

## 64-040 Modul IP7: Rechnerstrukturen

http://tams.informatik.uni-hamburg.de/ lectures/2011ws/vorlesung/rs Kapitel 9

#### Andreas Mäder



Universität Hamburg Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften Fachbereich Informatik

Technische Aspekte Multimodaler Systeme

卣

Wintersemester 2011/2012

# Kapitel 9

#### Logische Operationen

Boole'sche Operationen

Bitweise logische Operationen

Schiebeoperationen

Anwendungsbeispiele

Speicher-Organisation

Literatur





## Logische Operationen in Java und C

- eigener Datentyp?
  - ► Java: Datentyp boolean
  - ► C: implizit für alle Integertypen
- Vergleichsoperationen
- ► logische Grundoperationen
- Auswertungsreihenfolge / -prioritäten
- ▶ logische Operationen auch bitweise parallel möglich (s.u.)

## Vergleichsoperationen

- ► a == b wahr, wenn a gleich b a != b wahr, wenn a ungleich b a >= b wahr, wenn a größer oder gleich b a > b wahr, wenn a größer b a < b wahr, wenn a kleiner b  $a \le b$ wahr, wenn a kleiner oder gleich b
- ▶ Vergleich zweier Zahlen, Ergebnis ist logischer Wert
- Java: Integerwerte alle im Zweierkomplement
- C: Auswertung berücksichtigt signed/unsigned-Typen
- Auswertung von links nach rechts, mit (optionaler) Klammerung

Logische Operationen - Boole'sche Operationen

# Logische Operationen in C

- zusätzlich zu den Vergleichsoperatoren <, <=, ==, !=, >, >=
- drei logische Operatoren:
  - logische Negation
  - && logisches UND
  - П logisches ODER
- ► Interpretation der Integerwerte: der Zahlenwert  $0 \Leftrightarrow logische 0$  (false) alle anderen Werte ⇔ logische 1 (true)
- völlig andere Semantik als in der Mathematik (!)
- völlig andere Funktion als die bitweisen Operationen (s.u.)

# Logische Operationen in C (cont.)

- verkürzte Auswertung von links nach rechts (shortcut)
  - Abbruch, wenn Ergebnis feststeht
  - + kann zum Schutz von Ausdrücken benutzt werden
  - kann aber auch Seiteneffekte haben, z.B. Funktionsaufrufe
- Beispiele
  - ▶ (a > b) || ((b != c) && (b <= d))

•	Beisp	iel		Wert		
			0x41	0x00		
		!	00x0	0x01		
		!!	00x0	00x0		
	0x69	&&	0x55	0x01		
	0x69	11	0x55	0x01		

## Logische Operationen in C: Logisch vs. Bitweise

- ▶ der Zahlenwert  $0 \Leftrightarrow \text{logische 0 (false)}$  alle anderen Werte  $\Leftrightarrow \text{logische 1 (true)}$
- ▶ Beispiel: x = 0x66 und y = 0x93

Ausdruck	Wert	Ausdruck	Wert
(bitweise)		(logisch)	3300
х	0110 0110	х	0000 0001
у	1001 0011	у	0000 0001
х & у	0000 0010	х && у	0000 0001
х   у	1111 0111	x    y	0000 0001
~x   ~y	1111 1101	!x    !y	0000 0000

## Logische Operationen in C: verkürzte Auswertung

- ▶ logische Ausdrücke werden von links nach rechts ausgewertet
- Klammern werden natürlich berücksichtigt
- Abbruch, sobald der Wert eindeutig feststeht (shortcut)
- Vor- oder Nachteile möglich (codeabhängig)
  - + (a && 5/a) niemals Division durch Null. Der Quotient wird nur berechnet, wenn der linke Term ungleich Null ist.
  - + (p && \*p++) niemals Nullpointer-Zugriff. Der Pointer wird nur verwendet, wenn p nicht Null ist.

