ত্রয়োদশ অধ্যায়

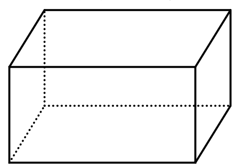
ঘন জ্যামিতি

অনুশীলনী - ১৩

ঘনবস্তু: সমতল অথবা বক্রতল দ্বারা বেষ্টিত শূন্যের কিছুটা স্থান দখল করে থাকে এরূপ বস্তুকে ঘনবস্তু (Solid) বলা হয়। সমতলস্থ কোনো স্থানকে বেষ্টন করতে হলে যেমন, কমপক্ষে তিনটি সরল রেখা দরকার তেমনি জাগতিক কোনো স্থানকে বেষ্টন করতে হলে অন্তত চারটি সমতল দরকার। এই তলগুলো ঘনবস্তুর তল বা পৃষ্ঠতল (Surface) এবং এদের দুটি সমতল যে রেখায় ছেদ করে, তাকে ঐ ঘনবস্তুর ধার (Edge) বলা হয়।
একটি বাক্সের বা একখানা ইটের ছয়টি পৃষ্ঠতল আছে এবং বারটি ধার আছে। একটি ক্রিকেট বল মাত্র একটি বক্রতল দ্বারা আবদ্ধ।

বিভিন্ন প্রকারের ঘনবস্তু:

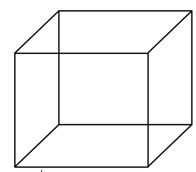
আয়তাকার ঘনবস্তু: তিন জোড়া সমান্তরাল আয়তাকার সমতল বা পৃষ্ঠ দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলে।



আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b ও উচ্চতা c হলে,

1. আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
2. আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ac + bc + ca)$
3. আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= abc$

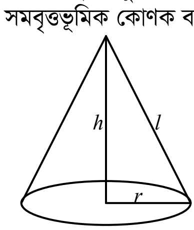
ঘনক: আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে, তাকে ঘনক বলে।



ঘনকের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a হলে,

1. ঘনকের কর্ণ $= a\sqrt{3}$
2. ঘনকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$
3. ঘনকের আয়তন $= a^3$

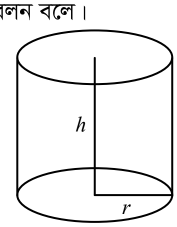
কোণক: কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যেকোনো একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক কোণক বলে।



কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r, উচ্চতা h, হেলানো উচ্চতা l হলে

1. কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl = \pi r\sqrt{h^2 + r^2}$
2. কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$
3. কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

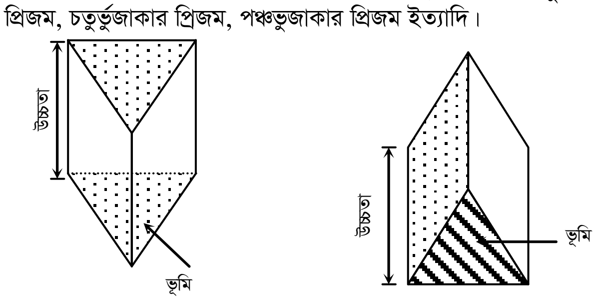
বেলন/ সিলিন্ডার: কোনো আয়তক্ষেত্রের যেকোনো বাহুকে অক্ষ ধরে আয়তক্ষেত্রটিকে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু সৃষ্টি হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক বেলন বলে।



বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,

1. বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$
2. বেলনের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$
3. বেলনের আয়তন $= \pi r^2 h$

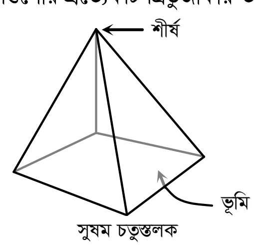
প্রিজম: যে ঘনবস্তুর দুই প্রান্ত সর্বসম ও সমান্তরাল বহুভুজ দ্বারা আবদ্ধ এবং অন্যান্য তলগুলো সামান্তরিক তাকে প্রিজম বলে। ভূমির তলের নামের উপর নির্ভর করে প্রিজমের নামকরণ করা হয়। যেমন: ত্রিভুজাকার প্রিজম, চতুর্ভুজাকার প্রিজম, পঞ্চভুজাকার প্রিজম ইত্যাদি।



প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2$(ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বগুলোর ক্ষেত্রফল
$= 2$(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

