2. Bonusklausur zur Vorlesung "Mathematik II (ALA)"

Thomas Andreae

2. Juli 2012, 8:15 bis 9:30 Uhr

Insgesamt sind 40 Punkte zu erreichen. Es genügt in der Regel nicht, nur das Ergebnis einer Rechnung bzw. die Antwort auf eine Frage anzugeben, sondern es sollte auch der Rechenweg ersichtlich sein bzw. eine kurze Begründung für die Antwort gegeben werden. Wer mindestens 20 Punkte erzielt, hat bestanden. Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Berechnen Sie f'(x) für

- a) $f(x) = e^{\sqrt{3x+2}} \cdot \cos(x^2)$ (3 Punkte)
- b) $f(x) = \ln(x) \cdot \tan(x) (3 \ Punkte)$
- c) $f(x) = (x^2 + 2)^{\arctan(x)}$ (4 Punkte)

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- a) Für $f(x) = \frac{1}{2}x^3$: Mit t(x) sei die Tangente an den Graphen von f(x) im Punkt (2,4) bezeichnet. Berechnen Sie den Schnittpunkt von t(x) mit der x-Achse. (4 Punkte)
- b) Wo nimmt die folgende Funktion ihr globales Minimum und wo ihr globales Maximum an?

$$g: [-3,3] \to \mathbb{R}, \ g(x) = e^{2x-1} - e^{x+2}.$$

(6 Punkte)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale

- a) $\int_{1}^{2} (5x^2 + x + 2) dx$ (2 Punkte)
- b) $\int e^{\sqrt{7x+2}} dx$ (4 Punkte)
- c) $\int \frac{3x+2}{x^2-x-6} dx$ (4 Punkte)

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- a) Berechnen Sie $\int x^2 \cdot \ln x \, dx$. (3 Punkte)
- b) Berechnen Sie $\int (\ln x)^2 dx$. (4 Punkte)
- c) Weisen Sie die Konvergenz der Reihe $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^2}{2^i}$ mit dem Quotientenkriterium nach. (Empfehlung: Verwenden Sie die Limes-Version des Quotientenkriteriums.) (3 Punkte)