#### Ternärer Operator

- ▶ ⟨condition⟩ ? ⟨true-expression⟩ : ⟨false-expression⟩
- ▶ Beispiel: (x < 0) ? -x : x Absolutwert von x

Logische Operationen - Boole'sche Operationen

## Logische Operationen in Java

- ► Java definiert eigenen Datentyp boolean
- elementare Werte false und true
- alternativ Boolean, FALSE und Boolean, TRUE
- ▶ **keine** Mischung mit Integer-Werten wie in C
- ► Vergleichsoperatoren <, <=, ==, !=, >, >=
- verkürzte Auswertung von links nach rechts (shortcut)
- ► Ternärer Operator
   ⟨condition⟩ ? ⟨true-expression⟩ : ⟨false-expression⟩
- ▶ Beispiel: (x < 0) ? -x : x Absolutwert von x



## Bitweise logische Operationen

## Integer-Datentypen doppelt genutzt:

- 1. Zahlenwerte (Ganzzahl, Zweierkomplement, Gleitkomma) arithmetische Operationen: Addition, Subtraktion, usw.
- 2. Binärwerte mit w einzelnen Bits (Wortbreite w) Boole'sche Verknüpfungen, bitweise auf allen w Bits
  - Grundoperationen: Negation, UND, ODER, XOR
  - Schiebe-Operationen: shift-left, rotate-right, usw.

# Bitweise logische Operationen (cont.)

- ▶ Integer-Datentypen interpretiert als Menge von Bits
- ▶ bitweise logische Operationen möglich
- $\triangleright$  es gibt insgesamt  $2^{2^n}$  Operationen mit n Operanden
- ▶ in Java und C sind vier Operationen definiert:

Negation ~x Invertieren aller einzelnen Bits

UND x&y Logisches UND aller einzelnen Bits

OR x|y Logisches ODER aller einzelnen Bits

XOR x^y Logisches XOR aller einzelnen Bits

▶ alle anderen Funktionen können damit dargestellt werden

Universität Hamburg

64-040 Rechnerstrukturen

## Bitweise logische Operationen: Beispiel

x = 00101110

y = 10110011

 $\sim x = 11010001$  alle Bits invertient

~y = 0100 1100 alle Bits invertiert

bitweises UND x & y = 00100010

bitweises ODER  $x \mid y = 10111111$ 

bitweises XOR  $x ^ y = 10011101$ 





## Schiebeoperationen

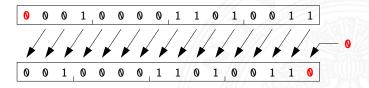
- ▶ als Ergänzung der bitweisen logischen Operationen
- ▶ für alle Integer-Datentypen verfügbar
- ▶ fünf Varianten:

Shift-Left sh1
Logical Shift-Right sr1
Arithmetic Shift-Right sra
Rotate-Left ro1
Rotate-Right ror

- Schiebeoperationen in Hardware leicht zu realisieren
- auf fast allen Prozessoren im Befehlssatz

## Shift-Left (sh1)

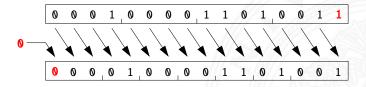
- ▶ Verschieben der Binärdarstellung von *x* um *n* bits nach links
- ▶ links herausgeschobene *n* bits gehen verloren
- ▶ von rechts werden *n* Nullen eingefügt



- ▶ in Java und C direkt als Operator verfügbar: x << n
- ▶ sh1 um *n* bits entspricht der Multiplikation mit 2<sup>n</sup>

# Logical Shift-Right (srl)

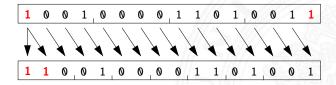
- ▶ Verschieben der Binärdarstellung von x um n bits nach rechts
- rechts herausgeschobene *n* bits gehen verloren
- ▶ von links werden *n* Nullen eingefügt



in Java direkt als Operator verfügbar: x >>> n in C nur für unsigned-Typen definiert: x >> n für signed-Typen nicht vorhanden

# Arithmetic Shift-Right (sra)

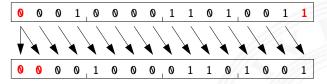
- ▶ Verschieben der Binärdarstellung von *x* um *n* bits nach rechts
- rechts herausgeschobene *n* bits gehen verloren
- von links wird n-mal das MSB (Vorzeichenbit) eingefügt
- ► Vorzeichen bleibt dabei erhalten (gemäß Zweierkomplement)



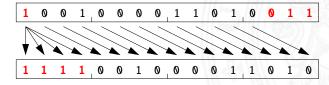
- ▶ in Java direkt als Operator verfügbar: x >> n in C nur für signed-Typen definiert: x >> n
- ▶ sra um n bits ist ähnlich der Division durch  $2^n$

## Arithmetic Shift-Right: Beispiel

x >> 1 aus 0x10D3 (4307) wird 0x0869 (2153)



x >> 3 aus 0x90D3 (-28460) wird 0xF21A (-3558)



