Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ciencias Puras y Naturales
Carrera de Informática

PRACTICA#2

ALGEBRA - CONJUNTOS

APELLIDO: MAMANI QUEA
NOMBRES: JHAMIL CALIXTO
CI: 9914119LP
DOCENTE: Lic. MIRIAM JULIA CUSI RODRIGUEZ
PARALELO: D

LA PAZ - BOLIVIA
2024

Conjuntos

1. Describa cada conjunto listando sus elementos

(d) Los enteros positivos cuya raíz cuadrada es menor o igual a 4.

$\therefore \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16\}$

2. Describa los siguientes conjuntos por comprensión:

(c) Los enteros negativos pares mayores que -50.

$\therefore x \in \mathbb{Z} \mid x \geqslant -50 \ \wedge \ x = 2k$

3. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son vacíos?

(c) $\{t \in \mathbb{Z} \mid 6t^2 - t - 1 = 0\}$.

$$\underbrace{6t^2}_{a} \underbrace{- t}_{b} \underbrace{- 1}_{c} = 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 6(-1)}}{2(6)}$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{12}$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$t = \frac{1 \pm 5}{12}$$

Se tiene 2 soluciones

$$t_1 = \frac{1+5}{12} \Rightarrow \frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{12}_{2}} = \frac{1}{2}$$

$$t_2 = \frac{1-5}{12} \Rightarrow -\frac{\cancel{4}}{\cancel{12}} = -\frac{1}{3}$$

La cual t_1 y t_2 no son $\mathbb{Z}$

$\therefore$ Por lo tanto el conjunto $\{t \in \mathbb{Z} \mid 6t^2 - t - 1 = 0\}$ es vacio

4. Enlista los elementos de cada uno de los siguientes conjuntos:

(b) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x(x^2 - 2)(2x + 3) = 0\}$

Para que la ecuacion sea 0 entonces los factores se reduciran

Factores

① x

② $x^2 - 2$

③ $2x + 3$

Para que ① sea 0 $\Rightarrow x = 0$

Para que ② sea 0 $\Rightarrow x^2 - 2 \Rightarrow x$ toma los valores de $\pm\sqrt{2}$

Para que ③ sea 0 $\Rightarrow 2x + 3 \Rightarrow x$ toma el valor de $-\frac{3}{2}$

$\therefore$ Entonces los elementos del conjunto son $\left\{0, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

5. Enlista cinco elementos de cada uno de los siguientes conjuntos:

(c) $\{n \in \mathbb{N} \mid n^2 + n \text{ es múltiplo de } 3\}$

Para $n=2$

$2^2 + 2 = 6$ es multiplo de 3 ①

Para $n=3$

$3^2 + 3 = 12$ es multiplo de 3 ②

Para $n=5$

$5^2 + 5 = 30$ es multiplo de 3 ③

Para $n=6$

$6^2 + 6 = 42$ es multiplo de 3 ④

Para $n=8$

$8^2 + 8 = 72$ es multiplo de 3 ⑤

6. Si $A = \{1,2,3,4\}$ enlistar todos los subconjuntos B de A tales que:

(d) $B \not\subseteq \{1,2\}$.

$B = \{1,3\}$ $\quad$ $B = \{1,3,4\}$

$B = \{1,4\}$ $\quad$ $B = \{2,3,4\}$

$B = \{2,3\}$ $\quad$ $B = \{1,2,3,4\}$

$B = \{2,4\}$

$B = \{3\}$

$B = \{4\}$

7. Si $A = \{\{a,b\}\}$, determinar cuales de las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas. Explicar su respuesta.

(c) $\{a,b\} \in A$.

$\{a,b\}$ es un elemento de A

$\therefore \{a,b\} \in A$ es verdadera

8. Determinar cuales de las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas. Justifique su respuesta.

(b) $\{3,5\} \not\subseteq \{1,3,5\}$

$\therefore$ La afirmacion $\{3,5\} \not\subseteq \{1,3,5\}$ es Falsa

Justificación

Para que la afirmacion sea verdadera, todos los elementos de $\{3,5\}$ deberia estar presente en $\{1,3,5\}$ la cual no es. Si bien 3,5 si están en $\{1,3,5\}$, falta el elemento 1 en $\{3,5\}$.

9. Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas. Justifique su respuesta.

(f) $\emptyset \subset \{\emptyset\}$

$\therefore$ La afirmación $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ es verdadera

Justificación

En este caso, $\emptyset$ es un subconjunto $\{\emptyset\}$, ya que todos los elementos de $\emptyset$ (que son ninguno) tambien son elementos de $\{\emptyset\}$

10. Sea A un subconjunto y supongamos que $x \in A$. ¿Es posible que $x \subseteq A$? Explicar.

∴ no es posible que $x \subseteq A$ si $x \in A$.

Explicación

Si x es un elemento de A, entonces x no puede ser un subconjunto de A al mismo tiempo, ya que un elemento individual no puede contener otros elementos.

11. Cuantos elementos se pueden encontrar en el conjunto de partes del conjunto de partes de A (es decir $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$) si:

(b) A tiene un elemento.

Si A tiene un elemento el conjunto de partes

$A(P(A))$ tendra $2^1 = 2$

Se tiene dos posibilidades

el conjunto de partes de $P(A)$

$P(A)$ tendra $2^2 = 4$

Entonces $P(P(A)) \Rightarrow 2^{2^1} = 2^2 = 4$ elementos

∴ Entonces tiene 4 elementos

12. Suponga que A, B y C son conjuntos. Para cada una de las siguientes afirmaciones, proporcione una demostración si es verdadera o un contraejemplo si es falsa.

(e) $A \in B, B \subseteq C \to A \subseteq C$.

A es un elemento B y que los elementos de B tambien son elementos de C

$B \subseteq C \to A \subseteq C$ Por transitividad

$A \in B$ y $B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

$A \in B$ y $A \subseteq C \Rightarrow B \subseteq C$

∴ Por lo tanto la afirmacion es verdadera

13. Suponga que A y B son conjuntos.

(a) ¿Será $A \not\subseteq B \to B \subsetneq A$ verdadera o falsa? Explicar.

