



**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia

Mestrado em Engenharia Eletrónica Industrial e Computadores

Eletrónica de Radiofrequência

---

## Projeto - Rat-Race Coupler

---

**Autor:**

João H. Ferreira - PG53914

**Docente:**

Prof. Paulo Mendes

**Mai 2025**

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Fundamento Teórico</b>	<b>3</b>
1.1	Geometria e Dimensionamento . . . . .	3
1.1.1	Constante Dielétrica Efetiva . . . . .	4
1.1.2	Comprimento de Onda Guiado . . . . .	4
1.1.3	Impedância Característica . . . . .	5
1.1.4	Velocidade e Tempo de Propagação do Sinal . . . . .	5
1.2	Princípio de Funcionamento . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Simulação e <i>Design</i></b>	<b>7</b>
2.1	Simulação - MATLAB . . . . .	7
2.1.1	Parâmetros S . . . . .	7
2.2	<i>Design</i> da PCB - KiCAD . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Resultados da Aplicação</b>	<b>9</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>10</b>

# Lista de Figuras

1	Rat-Race Coupler . . . . .	3
2	Estrutura de uma microtira (Retirado de [3](cap. 6.5)) . . . . .	4
3	Gráficos explicativos do princípio de funcionamento . . . . .	6
4	Fórmulas e alguns dos pontos utilizados na simulação Excel . . . . .	6
5	<i>Layout</i> do acoplador simulado . . . . .	7
6	Simulação da distribuição de corrente . . . . .	7
7	Parâmetros S simulados no MATLAB . . . . .	8
8	<i>Layout</i> do acoplador - KiCAD . . . . .	8
9	<i>Layout</i> 3D do acoplador - KiCAD . . . . .	8
10	PCB do projeto . . . . .	8
11	Resultado obtido na ligação P1 - P2 . . . . .	9
12	Resultado obtido na ligação P1 - P4 . . . . .	9

# Capítulo 1

## Fundamento Teórico

O acoplador *Rat-Race* é um dos circuitos passivos mais utilizados em aplicações de micro-ondas e de RF. O acoplador *Rat-Race* é amplamente utilizado no *design* de misturadores equilibrados para obter uma boa rejeição de sinais indesejados [1].

A capacidade de dividir e combinar sinais é uma função essencial em vários sistemas de radiofrequência, sendo especialmente relevante se puder ser conseguida numa vasta gama de frequências e com sinais com mudança de fase. Além disso, os componentes passivos de RF, como os acopladores direcionais e os divisores de potência, têm desempenhado um papel importante nos últimos anos e têm sido amplamente utilizados em aplicações de eletrônica de radiofrequência. O objetivo destes dispositivos é dividir (ou acoplar) um sinal em  $n$  outros, dependendo da aplicação e dos requisitos. A implementação mais típica deste tipo de circuitos consiste em dividir um sinal de entrada para alimentar amplificadores de baixa potência, recombina-los posteriormente [2].

### 1.1 Geometria e Dimensionamento

Quando é necessária uma divisão de  $180^\circ$ , 3 dB, que é frequentemente o caso em misturadores e moduladores, pode ser utilizado o acoplador *Rat-Race*. Como ilustrado na figura 1, o acoplador é tradicionalmente circular, e ao criar dois caminhos entre qualquer par de portas de entrada ou saída, ocorre interferência construtiva ou destrutiva, de modo que alguns portos são isolados, enquanto os sinais aparecem como pares em fase ou desfasados noutros [3].

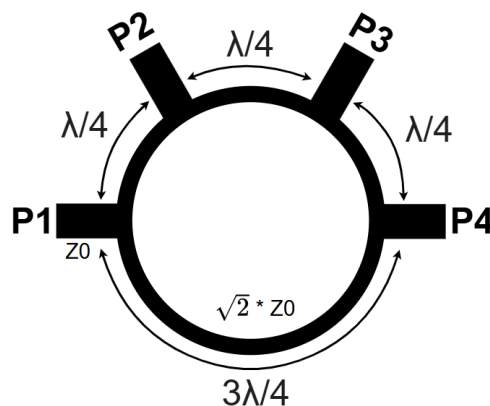


Figura 1: Rat-Race Coupler

Para o desenvolvimento e fabrico do circuito em estudo, é essencial recorrer à teoria das linhas de transmissão, nomeadamente para a tecnologia de microtira (*microstrip*). Esta abordagem implica a consideração das impedâncias características das linhas, que

