Mathematatik I für Studierende der Informatik (Diskrete Mathematik)

Thomas Andreae, Christoph Stephan

Wintersemester 2011/12
Blatt 12

A: Präsenzaufgaben am 19./20. Januar 2012

1. Es seien $A = (2, 5)$ und $B = (4, 4)$ zwei Punkte der Ebene.

a) Geben Sie die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{BA}$ an.

b) Geben Sie zwei verschiedene Parametergleichungen für die Gerade g an, die durch A und B geht; dabei sollen sowohl die Stütz- als auch die Richtungsvektoren unterschiedlich sein.

c) Geben Sie zwei weitere Punkte an, die auf g liegen.

d) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung für g.

2. Überprüfen Sie, ob der Punkt $X = (2, -1, -1)$ auf der Geraden liegt, die durch die Gleichung $x = (1, 0, 1) + t \cdot (1, 3, 3)$ (für $t \in \mathbb{R}$) beschrieben ist.

3. Geben Sie zwei verschiedene Parametergleichungen der Ebene an, die durch die Punkte $A = (2, 0, 3)$, $B = (1, -1, 5)$ und $C = (3, -2, 0)$ festgelegt ist.

B: Hausaufgaben zum 26./27. Januar 2012

1. Gegeben seien die Punkte $A = (5, 1, 2)$, $B = (-3, 1, 4)$ und $C = (2, -1, 3)$.

a) Geben Sie die Gerade, die durch B und C geht, in Parameterdarstellung an.

b) Geben Sie zwei verschiedene Parametergleichungen für die Ebene an, die durch A, B und C geht:

(i) mit $\overrightarrow{0A}$ als Stützvektor,

(ii) mit einem Stützvektor, der von $\overrightarrow{0A}$, $\overrightarrow{0B}$ und $\overrightarrow{0C}$ verschieden ist.

c) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung für die Ebene, die durch A, B und C geht, und berechnen Sie die Schnittpunkte dieser Ebene mit den drei Koordinatenachsen

Hinweis: Es ist möglich, dass die Ebene nicht mit jeder Koordinatenachse einen Schnittpunkt besitzt; in diesem Fall ist nachzuweisen, dass in der Tat kein Schnittpunkt vorhanden ist.

2. Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Ebene, die durch die folgende Koordinatengleichung gegeben ist:

$$3x_1 - 2x_2 + 8x_3 - 10 = 0.$$

3. a) Für $a = (2, -1, 5)$ und $b = (3, 2, -3)$: Berechnen Sie das Skalarprodukt von a und b. Sind die Vektoren a und b orthogonal? Bestimmen Sie $z \in \mathbb{R}$ derart, dass die Vektoren $a = (2, -1, 5)$ und $c = (3, 2, z)$ orthogonal sind.

b) Für a wie in a): Berechnen Sie die Länge von a. Finden Sie einen Vektor $d = (d_1, d_2, d_3)$, für den gilt: d ist ein Einheitsvektor und hat dieselbe Richtung wie a.

c) Berechnen Sie den Abstand der beiden Punkte $P_1 = (4, 2, 1)$ und $P_2 = (0, 3, 1)$.

d) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren $u = (0, 2, 2)$ und $v = (-2, 0, 1)$.

4. a) Gegeben seien die Vektoren $u = (1, 2, 3)$ und $v = (-4, -7, 5)$ des $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie die Menge U aller Vektoren $x = (x_1, x_2, x_3)$ des $\mathbb{R}^3$, für die $x \perp u$ sowie $x \perp v$ gilt. Ist U eine Gerade? Ist U eine Ebene? Falls eines von beiden zutrifft, so gebe man U in Parameterdarstellung an!

b) Nun sei nur ein einziger Vektor $u = (2, 4, 1) \in \mathbb{R}^3$ gegeben. Bestimmen Sie die Menge U aller Vektoren $x = (x_1, x_2, x_3)$ des $\mathbb{R}^3$, für die $x \perp u$ gilt. Ist U eine Gerade? Ist U eine Ebene? Falls eines von beiden zutrifft, so gebe man U in Parameterdarstellung an!

c) Gegeben seien die Vektoren $u = (1, 2, -1, 2)$ und $v = (1, 1, 4, 2)$ des $\mathbb{R}^4$. Bestimmen Sie die Menge U aller Vektoren $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ des $\mathbb{R}^4$, für die $x \perp u$ sowie $x \perp v$ gilt.

d) Für u und v wie in c): Berechnen Sie die Längen $|u|$ und $|v|$.