\} \cup \{aba^n: n \geq 0\}$.

Solución

Propuesta de NFA:



El **NFA** elaborado cuenta con una “rama” principal que va desde q_0 hasta q_2 , en la cual se está leyendo la cadena “ab”, la cual se encuentra en el conjunto $\{aba^n: n \geq 0\}$ y forma una base para las demás cadenas a aceptar, motivo por el cual q_2 es final. Partiendo de ese estado q_2 , se divide en dos ramificaciones:

- a) La que parte de q_2 a q_3 estaría aceptando las cadenas definidas en el conjunto $\{abab^n: n > 0\}$ en el estado q_3 , por lo cual es final.
- b) La que va de q_2 a q_4 estaría cumpliendo con el otro conjunto $\{aba^n: n \geq 0\}$ en el estado q_2 (cuando $n=0$) como se mencionó anteriormente y en el estado q_4 (cuando $n > 0$), por ello también es final.

En ambas ramificaciones, al leer otro carácter fuera de los conjuntos establecidos, caerán en un conjunto vacío, ya que no se estableció una transición para los mismos y por lo tanto dichas cadenas no serán aceptadas.

11

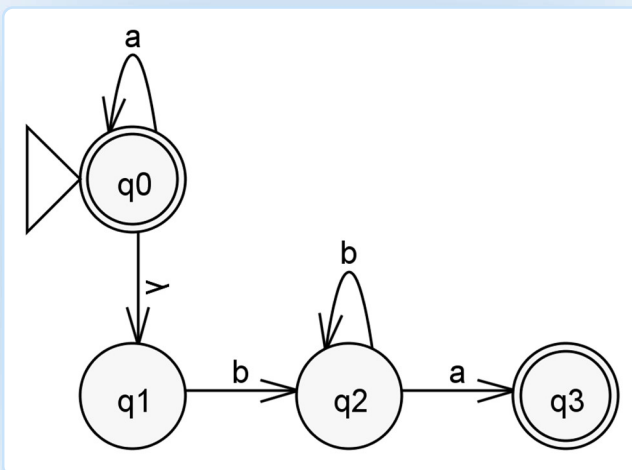
Ejercicio.

11. Encuentre un **NFA** con cuatro estados para $L = \{a^n : n \geq 0\} \cup \{b^n a : n \geq 1\}$.

11. Find an nfa with four states for $L = \{a^n : n \geq 0\} \cup \{b^n a : n \geq 1\}$.

Solución

Propuesta de NFA:



El **NFA** elaborado es bastante sencillo de comprender. Existen dos caminos para llegar a un estado final:

- a) Por una parte, tenemos el estado q_0 , que representaría nuestro primero camino. Este estado cumple con aceptar todas las cadenas del conjunto $\{a^n : n \geq 0\}$ donde evidentemente se incluye la cadena vacía (λ), y en donde no se define una transición con una letra “b”.
- b) El segundo camino está comprendido desde el estado q_1 hasta el q_3 , donde se accede al estado q_1 mediante una transición lambda proveniente del estado inicial, por lo que está en simultaneo con el estado q_0 . En este camino solo se puede acceder al estado final si se ingresa una letra “b” para llegar al estado q_2 , en donde se pueden seguir ingresando letras “b” sin hacer una transición a un estado distinto, y posteriormente

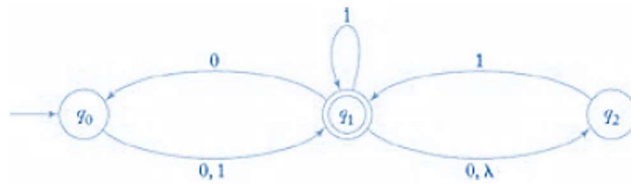
una letra “a”, para así cumplir con aceptar las cadenas definidas por el conjunto $\{b^n a : n \geq 1\}$, evidentemente al ingresar cualquier otro carácter posterior a estas cadenas, no se ira a ninguna parte ya que no esta definido un camino, por lo tanto, no serán aceptadas dichas cadenas.

12

Ejercicio.

12. ¿Cuáles de las cadenas **00**, **01001**, **10010**, **000**, **0000** son aceptadas por el siguiente NFA?