são fortemente dependentes da geometria do condutor, das propriedades dielétricas do substrato e das relações dimensionais envolvidas. Em particular, o comprimento de onda guiado ( $\lambda_g$ ) nas microtiras é influenciado pela constante dielétrica efetiva ( $\varepsilon_{eff}$ ), que por sua vez depende da constante dielétrica do substrato ( $\varepsilon_r$ ) e da razão entre a altura do substrato ( $h$ ) e a largura do condutor ( $w$ ). Estes parâmetros, juntamente com a espessura do condutor ( $t$ ), condicionam o comportamento eletromagnético da linha e devem ser cuidadosamente dimensionados para garantir uma propagação eficiente e controlada do sinal.

A Figura 2 ilustra a estrutura típica de uma microtira, destacando as principais dimensões físicas: a altura do substrato ( $h$ ), a largura do condutor ( $w$ ) e a espessura do condutor ( $t$ ). Embora não esteja representado na figura, o comprimento do condutor ( $l$ ) é igualmente um parâmetro crítico, uma vez que influencia diretamente os tempos de propagação (*delay*) entre os conectores de RF e as diferentes regiões do circuito.

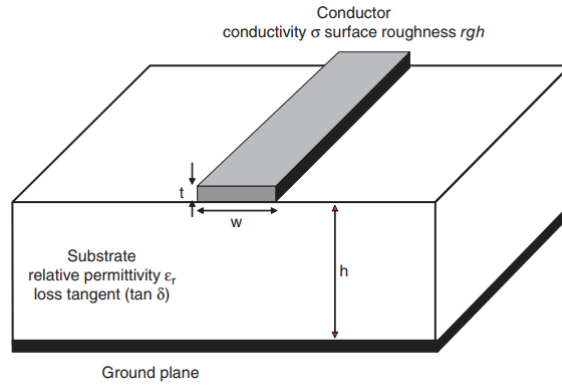


Figura 2: Estrutura de uma microtira (Retirado de [3](cap. 6.5))

De seguida, procedem-se aos cálculos dos parâmetros fundamentais anteriormente mencionados, nomeadamente o comprimento de onda guiado, a constante dielétrica efetiva, a impedância característica da microtira e o tempo de propagação do sinal. As fórmulas utilizadas para os cálculos destes parâmetros foram retiradas de [4].

### 1.1.1 Constante Dielétrica Efetiva

A constante dielétrica efetiva representa o valor médio da permissividade do meio atravessado pelo campo eletromagnético no condutor da microtira.

Para  $\frac{W}{H} > 1$  temos:

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2 \cdot \sqrt{1 + 12(\frac{H}{W})}} = \frac{4,4 + 1}{2} + \frac{4,4 - 1}{2 \cdot \sqrt{1 + 12(\frac{1,6}{3})}} = 3,32$$

### 1.1.2 Comprimento de Onda Guiado

O comprimento de onda guiado corresponde à distância que o sinal percorre durante um ciclo completo ao longo da linha de transmissão, sendo reduzido em relação ao comprimento de onda no vácuo devido à influência do substrato dielétrico.

$$\lambda_g = \frac{c}{f \cdot \sqrt{\varepsilon_{eff}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4 \cdot 10^9 \cdot \sqrt{3,32}} = 6,86 \text{ cm}$$

### 1.1.3 Impedância Característica

A impedância característica define a relação entre tensão e corrente numa linha de transmissão infinitamente longa, sendo essencial para assegurar a adaptação de impedâncias e minimizar reflexões no circuito.

Para  $\frac{W}{H} > 1$  temos:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}} \cdot [\frac{W}{H} + 1,393 + \frac{2}{3} \cdot \ln(\frac{W}{H} + 1,444)]} = \\ &= \frac{120\pi}{\sqrt{3,32} \cdot [\frac{3}{1,6} + 1,393 + \frac{2}{3} \cdot \ln(\frac{3}{1,6} + 1,444)]} = 50,86 \, \Omega \end{aligned}$$

### 1.1.4 Velocidade e Tempo de Propagação do Sinal

#### Velocidade de Propagação

A velocidade de propagação descreve a rapidez com que as ondas eletromagnéticas se deslocam ao longo do condutor.

