

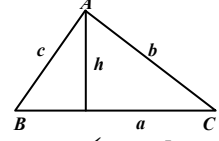
ষোড়শ অধ্যায়

পরিমিতি

অনুশীলনী - ১৬.১

যেকোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রে:

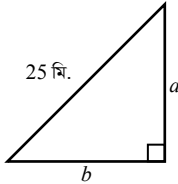
- ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} ah$
 - ত্রিভুজের দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab \sin C$ [এখানে $\angle C$ হলো a ও b বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ]
 - ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ [এখানে s অর্ধপরিমিতি]
- ✓ **সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে:** সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{লম্ব} = \frac{1}{2} ab$
- ✓ **সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে:** সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহু a একক হলে, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ এবং সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$
- ✓ **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে:** সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি b এবং সমান সমান বাহু a হলে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$



অনুশীলনীর সমাধান

- ১ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ২৫ মিটার। এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুর দৈর্ঘ্য $a = x$ মিটার

অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $b = \left(x \text{ এর } \frac{3}{4}\right) \text{ মিটার} = \frac{3x}{4} \text{ মিটার}$

এখানে অতিভুজ $c = 25$ মিটার

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $c^2 = a^2 + b^2$

বা, $(25)^2 = x^2 + \left(\frac{3x}{4}\right)^2$

বা, $625 = x^2 + \frac{9x^2}{16}$

বা, $625 = \frac{16x^2 + 9x^2}{16}$

বা, $625 \times 16 = 25x^2$

বা, $\frac{625 \times 16}{25} = x^2$

বা, $x^2 = 400$

$\therefore x = 20$

সুতরাং $a = 20$ মিটার এবং $b = 20 \times \frac{3}{4} = 15$ মিটার।

\therefore বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২০ মিটার ও ১৫ মিটার। (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ১নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ২০ মিটার। এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ।

ক. উপরোক্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর।

খ. বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

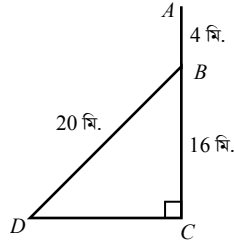
গ. ভূমির অন্তর্ভুক্ত অপর কোণটি নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

উত্তর: (খ) ১২ ও ১৬ (গ) 36.87° (প্রায়)

- ২ ২০ মিটার লম্বা একটি মই দেওয়ালের সাথে খাড়া ভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল থেকে কত দূরে সরালে ওপরের প্রান্ত ৪ মিটার নিচে নামবে?

সমাধান:



মনে করি AC মইয়ের গোড়া C থেকে D বিন্দুতে সরালে ওপরের প্রান্ত A থেকে B বিন্দুতে নামবে।

মইয়ের দৈর্ঘ্য $AC = BD = 20$ মিটার এবং $AB = 4$ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore BC &= AC - AB \\ &= (20 - 4) \text{ মিটার} \\ &= 16 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সমকোণী ত্রিভুজ } BCD\text{-এ } BD^2 &= CD^2 + BC^2 \\ \text{বা, } CD^2 &= BD^2 - BC^2 \\ &= (20)^2 - (16)^2 \\ &= 400 - 256 = 144 \\ \therefore CD &= 12\end{aligned}$$

\therefore দেওয়াল থেকে মইয়ের গোড়ার দূরত্ব 12 মিটার। (Ans.)

৩ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 16 মিটার। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

মনে করি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি $b = x$ মিটার

$$\therefore \text{সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য } a = \frac{5x}{6} \text{ মিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} = 16$$

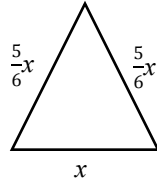
$$\text{বা, } 6x + 5x + 5x = 96$$

[6 দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } 16x = 96$$

$$\text{বা, } x = \frac{96}{16} = 6$$

অতএব, $b = 6$ মিটার এবং $a = \frac{5 \times 6}{6}$ মিটার = 5 মিটার



$$\begin{aligned}\text{সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \text{ বর্গএকক} \\ &= \frac{6}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - 6^2} \text{ বর্গমিটার} \\ &= \frac{6}{4} \sqrt{100 - 36} \text{ বর্গমিটার} \\ &= \frac{6}{4} \sqrt{64} \text{ বর্গমিটার} \\ &= \frac{6}{4} \times 8 \text{ বর্গমিটার} = 12 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

\therefore ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 12 বর্গমিটার। (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ৩নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 16 মিটার এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ।

ক. সমদ্বিবাহু ও সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র দুটি লেখ।

খ. ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

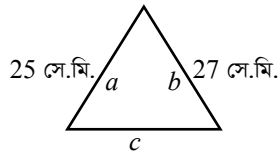
গ. ত্রিভুজটির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(খ) 5, 6; (গ) 5.26

৪ একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সে.মি., 27 সে.মি. এবং পরিসীমা 84 সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:



দেওয়া আছে, ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 25$ সে.মি.,

$b = 27$ সে.মি. এবং c সে.মি.

