

**Mathematik II für Studierende der Informatik**  
**(Analysis und Lineare Algebra)**  
Thomas Andreae, Henrik Bachmann, Rosona Eldred, Malte Moos

**Sommersemester 2012**  
**Blatt 7**

**A: Präsenzaufgaben am 24. Mai 2012**

Bei der folgenden Präsenzaufgabe handelt es sich um eine *Klausuraufgabe* aus einer ALA-Klausur aus dem Jahr 2009.

1. Bestimmen Sie die folgenden Integrale

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \quad \int_1^2 (6x^2 - x + 2) \, dx & \text{(iii)} \quad \int \frac{3x+2}{x^2+1} \, dx \\ \text{(ii)} \quad \int e^{\sqrt{5x+3}} \, dx & \text{(iv)} \quad \int \frac{x^3 - x^2 - 6x + 1}{x^2 + x - 6} \, dx. \end{array}$$

**B: Hausaufgaben zum 7. Juni 2012**

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale und machen Sie die Probe, d.h., bestätigen Sie Ihre Ergebnisse durch Ableiten.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \quad \int \frac{x+1}{x^2-x-6} \, dx & \text{(iii)} \quad \int \frac{4x+1}{x^2+4x+8} \, dx \\ \text{(ii)} \quad \int \frac{2x+1}{x^2-4x+4} \, dx & \end{array}$$

**Hinweis:** Schauen Sie sich für (iii) die Beispiele am Anfang von Abschnitt 3.4.4 sowie das letzte Beispiel von Abschnitt 3.4.4 (Beispiel 5) an.

2. a) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen

$$f(x) = e^{-x}, \quad g(x) = \frac{1}{1+x} \quad \text{und} \quad h(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

für  $x \in [0, \infty)$ . Dabei sollen auch mögliche Wendepunkte bestimmt und an der richtigen Stelle eingezeichnet werden.

- b) Berechnen Sie für die drei Funktionen aus a) jeweils den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion, der positiven  $x$ -Achse und der  $y$ -Achse eingeschlossen wird.  
c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ , die durch

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

gegeben ist. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen der  $x$ -Achse und dem Graphen der Funktion  $f$ .

3. Verbessern Sie die in Abschnitt 3.6 des Skripts gefundenen Näherungswerte für

$$\int_0^1 \sin x \, dx,$$

indem Sie zusätzlich die Fälle  $n = 4$ ,  $n = 5$  und  $n = 10$  betrachten.

4. Die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten steigt nach der Einnahme zunächst an, um dann wieder zu fallen: Das Medikament baut sich ab. Die Funktion  $f : [0, 24] \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(t) = 9t \cdot e^{-\frac{1}{3}t}$$

beschreibt für die ersten 24 Stunden nach der Einnahme die im Blut vorhandene Menge eines Medikaments in Milligramm pro Liter (in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ ).

- Berechnen Sie die maximale Konzentration im Blut und geben Sie an, zu welchem Zeitpunkt diese erreicht wird.
- Berechnen Sie die mittlere Konzentration des Medikaments in den ersten 12 Stunden nach der Einnahme.
- Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ , wobei Sie auch den Punkt des stärksten Abbaus des Medikaments berechnen und einzeichnen.

Zu guter Letzt einige Klausuraufgaben aus dem Jahr 2011.

5. a) Es sei  $h(x) = x^{\sin(x)}$  (für  $x > 0$ ). Berechnen Sie  $h'(x)$ .
- b) Berechnen Sie  $\int \cos\left(\sqrt{\frac{x}{3}} + 1\right) dx$ .
- c) Berechnen Sie  $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx$ .
- d) Berechnen Sie mittels Partialbruchzerlegung:  $\int \frac{3x + 2}{x^2 - 10x + 25} dx$ .