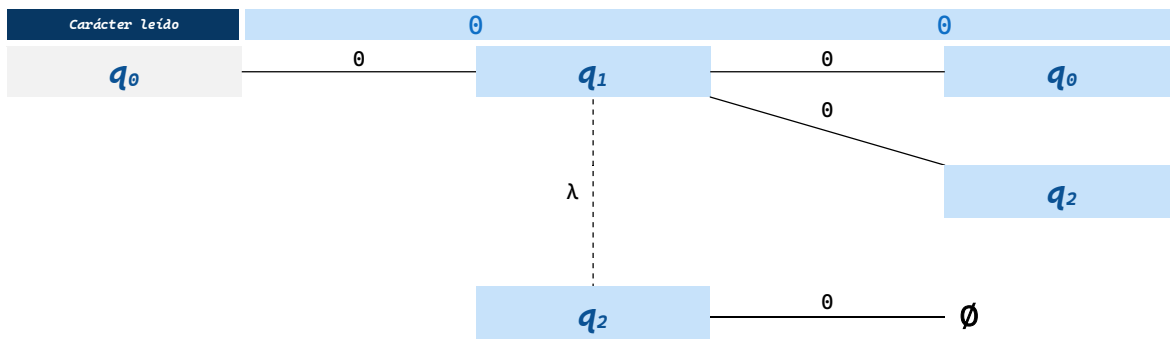
12. Which of the strings 00, 01001, 10010, 000, 0000 are accepted by the following nfa?



Solución

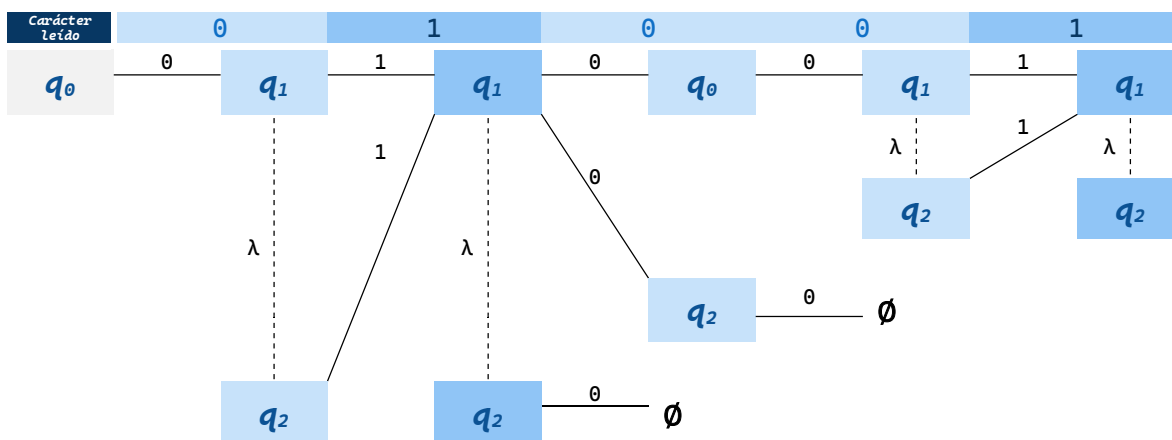
Al igual que los ejercicios anteriores, se usarán los diagramas para definir los caminos que se van tomando según el carácter a leer y encontrar si es que las cadenas son aceptadas o no.

● **00: Rechazada.**



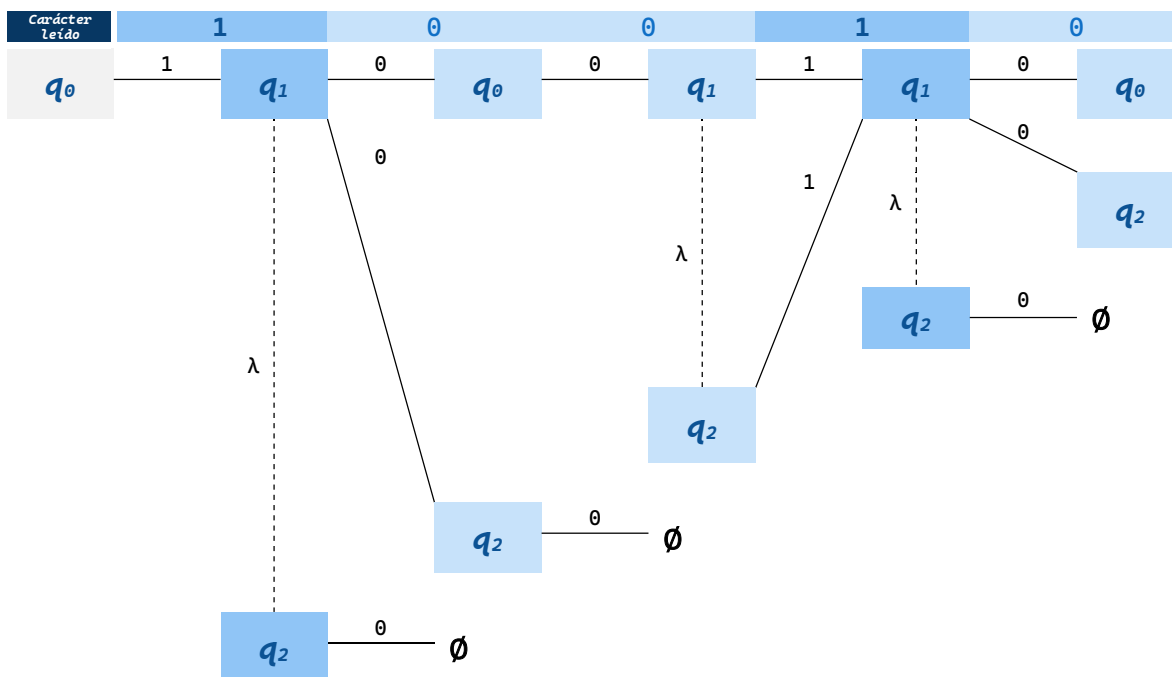
Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena **00** está conformado por los estados q_0 y q_2 , estados no finales, por lo tanto, la cadena es **rechazada**.