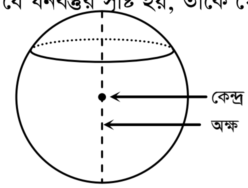
প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

পিরামিড : বহুভুজের উপর অবস্থিত যে ঘনবস্তুর একটি শীর্ষবিন্দু থাকে এবং যার পার্শ্বতলগুলোর প্রত্যেকটি ত্রিভুজাকার তাকে পিরামিড বলে।



1. সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল
2. পিরামিডের পার্শ্বতলের সর্বসম ত্রিভুজ হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
   = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$(ভূমির পরিধি $\times$ হেলানো উচ্চতা)
3. আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

গোলক: কোনো অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ ধরে অর্ধবৃত্তটিকে ঐ ব্যাসের চারদিকে গোরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তাকে গোলক বলে।

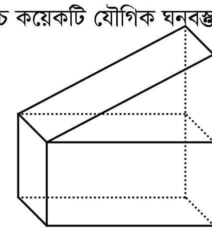


গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে,

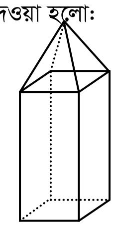
1. গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$
2. গোলকের এর আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$
3. কেন্দ্র হতে h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2 - h^2}$

যৌগিক ঘনবস্তু: দুইটি ঘনবস্তুর সমন্বয়ে গঠিত ঘনবস্তুকে যৌগিক ঘনবস্তু বলে। নিচে কয়েকটি যৌগিক ঘনবস্তুর চিত্র দেওয়া হলো:

ক্যাপসুল



আয়তাকার ঘনবস্তু + পিরামিড



আয়তাকার ঘনবস্তু + পিরামিড

অনুশীলনীর সমাধান

১ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., প্রস্থ 4 সে.মি. এবং উচ্চতা 3 সে.মি.। এর কর্ণ কত?

(ক) $5\sqrt{2}$ সে.মি. (খ) 25 সে.মি.
(গ) $25\sqrt{2}$ সে.মি. (ঘ) 50 সে.মি.

উত্তর: (ক) $5\sqrt{2}$ সে.মি.

ব্যাখ্যা: আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a, b ও c হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$\therefore$ ঘনবস্তুটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{25 + 16 + 9}$ সে.মি. $= \sqrt{50}$ সে.মি. $= 5\sqrt{2}$ সে.মি.

২ কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ভিন্ন অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং 3 সে.মি.। ত্রিভুজটিকে বৃহত্তর বাহুর চর্তুর্দিকে ঘোরালে-

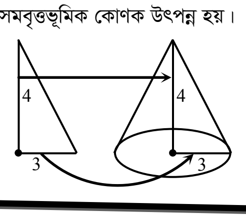
i. উৎপন্ন ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক হবে
ii. ঘনবস্তুটি একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার হবে
iii. উৎপন্ন ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল হবে 9π বর্গ সে.মি.

ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: **(i)নং সঠিক:** কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে সমবৃত্তভূমিক কোণক উৎপন্ন হয়।



দৃষ্টি আকর্ষণ: অতিভুজ একটি ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু। তাই তোমাদের মনে হতে পারে প্রশ্নে বৃহত্তম বাহু অর্থাৎ অতিভুজের চারদিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরানোর কথা বলা হয়েছে। কিন্তু প্রশ্নে **বৃহত্তম** শব্দটি উল্লেখ করা হয়নি, বরং **'বৃহত্তর'** শব্দটি উল্লেখ করা হয়েছে। তাই প্রশ্নে প্রদত্ত দুই বাহুর মধ্যে **বৃহত্তর** বাহুর চারদিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুটি উৎপন্ন হয় তা দিয়ে সমস্যাটি সমাধান করতে হবে। উল্লেখ্য, **বৃহত্তর** শব্দটি- দুইটি বিষয়ের মধ্যে তুলনা বোঝাতে ব্যবহৃত হয়। **বৃহত্তম** শব্দটি-দুইয়ের অধিক বিষয়ের মধ্যে তুলনা বোঝাতে ব্যবহৃত হয়।

(ii)নং সঠিক নয়: কারণ আয়তক্ষেত্রকে ঘুরালে সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার পাওয়া যাবে। প্রদত্ত প্রশ্নে সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুকে ঘোরানোর কথা বলা হয়েছে।

(iii)নং সঠিক: বৃহত্তর বাহুর 4 সে.মি. এর চতুর্দিকে ঘোরালে যে কোণক উৎপন্ন হবে এর উচ্চতা হবে, $h = 4$ সে.মি. ও ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 3$ সে.মি.।

অতএব, কোণকটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= \pi \times 3^2$ বর্গ সে.মি.