Podemos decir que la afirmacion es Falsa, pues si analizamos el siguiente ejemplo

$A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{1, 2\}$

$A \not\subseteq$ pero $B \subseteq A$

(b) ¿La inversa de la implicación en (a) será verdadera o falsa? Explicar.

el reciproco es:

$B \not\subseteq A \longrightarrow A \not\subseteq B$ esta afirmacion es Falsa

Por ejemplo:

$B = \{1, 2, 4\}$ y $A = \{1, 2, 3, 7, 4\}$

∴ $B \not\subseteq A$ pero no se cumple $A \not\subseteq B$

14. Supongamos que A, B y C son conjuntos. Probar o dar un contraejemplo que refute cada una de las siguientes afirmaciones.

(b) $A \subseteq B \leftrightarrow \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$.

$X \in A \longrightarrow X \subseteq P(A)$ Hipo

$\longrightarrow X \subseteq P(A) \wedge P(A) \subseteq P(B)$

$\longrightarrow X \subseteq P(B)$

$\longrightarrow X \in B$

Por tanto $P(A) \subseteq P(B)$

$X \in A \longrightarrow X \subseteq P(A)$

$\longrightarrow X \subseteq P(A) \wedge P(A) \subseteq P(B)$

$\longrightarrow X \subseteq P(B)$

$\longrightarrow X \in B$

∴ La afirmación es Verdadera

15. Sean $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$,
$A = \{a, c, i, e\}$, $B = \{b, c, e, f\}$, $C = \{a, c, d, e\}$
hallar los conjuntos:

(c) $(A \setminus B) \setminus C$, $A \setminus (B \setminus C)$.

Solución

$(A\setminus B)\setminus C$
$= (\{a,c,i,e\}\setminus\{b,c,e,f\})\setminus\{a,c,d,e\}$
$= (\{a,i\})\setminus\{a,c,d,e\}$
$\therefore = \{i\}$

$A\setminus(B\setminus C)$
$= \{a,c,i,e\}\setminus(\{b,c,e,f\}\setminus\{a,c,d,e\})$
$= \{a,c,i,e\}\setminus(\{b,f\})$
$\therefore = \{a,c,i,e\}$

16. Sean $A = \{x \in \mathbb{N} | \, x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | \, |x - 2| < 4\}$ y $C = \{x \in \mathbb{R} | \, x^3 - 4x = 0\}$.

(c) Enlista los elementos en
$S = \{(a, b) \in A \times B | \, a = b + 2\}$ y en
$T = \{(a, c) \in A \times C | \, a \leq c\}$

$\therefore S = \{(1,-1),(2,0),(3,1),(4,2),(5,3),(6,4)\}$

$\therefore T = \{(1,2),(2,2)\}$

17. Sean $S = \{2, 5, \sqrt{2}, 25, \pi, \frac{5}{2}\}$ y $T = \{4, 25, \sqrt{2}, 6, \frac{3}{2}\}$.

(d) Enlista los elementos de los conjuntos $\mathbb{Z} \cup (S \cap T)$ y enlista los elementos de $(\mathbb{Z} \cup S) \cap (\mathbb{Z} \cup T)$. ¿Que es lo que observas?

$\mathbb{Z} \cup (S \cap T)$
$\mathbb{Z} \cup (\{2,5,\sqrt{2},25,\pi,\frac{5}{2}\} \cap \{4,25,\sqrt{2},6,\frac{3}{2}\})$
$\mathbb{Z} \cup (\sqrt{2},25)$
$\therefore (\mathbb{Z},\sqrt{2},25)$

$(\mathbb{Z}\cup S)\cap(\mathbb{Z}\cup T)$
$(\mathbb{Z}\cup\{2,5,\sqrt{2},25,\pi,\frac{5}{2}\})\cap(\mathbb{Z}\cup\{4,25,\sqrt{2},6,\frac{3}{2}\})$

$(\mathbb{Z},2,5,\sqrt{2},25,\pi,\frac{5}{2})\cap(\mathbb{Z},4,25,\sqrt{2},6,\frac{3}{2})$

$\therefore (\mathbb{Z},\sqrt{2},25)$

18. Considerando $A = \{a, b, c, \{a, b\}\}$ y $B = \{a, b, c\}$, encontrar

(f) $(B \cup \{A\}) \setminus A$

$(B\cup\{A\})\setminus A \equiv (\{a,b,c\}\cup\{a,b,c\{a,b\}\})\setminus\{a,b,c\{a,b\}\}$
$\equiv (a,b,c\{a,b\})\setminus\{a,b,c\{a,b\}\}$
$\equiv \{\}$
$\equiv \varnothing$

$\therefore$ Es el conjunto vacio

19. Encontrar A^c (con respecto a $U = \mathbb{R}$) en cada uno de los siguientes casos.

(c) $A = \{x \in \mathbb{R} | \, x^2 \leq -1\}$

No hay ningun numero real cuyo numero real
la cual es que cualquier numero elevado al cuadrado
x^2 dara un numero positivo
Lo cual no ay un numero menor a -1
Por lo tanto el conjunto A esta vacio $A=\{\}$
$\therefore$ Entonces $A^c = \mathbb{R}$

20. Sean $n > 3$ y $A = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$.
¿Cuántos subconjuntos B de A

(b) tienen la propiedad $B \cap \{1, 2\} = \emptyset$?

$B \cap \{1,2\} = \emptyset$ B no puede contener el 1 y el 2
dado que hay $n-2$ que son distintos de 1 y 2

total 2^{n-2} subconjuntos B de A $\iff$ cumple $B \cap \{1,2\} = \emptyset$

$\therefore$ Entonces, hay 2^{n-2} subconjuntos B de A

21. Sean a y b numeros reales con $a < b$.
Encontrar $(a, b)^c$, $[a, b)^c$, $(a, \infty)^c$, y $(-\infty, b]^c$.

$(a,b)^c \equiv (-\infty, a] \cup [b, \infty)$

$[a,b)^c \equiv (-\infty, a) \cup [b, \infty)$

$(a,\infty)^c \equiv (-\infty, a)$

$(-\infty, b]^c \equiv (b, \infty)$

22. Encontrar formulaciones equivalentes de cada una de las siguientes afirmaciones usando la notación conjuntista.

(c) Cada número primo es a la vez un número natural y un número entero.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ Naturales
$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ Enteros
Numeros primos = que se dividivo entre si y el 1

primos $\cap\ \mathbb{N}$ = Numeros primos
primos $\cap\ \mathbb{Z}$ = Numeros primos

$\therefore$ El conjunto de numeros primos $\begin{cases} \text{primos} \cap \mathbb{N} \\ \text{primos} \cap \mathbb{Z} \end{cases}$

23. Para $n \in \mathbb{Z}$, sea $A_n = \{a \in \mathbb{Z} | a \leq n\}$.
Encontrar los siguientes conjuntos.

(c) $A_3 \cap (A_{-3})^c$

$A_3 \equiv \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
$(A_{-3})^c \equiv \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \cap \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\therefore A_3 \cap (A_{-3})^c \equiv \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

24. Sean A y B conjuntos tales que

(a) $A \cap B = A$.