● **01001: Aceptada.**



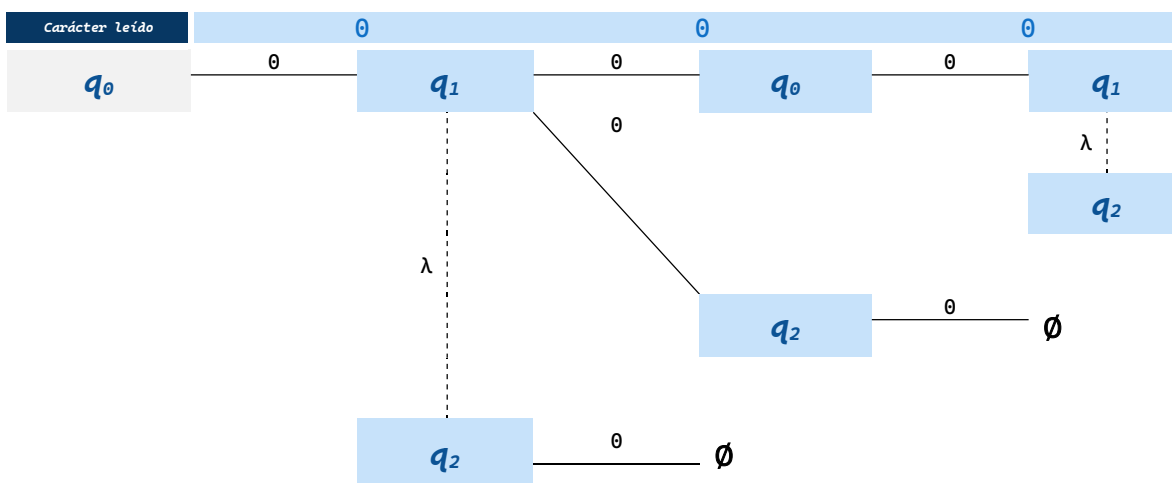
Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena **01001** está conformado por los estados q_1 y q_2 , donde q_1 es estado final, por lo tanto, la cadena es **aceptada**.

