

## 2. Bonusklausur zur Vorlesung „Mathematik II (ALA)“

Thomas Andreae

2. Juli 2012, 8:15 bis 9:30 Uhr

Insgesamt sind 40 Punkte zu erreichen. Es genügt in der Regel nicht, nur das Ergebnis einer Rechnung bzw. die Antwort auf eine Frage anzugeben, sondern es sollte auch der Rechenweg ersichtlich sein bzw. eine kurze Begründung für die Antwort gegeben werden. Wer mindestens 20 Punkte erzielt, hat bestanden. Viel Erfolg!

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Berechnen Sie  $f'(x)$  für

- a)  $f(x) = \tan(x^2) \cdot \ln(x)$  (3 Punkte)
- b)  $f(x) = \sin(2x) \cdot e^{\sqrt{7x+2}}$  (3 Punkte)
- c)  $f(x) = x^{\arctan(2x)}$  (4 Punkte)

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale

- a)  $\int_0^2 (x^2 - x + 2) dx$  (2 Punkte)
- b)  $\int \frac{x+2}{x^2-2x-3} dx$  (4 Punkte)
- c)  $\int e^{\sqrt{5x+7}} dx$  (4 Punkte)

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

- a) Für  $f(x) = x^3 + 1$ : Mit  $t(x)$  sei die Tangente an den Graphen von  $f(x)$  im Punkt  $(2, 9)$  bezeichnet. Berechnen Sie den Schnittpunkt von  $t(x)$  mit der  $x$ -Achse. (4 Punkte)
- b) Wo nimmt die folgende Funktion ihr globales Minimum und wo ihr globales Maximum an?

$$h : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = e^{x+2} - e^{2x-3}.$$

(6 Punkte)

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

- a) Weisen Sie die Konvergenz der Reihe  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{3^k}$  mit dem Wurzelkriterium nach. (Empfehlung: Verwenden Sie die Limes-Version des Wurzelkriteriums. Die Beziehung  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$  darf ohne Begründung verwendet werden.) (3 Punkte)
- b) Berechnen Sie  $\int x \cdot \ln x \, dx$ . (3 Punkte)
- c) Berechnen Sie  $\int (\ln x)^3 dx$ . (4 Punkte)