

SOL3070 Análisis de Datos Categóricos

Tarea corta 4, respuestas

Ponderación: 6% de la nota final del curso.

Introducción:

En su artículo “*Understanding – and Misunderstanding – Social Mobility in Britain: The Entry of the Economists, the Confusion of Politicians and the Limits of Educational Policy*” [John H. Goldthorpe](#) describe la distinción entre movilidad social absoluta y relativa, y resume los principales hallazgos al respecto en UK:

“Sociologists attach [crucial importance] to the distinction between absolute and relative mobility rates. Absolute rates refer to the actual proportions of individuals of given class origins who are mobile to different class destinations, while relative rates compare the chances of individuals of differing class origins arriving at different class destinations and thus indicate the extent of social fluidity. [Relative mobility is a zero-sum phenomenon. If one person moves up in relative terms, another by definition must have moved down]. In these two respects, the major research findings [can be summarized] as follows.

- (i) Absolute rates of intergenerational class mobility, as measured in percentage terms, appear quite high. [...] Rates of upward mobility steadily increased in the course of the twentieth century, primarily as a consequence of class structural change - i.e. of the expansion of professional and managerial positions creating “more room at the top”. However, immobility at the “top” also increased.
- (ii) Relative rates of intergenerational class mobility [...] showed a basic constancy over most of the twentieth century, or at all events no sustained directional change. [...] In other words, the strength of the association between the class positions of children and their parents, considered net of class structural effects, appeared remarkably robust.

Although increasing upward mobility might create a contrary impression, Britain had not in fact become a significantly more fluid or ‘open’ society.

Datos:

En esta tarea usarán un subconjunto de los datos provistos por [Kazuo Yamaguchi](#) en su artículo “Models for comparing mobility tables: toward parsimony and substance” (ASR 1987) para estudiar movilidad social intergeneracional. Este subconjunto de datos corresponde a dos tablas de contingencia que clasifican a padres e hijos según su clase social en USA y UK (tablas `ctable_usa` y `ctable_uk`, respectivamente), donde tanto padres como hijos pueden pertenecer a la clase UpNM (profesionales, gerentes y funcionarios) o la clase LoM (trabajadores no agrícolas semicualificados y no cualificado).

```
# Escribir install.packages("tinytex") en la consola para instalar "tinytex"
# Carga "tinytex" para compilar PDF
library("tinytex")
library("tidyverse")
library("vcd")
library("vcdExtra")

data("Yamaguchi87")
data <- Yamaguchi87
ctable <- xtabs(Freq ~ Son + Father+Country, data=Yamaguchi87) + sample(1:10,1)
ctable <- ctable[c(1,4),c(1,4),c(1,2)]

ctable_usa <- ctable[, ,1]
ctable_uk  <- ctable[, ,2]
```

Como se observa, cada tabla tiene dos dimensiones: ocupación del hijo (filas) y ocupación del padre (columnas).

```
#USA
print(ctable_usa)
```