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{3,32}} = 1,64 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

#### Tempo de Propagação

O tempo de propagação representa o atraso temporal que um sinal sofre ao percorrer uma determinada distância na linha de transmissão, sendo crítico para aplicações sensíveis à fase e sincronização de sinais.

$$t_{delay} = \frac{l}{v_p} = \frac{0,03[\text{m}]}{1,64 \cdot 10^8} = 1,82 \cdot 10^{-10} \text{ s} = 18,22 \text{ ns}$$

## 1.2 Princípio de Funcionamento

Um dos cenários de aplicação mais relevantes para este tipo de circuitos, e um dos que foi explorado experimentalmente neste trabalho, consiste na injeção de um sinal no porto 1 do acoplador. Neste contexto, o sinal é dividido em dois caminhos distintos: no porto 2, a componente do sinal surge com um desfasamento de  $90^\circ$  (correspondente a um quarto do comprimento de onda,  $\frac{\lambda_g}{4}$ ), enquanto no porto 4 a outra componente apresenta um desfasamento de  $270^\circ$  ( $\frac{3\lambda_g}{4}$ ) relativamente ao sinal original. Neste formato, o porto 3 comporta-se como o porto isolado. A razão para tal reside no facto de que as duas componentes do sinal, ao atingirem simultaneamente este porto, apresentam entre si um desfasamento de  $180^\circ$ , o que leva à sua anulação.

O funcionamento como *combiner* é outro cenário comum em circuitos *Rat-Race*, onde sinais são injetados nos portos 2 e 4. Nesta configuração, o circuito apresenta no porto 3 a soma dos sinais e no porto 1 a respetiva diferença, sendo esta operação útil em aplicações como moduladores e misturadores de RF.

Com o intuito de ilustrar de forma mais didática o princípio de funcionamento do acoplador e facilitar a visualização do comportamento temporal das diferentes componentes de sinal, foi elaborado um modelo em *Excel*. Este modelo simula os sinais propagados em cada porto, permitindo observar graficamente os efeitos de divisão e desfasamento característicos deste tipo de estrutura.

As figuras 3 e 4 apresentam, respectivamente, os gráficos resultantes e alguns dos pontos utilizados na simulação desenvolvida em *Excel*, com o intuito de ilustrar o princípio de funcionamento do acoplador *Rat-Race* no cenário descrito. Para a obtenção destes pontos, foram aplicadas as fórmulas indicadas acima das tabelas, considerando os desfasamentos relativos entre os sinais e assumindo que um comprimento de onda corresponde a  $2\pi$ . Estas representações permitem visualizar de forma clara a relação de fase e amplitude entre os sinais nos diferentes portos do circuito.