● **10010: Rechazada.**



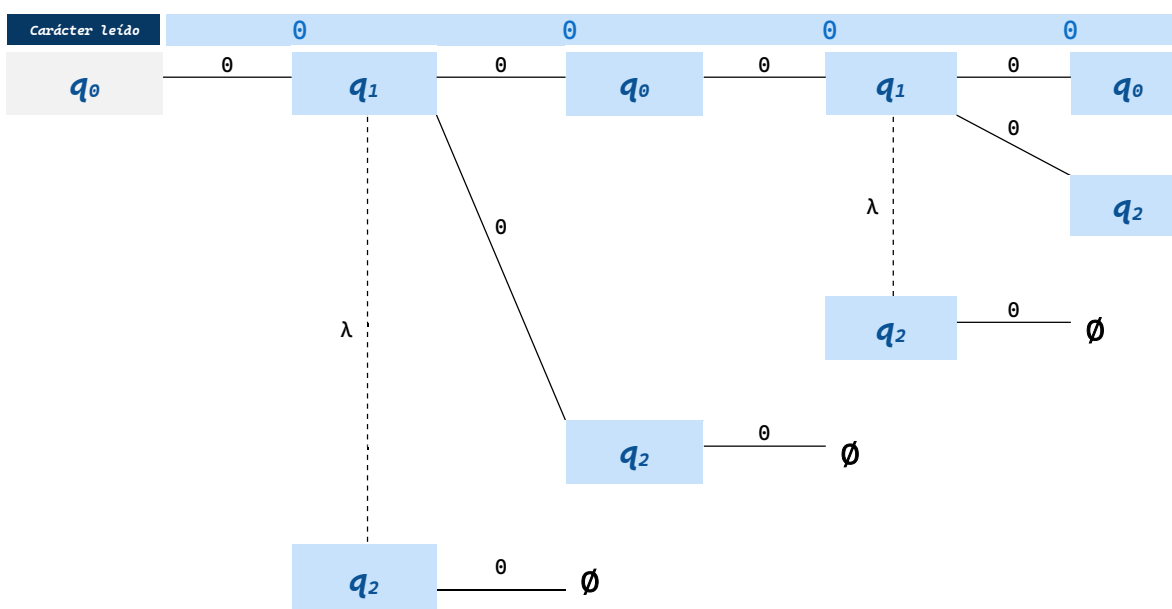
Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena **10010** está conformado por los estados q_0 y q_2 , estados no finales, por lo tanto, la cadena es **rechazada**.

● **000:** *Aceptada.*



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena **000** está conformado por los estados q_1 y q_2 , donde q_1 es estado final, por lo tanto, la cadena es **aceptada**.

● **0000:** *Rechazada.*



Se puede observar que el conjunto de estados a los que se llega leyendo la cadena **0000** está conformado por los estados q_0 y q_2 , estados no finales, por lo tanto, la cadena es **rechazada**.

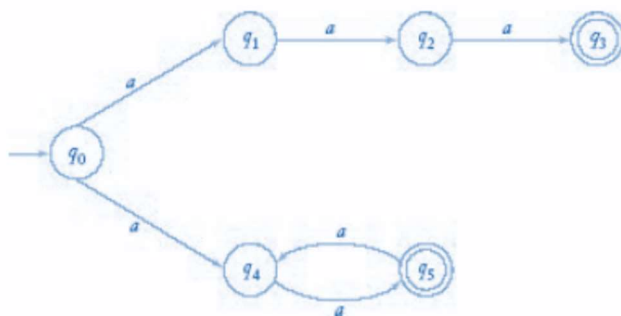
14

Ejercicio.

14. Sea L el lenguaje aceptado por el NFA en la Figura 2.8. Encuentre un NFA que acepte $L \cup \{a^5\}$.

14. Let L be the language accepted by the nfa in Figure 2.8. Find an nfa that accepts $L \cup \{a^5\}$.

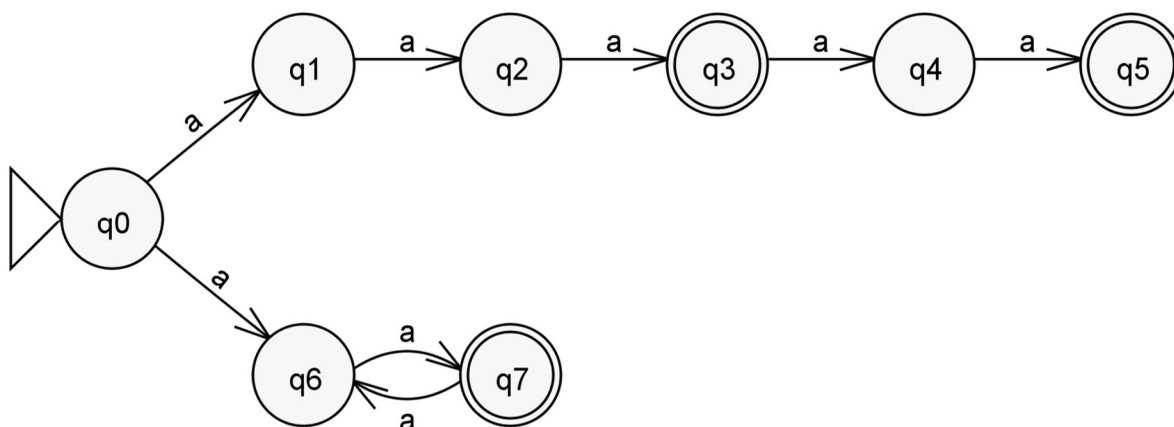
Figure 2.8



Solución

Para este ejercicio, basta con agregar los estados que sean necesarios para que además de aceptar L , también acepte $\{a^5\}$, ya que, si sabemos que L está representado por el NFA anterior, no necesario partir de cero para construir el NFA solicitado, e incluso tampoco es necesario encontrar L , simplemente verificar que $\{a^5\}$ sea aceptado.