$A \cap B \subset B$ — Por el Lema 1
$A \cap B \subset B \wedge A \cap B = A$ — Por hipotesis
$A \cap B = A \wedge A \cap B \subset B$ — Prop. Conmutativa
$A = A \cap B \wedge A \cap B \subset B$
$\Rightarrow A \subset B$

$\therefore$ Podemos concluir que $A \subset B$

(b) $A \cup B = A$.

$B \subset A \cup B$ Por el Lema 1

$B \subset A \cup B \wedge A \cup B = A$ Por hipotesis

$\Rightarrow B \subset A$

$\therefore$ Podemos concluir que $B \subset A$

25. Sea $n \geq 1$ un número natural. ¿Cuántos elementos hay en el conjunto $\{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | \; a \leq b \leq n\}$? Explicar.

$a = \forall n \in \mathbb{N}$ desde el 1

$b = \forall a, n \in \mathbb{N}$ que sea mayor a "a" y 1

Por ejemplo

$n = 3$

(a,b)	$b=1$	$b=2$	$b=3$
$a=1$	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,2)$
$a=2$		$(2,2)$	$(2,3)$
$a=3$			$(3,3)$

Para $n = 1+2+3+\cdots+n$ hay $n-a+1$

Entonces los pares ordenados en el conjunto

$$1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$\therefore$ Por lo tanto hay $\frac{n(n+1)}{2}$ pares ordenados en el conjunto

26. Suponga que A es un subconjunto de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ con las propiedades

- $(1,1) \in A$ y
- $(a,b) \in A$ entonces $(a+1, b+1)$ y $(a+1, b)$ están en A.

¿Piensas que $\{(m,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | \; m \geq n\}$ es un subconjunto de A? Explícate.

$(1,1) \in A$ para el primer elemento $\{(m,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | m \geq n\}$

ya que $1 \geq 1$

Supongamos que $(m,n) \in A$ con $m \geq n$

Por propiedad de A $(m+1, n+1)$ y $(m+1, n)$

al considerar $(m, n+1)$ que este en A

$(m+1, (n+1)+1) = (m+1, n+2)$ esté en A

$\therefore$ Por lo tanto, el conjunto $\{(m,n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | m \geq n\}$ no es necesariamente un subconjunto de A, ya que no se cumplen todas las condiciones requeridas.

27. Sean A, B y C subconjuntos de algún conjunto universal U.

(a) Probar que $A \cap B \subseteq C$.

$x \in A \cap B$

$x \in A = A \subseteq U \Rightarrow x \in U$

$x \in B = B \subseteq U \Rightarrow x \in U$

$x \in U = x \in A \cap B$

Ahora como $x \in A \cap B$ y $A \cap B \subseteq C \Rightarrow x \in C$

$\therefore$ Demostramos que para cada x tal que $x \in A \cap B$, tambien tenemos que $x \in C$

28. Si A, B y C son conjuntos.

(a) Encontrar un contraejemplo a la afirmación $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$.

Contraejemplo, con $C = \emptyset \wedge A, B$

$$A \cup (B \cap \emptyset) = (A \cup B) \cap \emptyset$$
$$A \cup \emptyset = \emptyset$$
$$A = \emptyset$$

$\therefore$ Lo cual es una contradiccion por que A era cualquier conjunto

29. Suponga que A, B y C son subconjuntos de algún conjunto universal U.

(b) Encontrar la manera de describir el conjunto $[A \cap (B \setminus C)]^c \cap A$ sin usar el símbolo de complementación ^{c}.

$$[A \cap (B \setminus C)]^c \cap A$$

Para el conjunto $A \cap (B \setminus C)$. Este conjunto consiste en todos los elementos que pertenece a A y tambien a B, pero no a C

Para el complemento: $A \cap (B \setminus C)$ consiste en todos los elementos que no esten en $A \cap (B \setminus C)$.

Para la interseccion: Esto nos da el conjunto de elementos que están en A pero no en $A \cap (B \setminus C)$, los elementos que estan en A pero no pertenece a B o pertenece a C.

$\therefore$ Se puede describir como los elementos que están en A pero no en B o en C.

30. Usar las leyes de De Morgan y cualquier otra identidad conjuntista para probar que $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ para cualesquiera conjuntos A, B y C.

$$\begin{aligned}(A \setminus B) \setminus C &= (A \setminus B) \cap C^c \\ &= (A \cap B^c) \cap C^c \\ &= A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cup C)^c \\ &= A \setminus (B \cup C)\end{aligned}$$

Por tanto $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

$\therefore$ Se cumple igualdad $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ para cualquier conjuntos A, B, C.

31. Sean A y B conjuntos, su diferencia simétrica de define como Sea $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$. Encontrar una condición necesaria y suficiente para que

(a) $A \oplus B = A$.

$A \triangle B = A$ Todos los elementos que están en B pero no en A deben ser eliminados

$= B \subseteq A$

$\therefore$ La condicion necesaria y suficiente para $A \triangle B = A$ "$B \subseteq A$"

32. Demostrar que: $A \oplus B = \emptyset$ si, y solo si $A = B$.

Demostremos $A \oplus B = \emptyset \Rightarrow A = B$

$A \oplus B = \emptyset \Rightarrow (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$

$(A - B) = \emptyset \wedge (B - A) = \emptyset$ mediante Teorema 2

$A - B = \emptyset \wedge B - A = \emptyset$

$A \subset B \wedge B \subset A$ mediante Teorema 1

$A = B$ por la definición de igualdad de conjuntos

Demostramos $A \oplus B = \emptyset \Rightarrow A = B$

$A = B \Rightarrow A \oplus B = (A-B) \cup (B-A)$

$A \oplus B = (A-B) \cup (B-A) \wedge A = B$

$A \oplus B = (B-B) \cup (A-A)$

$A \oplus B = (\emptyset) \cup (\emptyset)$

$A \oplus B = \emptyset$

Por tanto $A = B \Rightarrow A \oplus B = \emptyset$

$\therefore A \oplus B = \emptyset \iff A = B$

33. ¿Cuáles de las siguientes condiciones implica que $B = C$? En cada caso, proporciona una prueba o un contraejemplo.