	Father	
Son	UpNM	LoM
UpNM	1279	1163
LoM	276	2050

```
#UK
print(ctable_uk)
```

	Father		
Son	UpNM	LoM	
	UpNM	478	605
	LoM	128	1793

Siguiendo a Goldthorpe, podemos medir la tasa de “**movilidad absoluta**” en cada país calculando la proporción de casos que se encuentra fuera de la diagonal en cada una de las tablas. Esto nos da una estimación de la probabilidad de que un hijo alcance una clase social distinta a la de sus padres. Usando esta medida obtenemos las tasas de movilidad absoluta descritas abajo y un intervalo de confianza para la diferencia entre ambas.

```
#USA
n_usa <- sum(ctable_usa) # tamaño muestral
p_aim_usa_hat <- sum(diag(ctable_usa))/n_usa # %inmovilidad
p_am_usa_hat <- 1 - p_aim_usa_hat # %movilidad

#UK
n_uk <- sum(ctable_uk) # tamaño muestral
p_aim_uk_hat <- sum(diag(ctable_uk))/n_uk # %inmovilidad
p_am_uk_hat <- 1 - p_aim_uk_hat # %movilidad

# diferencia en % de movilidad social absoluta entre USA y UK
diff_hat <- p_am_usa_hat - p_am_uk_hat

# Varianza de nuestra estimación de % de movilidad absoluta en USA y UK

var_p_am_usa_hat <- (p_am_usa_hat*(1-p_am_usa_hat))/n_usa
var_p_am_uk_hat <- (p_am_uk_hat*(1-p_am_uk_hat))/n_uk

# Sd de la diferencia en % de movilidad absoluta entre USA y UK
sd_diff_hat <- sqrt(var_p_am_usa_hat + var_p_am_uk_hat) #(también llamado "error estándar")

# Intervalo de confianza al 95% de la diferencia en % de movilidad absoluta entre USA y UK
ci_diff_hat <- diff_hat + c(-2,2)*sd_diff_hat

print(paste0("Diferencia en movilidad absoluta USA-UK:", round(diff_hat,2)))
```

```
[1] "Diferencia en movilidad absoluta USA-UK:0.06"
```

```
print(paste0("95% CI diferencia movilidad absoluta USA-UK: [", round(ci_diff_hat[1],2),",",
```

```
[1] "95% CI diferencia movilidad absoluta USA-UK: [0.04,0.08]"
```

USA presenta mayores niveles de movilidad social absoluta que UK. Sin embargo, nos interesa entender si tales diferencias reflejan, al menos parcialmente, mayores niveles de “**movilidad relativa**” en USA comparado con UK.

Problemas:

- 1) Elije e implementa una medida de asociación que, siguiendo la definición de Goldthorpe, capture adecuadamente los niveles de “**movilidad relativa**” en cada país. Justifica BREVEMENTE tu decisión.
- 2) Calcula un intervalo de confianza al 95% para el (log del) estadístico correspondiente a cada país .
- 3) Calcula un intervalo de confianza al 95% para la diferencia entre ambos estadísticos (o la diferencia del log de éstos). Comenta brevemente las implicancias sustantivas de este resultado.

Respuestas:

- 1) La medida apropiada es la Odds ratio porque es una medida “margins-free”, es decir, captura la asociación neta entre dos variables categóricas sin verse afectada por la distribución marginal de éstas. Como medida de movilidad relativa las odds ratio capturan el grado con que la clase de origen afecta las chances de alcanzar diferentes clases de destino, independiente de cambios en la estructura de clases entre ambas generaciones. En este sentido una mayor odds ratio indica menor movilidad social relativa.

En R:

```
# Función que calcula odds ratio
or <- function(table) {
  theta_hat <- (table[1,1]*table[2,2])/(table[1,2]*table[2,1])
  return(theta_hat)
}

or_usa_hat <- or(ctable_usa); or_usa_hat
```

```
[1] 8.168374
```

```
or_uk_hat <- or(ctable_uk); or_uk_hat
```

```
[1] 11.06733
```

- 2) Podemos obtener un intervalo al 95% de confianza para la log odds ratio usando la siguiente formula:

$$95\%CI : \ln \hat{\theta} + 2 \cdot SE_{\ln \hat{\theta}}$$

donde SE es la desviación estándar de la “sampling distribution” de la log odds ratio. Formalmente:

$$SE_{\ln \hat{\theta}} = \sqrt{\text{Var}(\ln \hat{\theta})} = \sqrt{\sum_{ij} 1/n_{ij}}$$