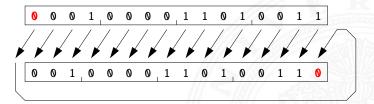
卣

## Arithmetic Shift-Right: Division durch Zweierpotenzen?

- **positive** Werte:  $x \gg n$  entspricht Division durch  $2^n$
- negative Werte: x >> n Ergebnis ist zu klein (!)
- gerundet in Richtung negativer Werte statt in Richtung Null:
  - 1111 1011 (-5)
  - (-3)11111101
  - 1111 1110 (-2)
  - 111111111 (-1)
- ▶ C: Kompensation durch Berechnung von (x + (1 << k) 1) >> kDetails: Bryant & O'Hallaron

## Rotate-Left (rol)

- ▶ Rotation der Binärdarstellung von x um n bits nach links
- herausgeschobene Bits werden von rechts wieder eingefügt

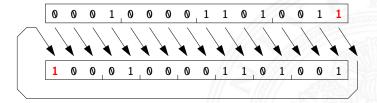


- ▶ in Java und C nicht als Operator verfügbar
- Java: Integer.rotateLeft( int x, int distance)



# Rotate Right (ror)

- ▶ Rotation der Binärdarstellung von x um n bits nach rechts
- herausgeschobene Bits werden von links wieder eingefügt



- ▶ in Java und C nicht als Operator verfügbar
- Java: Integer.rotateRight( int x, int distance)

Logische Operationen - Anwendungsbeispiele

## Shifts statt Integer-Multiplikation

- ► Integer-Multiplikation ist auf vielen Prozessoren langsam oder evtl. gar nicht als Befehl verfügbar
- ► Add./Subtraktion und logische Operationen: typisch 1 Takt Shift-Operationen: meistens 1 Takt
- ⇒ eventuell günstig, Multiplikation mit Konstanten durch entsprechende Kombination aus shifts+add zu ersetzen
  - ▶ Beispiel:  $9 \cdot x = (8+1) \cdot x$  ersetzt durch (x << 3) + x
  - viele Compiler erkennen solche Situationen



## Beispiel: bit-set, bit-clear

Bits an Position p in einem Integer setzen oder löschen?

- ▶ Maske erstellen, die genau eine 1 gesetzt hat
- bullet dies leistet (1  $\ll$  p), mit  $0 \le p \le w$  bei Wortbreite w

```
public int bit_set( int x, int pos ) {
  return x | (1 << pos); // mask = 0...010...0
public int bit_clear( int x, int pos ) {
  return x & \sim(1 << pos); // mask = 1...101...1
```

## Beispiel: Byte-Swapping network to/from host

Linux: /usr/include/bits/byteswap.h

```
...
/* Swap bytes in 32 bit value. */
#define __bswap_32(x) \
((((x) & 0xff000000) >> 24) | (((x) & 0x00ff0000) >> 8) |\
(((x) & 0x0000ff00) << 8) | (((x) & 0x000000ff) << 24))
...
```

Linux: /usr/include/netinet/in.h

```
# if __BYTE_ORDER == __LITTLE_ENDIAN
# define ntohl(x) __bswap_32 (x)
# define ntohs(x) __bswap_16 (x)
# define htonl(x) __bswap_32 (x)
# define htons(x) __bswap_16 (x)
# endif
```

## Beispiel: RGB-Format für Farbbilder

### Farbdarstellung am Monitor / Bildverarbeitung?

- ▶ Matrix aus  $w \times h$  Bildpunkten
- additive Farbmischung aus Rot, Grün, Blau
- ▶ pro Farbkanal typischerweise 8-bit, Wertebereich 0..255
- ► Abstufungen ausreichend für (untrainiertes) Auge
- ▶ je ein 32-bit Integer pro Bildpunkt
- typisch: 0x00RRGGBB oder 0xAARRGGBB
- ▶ je 8-bit für Alpha/Transparenz, rot, grün, blau
- java.awt.image.BufferedImage(TYPE\_INT\_ARGB)

## Beispiel: RGB-Rotfilter

```
public BufferedImage redFilter( BufferedImage src ) {
 int w = src.getWidth();
 int h = src.getHeight();
 int type = BufferedImage.TYPE_INT_ARGB;
 BufferedImage dest = new BufferedImage( w, h, type );
 for( int y=0; y < h; y++ ) {      // alle Zeilen</pre>
    for (int x=0; x < w; x++) { // von links nach rechts
      int rgb = src.getRGB( x, y ); // Pixelwert bei (x,y)
                                    // rgb = 0xAARRGGBB
      int red = (rgb & 0x00FF0000); // Rotanteil maskiert
      dest.setRGB( x, y, red );
 return dest;
```