এবং ত্রিভুজের পরিসীমা, $84 = a + b + c$

$$\text{বা, } 84 = 25 + 27 + c$$

$$\text{বা, } 84 = 52 + c$$

$$\text{বা, } c = 84 - 52$$

$$\therefore c = 32 \text{ সে.মি.}$$

ত্রিভুজটির পরিসীমা = 84 সে.মি.

$$\therefore \text{অর্ধপরিসীমা } s = \frac{84}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore s = 42 \text{ সে.মি.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ বর্গ একক} \\ &= \sqrt{42(42-25)(42-27)(42-32)} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \sqrt{42 \times 17 \times 15 \times 10} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \sqrt{107100} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 327.26 \text{ বর্গ সে.মি.}\end{aligned}$$

\therefore ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = 327.26 বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ৪নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সে.মি. ও 27 সে.মি. এবং পরিসীমা 84 সে.মি.।

ক. অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

খ. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

গ. যদি অপর একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল এই ত্রিভুজের সমান হয় এবং যার দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 40 সে.মি., 32.726 সে.মি. হলে বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) 32 cm; (খ) 327.26 cm²; (গ) 30°

৫ একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ২ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \text{ বর্গমিটার}$$

প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ২ মিটার বাড়ালে, প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = $(a + 2)$ মিটার

$$\therefore \text{ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}(a+2)^2}{4} \text{ বর্গমিটার}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(a^2 + 4a + 4)}{4} \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\sqrt{3}(a^2 + 4a + 4)}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} + 6\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}(a^2 + 4a + 4) = \sqrt{3}a^2 + 24\sqrt{3}; [4 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } a^2 + 4a + 4 = a^2 + 24; [\sqrt{3} \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } a^2 - a^2 + 4a = 24 - 4$$

$$\text{বা, } 4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

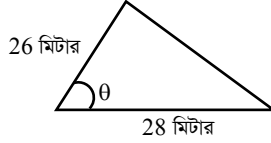
\therefore ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ মিটার। (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর নেন প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>(i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। খ. ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। গ. ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $7\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পাবে?</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর। (খ) ১.৫ m; (গ) ৪ m</p>
<p>(ii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য ২ একক করে বাড়ানো হলে তার ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গ একক বেড়ে যায়। ক. সমদ্বিবাহু ও সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র দুটি লেখ। খ. ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। গ. সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য ৬, ৭, ৮ সে.মি হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর। (খ) ২; (গ) ২৫৪.৬ বর্গ সে.মি.</p>

৬ একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২৬ মিটার, ২৮ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ১৮২ বর্গমিটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে $a = 26$ মিটার ও

$b = 28$ মিটার এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ = θ

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ১৮২ বর্গমিটার

$$\text{আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$\therefore \frac{1}{2} ab \sin \theta = 182$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \times 26 \times 28 \times \sin \theta = 182$$

$$\text{বা, } 364 \sin \theta = 182$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{182}{364}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

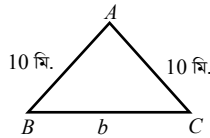
$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

\therefore বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° (Ans.)

৭ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ১০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ৪৮ বর্গমিটার হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 10$ মিটার ও

ভূমির দৈর্ঘ্য = b মিটার।

$$\text{আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = 48$$

$$\text{বা, } \frac{b}{4} \sqrt{4(10)^2 - b^2} = 48$$

$$\text{বা, } \frac{b}{4} \sqrt{4 \times 100 - b^2} = 48$$

$$\text{বা, } \frac{b}{4} \sqrt{400 - b^2} = 48$$

$$\text{বা, } b\sqrt{400 - b^2} = 192$$

$$\text{বা, } (b\sqrt{400 - b^2})^2 = (192)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } b^2(400 - b^2) = 36864$$

$$\text{বা, } 400b^2 - b^4 = 36864$$

$$\text{বা, } b^4 - 400b^2 + 36864 = 0$$

$$\text{বা, } b^4 - 144b^2 - 256b^2 + 36864 = 0$$

$$\text{বা, } b^2(b^2 - 144) - 256(b^2 - 144) = 0$$

$$\text{বা, } (b^2 - 144)(b^2 - 256) = 0$$

$$\therefore b^2 - 144 = 0$$

$$\text{বা, } b^2 = 144$$

$$\therefore b = 12$$

$$\text{অথবা, } b^2 - 256 = 0$$

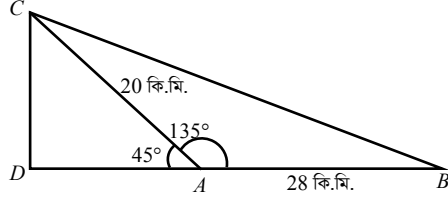
$$\text{বা, } b^2 = 256$$

$$\therefore b = 16$$

\therefore নির্ণেয় ভূমির দৈর্ঘ্য ১২ মিটার অথবা ১৬ মিটার। (Ans.)