En R:

```
# Funciones para estimar la log odds ratio y su respectiva desviación estándar (SE)
log_or <- function(table) {
  theta_hat <- (table[1,1]*table[2,2])/(table[1,2]*table[2,1])
  log_theta_hat <- log(theta_hat)
  return(log_theta_hat )
}

sd_log_odd_ratio <- function(table) {
  sd_log_theta_hat <- sqrt(sum(1/table))
  return(sd_log_theta_hat)
}

# Aplica función a cada "layer" de la tabla 3-way y para obtener resultados en términos de

log_or_usa_hat <- log_or(ctable_usa)
sd_log_or_usa_hat <- sd_log_odd_ratio(ctable_usa)
ci_log_or_usa_hat <- log_or_usa_hat + c(-2,2)*sd_log_or_usa_hat
print(ci_log_or_usa_hat)
```

```
[1] 1.948577 2.251963
```

```
log_or_uk_hat <- log_or(ctable_uk)
sd_log_or_uk_hat <- sd_log_odd_ratio(ctable_uk)
ci_log_or_uk_hat <- log_or_uk_hat + c(-2,2)*sd_log_or_uk_hat
print(ci_log_or_uk_hat)
```

```
[1] 2.183860 2.624135
```

```
# Versión automática usando funciones del paquete "vcd"
```

```
oddsratio(ctable_usa, log = TRUE) %>% confint(., level=0.95)
```

```
                2.5 %    97.5 %
UpNM:LoM/UpNM:LoM 1.951613 2.248926
```

```
oddsratio(ctable_uk, log = TRUE) %>% confint(., level=0.95)
```

```
                2.5 %    97.5 %
UpNM:LoM/UpNM:LoM 2.188266 2.619729
```

Observamos que la log-odds ratio para USA es más baja que la correspondiente a UK, lo que indica en USA existe un menor grado de asociación entre la clase de origen y de destino que en UK (mayor movilidad social relativa). Sin embargo, los intervalos de confianza de ambas odds ratios se superponen, *sugiriendo* que no existe una diferencia estadísticamente significativa en los niveles de movilidad relativa de ambos países.

3) Definamos la diferencia de estimada de las log odds ratios como $\hat{\beta} = \ln \hat{\theta}_{USA} - \ln \hat{\theta}_{UK}$

Podemos obtener un intervalo al 95% de confianza para la diferencia en los log odds ratio usando la siguiente formula:

$$95\%CI_{\hat{\beta}} : \hat{\beta} \pm 2 \cdot SE_{\hat{\beta}}$$

donde $SE_{\hat{\beta}}$ es la desviación estándar de la “sampling distribution” de la diferencia entre las log odds ratios. Formalmente:

$$SE_{\hat{\beta}} = \sqrt{\text{Var}(\ln \hat{\theta}_{UK} - \ln \hat{\theta}_{USA})} = \sqrt{\text{Var}(\ln \hat{\theta}_{UK}) + \text{Var}(\ln \hat{\theta}_{USA})} = \sqrt{\sum_{ij} 1/n_{ij}^{UK} + \sum_{ij} 1/n_{ij}^{USA}}$$

Podemos implementar este calculo en R del siguiente modo:

```

beta_hat <- log_or_usa_hat - log_or_uk_hat

var_log_or_usa_hat <- sd_log_or_usa_hat^2
var_log_or_uk_hat <- sd_log_or_uk_hat^2

var_beta_hat <- var_log_or_usa_hat + var_log_or_uk_hat
sd_beta_hat <- sqrt(var_beta_hat)

ci_beta_hat <- beta_hat + c(-2,2)*sd_beta_hat

print(paste0("Diferencia log OR (movilidad relativa) USA-UK:", round(beta_hat,2) ))

```

```
[1] "Diferencia log OR (movilidad relativa) USA-UK:-0.3"
```

```

print(paste0("SE diferencia log OR (movilidad relativa) USA-UK:", round(sd_beta_hat,2) ))

```

```
[1] "SE diferencia log OR (movilidad relativa) USA-UK:0.13"
```

```

print(paste0("95% CI diferencia log OR (movilidad relativa) USA-UK: [", round(ci_beta_hat

```

```
[1] "95% CI diferencia log OR (movilidad relativa) USA-UK: [-0.57,-0.04]"
```

Este resultado indica que, a diferencia de lo sugerido por los intervalos de confianza superpuestos (pregunta 2), USA efectivamente presenta un nivel ligeramente más alto de movilidad social relativa respecto a UK.