Ejercicios de simplificación

1. simplificar: $[q \wedge (q \rightarrow \sim p)] \rightarrow \sim (p \wedge q)$

$\equiv [q \wedge (\sim q \vee \sim p)] \Rightarrow \sim (p \wedge q)$ def. implic.

$\equiv [(q \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)] \Rightarrow \sim (p \wedge q)$ distrib.

$\equiv [F \vee (q \wedge \sim p)] \Rightarrow \sim (p \wedge q)$ L. neg.

$\equiv (q \wedge \sim p) \Rightarrow \sim (p \wedge q)$ L. ident

$\equiv \sim (q \wedge \sim p) \vee \sim (p \wedge q)$ def. implic.

$\equiv (\sim q \vee p) \vee (\sim p \vee \sim q)$ L. DeMorgan / L. neg.

$\equiv (\sim q \vee \sim q) \vee (p \vee \sim p)$ Conm. Asoc.

$\equiv (\sim q) \vee V$ L. neg / Idemp.

$\equiv V$ L. Absorción

2. Simplificar: $\underbrace{[\sim p \wedge (q \rightarrow p)]} \vee \underbrace{[(p \vee \sim q) \wedge (q \vee p)]}$

$\equiv [\sim p \wedge (\sim q \vee p)] \vee [p \vee (\sim q \wedge q)]$ def. impli / dist / conm.

$\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge p)] \vee [p \vee F]$ Dist. / Ley Neg.

$\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee F] \vee p$ L. neg / L. ident.

$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee p$ L. ident.

$\equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim q \vee p)$ Dist.

$\equiv V \wedge (\sim q \vee p)$ L. neg.

$\equiv \sim q \vee p$ L. ident.

3. $[(\sim q \rightarrow r) \wedge \sim(q \wedge \sim r)] \rightarrow [(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow \sim r)]$

$\equiv [(q \vee r) \wedge (\sim q \vee r)] \Rightarrow [(\sim r \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim r)]$ Def. implic.

$\equiv [(q \wedge \sim q) \vee r] \Rightarrow [\sim r \vee (p \wedge \sim p)]$ Distrib.

$\equiv [F \vee r] \Rightarrow [\sim r \vee F]$ L. neg.

$\equiv r \Rightarrow \sim r$ L. ident

$\equiv \sim r \vee \sim r$ def implic.

$\equiv \sim r$ Idempot.

p: Estoy feliz

q: Está lloviendo

r: Siento frío

4. $[(r \rightarrow p) \rightarrow (p \wedge r)] \rightarrow [(r \vee q) \rightarrow (\sim r \wedge q)]$ (42) $(\sim r)$

$\equiv [(\sim r \vee p) \Rightarrow (p \wedge r)] \Rightarrow [\sim(r \vee q) \vee (\sim r \wedge q)]$ def. implic.

$\equiv [\sim(\sim r \vee p) \vee (p \wedge r)] \Rightarrow [(\sim r \wedge \sim q) \vee (\sim r \wedge q)]$ def imp / Morgan

$\equiv [(r \wedge \sim p) \vee (r \wedge p)] \Rightarrow [\sim r \wedge (\sim q \vee q)]$ morgan / L. neg / Conm / Dist.

$\equiv [r \wedge (\sim p \vee p)] \Rightarrow [\sim r \wedge V]$ Dist. / L. neg.

$\equiv [r \wedge V] \Rightarrow [\sim r]$ L. neg. / L. ident

$\equiv r \Rightarrow \sim r$ L. ident.

$\equiv \sim r \vee \sim r$ def. implic.

$\equiv \sim r$ Idempot

$\sim r$

5. $[(p \to r) \wedge \sim p] \vee [(p \vee q) \to r]$ (37) $(\sim p \vee r)$

$\equiv [(\sim p \vee r) \wedge \sim p] \vee [\sim(p \vee q) \vee r]$ def implic.

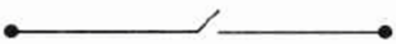
$\equiv \sim p \vee [(\sim p \wedge \sim q) \vee r]$ Absorción / L. De Morgan

$\equiv [\sim p \vee (\sim p \wedge \sim q)] \vee r$ Asoc.

$\equiv \sim p \vee r$ Absorción

6. CIRCUITOS LÓGICOS:

Un circuito, con un interruptor, puede estar "abierto" o "cerrado". Cuando el interruptor está abierto no permite el paso de corriente, mientras que cuando está cerrado sí lo permite. Si asociamos una proposición a cada interruptor, intuitivamente, vemos que en el álgebra de circuitos la V de tal proposición indica el interruptor cerrado y F el interruptor abierto. Así, el circuito lógico que representa a una proposición p es:



p

Si p es V, se tiene:  pasa la corriente

p=V

Si p es F, se tiene:  no pasa la corriente

p=F

6.1. *CIRCUITOS EN SERIE Y EN PARALELO*

Las operaciones proposicionales se pueden representar mediante circuitos lógicos con tantos interruptores como proposiciones que la componen, combinados en serie o en paralelo según el conectivo lógico que une las proposiciones.

6.1.1. *CIRCUITOS EN SERIE*

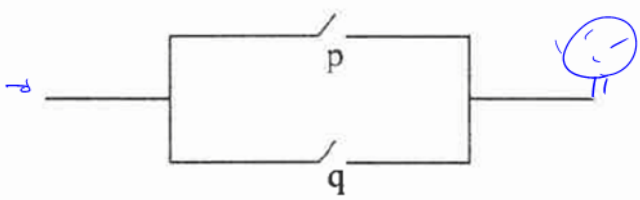
La conjunción de dos proposiciones ($p \wedge q$) está representada por un circuito lógico en serie. Esto es:

p y q conectados en serie.

Este circuito permite el paso de corriente únicamente si p y q son V (o están cerrados). Así, se obtiene la tabla de verdad de la conjunción de dos proposiciones, p y q.

6.1.2. *CIRCUITOS EN PARALELO*

La disyunción de dos proposiciones ($p \vee q$) está representada por un circuito lógico en paralelo. Esto es:

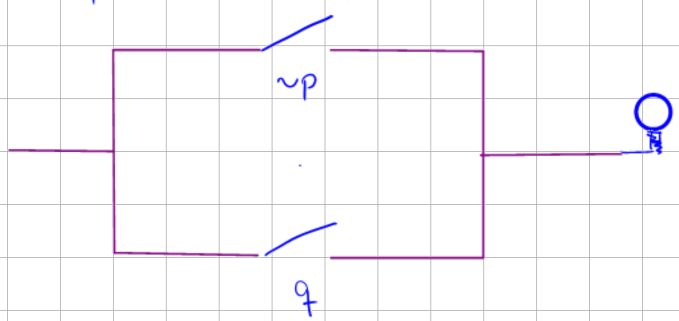


p y q conectados en paralelo.

Este circuito no permite el paso de corriente únicamente si p y q son F (o están abiertos). Por lo cual, la tabla de verdad de la disyunción de dos proposiciones, p y q, es:

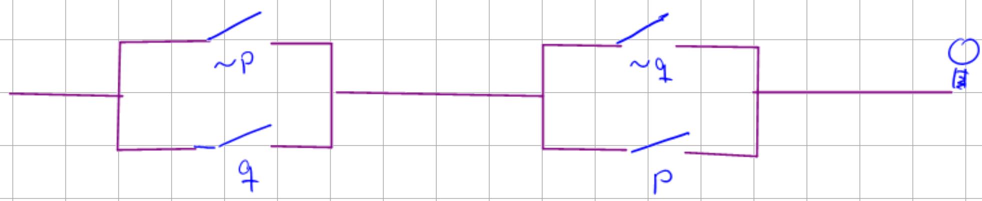
Ejemplo: Representar el circuito lógico de $p \rightarrow q$.

Como $p \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee q)$

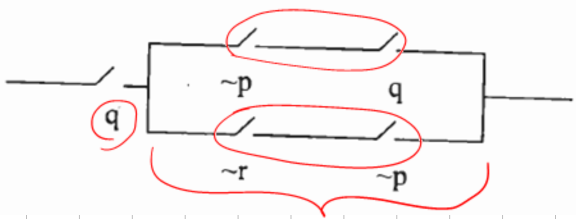


Ejm. $\quad p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$



Ejemplo: Escribir la proposición correspondiente al sgte. circuito y simplificar.

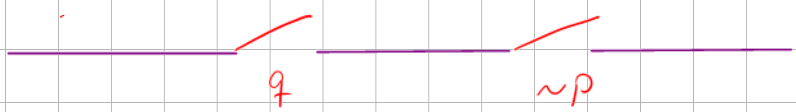


$$q \wedge [(\sim p \wedge q) \vee (\sim r \wedge \sim p)]$$

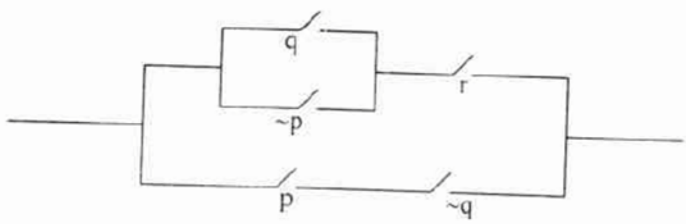
$$\equiv q \wedge [\sim p \wedge (q \vee \sim r)]$$

$$\equiv [q \wedge (q \vee \sim r)] \wedge \sim p$$

$$\equiv q \wedge \sim p$$



Ejemplo: Obtener la proposición correspondiente al siguiente circuito, y simplificar:



$$[(q \vee \sim p) \wedge r] \vee [p \wedge \sim q] \equiv r \vee (p \wedge \sim q)$$

r∨(p ∧ ~q)]