(a) $A \cup B = A \cup C$.

Contra ejemplo

$A = \{1,2\}$

$B = \{2,3\}$

$C = \{1,3\}$

Entonces

$A \cup B = \{1,2,3\}$

$A \cup C = \{1,2,3\}$

Aunque $A \cup B = A \cup C$, $B \neq C$, ya que B tiene el elemento 3 y C no lo tiene.

$\therefore$ $A \cup B = A \cup C$ no implica necesariamente que $B = C$

34. ¿Verdadero o falso? En cada caso, proporciona una demostración o un contraejemplo.

(b) $A \times B \subseteq C \times D$ implica que $A \subseteq C$ y $B \subseteq D$.

Tomemos

$A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{3\}$ y $D = \{4\}$

$A \times B = \{(1,2)\}$ y $C \times D = \{(3,4)\}$

$A \times B \subseteq C \times D$ ya que $(1,2) \in C \times D$

Sin embargo, no se cumple que $A \subseteq C$ ni $B \subseteq D$ ya que $1 \notin C$ y $2 \notin D$

$\therefore$ hemos encontrado un contraejemplo que muestra que la afirmación es Falsa

35. Sean A, B, C y D subconjuntos de algún conjunto universal U. Use las identidades de la teoría de conjuntos para simplificar las expresiones

(b) $\{[C \cup (B \setminus A^c)] \cap [B \setminus (C \cup A)]^c\} \cup B$

$\{[C \cup (B \cap A^{cc})] \cap [B \cap (C \cup A)^c]^c\} \cup B$ Dif. Conjuntos

$\{[C \cup (B \cap A)] \cap [B^c \cup (C \cup A)]\} \cup B$

$\{[C \cup (B \cap A)] \cup B\} \cap \{[B^c \cup (C \cup A)] \cup B\}$

$\{C \cup [(B \cap A) \cup B]\} \cap \{[\underbrace{B^c \cup B} \cup (C \cup A)]\}$

$\{C \cup B\} \cap \{U \cup (C \cup A)\}$

$\{C \cup B\} \cap U$

$\therefore B \cup C$

36. Para conjuntos A, B y C, mostrar que

(b) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$.

$$(x,y) \in (A \cap B) \times C \iff x \in (A \cap B) \wedge y \in C$$

$$(x \in A \wedge x \in B) \wedge y \in C$$

$$(x \in A \wedge y \in C) \wedge (x \in B \wedge y \in C)$$

$$[(x,y) \in A \times C] \wedge [(x,y) \in B \times C]$$

$$(x,y) \in A \times C \wedge (x,y) \in B \times C$$

$$(x,y) \in (A \cap B) \times C \iff (x,y) \in (A \times C) \cap (B \times C)$$

$\therefore$ Se cumple $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ para todo A, B, C

37. Sean A, B y C conjuntos arbitrarios. Sobre las siguientes afirmaciones, dar una demostración de las que son verdaderas, o proporciona un contraejemplo de las falsas.

(c) $(A \oplus B) \times C = (A \times C) \oplus (B \times C)$

conjuntos $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$ y $C = \{3,4\}$

$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = (\{1\} \cup \{3\}) = \{1,3\}$

$(A \oplus B) \times C = \{1,3\} \times \{3,4\} = \{(1,3), (1,4), (3,3), (3,4)\}$

Calculando $A \times C$ y $B \times C$:

$A \times C = \{1,2\} \times \{3,4\} = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\}$

$B \times C = \{2,3\} \times \{3,4\} = \{(2,3), (2,4), (3,3), (3,4)\}$

$(A \times C) \oplus (B \times C) = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\} \oplus \{(2,3), (2,4), (3,3), (3,4)\}$

$= (\{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\} - \{(2,3), (2,4), (3,3), (3,4)\}) \cup$

$(\{(2,3), (2,4), (3,3), (3,4)\} - \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\})$

$= \{(1,3), (1,4)\} \cup \{(3,3), (3,4)\}$

$= \{(1,3), (1,4), (3,3), (3,4)\}$

$\therefore$ Como podemos ver, $(A \oplus B) \times C$ si es igual a $(A \times C) \oplus (B \times C)$. Por lo tanto, la afirmación es verdadera

38. Demuestre en detalle las siguientes proposiciones.

(b) $A \subseteq \{A\}$ si, y solo si $A = \emptyset$.

$A \subseteq \{A\}$ Sin embargo $\{A\}$ solo puede contener un elemento de A mismo

Si A tuviera al menos un elemento, seria diferente de $\emptyset$ y por lo tanto no seria igual a $\{A\}$

$\therefore$ Entonces, la unica opción es que $A = \emptyset$.

39. Pruébese que:

6. $(A \backslash B) \backslash (A \backslash C) = A \cap (C \backslash B)$.

$(A - B) - (A - C) = A \cap (C - B)$.

$(A \cap B^c) - (A \cap C^c) =$

$(A \cap B^c) \cap (A \cap C^c)^c =$

$(A \cap B^c) \cap (A^c \cup C) =$

$B^c \cap [A \cap (A^c \cup C)] =$

$B^c \cap [(A \cap A^c) \cup (A \cap C)] =$

$B^c \cap [\emptyset \cup (A \cap C)] =$

$B^c \cap (A \cap C) =$

$A \cap (C - B^c) = A \cap (C - B^c)$

40. Si $A \neq \emptyset$ entonces demuestre que $(A \cup A) \backslash A \neq A \cup (A \backslash A)$.

$(A \cup A) \cap A^c \neq A \cup (A \cap A^c)$

$A \cap A^c \neq A \cup (\emptyset)$

$\emptyset \neq A$

$\therefore$ Dado que $\emptyset \neq A$, podemos concluir que $(A \cup A) \backslash A \neq A \cup (A \backslash A)$

41. Si C es un conjunto finito, denótese por $|C|$ el número de elementos de C. Si A, B son conjuntos finitos pruébese que

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

Los elementos de $A : |A| = n$

Los elementos de $B : |B| = m$

de A y $B : |A \cap B| = K$

Por lo tanto

El numero total de elementos

$A \cup B$ es $n + m - K$

$\therefore$ Demostramos que $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

42. Si A, B, C son conjuntos finitos, determine una formula para $|A \cup B \cup C|$.

Entonces la Formula es:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

43. Trate de determinar $|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n|$, para $A_1, \ldots, A_n$ conjuntos finitos.