$= 9\pi$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ সঠিক উত্তর i ও iii

■ **নিম্নের তথ্যের আলোকে ৩ ও ৪ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও।**

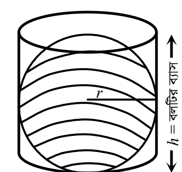
2 সে.মি. ব্যাসের একটি গোলক আকৃতির বল একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়।

৩ সিলিন্ডারটির আয়তন কত?

(ক) 2π ঘন সে.মি. (খ) 4π ঘন সে.মি.
(গ) 6π ঘন সে.মি. (ঘ) 8π ঘন সে.মি.

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: 2 সে.মি. ব্যাসের একটি গোলক আকৃতির বল একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। সুতরাং সিলিন্ডার আকৃতির বাক্সটির উচ্চতা হবে বলটির ব্যাসের সমান এবং ব্যাসার্ধ হবে বলটির ব্যাসার্ধের সমান। (চিত্রে দ্রষ্টব্য)



$\therefore$ বাক্সটির উচ্চতা $h = 2$ সে.মি. এবং ব্যাসার্ধ $= \frac{1}{2} \times 2 = 1$ সে.মি.

$\therefore$ বাক্সের আয়তন $= \pi r^2 h = \pi \times 1^2 \times 2$ ঘন সে.মি. $= 2\pi$ ঘন সে.মি

৪ সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত?

(ক) $\frac{\pi}{3}$ ঘন সে.মি. (খ) $\frac{2\pi}{3}$ ঘন সে.মি.
(গ) $\frac{4\pi}{3}$ ঘন সে.মি. (ঘ) $\frac{3\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: ৩নং এর ব্যাখ্যা থেকে পাই, বাক্সের আয়তন $= 2\pi$ ঘন সে.মি.

এখন বলের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 1^3$ ঘন সে.মি. $= \frac{4\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

অনধিকৃত অংশের আয়তন = বাক্সের আয়তন – বলের আয়তন

$\therefore$ অনধিকৃত অংশের আয়তন $= \left(2\pi - \frac{4\pi}{3}\right)$ ঘন সে.মি.

$= \frac{6\pi - 4\pi}{3}$ ঘন সে.মি. $= \frac{2\pi}{3}$ ঘন সে.মি.

■ নিম্নের তথ্যের ভিত্তিতে ৫ ও ৬ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও।
6 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব কঠিন গোলককে গলিয়ে 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার তৈরি করা হলো।

৫ উৎপন্ন সিলিন্ডারটির উচ্চতা কত?
(ক) 4 সে.মি. (খ) 6 সে.মি. (গ) 8 সে.মি. (ঘ) 12 সে.মি.

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: যেহেতু গোলক গলিয়ে সিলিন্ডার তৈরি করা হয়েছে। তাই গোলকের আয়তন সিলিন্ডারের আয়তনের সমান।

গোলকের ব্যাস 6 সে.মি.; $\therefore$ ব্যাসার্ধ $r = \frac{6}{2}$ সে.মি. = 3 সে.মি.

$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3$ ঘন সে.মি.$= 36\pi$ ঘন সে.মি.

ধরি, সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারটির উচ্চতা h সে.মি.

$\therefore$ সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারটির আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\pi r^2 h = 36\pi$

বা, $(3)^2 h = 36 \quad \therefore h = \frac{36}{9} = 4$

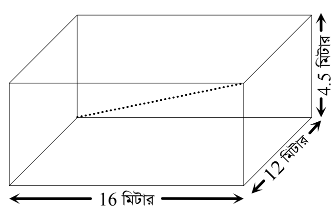
৬ সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
(ক) 24π (খ) 42π (গ) 72π (ঘ) 96π
(ক্যালকুলেটর ব্যবহার করা যাবে। প্রয়োজনে $\pi = 3.1416$ ধরতে হবে।)

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$
$= 2 \times \pi \times 3 \times 4 = 24\pi$ বর্গ সে.মি.