৮ একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা পরস্পর 135° কোণ করে দুই দিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘণ্টায় 7 কিলোমিটার ও ঘণ্টায় 5 কিলোমিটার বেগে বিপরীত মুখে রওনা হলো। 4 ঘণ্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি, A একটি নির্দিষ্ট স্থান। A স্থান হতে 135° কোণে ঘণ্টায় 7 কিলোমিটার বেগে একজন AB রাস্তা বরাবর এবং অন্যজন ঘণ্টায় 5 কিলোমিটার বেগে AC রাস্তা বরাবর চলতে শুরু করে 4 ঘণ্টা পর B ও C বিন্দুতে পৌঁছে।

1ম জন 1 ঘণ্টায় যায় 7 কিলোমিটার

∴ 1ম জন 4 ঘণ্টায় যায় (7×4) কিলোমিটার = 28 কিলোমিটার

∴ 2য় জন 4 ঘণ্টায় যায় (4×5) কিলোমিটার = 20 কিলোমিটার

∴ AB = 28 কিলোমিটার, AC = 20 কিলোমিটার

C বিন্দু হতে BA এর বর্ধিতাংশের উপর CD লম্ব টানি।

$\angle CAB = 135^\circ$

$\angle CAD = 45^\circ$

ACD সমকোণী ত্রিভুজে $\tan \angle DAC = \frac{CD}{AD}$

বা, $\tan 45^\circ = \frac{CD}{AD}$

বা, $1 = \frac{CD}{AD}$ [$\because \tan 45^\circ = 1$]

∴ $AD = CD$

আবার, ACD সমকোণী ত্রিভুজে $AC^2 = CD^2 + AD^2$

বা, $(20)^2 = AD^2 + AD^2$ [$\because AD = CD$]

বা, $400 = 2AD^2$

বা, $AD^2 = \frac{400}{2}$

বা, $AD^2 = 200$

∴ $AD = 10\sqrt{2}$ কিলোমিটার

∴ $BD = AD + AB$

$= (10\sqrt{2} + 28)$ কিলোমিটার

$= 42.142$ কিলোমিটার (প্রায়)

এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে $BC^2 = CD^2 + BD^2$

$= AD^2 + BD^2$; [$\because AD = CD$]

$= (10\sqrt{2})^2 + (42.142)^2$ কি.মি. (প্রায়)

$= (200 + 1775.948)$ কি.মি. (প্রায়)

$= 1975.948$ কি.মি. (প্রায়)

∴ $BC = 44.45$ কি.মি. (প্রায়)

∴ দুই ব্যক্তির মধ্যে সরাসরি দূরত্ব 44.45 কিলোমিটার (প্রায়)। (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ৮নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুটি রাস্তা পরস্পর 120° কোণ করে দুইদিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে ঘণ্টায় 5 কি.মি. ও ঘণ্টায় 4 কি.মি. বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো।

ক. চিত্র একে 4 ঘণ্টা পরে স্থানটি থেকে লোক দুইটির অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

খ. 4 ঘণ্টা পরে তাদের সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের রাস্তা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ 150° হলে 5 ঘণ্টা পর তাদের সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

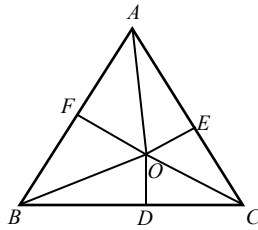
উত্তর: (ক) 20 কি.মি. ও 16 কি.মি.

(খ) 31.24 কি.মি. (প্রায়)

(গ) 43.486 কি.মি. (প্রায়)

৯ একটি সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু থেকে তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি., 7 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = x$ সে.মি. এবং ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু O থেকে BC, CA এবং AB এর উপর লম্ব যথাক্রমে OD, OE এবং OF

O, A; O, B এবং O, C যোগ করি।

দেওয়া আছে, OD = 6 সে.মি.

OE = 7 সে.মি. ও OF = 8 সে.মি.

এখন, Δ ক্ষেত্র $BOC = \frac{1}{2} BC \times OD = \frac{1}{2} x \times 6 = 3x$ বর্গ সে.মি.

Δ ক্ষেত্র $AOC = \frac{1}{2} AC \times OE = \frac{1}{2} x \times 7 = \frac{7x}{2}$ বর্গ সে.মি.

Δ ক্ষেত্র $AOB = \frac{1}{2} AB \times OF = \frac{1}{2} x \times 8 = 4x$ বর্গ সে.মি.

আমরা জানি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$ বর্গ সে.মি.