La formula es:

$$|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \ldots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n|$$

44. Para conjuntos finitos A, B demuestre que $|A \times B| = |A| \cdot |B|$.

$A = m \quad , \quad B = n$

hay n opciones posibles en B para formar un par ordenado

hay m elementos en A, hay $m \times n$ pares ordenados posibles en total

Por lo tanto, $|A \times B| = m \times n = |A| \cdot |B|$

45. Si S es un conjunto con 5 elementos:

(a) ¿Cuántos subconjuntos tiene S?

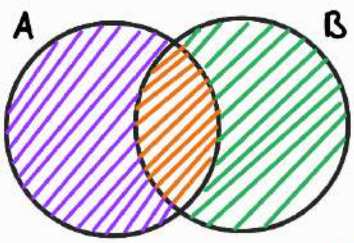
S tiene 5 elementos $\quad n = 5$

$2^n \Rightarrow 2^5 = 32$ subconjuntos

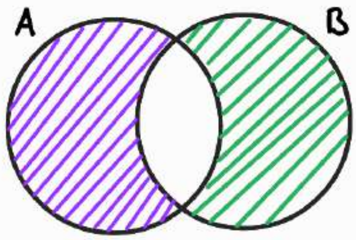
en S tiene 32 subconjuntos posibles en total.

46. Sean los conjuntos A y B, tales que

(a) $|A \oplus B| = 10$ y $|A \cup B| = 25$. ¿Cuántos elementos tiene $A \cap B$?



$|A \cup B| = 25$



$|A \oplus B| = 10$

$|A \cap B| = |A \cup B| - |A \oplus B|$

$\therefore \; = 15 \; \blacksquare$

47. De un total de 120 personas encuestadas, 25 personas hablan inglés y francés, 40 solo hablan francés y 20 no hablan ninguno de estos idiomas. ¿Cuántas personas hablan solo uno de estos idiomas?

$U = 120$

$I \cap F = 25$

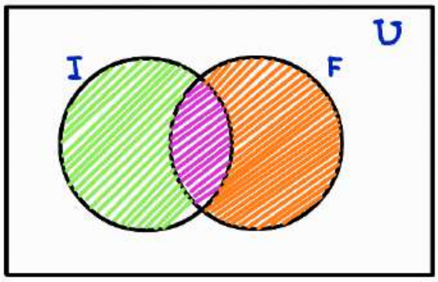
$F - I = 40$

$(I \cup F)^c = 20$

$U - (I \cup F) = 20$

$A \cup B = 120 - 20$

$= 100$



$A = A \cup B - B$

$A = 100 - 65$

$A = 35$

$F - 25 = 40 \qquad - I + (I - F)$

$35 + 40$

$- 75$

48. Laura tiene discos de diferentes géneros musicales: pop, rock, punk, gothic, clásica y jazz. Su amiga Diana tiene discos de salsa, gothic, hip-hop, pop y metal.

(a) Luis, un amigo común, quiere escuchar la música que le gusta exclusivamente a cada una de ellas, así que le prestaron un disco de cada uno de esos géneros. ¿De qué géneros le han prestado los discos?

Laura: pop, rock, punk, gothic, clasica y jazz
Diana: salsa, gothic, hip-hop, pop y metal

Los generos exclusivos

Laura: rock, punk, clasica y jazz
Diana: salsa, hip-hop y metal

$\therefore$ Laura $\cup$ Diana = rock, punk, clasica, jazz, salsa, hip-hop y metal

49. De un grupo de estudiantes bachilleres que piensan presentar el examen de admisión a una universidad se sabe que 1/3 se presentará a medicina, 7/12 se presentará a psicología y 1/8 se presentará a ambas carreras. Si el resto, que son 15 estudiantes, aun no deciden a qué carrera presentarse. Deducir el número total de estudiantes.

- 1/3 = medicina
- 7/12 = psicologia
- 1/8 = a ambas

Solo a medicina

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$$

Solo a psicologia

$$\frac{7}{12} - \frac{1}{8} = \cancel{\frac{8}{12}} = \frac{2}{3}$$

Cantidad total de estudiantes para presentarse

$$\frac{5}{24} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{15}{24} + \frac{16}{24} + \frac{3}{24} = \cancel{\frac{34}{24}} = \frac{17}{12}$$

La cantidad total de estudiantes

$$15 \times \frac{12}{17} = \frac{180}{17} = 10.59 \quad \text{redondeando } 11$$

$\therefore$ 11 total de estudiantes

50. Sobre una población de 113 personas se determinó que los que van solamente al cine son el doble de los que van únicamente al teatro y los que van a ambos lugares son la sexta parte de los que van a un solo lugar. Si ocho personas no van al cine ni al teatro, ¿cuántas personas van al teatro?

- X = Van solo al cine
- Y = solo al teatro
- z = Van a ambos lugares

$$x = 2y \quad ; \quad z = \frac{1}{6}(x+y).$$

113 personas en total en población

$$x + y + z = 113$$
$$x + y + z + 8 = 113$$
$$x + y + z = 105$$

8 que no van ni al cine

Sustituyendo $x = 2y$ en la ecuación $z = \frac{1}{6}(x+y)$

$$z = \frac{1}{6}(2y+y)$$

$$z = \frac{3}{6}y \Rightarrow \frac{1}{2}y$$

Podem sustituir $x = 2y$ y $z = \frac{1}{2}y$ en la ecuación

$$x+y+z = 105$$
$$2y + y + \frac{1}{2}y = 105$$
$$5/2\, y = 105$$
$$y = \frac{105 \times 2}{5} = \boxed{42}$$

$\therefore$ el número de personas que van al teatro es $y = 42$.

