

# 1. Bonusklausur zur Vorlesung „Mathematik I (DM)“

T. Andreae

26. November 2011, 9:00 bis 10:30 Uhr

Insgesamt sind 30 Punkte zu erreichen. Es genügt in der Regel nicht, nur das Ergebnis einer Rechnung bzw. die Antwort auf eine Frage anzugeben, sondern es sollte auch der Rechenweg ersichtlich sein bzw. eine kurze Begründung für die Antwort gegeben werden. Wer mindestens 15 Punkte erzielt, hat bestanden. Viel Erfolg!

## Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Die Funktion  $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  sei gegeben durch  $g(n, m) = (2n - m, n + m)$ . Ist  $g$  surjektiv? Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort. (6 Punkte)
- b) Die Funktion  $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  sei gegeben durch  $f(n, m) = n + m$ . Ist  $f$  injektiv? Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort. (4 Punkte)

## Aufgabe 2 (10 Punkte)

Für welche ganzen Zahlen  $n \geq 0$  ist die folgende Ungleichung richtig?

$$20n < 3^n$$

Stellen Sie eine Vermutung auf und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Vermutung durch vollständige Induktion.

## Aufgabe 3 (10 Punkte)

- a) Es sei  $B = \{2\}$ , d.h. die Menge  $B$  enthalte als einziges Element die natürliche Zahl 2. Kreuzen Sie die richtigen Antworten an:

Wahr    Falsch

$$2 \in \mathcal{P}(B) \quad \square \quad \square$$

$$2 \subseteq \mathcal{P}(B) \quad \square \quad \square$$

$$\{2\} \subseteq \mathcal{P}(B) \quad \square \quad \square$$

Begründungen sind nicht erforderlich! Für jedes richtig gesetzte Kreuz bekommt man 1 Punkt. Für jedes falsch gesetzte Kreuz wird 1 Punkt abgezogen. Insgesamt werden für die Aufgabe 3a) nicht weniger als 0 Punkte gegeben.

- b) Man bestimme  $\text{ggT}(378, 222)$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus. (4 Punkte)
- c) Wie viele (sinnvolle oder sinnlose) Wörter mit 12 Buchstaben kann man aus dem Wort BONUSKLAUSUR bilden? (3 Punkte)