৭ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 16 মি., 12 মি. ও 4.5 মিটার। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:



দেওয়া আছে, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 16$ মিটার
প্রস্থ $b = 12$ মিটার
এবং উচ্চতা $c = 4.5$ মিটার

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল
$= 2(ab + bc + ca)$
$= 2(16 \times 12 + 12 \times 4.5 + 4.5 \times 16)$ বর্গমিটার
$= 2(192 + 54 + 72)$ বর্গমিটার
$= 636$ বর্গমিটার

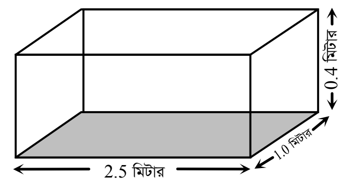
আমরা জানি,
আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$= \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2}$ মিটার
$= \sqrt{256 + 144 + 20.25}$ মিটার
$= \sqrt{420.25}$ মিটার
$= 20.5$ মিটার

আমরা জানি, আয়তকার ঘনবস্তুর আয়তন $= abc$
$= (16 \times 12 \times 4.5)$ ঘনমিটার
$= 864$ ঘনমিটার।

উত্তর: আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও আয়তন যথাক্রমে 636 বর্গমিটার, 20.5 মিটার ও 864 ঘনমিটার।

৮ ভূমির ওপর অবস্থিত 2.5 মিটার দৈর্ঘ্য ও 1 মিটার প্রস্থবিশিষ্ট (অভ্যন্তরীণ পরিমাপ) একটি আয়তাকার জলাধারের উচ্চতা 0.4 মিটার হলে, এর আয়তন এবং অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:



দেওয়া আছে, আয়তাকার জলাধারের, দৈর্ঘ্য $a = 2.5$ মিটার
প্রস্থ $b = 1.0$ মিটার
উচ্চতা $c = 0.4$ মিটার

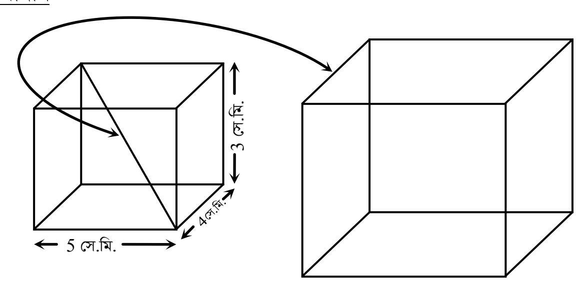
আমরা জানি, আয়তাকার জলাধারের আয়তন $= abc$
$= 2.5 \times 1.0 \times 0.4$ ঘনমিটার
$= 1$ ঘনমিটার

আবার, আয়তাকারের জলাধারের অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল
$= 2(ab + bc + ca)$
$= 2(2.5 \times 1.0 + 1.0 \times 0.4 + 0.4 \times 2.5)$ বর্গমিটার
$= 2(2.5 + 0.4 + 1.00)$ বর্গমিটার
$= 7.8$ বর্গমিটার

উত্তর: আয়তাকার জলাধারের আয়তন 1 ঘনমিটার এবং অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল 7.8 বর্গমিটার।

৯ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো 5 সে.মি., 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. হলে, এর কর্ণের সমান ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:



দেওয়া আছে, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, $a = 5$ সে.মি.
প্রস্থ, $b = 4$ সে.মি.
এবং উচ্চতা, $c = 3$ সে. মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$= \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{25 + 16 + 9}$ সে.মি.
$= \sqrt{50}$ সে.মি.

$\therefore$ প্রশ্নমতে ঘনকের ধার, $a = \sqrt{50}$ সে.মি.

আমরা জানি, ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$
$= 6(\sqrt{50})^2$ বর্গ সে.মি.
$= 6 \times 50$ বর্গ সে.মি.
$= 300$ বর্গ সে.মি.

উত্তর: ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 300 বর্গ সে.মি.

১০ 70 জন ছাত্রের জন্য এরূপ একটি হোস্টেল নির্মাণ করতে হবে যাতে প্রত্যেক ছাত্রের জন্য 4.25 বর্গমিটার মেঝে ও 13.6 ঘনমিটার শূন্যস্থান থাকে। ঘরটি 34 মিটার লম্বা হলে, এর প্রস্থ ও উচ্চতা কত হবে?