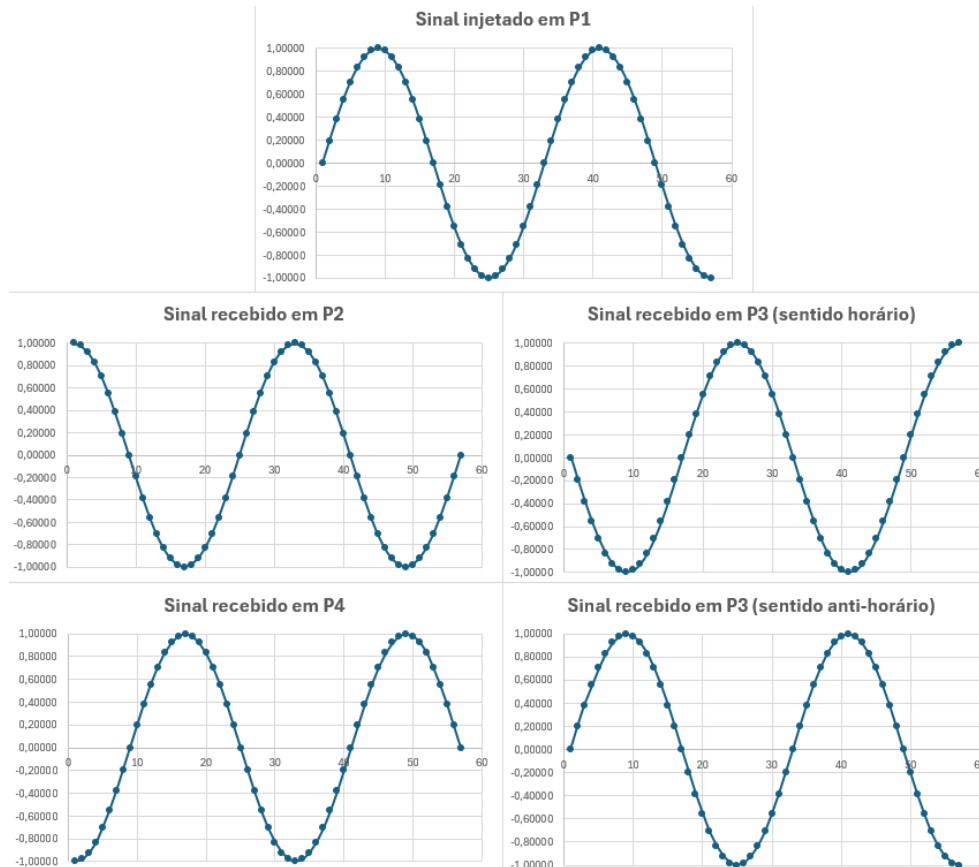


Figura 3: Gráficos explicativos do princípio de funcionamento

1						
2						
3						
4	$x$	$P1 = \text{SEN}(x)$	$P3\_H = \text{SEN}(x + \pi)$	$P3\_AH = \text{SEN}(x + 2\pi)$	$P3 = P3\_H + P3\_AH$	$P2 = \text{SEN}(x + (0,25 \cdot 2\pi))$
5						$P4 = \text{SEN}(x + (0,75 \cdot 2\pi))$
6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,00000
7	0,19635	0,19509	-0,19509	0,19509	0,00000	0,98079
8	0,39270	0,38268	-0,38268	0,38268	0,00000	0,92388
9	0,58905	0,55557	-0,55557	0,55557	0,00000	0,83147
10	0,78540	0,70711	-0,70711	0,70711	0,00000	0,70711
11	0,98175	0,83147	-0,83147	0,83147	0,00000	0,55557
12	1,17810	0,92388	-0,92388	0,92388	0,00000	0,38268
13	1,37445	0,98079	-0,98079	0,98079	0,00000	0,19509
14	1,57080	1,00000	-1,00000	1,00000	0,00000	0,00000
15	1,76715	0,98079	-0,98079	0,98079	0,00000	-0,19509
16	1,96350	0,92388	-0,92388	0,92388	0,00000	-0,38268
17	2,15984	0,83147	-0,83147	0,83147	0,00000	-0,55557
18	2,35619	0,70711	-0,70711	0,70711	0,00000	-0,70711
19	2,55254	0,55557	-0,55557	0,55557	0,00000	-0,83147
20	2,74889	0,38268	-0,38268	0,38268	0,00000	-0,92388
21	2,94524	0,19509	-0,19509	0,19509	0,00000	-0,98079
22	3,14159	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-1,00000
23	3,33794	-0,19509	0,19509	-0,19509	0,00000	-0,98079
24	3,53429	-0,38268	0,38268	-0,38268	0,00000	-0,92388

Figura 4: Fórmulas e alguns dos pontos utilizados na simulação Excel

# Capítulo 2

## Simulação e *Design*

### 2.1 Simulação - MATLAB

A simulação do acoplador *Rat-Race* foi realizada no MATLAB, seguindo um processo iterativo. Inicialmente, recorreu-se a valores predefinidos como ponto de partida, ajustando progressivamente os parâmetros até convergir para os valores calculados teoricamente, que seriam posteriormente utilizados na fase de manufatura. Os parâmetros considerados foram os seguintes:

- Frequência central de operação: 2.4 GHz
- Substrato: FR4 ( $\epsilon_r \approx 4,4$ )
- Altura do substrato (h): 1.6 mm
- Largura do condutor para  $Z_0 = 50 \Omega$  : 3 mm (do conector até à circunferência)
- Largura do condutor para  $Z = \sqrt{2} \cdot Z_0 \approx 70.7 \Omega$  : 1.6 mm
- Raio da circunferência do anel: 1.7 cm

Os resultados finais da simulação, refletindo o comportamento esperado do circuito, encontram-se representados nas figuras abaixo.

