

Question de cours n°6 de Physique Numérique

J. Fasoli - Magistère de Physique

12 octobre 2024

1 Equation de base

L'équation de Klein-Gordon est donnée par :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \lambda^2 u^2 = 0$$

2 Discrétisation

L'équation discrétisée est :

$$\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{(\Delta x)^2} - \frac{1}{c^2} \frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{(\Delta t)^2} + \lambda^2 (u_j^n)^2 = 0$$

En isolant u_j^{n+1} , on obtient :

$$u_j^{n+1} = 2u_j^n - u_j^{n-1} + \left(c \frac{\Delta t}{\Delta x}\right)^2 (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) + (\lambda c \Delta t)^2 (u_j^n)^2$$