## Beispiel: RGB-Graufilter

```
public BufferedImage grayFilter( BufferedImage src ) {
  for (int y=0; y < h; y++) { // alle Zeilen
    for( int x=0; x < w; x++ ) { // von links nach rechts</pre>
      int rqb = src.getRGB( x, y );  // Pixelwert
      int red = (rqb & 0x00FF0000) >>>16; // Rotanteil
      int green = (rgb & 0x0000FF00) >>> 8; // Grünanteil
      int blue = (rgb & 0x000000FF);  // Blauanteil
      int
          gray = (red + green + blue) / 3; // Mittelung
      dest.setRGB(x, y, (gray << 16) | (gray << 8) | gray );
```

## Beispiel: Bitcount (mit while-Schleife)

Anzahl der gesetzten Bits in einem Wort?

- Anwendung z.B. für Kryptalgorithmen (Hamming-Distanz)
- Anwendung für Medienverarbeitung

```
public static int bitcount( int x ) {
  int count = 0;

while( x != 0 ) {
    count += (x & 0x00000001); // unterstes bit addieren
    x = x >>> 1; // 1-bit rechts-schieben
  }

return count;
}
```

Logische Operationen - Anwendungsbeispiele

# Beispiel: Bitcount (parallel, tree)

- Algorithmus mit Schleife ist einfach aber langsam
- schnelle parallele Berechnung ist möglich

▶ viele Algorithmen: bit-Maskierung und Schieben

- Übungsaufgabe 4.4
- http://gurmeet.net/puzzles/fast-bit-counting-routines
- http://graphics.stanford.edu/~seander/bithacks.html
- ▶ Donald E. Knuth, *The Art of Computer Programming*: Volume 4A, Combinational Algorithms: Part1, Abschnitt 7.1.3
- java.lang.Integer.bitCount()
- ► viele neuere Prozessoren/DSPs: eigener bitcount-Befehl

# Tipps & Tricks: Rightmost bits

Donald E. Knuth, The Art of Computer Programming, Vol 4.1

Grundidee: am weitesten rechts stehenden 1-Bits / 1-Bit Folgen erzeugen Überträge in arithmetischen Operationen

- Integer x, mit  $x = (\alpha \ 0 \ [1]^a \ 1 \ [0]^b)_2$ beliebiger Bitstring  $\alpha$ , eine Null, dann a+1 Einsen und bNullen, mit a > 0 und b > 0.
- Ausnahmen:  $x = -2^b$  und x = 0

$$\Rightarrow x = (\alpha \, 0 \, [1]^{a} \, 1 \, [0]^{b})_{2}$$

$$\overline{x} = (\overline{\alpha} \, 1 \, [0]^{a} \, 0 \, [1]^{b})_{2}$$

$$x - 1 = (\alpha \, 0 \, [1]^{a} \, 0 \, [1]^{b})_{2}$$

$$-x = (\overline{\alpha} \, 1 \, [0]^{a} \, 1 \, [0]^{b})_{2}$$

 $\Rightarrow \overline{x} + 1 = -x = \overline{x - 1}$ 

# Tipps & Tricks: Rightmost bits (cont.)

Donald E. Knuth, The Art of Computer Programming, Vol 4.1

$$x = (\alpha \, 0 \, [1]^a \, 1 \, [0]^b)_2$$
  $\overline{x} = (\overline{\alpha} \, 1 \, [0]^a \, 0 \, [1]^b)_2$   
 $x - 1 = (\alpha \, 0 \, [1]^a \, 0 \, [1]^b)_2$   $-x = (\overline{\alpha} \, 1 \, [0]^a \, 1 \, [0]^b)_2$ 

$$x\&(x-1) = (\alpha \quad 0[1]^a 0[0]^b)_2$$

$$x\& - x = (0^\infty 0[0]^a 1[0]^b)_2$$

$$x \mid -x = (1^\infty 1[1]^a 1[0]^b)_2$$

$$x \oplus -x = (1^\infty 1[1]^a 0[0]^b)_2$$

$$x \mid (x-1) = (\alpha \quad 0[1]^a 1[1]^b)_2$$

$$\overline{x}\&(x-1) = (0^\infty 0[0]^a 0[1]^b)_2$$

$$((x \mid (x-1)) + 1)\&x = (\alpha \quad 0[0]^a 0[0]^b)_2$$

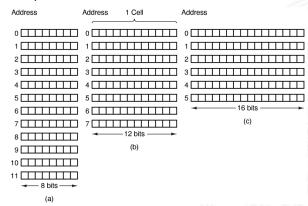
letzte 1 entfernt
letzte 1 extrahiert
letzte 1 nach links verschmiert
letzte 1 entfernt und verschmiert
letzte 1 nach rechts verschmiert
letzte 1 nach rechts verschmiert
letzte 1-Bit Folge entfernt