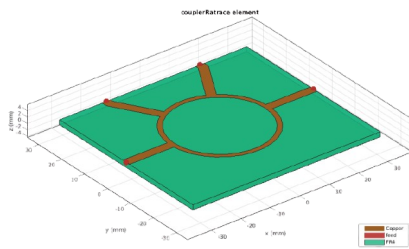


Figura 5: *Layout* do acoplador simulado

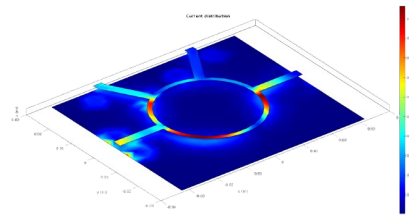


Figura 6: Simulação da distribuição de corrente

#### 2.1.1 Parâmetros S

Os resultados dos parâmetros S obtidos por simulação, correspondentes ao cenário de aplicação na frequência central de 2,4 GHz, onde o sinal é injetado no porto P1 estão ilustrados na figura 7. No gráfico, foram selecionados apenas os parâmetros S relevantes para este caso específico, nomeadamente: S11, S21, S31 e S41.

A análise dos resultados permite confirmar o princípio de funcionamento esperado do acoplador. Observa-se que os parâmetros S21 e S41 apresentam uma divisão de potência



próxima de -3 dB, evidenciando uma divisão equilibrada do sinal. Por outro lado, o parâmetro S31, correspondente ao porto isolado, exibe um nível inferior a -30 dB, indicando um isolamento eficaz, conforme previsto teoricamente.

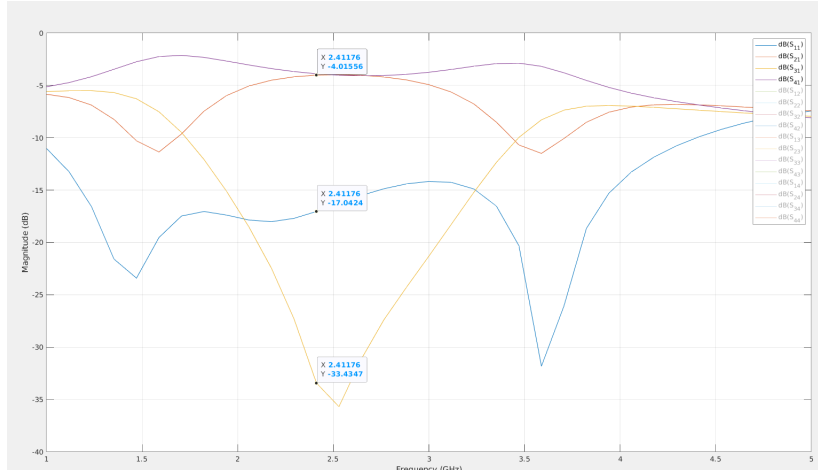


Figura 7: Parâmetros S simulados no MATLAB

## 2.2 Design da PCB - KiCAD

De seguida, procedeu-se ao desenho do *layout* da PCB recorrendo ao *software open source*, KiCAD. Para este processo foram utilizados os valores previamente calculados, assegurando que o comprimento físico dos condutores era o correspondente às proporções requeridas para o funcionamento adequado do acoplador à frequência de operação de 2,4 GHz. Abaixo apresentam-se alguns dos cálculos necessários para efetuar o *design* da solução:

$$\frac{\lambda_g}{4} = 1,715 \text{ cm} \quad | \quad \frac{3\lambda_g}{4} = 5,145 \text{ cm}$$

$$P_{anel} = \frac{\lambda_g}{4} + \frac{\lambda_g}{4} + \frac{\lambda_g}{4} + \frac{3\lambda_g}{4} = \frac{3\lambda_g}{2}$$

$$P_{anel} = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow r = \frac{P_{anel}}{2\pi} \Leftrightarrow r = \frac{1,5 \cdot \lambda_g}{2\pi} \Leftrightarrow r = 1,7 \text{ cm}$$

A figura 8 ilustra o processo de *design* após os cálculos dos valores teóricos necessários, a vermelho estão representados os condutores de cobre onde circulam os sinais injetados no circuito e a azul está representado o plano do *ground*, já na figura 9 está uma representação 3D mais similar do produto a ser fabricado, este encontra-se representado na figura 10.

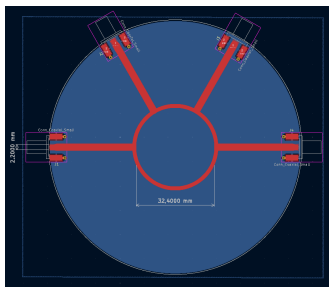


Figura 8: *Layout* do acoplador - KiCAD

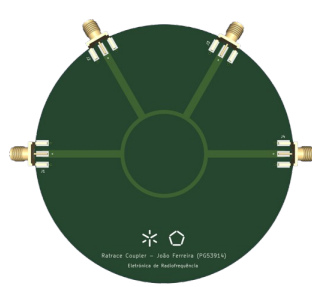


Figura 9: *Layout* 3D do acoplador - KiCAD



Figura 10: PCB do projeto

# Capítulo 3

## Resultados da Aplicação

Para obter os resultados práticos e realizar a comparação com os valores previamente simulados no MATLAB, recorreu-se a um *Network Analyzer* de forma a obter os parâmetros S do acoplador fabricado.