51. Supongamos que si el 80 % de los bolivianos han cursado el bachillerato y el 70 % leen el periódico cada día, entonces por lo menos 50 % reúnen ambas condiciones. ¿Por que?

$$80\% + 70\% - 100\% = 50\%$$

∴ Entonces, al restar al 100% eliminamos la doble cuenta y nos quedamos con la cantidad de personas que cumplen ambas ccondiciones al menos una vez.

52. Un sondeo de opinión publica muestra que un 93 % de la población está de acuerdo con el gobierno de Carlos de Mesa en una primera decisión, el 84 % en la segunda, y el 74 % en la tercera. Determinar por lo menos que porcentaje de la población está de acuerdo con las tres decisiones tomadas por el gobierno actual.

$$93\% + 84\% + 74\% - 100\%$$
$$151\% - 100\%$$
$$= 51\%$$

∴ Por lo menos el 51 % de la poblacion esta decuerdo con las tres deciciones.

53. En su libro *A Tangled Tale*, Lewis Carrol propuso el siguiente acertijo acerca de un grupo de ex-combatientes inválidos: Supongamos que un 73 % han perdido un ojo, 75 % una oreja, 80 % un brazo y 85 % una pierna. ¿Que porcentaje, por lo menos habrá sufrido las cuatro perdidas?

73% perdio un ojo quedan 27 %
75% // una oreja quedan 25 %
80% // // brazo quedan 20 %
85% // // pierna 15 %

$$27\% + 25\% + 20\% + 15\% = 87\%$$

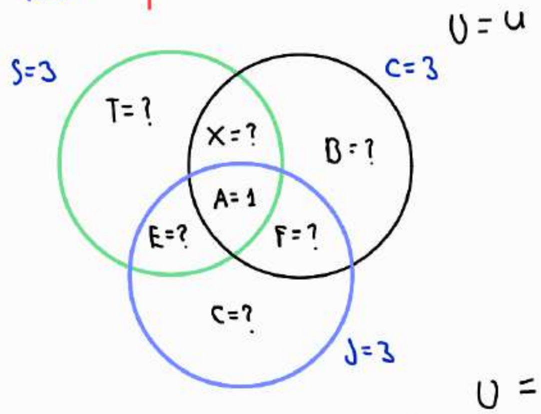
Los que perdieron 4 perdidas

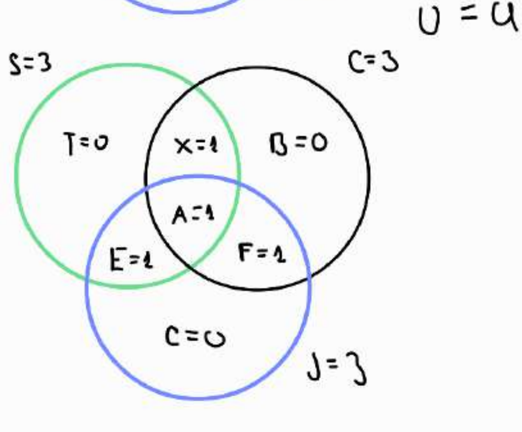
$$87\% - 100\% = 13\%$$

∴ El 13% perdio 4 partes

54. De un grupo de 4 personas que van a comer a un restaurante se sabe que 3 personas piden sopa, 3 piden carne, 3 piden jugo, y solo una persona pide sopa, carne y jugo. El número de personas que pidieron sopa y carne, y no pidieron jugo es:

U = Personas que van al restaurante 4
S = piden 3 sopas
C = piden 3 carnes
J = piden 3 jugos
A = sopa, carne y jugo
X = pidio carne, sopa pero no jugo



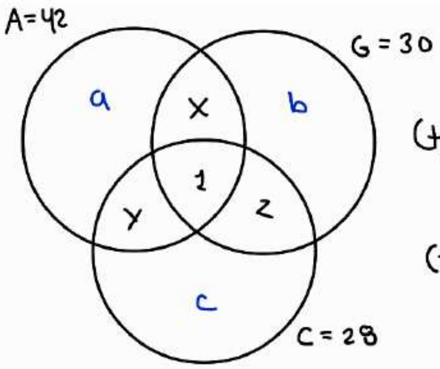


∴ El numero de personas que pidio sopa y carne y no pidio jugo es 1

55. De 76 estudiantes que pueden matricularse en los cursos de álgebra, geometría y cálculo. Se sabe que 42 se matricularon en álgebra, 30 en geometría y 28 en cálculo. Uno se matriculó en los tres cursos. Si todos tomaron al menos un curso, encontrar el número de estudiantes que se matriculó solo en 2 de los cursos.

$U=76$
$A=42$
$G=30$
$C=28$

$U=76$



$$(+)\begin{cases} a+x+y=41 \\ b+x+z=29 \\ c+y+z=27 \end{cases}$$

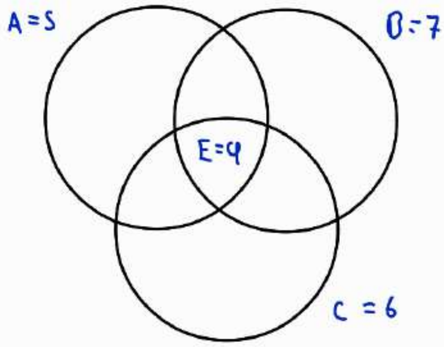
$$(-)\begin{cases} a+b+c+2(x+y+z)=97 \\ a+b+c+(x+y+z)=75 \end{cases}$$

$$\boxed{x+y+z=22}$$

∴ Estudiantes que se matricularon en 2 materias son 22

56. La profesora Diana puso un examen con tres preguntas a su grupo de química. Hay 21 estudiantes en su clase y cada uno de ellos contestó al menos una pregunta. 5 estudiantes no contestaron la primera pregunta, 7 fallaron al contestar la segunda, y seis no contestaron la tercera pregunta. Si 9 estudiantes contestaron las tres preguntas, ¿cuántos contestaron exactamente una pregunta?

