

Mathematik I für Studierende der Informatik
(Diskrete Mathematik)

Thomas Andreae, Christoph Stephan

Wintersemester 2011/12

Blatt 7

B: Hausaufgaben zum 8./9. Dezember 2011

2. Bestimmen Sie den Rest von 3^{1000} bei Division durch 19. (Hinweis: Man verwende den Satz von Fermat - dann ist man besonders schnell fertig!)

Nachdem Satz von Fermat gilt $3^{18} \equiv 1 \pmod{19}$.

Es gilt $1000 = 55 \cdot 18 + 10$. Es folgt

$$3^{1000} = 3^{18 \cdot 55 + 10} = (3^{18})^{55} \cdot 3^{10} \equiv 3^{10} \pmod{19}.$$

In \mathbb{Z}_{19} gilt

$$3^2 = 9,$$

$$3^4 = 81 = 5,$$

$$3^8 = 25 = 6,$$

$$3^{10} = 3^2 \cdot 3^8 = 9 \cdot 6 = 16.$$

Also gilt $3^{1000} \equiv 16 \pmod{19}$, d.h., der gesuchte

Rest ist 16.

4. Arbeiten Sie den in der Vorlesung verteilten Text über n -stellige Relationen durch, beantworten Sie die nachfolgenden Fragen und geben Sie kurze Begründungen für Ihre Antworten.
Für die Mengen A, B, C gelte $|A| = 3$, $|B| = 5$ sowie $|C| = 2$.

- a) Wie viele Elemente besitzt die Menge $A \times B \times C$?
b) Wie viele verschiedene (ternäre) Relationen gibt es über A, B, C ?

- a) $|A \times B \times C| = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ nach der Multiplikationsregel (Skript Seite 34).
- b) Eine Relation über A, B, C ist nach Definition eine Teilmenge von $A \times B \times C$. Es ist also nach der Anzahl der Teilmengen von $A \times B \times C$ gefragt. Da $|A \times B \times C| = 30$ gilt, lautet die Antwort demnach $2^{30} = 1073741824$.