SOC3070 Análisis de Datos Categóricos

Tarea corta 1, respuestas

Ponderación: 6% de la nota final del curso.

Notar:

- e corresponde al exponente natural
- ln es el logarítmo natural

Problema 1: Simplifica:

$$\ln(a) + \ln(b)$$

Solución:

$$\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$$

Problema 2: Simplifica:

$$\ln(c^4)$$

Solución: Usando la propiedad de potencias de logaritmos:

$$\ln(c^4) = 4\ln(c)$$

Problema 3: Si

$$3^x \times 3^{x-2} = 27$$

encuentra x.

Solución: 1. Combinando bases similares:

$$3^x \times 3^{x-2} = 3^{2x-2}$$

2. Escribiendo 27 en términos de base 3:

$$27 = 3^3$$

3. Igualando las potencias, tenemos:

$$2x - 2 = 3$$

4. Resolviendo para x:

$$2x = 5 \implies x = \frac{5}{2} = 2.5$$

Problema 4: Simplifica:

$$e^x \times e^{-x}$$

Solución: Usando las propiedades de los exponentes:

$$e^x \times e^{-x} = e^{x-x} = e^0 = 1$$

Problema 5: Resuelve por y:

$$y = e^{\ln(z)}$$

Solución: Usando la propiedad de los logaritmos y exponentes como funciones inversas:

$$y = z$$

Problema 6: Simplifica:

$$\ln(k) - \ln(l)$$

Solución: Usando la propiedad de los logaritmos:

$$\ln(k) - \ln(l) = \ln\left(\frac{k}{l}\right)$$

Problema 7: Resuelve por x:

$$e^{2x} = 5$$

Solución: 1. Tomando el logaritmo natural de ambos lados:

$$2x = \ln(5)$$

2. Resolviendo para x:

$$x = \frac{\ln(5)}{2}$$

Problema 8: Simplifica:

$$\ln(m) + \ln(n) - \ln(o)$$

Solución: Usando las propiedades de los logaritmos:

$$\ln(m) + \ln(n) - \ln(o) = \ln\left(\frac{m \times n}{o}\right)$$

Problema 9: Resuelve por x:

$$y = e^{2x+1}$$

Solución:

Para resolver la ecuación $y = e^{2x+1}$ para x, debemos despejar x.

Dado:

$$y = e^{2x+1}$$

Tomamos el logaritmo natural de ambos lados:

$$\ln(y) = \ln(e^{2x+1})$$

Utilizando la propiedad del logaritmo $\ln(e^a) = a$, obtenemos:

$$\ln(y) = 2x + 1$$

Ahora, despejamos x:

$$2x = \ln(y) - 1$$

$$x = \frac{\ln(y) - 1}{2}$$

Por lo tanto, la solución es:

$$x = \frac{\ln(y) - 1}{2}$$

Problema 10: Determine la derivada de:

$$f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 7x - 9$$

Solución: Aplicando la regla de potencias:

$$f'(x) = 12x^3 - 15x^2 + 7$$

Problema 11: Encuentre la derivada de:

$$g(x) = x^5 - 4x^4 + 3x^2 - x + 2$$

Solución: Aplicando la regla de potencias:

$$g'(x) = 5x^4 - 16x^3 + 6x - 1$$

Problema 12: Dada la función:

$$f(x) = 3 - 2x^2$$

1. Grafica la función.
2. Identifica por inspección visual el valor de x donde la función alcanza su máximo.
3. Determina el valor de la derivada en ese punto.