$U=21$ $\quad 22-7-9=6$
$A=5$ No respondieron 1era
$B=7$ No respondieron 2da
$C=6$ // // 3ra
$E=9$ si contestaron las 3



$A-(U-B-E)-(U-C-E)+9$
$5-(21-7-9)-(21-6-9)+9$
$5-(5)-(6)+9$
$\cancel{5}-\cancel{5}-6+9$
$\boxed{=3}$ que solo respondieron una pregunta

57. Una mesera tomo una orden de 57 hamburguesas: 22 con cebolla, 29 con mostaza y 25 con ketchup. De éstas, 10 tenían sólo cebolla y 15 sólo mostaza; 7 de las hamburguesas tenían sólo cebolla y mostaza, y 3 los tres ingredientes. Determine:

(a) ¿Cuántas hamburguesas llevan sólo ketchup y mostaza?

$29+25-7-3=44-10=\boxed{34}$

(b) ¿Cuántas sólo llevaban ketchup?

$25-7-3=25-10=\boxed{15}$

(c) ¿Cuántas hamburguesas llevaban cebolla o mostaza, pero no ketchup?

$22+29-7-10-3=51-20=\boxed{31}$

59. En una exposición científica de una escuela secundaria, 34 estudiantes recibieron premios por sus proyectos científicos. Se dieron 14 premios por proyectos de biología, 13 de química y 21 de física. Si 3 estudiantes recibieron premios en las tres áreas temáticas, ¿cuántos recibieron premios por exactamente?:

(a) un área temática?

$F + Q + B = 3$
$Q + B = 4$
$F + B = 5$
$B = 14$
$Q = 13$
$F = 21$
$Est = 34$

$F + Q = x - 3$
$B = 14 - 3 - 1 - 2 = 8$
$Q = 13 - 3 - 1 - (x - 3) = 12 - x$
$F = 21 - 3 - 2 - (x - 3) = 19 - x$
$3 + 1 + 2 + x - 3 + 8 + 12 - x + 19 - x = 34$
$42 - x = 34$
$x = 8$

Por lo tanto
$F + Q = 8 - 3 = 5$
$Q = 12 - 8 = 4$
$F = 19 - 8 = 11$

a) $F + B + Q = 8 + 4 + 11 = 23$

(b) dos áreas temáticas?

b) $Q_y B + F_y B + F_y Q = 1 + 2 + 5 = 8$

61. Un profesor tiene dos docenas de libros de introducción a las ciencias de la computación y está interesado en la forma en que tratan los temas (C) compiladores, (E) estructuras de datos e (I) intérpretes. Los siguientes datos representan la cantidad de libros que contienen material relativo a estos temas:

$$|C| = 8 \qquad |C \cap E| = 5$$
$$|E| = 13 \qquad |E \cap I| = 6$$
$$|I| = 13 \qquad |I \cap C| = 3$$
$$|C \cap E \cap I| = 2$$

(a) ¿Cuántos libros incluyen el material de exactamente uno de estos temas?

$|C| + |E| + |I| - 2(|C \cap E| + |E \cap I| + |I \cap C|) + 3|C \cap E \cap I|$
$= 8 + 13 + 13 - 25(5 + 6 + 3) + 3(2)$
$= 34 - 2(14) + 6$
$= 34 - 28 + 6$
$\therefore \boxed{= 12}$

(b) ¿Cuántos no tratan ninguno de estos temas?

$= 24 - (8 + 13 + 13 - 5 - 6 - 3 + 2)$
$= 24 - 24$
$\boxed{= 0} \therefore$

(c) ¿Cuántos no contienen material sobre compiladores?

$= 24 - 8$
$\boxed{= 16} \therefore$

62. Pruébense las siguientes proposiciones:

(c) $A \times B = B \times A$ si y solo si $A = B$.

$$A \times B = B \times A$$

$(a,b)\ A\times B = (b,a)\ B\times A$

$(a,b)\ A\times B \Leftrightarrow a\in A \wedge b\in B$

$(b,a)\ B\times A \Leftrightarrow b\in B \wedge a\in A$

$\therefore$ Podemos concluir que A contiene exactamente los mismos elementos que B, y viceversa. Por lo tanto, $A=B$

63. Si $I = \{1,2,3,4\}$, $A_1 = \{2,5,7\}$, $A_2 = \{2,3,9\}$, $A_3 = \{1,2,4\}$ y $A_4 = \{2,5,9\}$, encuentre.

$$\bigcup_{i\in I} A_i \quad \text{y} \quad \bigcap_{i\in I} A_i.$$

$$\bigcup_{i\in I} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$$

Calculamos la unión de estos conjuntos:

$$\bigcup_{i\in I} A_i = \{2,5,7\} \cup \{2,3,9\} \cup \{1,2,4\} \cup \{2,5,9\}$$

$$\bigcup_{i\in I} A_i = \{1,2,3,4,5,7,9\}$$

$\therefore$ La unión de los conjuntos A_i para $i\in I$ es $\{1,2,3,4,5,7,9\}$

$$\bigcap_{i\in I} A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$$

Calculamos la intersección de estos conjuntos:

$$\bigcap_{i\in I} A_i = \{2,5,7\} \cap \{2,3,9\} \cap \{1,2,4\} \cap \{2,5,9\}$$

$$\bigcap_{i\in I} A_i = \{2\}$$

$\therefore$ La intersección de todos los conjuntonjuntos A_i para $i\in I$ es $\{2\}$

64. Dada una familia de conjuntos $\{A_i\}$ con $i \in I$, sea X un conjunto con las siguientes propiedades.

(a) Para todo $i \in I$, se tiene que $A_i \subset X$,

Inclusión de A_i en X: $A_i \subset X$

$i\in I,\ A_i \subseteq X$

lo que implica que si a es un elemento de A_i, entonces a es un elemento de X.

Propiedad de ser un conjunto propio: X no está en A_i

$i\in I,\ A_i \neq X$

lo que implica que hay al menos un elemento x en X que no está en A_i

$\therefore$ Por lo tanto, la afirmación establece que para todo $i\in I$, A_i es un subconjunto propio X.

66. Si $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \cdots \subseteq A_n$, demuestre

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_n, \quad \text{y} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1$$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i \subset A_i \quad \wedge \quad A_i \subset \bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

① ②

$x \in \bigcap_{i=1}^{n} A_i$ por definición

$x \in A_1 \wedge x \in A_2 \wedge x \in A_3 \wedge \ldots \wedge x \in A_n$

$x \in A_i \wedge (x \in A_2 \wedge x \in A_3 \wedge \ldots x \in A_n)$

$x \in A_i$ por simplificación

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i \subset A_i$$

67. Demuéstrese que: $(a, b) = (c, d)$ si, y solo si $a = c$ y $b = d$. [*Recuerde*: El par ordenado de los elementos a y b esta definido como el conjunto $(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$.]