Propuesta de NFA:



El NFA agrega dos estados más, en la primera ramificación, para que además de aceptar una cadena con 3 letras "a", también lo haga con 5 letras "a".

16

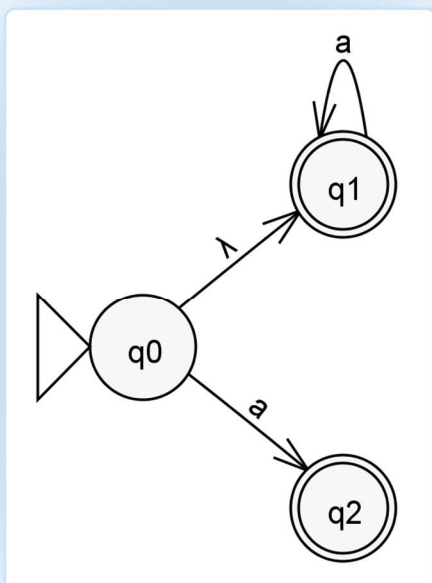
Ejercicio.

16. Encuentre una **NFA** que acepte $\{a\}^*$ y que tal que si en su gráfico de transición se elimina una sola arista (sin ningún otro cambio), el autómata resultante acepte $\{a\}$.

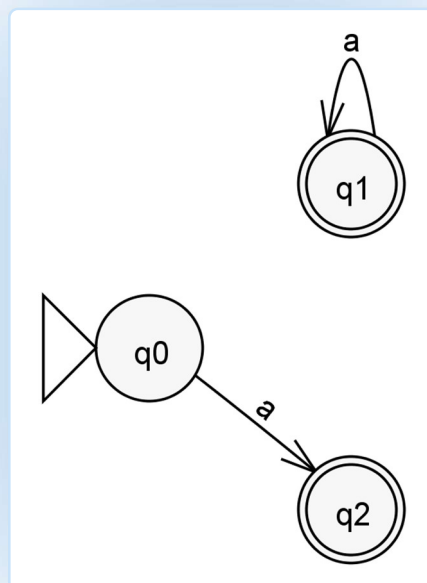
16. Find an nfa that accepts $\{a\}^*$ and is such that if in its transition graph a single edge is removed (without any other changes), the resulting automaton accepts $\{a\}$.

Solución

Propuesta de NFA:



NFA Normal



NFA Arista eliminada

El **NFA** presentado cuenta con dos caminos alternativos, uno (de q_0 a q_1) que mediante una transición lambda con el estado inicial acepta cadenas de letras “a” pertenecientes al conjunto $\{a\}^*$ ($\{\lambda, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \dots\}$), y otro (de q_0 a q_2) que sólo acepta aquellas cadenas con únicamente una sola letra “a”.

Al eliminar la transición lambda entre el camino que acepta cadenas de $\{a\}^*$, queda inaccesible desde otro estado, forzando al **NFA** a solo aceptar cadenas que contengan únicamente una letra “a”.

21

Ejercicio.

21. Un **NFA** en el que (a) no hay transiciones λ -transiciones, y (b) para todo $q \in Q$ y todo $a \in \Sigma$, $\delta(q, a)$ contiene como máximo un elemento, se denomina a veces **DFA** incompleto. Esto es razonable, ya que las condiciones hacen que nunca haya elección de movimientos.

Para $\Sigma = \{a, b\}$, convierta el **DFA** incompleto a continuación en un dfa estándar.

21. An nfa in which (a) there are no λ -transitions, and (b) for all $q \in Q$ and all $a \in \Sigma$, $\delta(q, a)$ contains at most one element, is sometimes called an **incomplete dfa**. This is reasonable since the conditions make it such that there is never any choice of moves.
For $\Sigma = \{a, b\}$, convert the incomplete dfa below into a standard dfa.



Solución

En un **NFA**, cuando no hay una transición definida para un carácter específico, el resultado de la función de transición es el conjunto vacío, lo que significa que el camino se considera eliminado y la cadena no es aceptada. En el ejemplo anterior, observamos que faltan dos transiciones para la letra “b” y una para la letra “a”. Dado que se requiere convertir este **NFA** en un **DFA**, se puede resolver este inconveniente fácilmente agregando estados trampa. Estos estados actúan como un mecanismo para simular la eliminación del camino, garantizando que las cadenas no aceptadas sean correctamente manejadas.

Propuesta de DFA:

