Ejercicio 1

Si p, q son proposiciones simples es valido la siguiente equivalencia logica

$$\sim(\sim p \rightarrow q) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim q \vee \sim q) \quad // L.I$$
$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q \quad // L.C$$
$$\equiv \sim q \vee (\sim p \wedge \sim q) \quad // L.$$
$$\sim(\sim p \rightarrow q) \not\equiv \sim q$$

No es valida la diferencia

Ejercicio 2

Si $2+3=4$ entonces $1+1=5$ Determine el valor de verdad

$p: 2+3=4 \quad \Rightarrow \quad q: 1+1=5$

$p \rightarrow q$

$p: F \qquad q: F$

$F \rightarrow F$

V

Ejercicio 3

$$[(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [(\sim p \wedge q) \vee p]$$
$$[\sim(p \rightarrow q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [p \vee (\sim p \wedge q)] \quad // LI. LC$$
$$[\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [p \vee q] \quad // L.M$$
$$[(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [p \vee q]$$
$$[\sim q \vee (p \wedge \sim p)] \wedge [p \wedge q]$$
$$[\sim q \vee F] \vee [p \wedge q]$$
$$[\sim q] \vee [p \wedge q]$$
$$\boxed{\sim q \vee p}$$

Ejercicio 4

Determinar x

$$[(x \rightarrow q) \rightarrow x] \wedge [\sim q \rightarrow \sim p] \equiv p \wedge q$$
$$[\sim(x \rightarrow q) \vee x] \wedge [q \vee \sim p]$$
$$[\sim(\sim x \vee q) \vee x] \wedge [q \vee \sim p]$$
$$[(x \wedge \sim q) \vee x] \wedge [q \vee \sim p]$$
$$[x] \wedge [q \vee \sim p] \equiv p \wedge q$$

Por comparación

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$
$$p \wedge q \equiv p \wedge q$$

$$\boxed{x \equiv p}$$

$\boxed{5}$

Si n y m son impares entonces el producto es impar

p: n es impar
q: m es impar
r: el producto es impar

$(p \wedge q) \rightarrow r$ $\boxed{\text{Impares} = 2k+1}$

$n = 2k+1 \quad k \in \mathbb{Z}$
$m = 2t+1 \quad k \in \mathbb{Z}$

$$n \cdot m = (2k+1)(2t+1) = 2k(2t) + 2k + 2t + 1$$

$$= 2\,\underbrace{(2kt + k + t)}_{r} + 1$$

$$n \cdot m = 2r + 1 \quad r \in \mathbb{Z}$$

$\boxed{n \cdot m \text{ es impar}}$

$\boxed{6}$ $[(p \rightarrow r) \leftrightarrow (p \wedge r)] \wedge [(p \rightarrow \sim q) \rightarrow q]$

$[(p \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge r)] \wedge [(p \wedge r) \rightarrow (p \rightarrow r)] \wedge [(p \rightarrow \sim q) \rightarrow q]$ // Doble implicación

$[\sim(\sim p \vee r) \vee (p \wedge r)] \wedge [\sim(p \wedge r) \vee (\sim p \vee r)] \wedge [\sim(\sim p \vee \sim q) \vee q]$ // L. Morgan

$[(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r)] \wedge [(\sim p \vee \sim r) \vee (\sim p \vee r)] \wedge [(p \wedge q) \vee q]$ // Abs. Asocia, distributiva

$[p \wedge (\sim r \vee r)] \wedge [(\sim p \vee \sim p) \vee (r \vee \sim r)] \wedge [q]$ //. Comp. Indepote,

$[p \wedge v] \wedge [\sim p \vee v] \wedge [q]$ // L. Identidad

$(p \wedge v) \wedge q$ // L. Identidad

$\therefore p \wedge q$

$\boxed{\text{Ejercicio 7}}$

Se define un operador logico $p \# q \equiv \sim p \vee q$ Hallar el valor de verdad de $(p \# q) \# q$ si $p \equiv V$, $q \equiv V$

p	q	~p	∧	q
V	V	F	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

p	q	p # q
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F


TABLAS DE VERDAD
LEYES LOGICAS
REGLAS DE INFERENCIA

$(p \# q) \# q$

$(V \# V) \# V$

$(F \# V)$

$\therefore V$

① Demostrar MTT a partir de MPP

① $r \to s$
② $\sim s$
$\therefore \sim r$
③ $\sim r$ ①② MTT

Si $\underbrace{\text{llueve}}_{p}$ el $\underbrace{\text{piso esta mojado}}_{q}$

P_1 $p \to q$
P_2 p
q

$\sim s \to \sim r$
$\sim s$

Implicaciones Asociadas

Si el $\underbrace{\text{piso esta mojado}}_{q}$ entonces $\underbrace{\text{me resbalo}}_{r}$

$r \to s \equiv \sim s \to \sim r$

① $\sim s \to \sim r$
② $\sim s$ 1, 2 MP
$\therefore \sim r$

② Hallar la conclusion unica reglas de inferencia

$P_1: a \to (g \wedge d)$
$P_2: l \to d$
$P_3: d \to a$
④ $l \to a$ (2) (3) SH
⑤ $l \to (g \wedge d)$ (1) (4) SH
⑥ $\sim l \vee (g \wedge d)$ (5) implicación
⑦ $(\sim l \vee g) \wedge (\sim l \vee d)$ (6) L. Distributiva

$\therefore L \wedge g$
$\therefore L \wedge d$

① Hallar la conclusión usando reglas de inferencia logica

P_1 p
P_2 $p \to q$
P_3 $r \vee s$
P_4 $\sim s \to \sim q$
P_5 $\sim t \to \sim r$
6 q 1,2 MPP
7 $\sim s$ 4, 6 MTT
8 r 3, 7 MTP
9 $r \to t$ Contraposición 5
10 t MPP 8,9

$P_4: s \to \sim q$
$P_6: q$
$\sim s$

$P_3: r \vee s$
$P_7: \sim s$
r

4 Hallar la conclusión usando reglas de inferencia

$P1: p \to q$
$P2: p \wedge r$
$P3: \sim s \to \sim q$
4: $q \to s$ 3 contraposición
5: $p \to s$ 1,4 S.H
6: p 2 simplificación
$\therefore s$ 5, 6 M.P

Reglas de Inferencia

1. Modus Ponendo Ponens
$$\frac{p \Rightarrow q \quad p}{q}$$
2. Modus Tollendo Tollens
$$\frac{p \Rightarrow q \quad \sim q}{\sim p}$$
3. Modus Tollendo Ponens
$$\frac{p \vee q \quad \sim p}{q} \qquad \frac{p \vee q \quad \sim q}{p}$$
4. Regla De Simplificación
$$\frac{p \wedge q}{p} \qquad \frac{p \wedge q}{q}$$
5. Regla De Adjunción
$$\frac{p \quad q}{p \wedge q}$$
6. Ley Del Silogismo Hipotético
$$\frac{p \Rightarrow q \quad q \Rightarrow r}{p \Rightarrow r}$$
7. Ley De Adición
$$\frac{p}{p \vee q}$$
8. Ley de Simplificación Disyuntiva
$$\frac{p \vee p}{p}$$
9. Ley De Silogismo Disyuntivo
$$\frac{p \vee q \quad p \Rightarrow r \quad q \Rightarrow s}{r \vee s}$$
10. Regla Del Dilema Destructivo
$$\frac{\sim r \vee \sim s \quad p \Rightarrow r \quad q \Rightarrow s}{\sim p \vee \sim q}$$

Construya las demostraciones formales

b) Si $\sim(p \to \sim q)$, $q \to \sim(p \wedge \sim t)$, $r \vee s$ entonces $\sim t \vee s$

① $\sim(p \to \sim q)$
② $q \to \sim(p \wedge \sim t)$
③ $r \vee s$
$\therefore \sim t \vee s$

④	$\sim(\sim p \vee \sim q)$	1. Implicación
⑤	$p \wedge q$	4. L Morgan
⑥	$\sim q \vee (\sim p \vee t)$	2. Implicación
⑦	$(\sim p \vee \sim q) \vee t$	6 Asociatividad
⑧	$\sim(p \wedge q) \vee t$	7. L. Morgan
⑨	$(p \wedge q) \to t$	8: Implicación
⑩	t	5, 9 MPP
⑪	$(r \vee s) \vee t$	3, 10 Adición

Conjuntos

Álgebra de Conjuntos

Los siguientes igualdades son válidas para cualquiera que sean A y B conjuntos

Propiedades de Complementos (PC)
1) $(A^c)^c = A$
2) $U^c = \emptyset$
3) $\emptyset^c = U$

Propiedades de la Unión de Conjuntos (PU)
a) $A \cup A = A$
b) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
c) $A \cup B = B \cup A$
d) $A \cup \emptyset = A$
e) $A \cup U = U$
f) $A \cup A^c = U$

Propiedades de la Intersección de Conjuntos (PI)
i) $A \cap A = A$
ii) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
iii) $A \cap B = B \cap A$
iv) $A \cap U = A$
v) $A \cap \emptyset = \emptyset$
vi) $A \cap A^c = \emptyset$

Leyes Distributivas
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes de D'Morgan
- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Leyes de Absorción
- $A \cup (A \cap B) = A$
- $A \cap (A \cup B) = A$

Definición de Diferencia de Conjuntos

$A - B = A \cap B^c$

Propiedades de la Diferencia de Conjuntos
- $A - B = B^c - A^c$
- $A - A^c = A$
- $A^c - A = A^c$
- $A - \emptyset = A$
- $\emptyset - A = \emptyset$
- $A - U = \emptyset$
- $U - A = A^c$

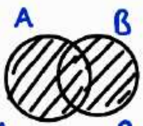
Definición de Diferencia Simétrica

$A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$

Propiedades de la Diferencia Simetría de Conjuntos
- $A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$
- $A \triangle B = B \triangle A$
- $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$
- $A \triangle A = \emptyset$
- $A \triangle A^c = U$
- $A \triangle \emptyset = A$
- $A \triangle U = A^c$

- Unión

$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$



- Intersección

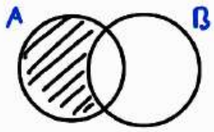
$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$

- Complemento

$A^c = \{x / x \notin A\}$

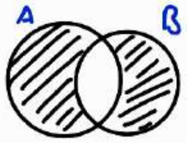
- Diferencia

$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$



Diferencia Simetrica

$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$



1.- Sea $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ el conjunto

Si $A = \{2, 3, 4, 5\}$
$B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$
$C = \{4, 5, 6, 7\}$ $\quad D = \{4, 10\}$

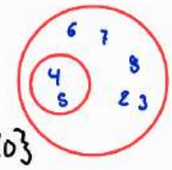
Hallar $(A \cup B) \triangle [(A^c \cup C^c)^c - D^c]^c$

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A^c = \{1, 6, 7, 8, 9, 10\}$ $\quad A^c \cup C^c = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$C^c = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$ $\quad (A^c \cup C^c)^c = \{4, 5\}$ ①
$D^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ②

$(A^c \cup C^c)^c - D^c$

$(A^c \cup C^c)^c = \{4, 5\}$

$\underbrace{(A^c \cup C^c)^c}_{B} - \underbrace{D^c}_{F} = \emptyset$ "Vacio"



$\emptyset^c = \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$(A \cup B) \triangle ((A^c \cup C^c)^c - D^c)^c$

$= \{1\}$ //

Leyes de conjuntos

$A \cup A = A \qquad A \cap A = A$

$A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$

$(A^c)^c = A$

$A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C$

$B - A = B \cup A^c$

$A - B = A \cap B^c$

$\boxed{1}$ Sea $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ el conjunto

Si $A = \{2,3,4,5\}$

$B = \{6,7,8,9,10\}$

$C = \{4,5,6,7\} \qquad D = \{4,10\}$

Hallar

$(A \cup B) \triangle [(A^c \cup C^c)^c - D^c]^c$

$(A \cup B) \triangle [(A^c)^c \cap (C^c)^c - D^c]^c$

$(A \cup B) \triangle [(A \cap C) - D^c]^c$

$(A \cup B) \triangle [(A \cap C) \cap (D^c)^c]^c$

$(A \cup B) \triangle [A \cap C \cap D]^c$

$(A \cup B) \triangle [(A \cap C) \cap D]^c$

$(A \cup B) \triangle \varnothing$

$(A \cup B) \triangle \mathcal{U}$

$((A \cup B) - \mathcal{U}) \cup (\mathcal{U} - (A \cup B))$

$((A \cup B) \cap \varnothing) \cup (\mathcal{U} \cap (A \cup B)^c)$

$\varnothing \quad \cup (A \cup B)^c$

$(A \cup B)^c$

$\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$\{1\}$

$\boxed{2}$ Si $A = \{2,3,4,5\}$

$B = \{2,3,6\}$

$C = \{x \in \mathbb{Z} : 2 < x < 8\}$

$D = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 3\}$

$\mathcal{U} = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$[B \cup (B \cap A)] \cup (A - B) \cup ((C - B) \cap B^c)$

$B \cup (A \cap D^c) \cup ((C \cap B^c) \cap B^c)$

$B \cup (A \cap D^c) \cup (C \cap B^c)$

$B \cup (B^c \cap C) \cup (A \cap D^c)$

$(B \cup C) \cup (A \cap D^c)$

$C = \{3,4,5,6,7\} \qquad D = \{1,2,3\}$

$B \cup C = \{2,3,4,5,6,7\}$

$A \cap D^c = \{4,5\}$

$(B \cup C) \cup (A \cap D^c) = \{2,3,4,5,6,7\}$

Pregunta 8 practica

Determinemos cuales de las siguentes proposiciones son falsas

a) $3 \in \{1,3,5\}$

b) $\{3,5\} \not\subseteq \{1,3,5\}$

c) $0 \in \{a + \sqrt{2}b \,/\, a,b \in \mathbb{Q} \; b \neq 0\}$

$a = 0 \in \mathbb{Q}$

$0 + \sqrt{2} \cdot b$

$\sqrt{2} \cdot b \neq 0$

a) Verdadero

b) Falso

c) Falso

Enlista los elementos de cada una de los siguientes conjuntos

a) $\{x \in \mathbb{Z} \mid xy = 15$ para algun $y \in \mathbb{Z}\}$

b) $\{x \in \mathbb{Q} / x(x^2-2)(2x+3)=0\}$

c) $\{x \in \mathbb{N} / x < -4$ y $x > 4\}$

a) $\{1, 3, 5, 15, -1, -3, -5, -15\}$
$\{y, 3y, 5y, 15y, -1y, -3y, -5y, -15y \quad y \in \mathbb{Z}\}$

b) $x(x^2-2)(2x+3)=0$
$x=0,\ x=-\frac{3}{2},\ x=\sqrt{2},\ x=-\sqrt{2}$

$\{0, -\frac{3}{2}, \cancel{\sqrt{2}}, -\cancel{\sqrt{2}}\}$

$= \{0, -\frac{3}{2}\}$

c) $x > 4 \quad \{5, 6, \ldots\}$
$x < -4\ \}$
$x \in \mathbb{N}$

c) $\{\} = \varnothing$

Practica

$\boxed{4}$ b) Enlista los elementos de cada uno de los siguientes componentes

$A = \{x \in \mathbb{Q} / x(x^2-2)(2x+3)=0\}$

$x = 0 \quad , \quad x^2 - 2 = 0 \quad , \quad 2x+3=0$

$x = 0 \ , \ (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})=0$

$x = \sqrt{2},\ x = -\sqrt{2}$

$\{0, \sqrt{2}, -\sqrt{2}, -\frac{3}{2}\}$

$\{0, -\frac{3}{2}\}$ //

⑥ Si $A = \{1,2,3,4\}$ enlistar los conjuntos B de A tal que

d) $B \not\subseteq \{1,2\}$

Examen simplificar

$(A\cap B)\cup\{B\cap[(C\cap D)\cup(C^c\cup D)^c]\}$

$(A\cap B)\cup\{B\cap[(C\cap D)\cup(C\cap D^c)]\}$

$(A\cap B)\cup\{B\cap[C\cap(D\cup D^c)]\}$

$A\cap B)\cup\{B\cap[C\cap U]\}$

$(A\cap B)\cup\{B\cap[C]\}$

$(A\cap B)\cup\{B\cap C\}$ Como $C\subset A$ entonces $A\cup C=A$

$B\cap(A\cup C)$

$A\cup C=A$

$B\cap(C\cup A)$

$B\cap A$ $\square$

$[A\cap(A\cap B)^c]\cup[B\cap(A\cap B)^c]\cup[A\cup B]$

$[(A\cap B)^c\cap(A\cup B)]\cup[A\cup B]$

$(A\cap B)\cup(A\cup B)$

$A\cup B$ ■

Álgebra de Conjuntos

Las siguientes igualdades son válidas para cualquiera que sean A y B conjuntos

Propiedades de Complementos (PC)

1) $(A^c)^c=A$
2) $U^c=\emptyset$
3) $\emptyset^c=U$

Propiedades de la Unión de Conjuntos (PU)

a) $A\cup A=A$
b) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$
c) $A\cup B=B\cup A$
d) $A\cup\emptyset=A$
e) $A\cup U=U$
f) $A\cup A^c=U$

Propiedades de la Intersección de Conjuntos (PI)

i) $A\cap A=A$
ii) $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$
iii) $A\cap B=B\cap A$
iv) $A\cap U=A$
v) $A\cap\emptyset=\emptyset$
vi) $A\cap A^c=\emptyset$

Leyes Distributivas

- $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
- $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

Leyes de D'Morgan

- $(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$
- $(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$

Leyes de Absorción

- $A\cup(A\cap B)=A$
- $A\cap(A\cup B)=A$

Definición de Diferencia de Conjuntos

$A-B=A\cap B^c$

Propiedades de la Diferencia de Conjuntos

- $A-B=B^c-A^c$
- $A-A^c=A$
- $A^c-A=A^c$
- $A-\emptyset=A$
- $\emptyset-A=\emptyset$
- $A-U=\emptyset$
- $U-A=A^c$

Definición de Diferencia Simétrica

$A\triangle B=(A\cup B)-(A\cap B)$

Propiedades de la Diferencia Simetría de Conjuntos

- $A\triangle B=(A-B)\cup(B-A)$
- $A\triangle B=B\triangle A$
- $(A\triangle B)\triangle C=A\triangle(B\triangle C)$
- $A\triangle A=\emptyset$
- $A\triangle A^c=U$
- $A\triangle\emptyset=A$
- $A\triangle U=A^c$

$[(C\cup(B-A^c)]\cap[B-(C\cup A)^c]^c\}\cup B$ 1

$A=\{(x,y)\,/\,y=2x+1\}$ $B=\{(x,y)\,/\,y=3x\}$ 2

$A,B\subset\mathbb{Z}^2$

hallar $\overline{\bar A\cup\bar B}$

$A=\{(x,y)\,/\,y=2x+1\}$
$B=\{(x,y)\,/\,y=3x\}$

Hallar $\overline{\bar A\cup\bar B}$ $A^c=\bar A$

$(A^c\cup B^c)^c$ // L. morgan
$A\cap B$

$A\cup B=\{(x,y)\,/\,y=2x+1 \wedge y=3x\}$ ■

$y=2x+1$ $y=3x$
$3x-2x+1$
$x=1$
$y=3$
$A\cap B=\{(1,3)\}$ ■

Inferencia logica

$\boxed{1}$ Dado $A = \{x / x \in [5, 25] \wedge x \text{ es primo}\}$

a) Definir por extención
b) ¿ Cuatos elementos tiene $P(A)$
c) Hallar los pares de la relación

$$R \subset A \times A \quad xRy \longleftrightarrow 4 | x+y$$

a) $A = \{5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$

$x \in \mathbb{Z}$ $A = \{x / x \in [-5, 5] \wedge x \text{ es primo}\}$

b) $|P(A)| = 2^7 = 128$

b) ejemplo

$A = \{1, 2\}$ $|A| = 2$
$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

$|P(A)| = \eta(P(A)) = 2^{|A|} = 2^2 = 4$

c) $|A \times A| = |A||A| = 7 \cdot 7 = 49$

$A \times B = \{(x, y) / x \in A \wedge y \in B\}$
Ejm: $A\{1, 2\}$ $B = \{3, 4\}$

$\boxed{66}$ Si $\underbrace{A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \subseteq A_4 \dots \subseteq A_n}_{p \quad n}$

$$\underbrace{\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1}_{q}$$

$$\bigcap_{i=1} A_1 \subset A_1 \wedge A_1 \subset \bigcap^{n} A_1$$
(1) (2)

$x \in \bigcap_{i=1}^{n} A_i$ por definición

$x \in A_1 \wedge x \in A_2 \wedge x \in A_3 \wedge \dots \wedge x \in A_n$

$x \in A_1 \wedge (x \in A_2 \wedge x \in A_3 \wedge \dots x \in A_n$

$x \in A_1$ por simplificación

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i \subset A_1$$

Otro

$$A_1 \subset \bigcap_{i=1}^{n} A_1$$

$x \in A_1$ como $A_1 \subseteq A_2$ entonces $x \in A_2$ por tanto $x \in A_1 \wedge x \in A_2$ como $A_2 \subseteq A_3$ entonces $x \in A_3$
por tanto $x \in A_1 \wedge x \in A_2 \wedge x \in A_3$
Como $A_3 \subset \dots \subset A_n$ entonces
$x \in A_n$ por tanto
$x \in A \wedge x \in A_2 \wedge x \in A_3 \dots \wedge x \in A_n$
Por definición de intersección de conjunto
$x \in A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n$

$$x \in \bigcap_{n=1}^{n} A_1$$

$\boxed{20}$ Son $n > 3$ y $A = \{1, 2, 3, \ldots n\}$
¿Cuantos subconjuntos B de A tienen la propiedad $B \cap \{1,2\} = \emptyset$?

$$[(\mathbb{N} \cap \mathbb{Q}) \cup (\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q})] \cap (\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z})$$
$$= [\mathbb{Q} \cap [N \cup Z]) \cap (\mathbb{Q} \cup Z)$$
$$= [N \cup Z) \cap \mathbb{Q} \cap (\mathbb{Q} \cup Z)$$
$$= [N \cup Z) \cap \mathbb{Q}$$
$$=$$
$$= [B^c \cup A^c] \cup A^c \cup (B - C)^c$$
$$= B^c \cup [A^c \cup A^c]$$
$$= \{B^c \cup A^c\} \cup (B - C)^c$$

$$\{[B \cap D] \cup [D \cap B)\}^c$$
$$\{[B \cap D]^c \cap [D \cap B)^c\}$$
$$\{[B^c \cup D^c] \cap [D^c \cup B^c]\}$$
$$\{B^c \cup [D^c \cap D^c]\}$$
$$\{B^c \cup \emptyset\}$$
$$(B^c) \cap B^c$$
$$B^c$$

① Si b denota el conjunto de libros de una biblioteca colegio y s denotado que

$\boxed{1}$ Pregunta de examen

Considere N una relación en el conjunto de los numeros reales

$$x \sim y \leftrightarrow x - y \in \mathbb{Z}$$

Muestre que $\sim$ es una relación de equivalencia

Reflexiva

$\forall x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - x = 0 \in \mathbb{Z}$ es verdadero

Simetrica

$\forall x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - y \wedge y - x \in \mathbb{Z} \checkmark$

por propiedad de $\mathbb{Z}$

2:

a)

f es inyectiva $\leftrightarrow \forall (a_1, b_1) \in \mathbb{R}^2 \; \forall (a_2, b_2) \in \mathbb{R}^2$

$$f(a_1, b_1) = f(a_2, b_2) \rightarrow (a_1, b_1) = (a_2, b_2)$$

$$(2a_1 + b_1, 3a_1 + 4b_1) = (2a_2 + b_2, 3a_2 + 4b_2)$$

$$2a_1 + b_1 = 2a_2 + b_2 \quad //-4$$

$$\begin{cases} 3a_1 + \cancel{4b_1} = 3a_2 + \cancel{4b_2} \\ -8a_1 - \cancel{4b_1} = -8a_2 - \cancel{4b_2} \end{cases}$$

$$-5a_1 = -5a_2 \rightarrow a_1 = a_2$$

$$-\cancel{6a_1} - 3b_1 = -\cancel{6a_2} - 3b_2$$

$$\cancel{6a_1} + 8b_1 = \cancel{6a_2} + 8b_2$$

$$5b_1 = 5b_2 \rightarrow b_1 = b_2$$

$$(a_1, b_1) = (a_2, b_2)$$

f es inyectiva