

1 Mandelbrot 集介绍

1.1 题目背景

Mandelbrot 集是数学中的一个著名分形集合,它是由法国数学家 Benoit Mandelbrot 在 20 世纪 70 年代提出的,后来加以推广,成为复动力系统领域的重要研究对象。

1.2 Mandelbrot 集的定义

Mandelbrot 集是由复平面上的点组成的集合,且对于 $c \in \mathbb{C}$, 如果用迭代公式 $z_{n+1} = z_n^2 + c$ 进行迭代,其中 $z_0 = 0$, 如果无论迭代多少次, z 的模长都不超过某个值,通常为 2, 则由所有的 $c \in \mathbb{C}$ 组成的集合成为 Mandelbrot 集。

1.3 Mandelbrot 集的性质

1.3.1 Mandelbrot 集的图形

整体上, Mandelbrot 集主体在复平面上呈现出一种侧躺着的心形,而在其边缘上呈现或大或小螺旋状的突起,在这些突起上仍然会产生更小的突起分支。

1.3.2 Mandelbrot 集的特征

Mandelbrot 集作为分形具有一些分形特征:

- 自相似性, 无论放大多少, 边界都会是与整体相似的结构。
- 高复杂性, Mandelbrot 集具有复杂的分形结构, 无法用简单的几何图形来描述。
- 连通性, 现已证明 Mandelbrot 集是连通的

2 Mandelbrot 集的 C 语言实现

2.1 算法思路

我在 mandelbrot.h 文件中声明了 mandelbrot 结构体, 并定义了初始化函数和图片展现函数。在.c 文件中则调用这两个函数实现项目目的。test.h 文件则作为测试程序调用.h 中的函数生成 $(-1.5, -1), (1.5, 1)$ 为端点的 mandelbrot 集图像。

2.2 算法实现

2.2.1 初始化函数

- 输入参数: $x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}, max_{iter}, width, height$ 作为生成图像的范围和尺寸, max_{iter} 为迭代次数的上限。
- 然后分配行内存和列内存
- 之后根据迭代公式开始迭代, 记录每个点的迭代次数, 此处使用 OpenMP 并行计算。

2.2.2 图片展现函数

在此函数中, 我将 mandelbrot 集的图像以 bmp 位图的方式保存, 增加了展示效果, 具体实现过程如下:

- 首先在.c 文件中声明一个 bmp 文件头, 并在后面的函数中写入 bmp 文件数据。
- 然后根据迭代超过限定次数与否, 设置绿色和红色, 并将像素点写入到 bmp 文件中。

2.2.3 测试程序

在 test.c 文件中, 我调用了.h 中的函数生成 $(-1.5, -1), (1.5, 1)$ 为端点的 mandelbrot 集图像。之后调用图片展现函数将生成的图像保存为 bmp 文件。最后释放原先分配的内存, 完成静态图片测试。

然后使用迭代算法, 取一个迭代中心点, 不断缩小范围, 用 bmp 文件保存每次迭代的结果, 生成 mandelbrot 集动态视频。

3 mandelbrot 集的可视化展现

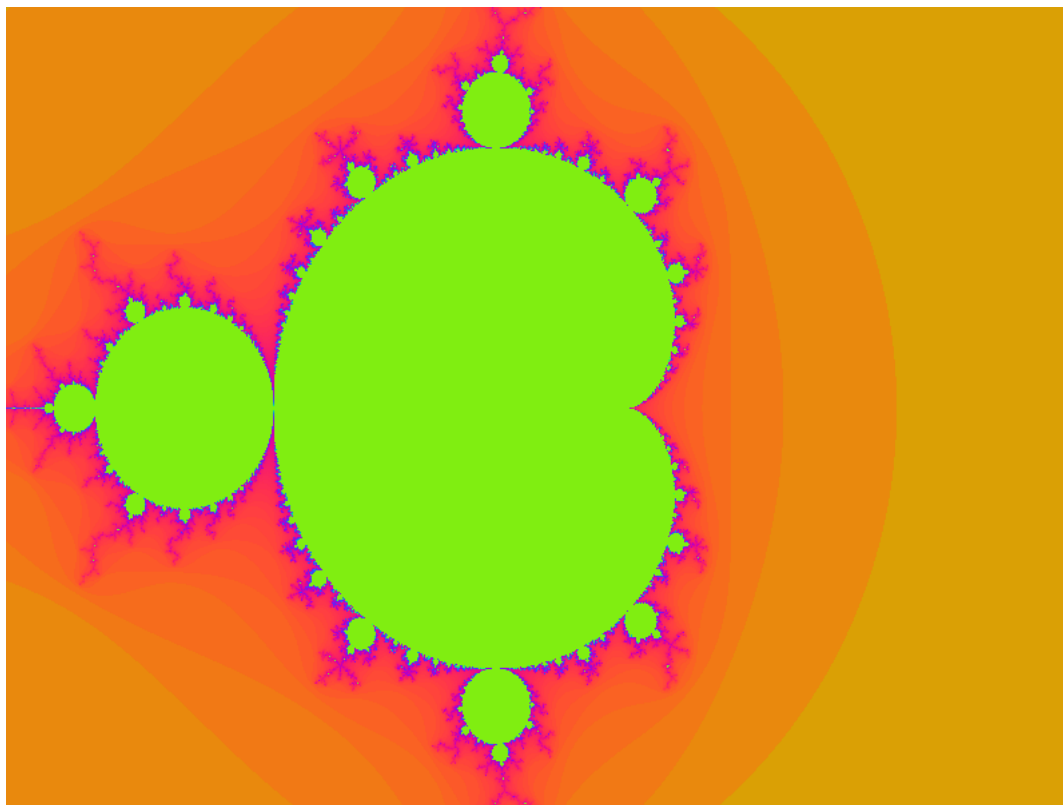


图 1: mandelbrot 集图像