Mathematik II für Studierende der Informatik (Analysis und Lineare Algebra)

Th. Andreae, N.N.

Sommersemester 2012
Blatt 2

A: Präsenzaufgaben am 12. April 2012

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, indem Sie ähnlich wie in den Beispielen 1-3 (Skript, Seite 15/16) vorgehen.

(i) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^2+2n+1}{4n^2+n+3}\right)$

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^3+n+1}{4n^4+2n^3+n^2+1}\right)$

(iii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-5n^3+n+1}{4n^4+2n^3+n^2+1}\right)$

(iv) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^3+1}{4n^2+n+3}\right)$

(v) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-5n^3+1}{4n^2+n+3}\right)$

2. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+2}{n+1}-\dfrac{n^2-6n-1}{n-2}\right)$

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n+3}{\sqrt{n^2+3}+6n}\right)$

3. a) Geben Sie die ersten fünf Glieder der Reihe

$$\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^i$$

an und berechnen Sie die ersten fünf Partialsummen, wobei die üblichen Bezeichnungen a_0, …, a_4 bzw. s_0, …, s_4 (siehe Skript, Seite 17 ff.) benutzt werden sollen.

b) Konvergiert diese Reihe? Falls ja, gegen welchen Grenzwert? Falls nein, so begründe man, weshalb die Reihe nicht konvergiert.

4. a) Geben Sie die ersten fünf Glieder der Reihe

$$\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i}$$

an und berechnen Sie die ersten fünf Partialsummen, wobei die üblichen Bezeichnungen a_1, …, a_5 bzw. s_1, …, s_5 benutzt werden sollen.

b) Konvergiert diese Reihe? Falls ja, gegen welchen Grenzwert? Falls nein, so begründe man, weshalb die Reihe nicht konvergiert.

B: Hausaufgaben zum 19. April 2012

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-3n^4+2n^2+n+1}{-7n^4+25}\right)$

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-3n^4+2n^2+n+1}{-7n^5+25}\right)$

(iii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-3n^5+2n^2+n+1}{-7n^4+25}\right)$

(iv) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{6n^3+2n-3}{9n^2+2}-\dfrac{2n^3+5n^2+7}{3n^2+3}\right)$

(v) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt{9n^4+n^2+1}-2n^2+3}{\sqrt{2n^2+1}\cdot\sqrt{2n^2+n+1}}\right)$

2. a) Wir betrachten die folgenden Reihen:

$$\text{(i)} \quad \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^i \qquad \text{(ii)} \quad \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{5}{2}\right)^i \qquad \text{(iii)} \quad \sum_{i=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{5}\right)^i.$$

Geben Sie für jede dieser Reihen die ersten fünf Glieder an und berechnen Sie die ersten fünf Partialsummen, wobei die üblichen Bezeichnungen $a_0, \ldots, a_4$ bzw. $s_0 \ldots, s_4$ (siehe Skript, Seite 17 ff.) benutzt werden sollen. Welche dieser Reihen konvergieren und welche divergieren? Falls Konvergenz vorliegt, bestimme man den Grenzwert; andernfalls begründe man, weshalb die Reihe nicht konvergiert.

b) Für $x \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Reihe $\sum\limits_{i=0}^{\infty} x^i$.

(i) Gegen welchen Wert konvergiert diese Reihe für $x = -\frac{3}{10}$?

(ii) Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$, so dass diese Reihe gegen $\frac{5}{8}$ konvergiert.

3. Welche der folgenden Reihen konvergieren und welche divergieren? Geben Sie kurze Begründungen und bestimmen Sie im Falle der Konvergenz den Grenzwert.

$$\text{(i)} \quad \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3}{7}\right)^i \qquad\qquad \text{(iii)} \quad \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i$$

$$\text{(ii)} \quad \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{i+1} \qquad\qquad \text{(iv)} \quad \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i(i+1)}$$

Hinweis zu (iv): Man schaue sich im Skript auf Seite 19 das Beispiel 3 an.

4. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\text{(i)} \quad \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \qquad\qquad \text{(iii)} \quad \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n}$$

$$\text{(ii)} \quad \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$$

Hinweis: Verwenden Sie die Definition der Eulerschen Zahl e (siehe Skript, Seite 15) sowie die Rechenregeln für konvergente Folgen.