- Abspeichern von Zahlen, Zeichen, Strings?
  - kleinster Datentyp üblicherweise ein Byte (8-bit)
  - ▶ andere Daten als Vielfache: 16-bit, 32-bit, 64-bit, ...
- Organisation und Adressierung des Speichers?
  - Adressen typisch in Bytes angegeben
  - erlaubt Adressierung einzelner ASCII-Zeichen, usw.
- ► aber Maschine/Prozessor arbeitet wortweise
- Speicher daher ebenfalls wortweise aufgebaut
- ▶ typischerweise 32-bit oder 64-bit

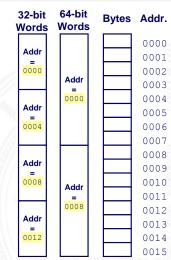
# Speicher-Organisation

- ► Speicherkapazität: Anzahl der Worte · Bits/Wort
- ▶ Beispiele: 12 · 8 · 12 · 6 · 16 Bits



## Wort-basierte Organisation des Speichers

- ► Speicher Wort-orientiert
- Adressierung Byte-orientiert
  - ▶ die Adresse des ersten Bytes im Wort
  - ► Adressen aufeinanderfolgender Worte unterscheiden sich um 4 (32-bit Wort) oder 8 (64-bit)
  - Adressen normalerweise Vielfache der Wortlänge
  - verschobene Adressen "in der Mitte" eines Worts oft unzulässig



## Datentypen auf Maschinenebene

- ▶ gängige Prozessoren unterstützen mehrere Datentypen
- entsprechend der elementaren Datentypen in C, Java, ...
- void\* ist ein Pointer (Referenz, Speicheradresse)
- ► Beispiel für die Anzahl der Bytes:

C Datentyp	DEC Alpha	typ. 32-bit	Intel IA-32 (x86)
int	4	4	4
long int	8	4	4
char	1	/// \	1
short	2	2	2
float	4	4	4
double	8	8	8
long double	8	8	10/12
void *	8	4	4







# Datentypen auf Maschinenebene (cont.)

## Abhängigkeiten (!)

- Prozessor
- ► Betriebssystem
- ► Compiler

segment word size	ze 16 bit			32 bit					64 bit				
compiler	Microsoft	Borland	Watcom	Microsoft	Intel Windows	Borland	Watcom	Gnu v.3.x	Intel Linux	Microsoft	Intel Windows	Gnu	Intel Linux
bool	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
char	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
wchar_t		2		2	2	2	2	2	2	2	2	4	4
short int	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
int	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
long int	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	8
int64				8	8			8	8	8	8	8	8
enum	2	2	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
float	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
double	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
long double	10	10	8	8	16	10	8	12	12	8	16	16	16
m64				8	8				8		8	8	8
m128				16	16				16	16	16	16	16
m256					32				32		32		32
pointer	2	2	2	4	4	4	4	4	4	8	8	8	8
far pointer	4	4	4										
function pointer	2	2	2	4	4	4	4	4	4	8	8	8	8
data member pointer (min)	2	4	6	4	4	8	4	4	4	4	4	8	8
data member pointer (max)		4	6	12	12	8	12	4	4	12	12	8	8
member function pointer (min)	2	12	6	4	4	12	4	8	8	8	8	16	16
member function pointer (max)	Ø.	12	6	16	16	12	16	8	8	24	24	16	16

www.agner.org/optimize/calling\_conventions.pdf

Table 1 shows how many bytes of storage various objects use for different compilers.