Si $a=c$ y $b=d$

(a,b) y (c,d)

$(a,b) = \{\{a\}, \{a,b\}\}$

$(c,d) = \{\{c\}, \{c,d\}\}$

Los conjuntos $\{a\}$ y $\{c\}$ son iguales

Por lo tanto, $(a,b) = (c,d)$.

Si $(a,b) = (c,d)$:

$(a,b) = (c,d)$

$\{\{a\}, \{a,b\}\} = \{\{c\}, \{c,d\}\}$

$\{a\} = \{c\}$ y $\{a,b\} = \{c,d\}$

Dado que un conjunto $\{x\}$

un conjunto $\{x,y\}$ tiene dos elementos x e y

$\{a\} = \{c\}$ implica que $a=c$ y $\{a,b\} = \{c,d\}$

implica $a=c$ y $b=d$

∴ Dado que hemos demostrado ambas direcciones de la implicación, concluimos que $(a,b) = (c,d)$ si y solo si $a=c$ y $b=d$.

68. Si X, A, B son conjuntos tales que $A \cup B \subseteq X$, demuestre que:

1. Si $A \cup B = X$ entonces $X \backslash A \subseteq B$.

$A \cup B = X \Rightarrow$ significa que todos los elementos de X están en A o en B

$X \backslash A \subseteq B$

- $x \in X \backslash A \Rightarrow x$ no esta X pero no esta en A
- $A \cup B = X$, y x no esta en A, entonces x debe estar en B, x debe estar en B o en ambos conjuntos en X
- $x \in X \backslash A$, $\Rightarrow x \in B$.

Esto demuestra que $X \backslash A \subseteq B$

∴ Hemos demostrado que si $A \cup B = X$, entonces $X \backslash A \subseteq B$.

69. El sistema de ecuaciones $A \cup X = A \cup B$, $A \cap X = \emptyset$ tiene a lo más una solución para X.

Si X tiene todos los elementos de A y B $(A \cup X = A \cup B)$

y X no tiene ningún elemento en común con A $(A \cap X = \emptyset)$

Conclusión

Los elementos adicionales X son los mismos que los elementos en B

$\therefore$ Hemos demostrado que tiene a lo más una solución para X, que es $X = B$.

72. Demostrar que $\bigcup_\alpha$ y $\bigcap_\alpha$ se distribuyen sobre el producto cartesiano:

$$\left(\bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha\right) \times \left(\bigcup_{\beta\in J} B_\beta\right) = \bigcup_{\substack{\alpha\in I\\ \beta\in J}} (A_\alpha \times B_\beta),$$

$$\left(\bigcap_{\alpha\in I} A_\alpha\right) \times \left(\bigcap_{\beta\in J} B_\beta\right) = \bigcap_{\substack{\alpha\in I\\ \beta\in J}} (A_\alpha \times B_\beta).$$

$$\bigcup_{i\in I} A_i \qquad I = \{1,2,3\}$$

$$= A_1 \cup A_2 \cup A_3$$

Sea $(x,y) \in \left(\bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha\right) \times \left(\bigcup_{\beta\in J} B_\beta\right) \iff x \in \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha \ \wedge\ y \in \bigcup_{\beta\in J} B_\beta$

$\iff x \in A_\alpha$, para algun $\alpha \in I$ $\wedge$ $y \in B_\beta$ para algún $\beta \in J$

$\iff (x,y) \in A_\alpha \times B_\beta$, para algun $\alpha \in I$, $\beta \in J$

$\iff (x,y) \in \bigcup_{\substack{\alpha\in I\\ \beta\in J}} (A_\alpha \times B_\beta)$

74. Demuestre que un conjunto con n elementos tiene 2^n subconjuntos.

Dem: Sea $A = \{a,b,c\} \Rightarrow P(A)$ tiene $2^3 = 8$ elementos

Sea A un conjunto con n elementos

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\},\ n \geq 0$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n}$$

$$= \binom{n}{0} 1^n + \binom{n}{1} 1^{n-1} \cdot 1^1 + \binom{n}{2} 1^{n-2} \cdot 1^2 + \cdots + \binom{n}{n} 1^n$$

$$= (1+1)^n$$

$= 2^n$ Subconjuntos de A

Ejemplo:

$\emptyset \rightarrow \binom{3}{0} = 1$

$\left.\begin{matrix}\{a\}\\ \{b\}\\ \{c\}\end{matrix}\right\} \binom{3}{1} = 3$

$\left.\begin{matrix}\{a,b\}\\ \{b,c\}\\ \{a,c\}\end{matrix}\right\} \binom{3}{2} = 3$

$\{a,b,c\} = A \rightarrow \binom{3}{3} = 1$

Caso base $(n=0)$

Solo hay un subconjunto posible, que es el conjunto vacio

$$2^0 = 1$$

Hipotesis

$n = k$

2^k subconjuntos

k es un numero natural

Inductivo

$n = k+1$

$2^k \times 2 = 2^{k+1}$ subconjunto en total.

Hemos demostrado que si un conjunto con K elemento tiene 2^k subconjuntos, entonces un conjunto con $k+1$ elementos tiene 2^{k+1} subconjuntos.

76. De un grupo de 50 estudiantes que aprobaron el curso de Aritmética o el curso de Álgebra, se sabe que el número de mujeres que aprobaron solo Álgebra es la quinta parte del número de mujeres que aprobaron solo Aritmética. El número de estudiantes que aprobaron Aritmética y Álgebra excede en 5 al número de estudiantes hombres que aprobaron solo Aritmética y este último es igual al número de estudiantes hombres que aprobaron solo Álgebra. ¿Cuál es la mínima cantidad de estudiantes que aprobaron solo Álgebra?

A (aritmetica)
B (algebra)
M (hombres)
W (mujeres)

$$M(A) + M(B) + W(A) + W(B) = 50$$

$$W(B) = (1/5) * W(A)$$

$$M(A \cap B) + W(A \cap B) = M(A) - 5$$

$$M(A) = M(B) = 6$$

El numero de estudiantes que aprobaron solo algebra es 6.