Como o aparelho disponibilizado apenas permitia analisar uma ligação entre dois portos de cada vez, o teste foi dividido em dois cenários, onde no primeiro cenário, representado na figura 11, a ligação é feita do porto 1 para o porto 2, sendo que P3 e P4 são isolados com cargas de  $50\ \Omega$  e no segundo cenário, representado na figura 12, o sinal é injetado na mesma no porto 1 mas agora a ligação é feita para o porto 4 e P2 e P3 estão isolados com cargas de  $50\ \Omega$ .

No primeiro cenário analisado, destaca-se que, para a frequência central de operação de 2,4 GHz, o parâmetro S21 apresenta um valor próximo de -4,8 dB, relativamente próximo do valor simulado de -4 dB, o que confirma uma transmissão de sinal eficaz do porto 1 para o porto 2. Por outro lado, o parâmetro S11 revela uma discrepância significativa face à simulação, com um valor de -3 dB medido, em contraste com os -17 dB simulados, evidenciando uma reflexão considerável e uma adaptação de impedância fraca à impedância característica de  $50\ \Omega$ . Já o parâmetro S22 apresenta um valor próximo de -25 dB, o que indica uma boa isolamento no porto 2, sem presença significativa de sinal indesejado à frequência projetada.

No segundo cenário de teste, o sinal é injetado no porto 1, sendo analisado agora no porto 4. Os resultados obtidos são semelhantes aos do primeiro ensaio, verificando-se apenas uma ligeira melhoria no parâmetro S41, cujo valor medido se aproxima ainda mais dos -4 dB simulados, demonstrando uma transmissão eficaz do sinal para o porto 4. O parâmetro S11 mantém-se em torno dos -3 dB, indicando que persiste uma reflexão considerável à entrada, reflexo de uma adaptação de impedância insuficiente. Por fim, o parâmetro S44 apresenta um desempenho inferior ao previsto, com um valor em torno dos -15 dB, evidenciando menor isolamento no porto 4.

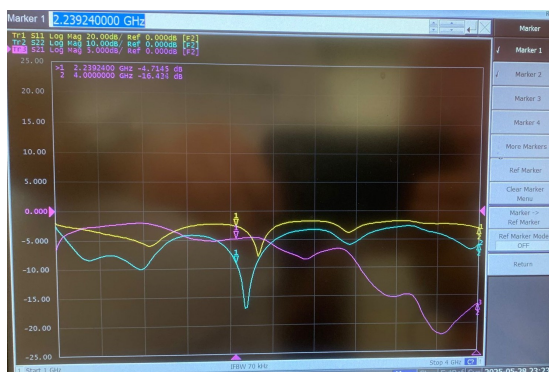


Figura 11: Resultado obtido na ligação P1 - P2



Figura 12: Resultado obtido na ligação P1 - P4

# Bibliografia

- [1] Fai-Leung Wong e Kwok-Keung M. Cheng. “A compact rat race coupler design for dual-band applications”. Em: *2006 Asia-Pacific Microwave Conference*. ISSN: 2165-4743. Dez. de 2006, pp. 667–670. DOI: 10.1109/APMC.2006.4429508. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4429508/>.
- [2] Salvador Vasques Seabra Águas, IST-Universidade de Lisboa e Av Rovisco Pais. “Design, Manufacture and Testing of Microstrip Directional Couplers”. Em: ().
- [3] Nutapong Somjit, Ian Robertson e Mitchai Chongcheawchamnan. *Microwave and Millimetre-Wave Design for Wireless Communications*. en. 1<sup>a</sup> ed. Wiley, set. de 2016. ISBN: 978-1-118-91721-3 978-1-118-91731-2. DOI: 10.1002/9781118917312. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781118917312>.
- [4] Pasternack. *Printed Circuit Board (PCB) RF Microstrip Calculators with Formulas — Microstrip Calculation Measurement Tool - Pasternack*. URL: <https://www.pasternack.com/t-calculator-microstrip.aspx>.