আবার, Δ ক্ষেত্র ABC = Δ ক্ষেত্র BOC + Δ ক্ষেত্র AOC + Δ ক্ষেত্র AOB

∴ $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 3x + \frac{7x}{2} + 4x$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{6x + 7x + 8x}{2}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{21x}{2}$

বা, $\sqrt{3}x^2 = 42x$

বা, $\sqrt{3}x = 42$

বা, $x = \frac{42}{\sqrt{3}}$

বা, $x = \frac{42\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{42\sqrt{3}}{3}$

∴ $x = 14\sqrt{3} = 24.249$ (প্রায়)

∴ বাহুর দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়)

∴ ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$ বর্গ একক

$= \frac{\sqrt{3}}{4} (14\sqrt{3})^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 588$ বর্গ সে.মি.

$= 254.611$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

∴ বাহুর দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়)

এবং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 254.611 বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ৯নং প্রশ্নের আলোকে সজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একটি সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু থেকে বাহু তিনটির ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6, 7 ও 8 সে.মি.।

ক. ত্রিভুজটি আঁক।

খ. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

গ. ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য কত কত সে.মি. বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল 180 বর্গ সে.মি. বৃদ্ধি পাবে।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।
(খ) 254.6115 বর্গ সে.মি.
(গ) 7.4310 সে.মি.

১০ একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমির $\frac{11}{12}$ অংশ থেকে 6 সে.মি. কম এবং অতিভুজ ভূমির $\frac{4}{3}$ অংশ থেকে 3 সে.মি. কম।

ক. ভূমি x হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. ত্রিভুজটির ভূমি 12 সে.মি. হলে এর পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক. ত্রিভুজের ভূমি x সে.মি. হলে পাই,

$$\text{লম্ব} = (\text{ভূমির } \frac{11}{12} \text{ অংশ} - 6) \text{ সে.মি.}$$

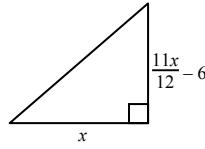
$$= \left(\frac{11x}{12} - 6 \right) \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \left(\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{লম্ব} \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times x \times \left(\frac{11x}{12} - 6 \right) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{x}{2} \times \frac{11x - 72}{12} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{x(11x - 72)}{24} \text{ বর্গ সে.মি.}$$



খ. শর্তানুসারে, অতিভুজ = (ভূমির $\frac{4}{3}$ অংশ - 3) সে.মি. = $\left(\frac{4x}{3} - 3 \right)$ সে.মি.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{4x}{3} - 3 \right)^2 = \left(\frac{11x}{12} - 6 \right)^2 + x^2$$

$$\text{বা, } \frac{(4x - 9)^2}{9} = \frac{(11x - 72)^2}{144} + x^2$$

$$\text{বা, } \frac{(4x - 9)^2}{9} = \frac{(11x)^2 - 2 \cdot 11x \cdot 72 + (72)^2}{144} + x^2$$

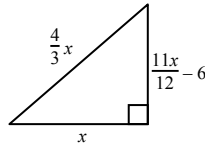
$$\text{বা, } \frac{(4x - 9)^2}{9} = \frac{121x^2 - 1584x + (72)^2 + 144x^2}{144}$$

$$\text{বা, } \frac{(4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 9 + 9^2}{1} = \frac{265x^2 - 1584x + 5184}{16}$$

$$\text{বা, } 16(16x^2 - 72x + 81) = 265x^2 - 1584x + 5184$$

$$\text{বা, } 256x^2 - 1152x + 1296 = 265x^2 - 1584x + 5184$$

$$\text{বা, } 256x^2 - 265x^2 - 1152x + 1584x + 1296 - 5184 = 0$$



$$\text{বা, } -9x^2 + 432x - 3888 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 48x + 432 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 36x - 12x + 432 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 36) - 12(x - 36) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 36)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 36 \text{ অথবা } x = 12$$

ভূমির দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. অথবা 12 সে.মি.

গ. ত্রিভুজের ভূমি 12 সে.মি. হলে,

$$\text{লম্ব} = \left(\frac{11 \times 12}{12} - 6 \right) \text{ সে.মি.} = (11 - 6) \text{ সে.মি.} = 5 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অতিভুজ} = \left(\frac{4 \times 12}{3} - 3 \right) \text{ সে.মি.} = (16 - 3) \text{ সে.মি.} = 13 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজের পরিসীমা} = (12 + 5 + 13) \text{ সে.মি.} = 30 \text{ সে.মি.}$$

শর্তমতে, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = 30 সে.মি.

যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুই সমান, সুতরাং সমবাহু ত্রিভুজের

$$\text{এক বাহুর দৈর্ঘ্য} = \frac{30}{3} \text{ সে.মি.} = 10 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{এক বাহুর দৈর্ঘ্য})^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10)^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 100 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 25\sqrt{3} \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$