সমাধান: দেওয়া আছে,
1 জন ছাত্রের জন্য প্রয়োজনীয় বরাদ্দ = 4.25 বর্গমিটার মেঝে
$\therefore$ 70 জন ছাত্রের জন্য প্রয়োজনীয় বরাদ্দ $= (4.25 \times 70)$ বর্গ মি. মেঝে
$= 297.50$ বর্গ মি. মেঝে

আমরা জানি, ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

বা, প্রস্থ = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$

বা, প্রস্থ = $\frac{297.5}{34}$ মিটার [∵ দৈর্ঘ্য = 34 মিটার]

∴ প্রস্থ = 8.75 মিটার

∴ ঘরটির প্রস্থ 8.75 মিটার

আবার, 1 জন ছাত্রের জন্য শূন্যস্থান প্রয়োজন = 13.6 ঘনমিটার

∴ 70 জন ছাত্রের জন্য শূন্যস্থান প্রয়োজন = (13.6 × 70) ”
= 952 ঘনমিটার

সুতরাং 70 জন ছাত্রের জন্য 952 ঘনমিটার আয়তনের ঘরের প্রয়োজন।

আমরা জানি, ঘরের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

বা, উচ্চতা = $\frac{\text{ঘরের আয়তন}}{\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}}$

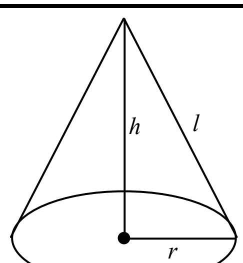
বা, উচ্চতা = $\frac{952}{34 \times 8.75}$ মিটার

বা, উচ্চতা = 3.2 মিটার

উত্তর: প্রস্থ = 8.75 মিটার ; উচ্চতা = 3.2 মিটার

১১ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধানঃ



দেওয়া আছে, সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি. এবং
ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 6$ সে.মি.

আমরা জানি, কোণকের হেলানো বাহুর উচ্চতা $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{8^2 + 6^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{100}$ সে.মি.
$= 10$ সে.মি.

আমরা জানি,

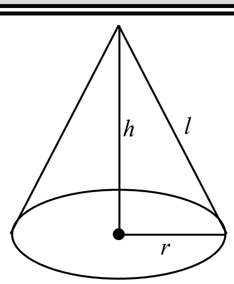
কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r\,(l + r)$
$= 3.1416 \times 6 \times (10 + 6)$ বর্গ সে.মি.
$= 301.5936$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (6)^2 \times 8$ ঘন সে.মি.
$= 301.5936$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: কোণকের সমগ্রতল = 301.5936 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং
আয়তন = 301.5936 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

১২ একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 24 সে.মি. এবং আয়তন 1232 ঘন সে.মি.। এর হেলানো উচ্চতা কত?

সমাধানঃ



দেওয়া আছে, কোণকের উচ্চতা $h = 24$ সে.মি.

∴ ভূমিতলের ব্যাসার্ধ $r = ?$

আমরা জানি, কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 1232$

বা, $\frac{1}{3} \times 3.1416 \times r^2 \times 24 = 1232$

বা, $r^2 = \frac{1232 \times 3}{24 \times 3.1416}$
$= 49.0196$

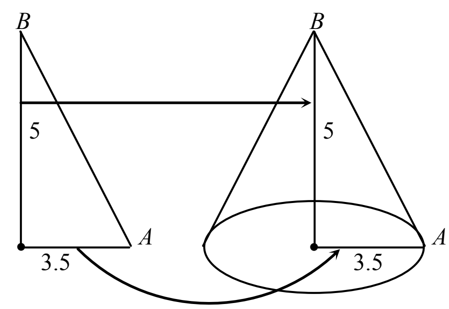
∴ $r = 7.0014$ সে.মি.

এখন, কোণকের হেলানো উচ্চতা $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{(24)^2 + (7.0014)^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{576 + 49.0196}$ সে.মি.
$= \sqrt{625.0196}$ সে.মি.
$= 25$ সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: কোণকের হেলান উচ্চতা 25 সে.মি. (প্রায়)

১৩ কোনো সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং 3.5 সে.মি। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তার আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধানঃ



দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুই বাহু যথাক্রমে 5 সে.মি. এবং 3.5 সে.মি.

এখানে, সমকোণী ত্রিভুজের 5 সে.মি. বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে 3.5 সে.মি. ব্যাসার্ধ এবং 5 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।

অর্থাৎ, কোণটির উচ্চতা, $h = 5$ সে.মি. এবং ব্যাসার্ধ, $r = 3.5$ সে.মি.

