

Mathematik II für Studierende der Informatik
(Analysis und Lineare Algebra)

Thomas Andreae, Henrik Bachmann, Rosona Eldred, Malte Moos

Sommersemester 2012

Blatt 12

B: Hausaufgaben zum 12. Juli 2012

3. Es sei $I = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2; -1 \leq y \leq 3\}$ und $f(x, y) = 2x^2y$. Berechnen Sie $\iint_I f(x, y) d(x, y)$ auf zwei Arten (siehe (6.7), Skript Seite 156).

1. Art: $\int_{-1}^3 2x^2y dy = \left[x^2y^2 \right]_{y=-1}^{y=3} = x^2(9-1) = 8x^2,$

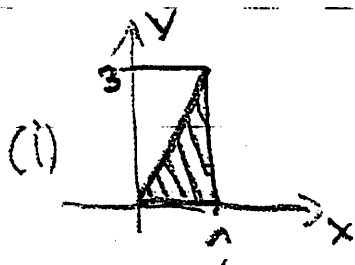
$$\int_1^2 8x^2 dx = \left[\frac{8}{3}x^3 \right]_1^2 = \frac{8}{3}(8-1) = \underline{\underline{\frac{56}{3}}}.$$

2. Art: $\int_1^2 2x^2y dx = \left[\frac{2}{3}x^3y \right]_{x=1}^{x=2} = \frac{2}{3}y(8-1) = \frac{14}{3}y$

$$\int_{-1}^3 \frac{14}{3}y dy = \left[\frac{7}{3}y^2 \right]_{-1}^3 = \frac{7}{3}(9-1) = \underline{\underline{\frac{56}{3}}}.$$

4. Man berechne $\iint_G f(x, y) d(x, y)$:

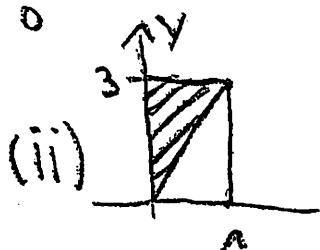
- (i) für $f(x, y) = xy^2$ und das Dreieck G mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(1, 3)$;
 (ii) für $f(x, y) = xy^2$ und das Dreieck G mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(0, 3)$ und $(1, 3)$.



$$\iint_G xy^2 d(x, y) = \int_0^1 \left(\int_0^{3x} xy^2 dy \right) dx,$$

$$\int_0^{3x} xy^2 dy = \left[\frac{1}{3} xy^3 \right]_0^{3x} = \frac{1}{3} x (27x^3 - 0) = 9x^4,$$

$$\int_0^1 9x^4 dx = \left[\frac{9}{5} x^5 \right]_0^1 = \underline{\underline{\frac{9}{5}}}.$$



$$\iint_G xy^2 d(x, y) = \int_0^1 \left(\int_{3x}^3 xy^2 dy \right) dx,$$

$$\int_{3x}^3 xy^2 dy = \left[\frac{1}{3} xy^3 \right]_{3x}^3 = \frac{1}{3} x (27 - 27x^3) \\ = -9x^4 + 9x,$$

$$\int_0^1 (-9x^4 + 9x) dx = \left[-\frac{9}{5} x^5 + \frac{9}{2} x^2 \right]_0^1 = \frac{9}{2} - \frac{9}{5} = \underline{\underline{2,7}}.$$