# Byte-Order

- Wie sollen die Bytes innerhalb eines Wortes angeordnet werden?
- ► Speicher wort-basiert ⇔ Adressierung byte-basiert

Zwei Möglichkeiten / Konventionen:

- Big Endian: Sun, Mac, usw. das MSB (most significant byte) hat die kleinste Adresse das LSB (least significant byte) hat die höchste
- ► Little Endian: Alpha, x86 das MSB hat die höchste, das LSB die kleinste Adresse

satirische Referenz auf Gulliver's Reisen (Jonathan Swift)

Logische Operationen - Speicher-Organisation

## Byte-Order: Beispiel

int A = 15213; int B = -15213;

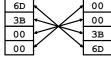
15213; long int C =

Dezimal: 15213

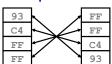
Binär: 0011 1011 0110 1101

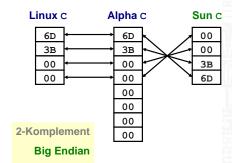
Hex: В D





#### Linux/Alpha B Sun B





## Byte-Order: Beispiel-Datenstruktur

```
/* JimSmith.c - example record for byte-order demo */
typedef struct employee {
 int
          age;
 int salary;
 char name[12];
} employee_t;
static employee_t jimmy = {
 23,
            // 0x0017
 50000,
                // 0xc350
 "Jim Smith", //J=0x4a \ i=0x69 \ usw.
};
```

## Byte-Order: x86 und SPARC

```
tams12 > objdump -s JimSmith.x86.o
limSmith.x86.o: file format elf32-i386
Contents of section .data:
0000 17000000 50c30000 4a696d20 536d6974 ...P...Jim Smit
0010 68000000
                                           h . . .
tams12> objdump -s JimSmith.sparc.o
JimSmith.sparc.o:
                     file format elf32-sparc
Contents of section .data:
0000 00000017 0000c350 4a696d20 536d6974 ......PJim Smit
0010 68000000
                                           h . . .
```

#### Logische Operationen - Speicher-Organisation

Netzwerk-Byteorder

- Byteorder muss bei Datenübertragung zwischen Rechnern berücksichtigt und eingehalten werden
- ▶ Internet-Protokoll (IP) nutzt ein big-endian Format
- ▶ auf x86-Rechnern müssen alle ausgehenden und ankommenden Datenpakete umgewandelt werden
- zugehörige Hilfsfunktionen / Makros in netinet/in.h
  - ▶ inaktiv auf big-endian, byte-swapping auf little-endian
  - ntohl(x): network-to-host-long
  - htons(x): host-to-network-short

Logische Operationen - Speicher-Organisation

64-040 Rechnerstrukturen

## Linux: /usr/include/bits/byteswap.h

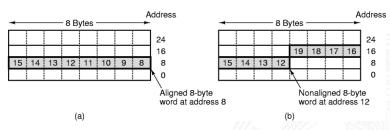
Beispiel: Byte-Swapping network to/from host

```
/* Swap bytes in 32 bit value.
#define __bswap_32(x) \
  ((((x) \& 0xff000000) >> 24) | (((x) \& 0x00ff0000) >> 8) | 
   (((x) \& 0x0000ff00) << 8) | (((x) \& 0x000000ff) << 24))
```

Linux: /usr/include/netinet/in.h

```
if BYTE ORDER == LITTLE ENDIAN
 define ntohl(x) = bswap_32(x)
 define ntohs(x) __bswap_16 (x)
 define htonl(x) = bswap_32(x)
 define htons(x) __bswap_16 (x)
endi f
```

# Misaligned Memory Access



- Speicher Byte-weise adressiert
- ▶ aber Zugriffe lesen/schreiben jeweils ein ganzes Wort

Was passiert bei "krummen" (misaligned) Adressen?

automatische Umsetzung auf mehrere Zugriffe

(x86)

Programmabbruch

(SPARC)









## Programm zum Erkennen der Byteorder

- Programm gibt Daten byteweise aus
- ► C-spezifische Typ- (Pointer-) Konvertierung
- ▶ Details: siehe Bryant 2.1.4 (und Abbildungen 2.3/2.4)

```
void show_bytes( byte_pointer start, int len ) {
  int i;
  for( i=0; i < len; i++ ) {
    printf( " %.2x", start[i] );
  }
  printf ("\n" );
}

void show_double( double x ) {
  show_bytes( (byte_pointer) &x, sizeof( double ));
}</pre>
```

Logische Operationen - Literatur

## Literatur: Vertiefung

- ▶ Donald E. Knuth, *The Art of Computer Programming,* Volume 4, Fascicle 1: Bitwise Tricks & Techniques, Binary Decision Diagrams, Addison-Wesley, 2009
- ► Klaus von der Heide, *Vorlesung: Technische Informatik 1 interaktives Skript*, Universität Hamburg, FB Informatik, 2005 tams.informatik.uni-hamburg.de/lectures/2004ws/vorlesung/t1