আমরা জানি,

কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (3.5)^2 \times 5$ ঘন সে.মি.
$= 64.14$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তরঃ কোণকের আয়তন 64.14 ঘন সে.মি. (প্রায়)

১৪ 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ $r = 6$ সে.মি.

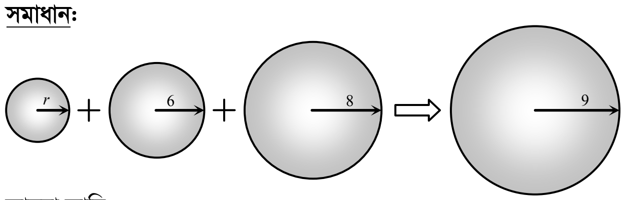
আমরা জানি, গোলকের পৃষ্ঠতলের = $4\pi r^2$
$= 4 \times 3.1416 \times (6)^2$ বর্গ সে.মি.
$= 452.39$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

আবার, গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6)^3$ ঘন সে.মি.
$= 904.8$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: গোলকের পৃষ্ঠতল = 452.39 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং
আয়তন = 904. 8 ঘন সে.মি. (প্রায়)

১৫ **6, 8 ও r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি কঠিন কাঁচের বল গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হলো। r এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান:



আমরা জানি,

কোনো গোলাকের ব্যাসার্ধ x হলে ইহার আয়তন $= \frac{4}{3}\pi x^3$

যেহেতু 6, 8 ও r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলক তিনটিকে গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধের নতুন গোলক প্রস্তুত করা হলো সেহেতু 6, 8 ও r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলক তিনটির আয়তনের সমষ্টি 9 সে.মি. ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তনের সমান হবে।

শর্তানুসারে, $\frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(9)^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi(6^3 + 8^3 + r^3) = \frac{4}{3}\pi(9)^3$

বা, $6^3 + 8^3 + r^3 = 9^3$ [উভয়পক্ষকে $\frac{4}{3}\pi$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $216 + 512 + r^3 = 729$

বা, $r^3 = 729 - 728$

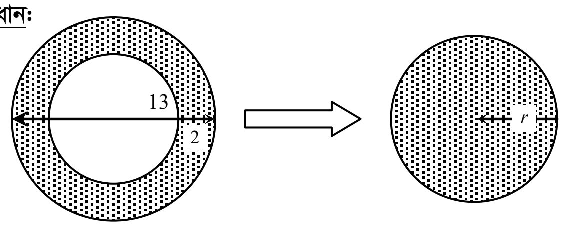
বা, $r^3 = 1$

$\therefore r = 1$

উত্তর: r এর মান 1

১৬ **একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.। ঐ গোলকে ব্যবহৃত লোহা দিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলো। তার ব্যাস কত হবে?**

সমাধান:



ফাঁপা গোলক নিরেট গোলক

ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.

গোলকের বাইরের বা সম্পূর্ণ গোলকের ব্যাসার্ধ $= \frac{13}{2}$ সে.মি.= 6.5 সে.মি.

গোলকের ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ বা অন্তঃব্যাসার্ধ = (6.5 – 2) সে.মি.
= 4.5 সে.মি.

$\therefore$ ফাঁপা অংশের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(4.5)^3$ ঘন সে.মি.

এবং গোলকটির মোট আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6.5)^3$ ঘন সে.মি.

এখন, নিরেট লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ, r হলে উহার আয়তন হবে $\frac{4}{3}\pi r^3$

যেহেতু ফাঁপা লোহার গোলকের বেধটুকুতে ব্যবহৃত লোহা দিয়ে নিরেট গোলক তৈরি করা হয়। সেহেতু উক্ত গোলকের লোহার অংশটুকুর আয়তনের সমান হবে নিরেট গোলকের আয়তন।

$\therefore \frac{4}{3}\pi(6.5)^3 - \frac{4}{3}\pi(4.5)^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $(6.5)^3 - (4.5)^3 = r^3$ [$\frac{4}{3}\pi$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $274.625 - 91.125 = r^3$

বা, $r^3 = 183.5$

$\therefore r = 5.6826$

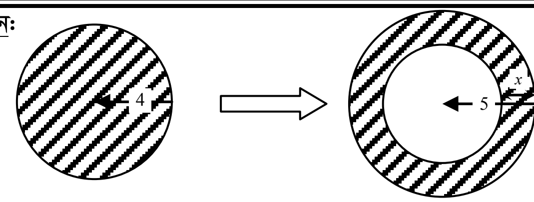
সুতরাং গোলকের ব্যাসার্ধ $r = 5.6826$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নিরেট লোহার গোলকের ব্যাস $= 2r$
$= (2 \times 5.6826)$ সে.মি. (প্রায়)
$= 11.37$ সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: নিরেট গোলকের ব্যাস 11.37 সে.মি.

