

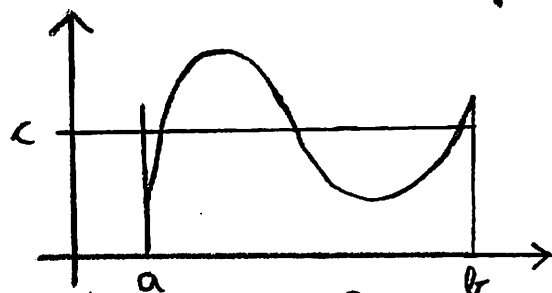
Der Durchschnittswert einer Funktion $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$

Gegeben sei eine integrierbare Funktion $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. In vielen Situationen möchte man den Durchschnittswert von f im Intervall $[a, b]$ bestimmen. Aber wie ist dieser Durchschnittswert c überhaupt definiert?

Orientiert man sich an der geometrischen Anschauung, so ist unmittelbar einleuchtend, dass für c gelten sollte

$$(1) \quad c(b-a) = \int_a^b f(x) dx.$$

Die Gleichung (1) bedeutet, wenn man sie sich anhand einer nichtnegativen Funktion klar macht: Das Rechteck mit den Seitenlängen c und $b-a$ hat die gleiche Fläche wie das Flächenstück, das durch den Graphen von f begrenzt wird:



Aus (1) erhält man als Definition des Durchschnittswerts von f im Intervall $[a, b]$:

$$(2) \quad c = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$