Solución:

1. Para graficar la función utilizaremos el paquete `ggplot2` en R:

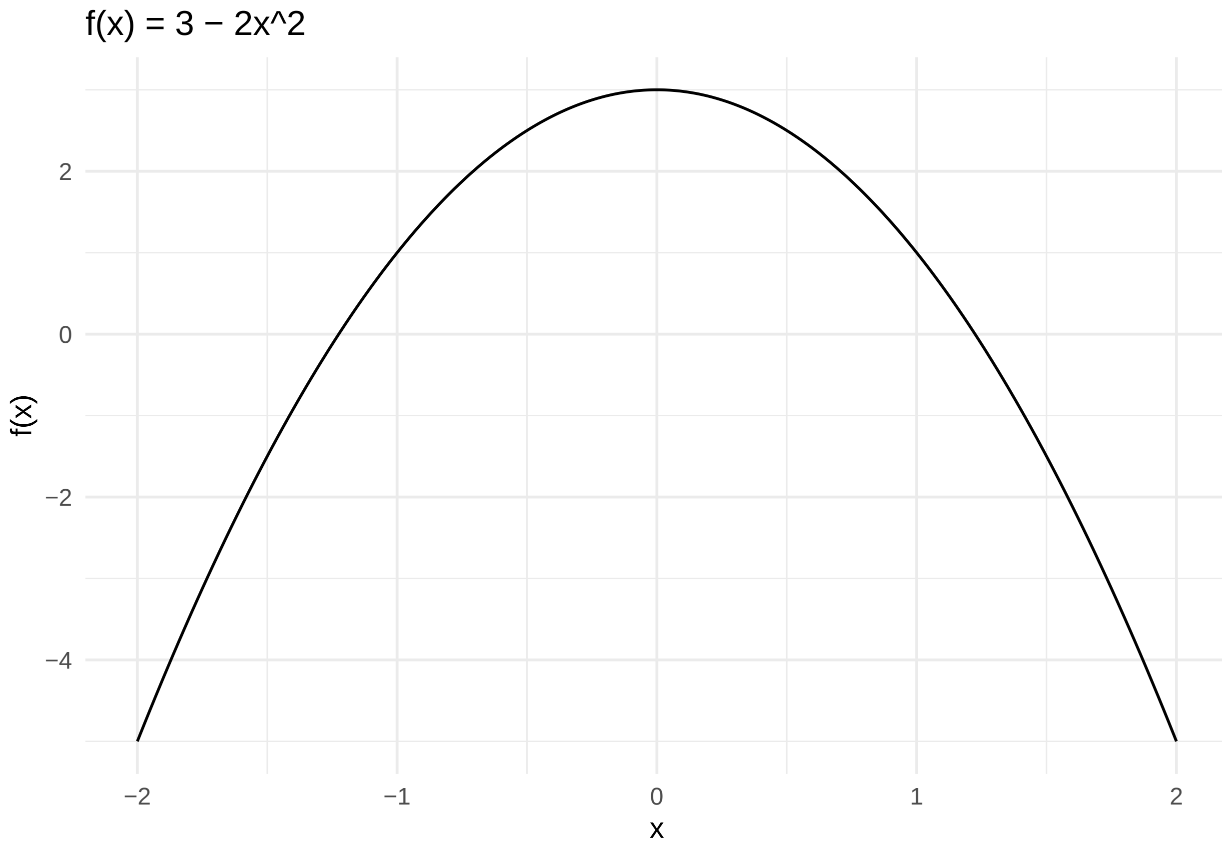
```r
library(ggplot2)

# Crear una secuencia de valores para x
x_vals <- seq(-2, 2, 0.01)

# Calcular los valores correspondientes de f(x) para cada x
f_vals <- 3 - 2*x_vals^2

# Crear un dataframe con x y f(x)
df <- data.frame(x = x_vals, f = f_vals)

# Graficar usando ggplot
ggplot(df, aes(x=x, y=f)) +
  geom_line() +
  labs(title="f(x) = 3 - 2x^2", x="x", y="f(x)") +
  theme_minimal()
```



2. Al inspeccionar visualmente la gráfica, se puede identificar que la función alcanza su valor máximo en $x = 0$.
3. La derivada de $f(x)$ es:

$$f'(x) = -4x$$

   Evaluando en $x = 0$:

$$f'(0) = -4(0) = 0$$

Por lo tanto, el valor de la derivada en el punto donde la función alcanza su máximo es 0.