TAREA SEÑALES DOMINIO FRECUENCIA: SERIE/TRANSF. FOURIER. PROPIEDADES.

Problema 1 (3 puntos). Se considera la señal x(t) periódica con frecuencia fundamental f_0=25Hz cuyos coeficientes de Fourier (formato complejo) vienen dados por

$$X_k = \begin{cases} \dfrac{-4}{\pi^2 k^2} & \text{si k entero impar } (k=\pm 1, \pm 3, ...) \\ 0 & \text{si k entero par } (k=0, \pm 2, \pm 4, ...) \end{cases}$$

- Representar gráficamente (stem) el espectro de la señal (kfo,X_k) para k=-3:3.
- Dar el valor de los coeficientes de Fourier a_k y b_k (formato real). A la vista de estos valores ¿se puede concluir que x(t) es una función par o impar? Justificar la respuesta.
- Vamos a generar la señal x(t) a partir de las aproximaciones que proporcionan los dos primeros armónicos de la señal (k=1 y 3) con coeficientes no nulos:

$$s_k(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{k} a_k \cos(kw_0 t) + \sum_{k=1}^{k} b_k sen(kw_0 t) \approx x(t) \text{ con k=1,3,}$$

siendo w_0 la frecuencia angular. Representar gráficamente (subplot(2,1,) $s_1(t)$ y $s_3(t)$ en el intervalo [0, 0.12] ¿Se reconoce la señal x(t)? ¿Cuál crees es la función x(t)?

Problema 2. (7 puntos) Se considera la secuencia $x[n] = 0.5^{|n|}$ cuya transformada de Fourier viene dada por $X(w) = (1-0.25)/(1+0.25-\cos(w))$.

a) Estudiar las propiedades de X(w), si es una función real, par/impar, periódica (en caso de serlo indicar período). Justificar esas propiedades atendiendo a las propiedades de x[n]. ¿Dónde alcanza X(w) el valor máximo en el intervalo [-pi,pi]?

b) Se considera la secuencia xm[n]=2· x[n]·cos(pi·n/2).
- Dar la expresión de la Transformada de Fourier Xm(w) de xm[n] a partir de X(w) e indicar qué propiedad se está utilizando.
- Representar gráficamente en una ventana gráfica dividida en dos (suplot(1,2,)) la gráfica de la función X(w) y de Xm(w) en el intervalo [-pi,pi]. ¿Dónde alcanza Xm(w) el valor máximo en el intervalo [-pi,pi]? Comparar las gráficas, comentar y justificar lo que se observa.

c) Se considera la secuencia y[n]= x[n]·$(-1)^n$ que va alternando los signos de la secuencia x[n]. (Nota: $(-1)^n$ = exp(-i·pi·n))
- Calcular la Transformada de Fourier Y(w) de y[n] a partir de X(w) e indicar qué propiedad se está utilizando.
- Representar gráficamente en una ventana gráfica dividida en dos (suplot(1,2,)) las gráficas de X(w) y de Y(w) en el intervalo [0,pi] o [-pi,pi]. Comparar las gráficas: ¿Qué frecuencias tienen más peso en la señal x[n], las frecuencias bajas o las altas? ¿Y en y[n]? Comparar y razonar las respuestas.

d) Se considera la secuencia z[n] cuyo valor es x[n/2] si n es par y 0 si n es impar.
- Dar la expresión de la transformada de Fourier Z(w) de z[n] a partir de X(w) e indicar qué propiedad se está utilizando.
- Representar gráficamente en una ventana gráfica dividida en cuatro (suplot(1,4,)) las gráficas de las secuencias (stem) x[n] y z[n] con n=-10:10 y las funciones X(w) y Z(w) en el intervalo [-pi, pi]. Comparar las gráficas de las señales en el dominio del tiempo y de la frecuencia y comentar.