

SOC3070 Análisis de Datos Categóricos

Tarea corta 2, respuestas

Ponderación: 6% de la nota final del curso.

En esta pregunta aplicarán propiedades de probabilidades condicionales y el teorema de Bayes para calcular alguna cantidades de interés en tiempos de pandemia.

Problema

Preocupado por la presencia de síntomas anómalos decides tomarte un test pcr para determinar si tienes Covid-19 o no. Luego de un día de espera el test *pcr* arroja que eres Covid positivo. Este resultado es preocupante dado que un paper que leiste en [The Lancet](#) indica que:

- La “sensibilidad” del test es de 90% (probabilidad de que una persona con la enfermedad obtenga un test positivo).
- La tasa de falsos positivos del test es de 5% (probabilidad que una persona sin la enfermedad obtenga un test positivo).
- La prevalencia de la enfermedad es de un 7% (probabilidad de que una persona presente la enfermedad).

Pregunta

Conociendo toda esta información ¿Cuál es la probabilidad de que realmente tengas Covid-19?

Respuesta:

La cantidad de interés es la siguiente probabilidad condicional:

$$\mathbb{P}(\text{Covid} \mid \text{pcr positivo})$$

Usando el Teorema de Bayes obtenemos que:

$$\mathbb{P}(\text{Covid} \mid \text{pcr positivo}) = \frac{\mathbb{P}(\text{pcr positivo} \mid \text{Covid})\mathbb{P}(\text{Covid})}{\mathbb{P}(\text{pcr positivo})}$$

Usando la ley de probabilidad total podemos re-expresar el denominador en el lado derecho de la ecuación de la siguiente forma:

$$\mathbb{P}(\text{Covid} \mid \text{pcr positivo}) = \frac{\mathbb{P}(\text{pcr positivo} \mid \text{Covid})\mathbb{P}(\text{Covid})}{\mathbb{P}(\text{pcr positivo} \mid \text{Covid})\mathbb{P}(\text{Covid}) + \mathbb{P}(\text{pcr positivo} \mid \neg\text{Covid})\mathbb{P}(\neg\text{Covid})}$$

Reemplazando las expresiones arriba con las cifras reportadas por [The Lancet](#) obtenemos que:

$$\mathbb{P}(\text{Covid positivo} \mid \text{pcr positivo}) = \frac{0.9 \times 0.07}{0.9 \times 0.07 + 0.05 \times 0.93} = 0.575$$

Es decir, la probabilidad de que una persona con un test pcr positivo efectivamente tenga Covid-19 es de aproximadamente 58%.