১৭ **4 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 5 সে.মি. বহির্ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হলো। দ্বিতীয় গোলকটি কত পুরু?**

সমাধান:



নিরেট গোলক ফাঁপা গোলক

দেওয়া আছে, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. এবং
ফাঁপা গোলকের বহিঃব্যাসার্ধ 5 সে.মি.।

ধরি, ফাঁপা গোলকটির পুরুত্ব x সে.মি.।

$\therefore$ ফাঁপা গোলকের অন্তঃব্যাসার্ধ $= (5 - x)$ সে.মি.।

সুতরাং, 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(4)^3$ ঘন সে.মি.

5 সে.মি. ব্যাসার্ধের ফাঁপা গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(5)^3$ ঘন সে.মি.

এবং ফাঁপা গোলকের ভেতরের ফাঁপা অংশের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(5-x)^3$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ ফাঁপা গোলকে ব্যবহৃত নিরেট লোহার আয়তন

$= \frac{4}{3}\pi(5)^3 - \frac{4}{3}\pi(5-x)^3$ ঘন সে.মি.

এখন, যেহেতু নিরেট গোলকটি গলিয়ে ফাঁপা গোলকটি তৈরি করা হয়েছে সেহেতু নিরেট গোলকের লোহার আয়তন, ফাঁপা গোলকের লোহার আয়তনের সমান হবে।

শর্তানুসারে, $\frac{4}{3}\pi(5)^3 - \frac{4}{3}\pi(5-x)^3 = \frac{4}{3}\pi(4)^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi\{5^3 - (5-x)^3\} = \frac{4}{3}\pi(4)^3$

বা, $125 - (5-x)^3 = 64$; [উভয়পক্ষকে $\frac{4}{3}\pi$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(5-x)^3 = 61$

বা, $5 - x = 3.93649$; [ঘনমূল করে]

বা, $x = 5 - 3.93649$

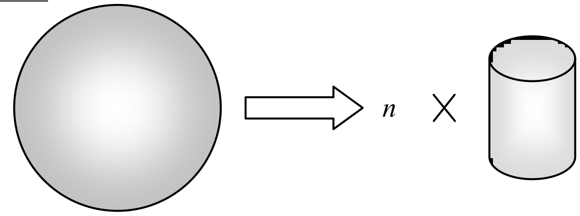
$\therefore x = 1.0635$

$\therefore$ গোলকটির পুরুত্ব 1.06 সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: দ্বিতীয় গোলকটি 1.06 সে.মি. (প্রায়) পুরু।

১৮ **একটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। এর লোহা থেকে 8 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 6 সে.মি. ব্যাসের কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে?**

সমাধান:



দেওয়া আছে, লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.

$\therefore$ নিরেট গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6)^3$ ঘন সে.মি.

$= \frac{4}{3}\pi \times 216$ ঘন সে.মি.

$= 288\pi$ ঘন সে.মি.

আবার, নিরেট সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. এবং ব্যাসার্ধ $\frac{6}{2}$ সে.মি. = 3 সে.মি.

$\therefore$ নিরেট সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi \times (3)^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= \pi \times 9 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 72\pi$ ঘন সে.মি.

যেহেতু নিরেট লোহার গোলক হতে নিরেট সিলিন্ডার তৈরি হয় সেহেতু সিলিন্ডারের সমূহের আয়তন গোলকের আয়তনের সমান হবে।

মনে করি, লোহার নিরেট গোলক হতে n সংখ্যক নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে।

$\therefore$ n টি সিলিন্ডারের আয়তন = গোলকের আয়তন

বা, $n \times 72\pi = 288\pi$

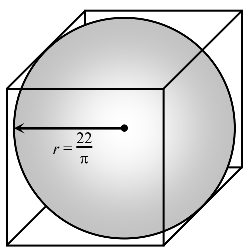
বা, $n = \frac{288\pi}{72\pi} = 4$

$\therefore n = 4$

উত্তর: 4 টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে।

১৯ **$\frac{22}{\pi}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এটে যায়। বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর।**

সমাধান:



দেওয়া আছে, গোলক আকৃতির বলটির ব্যাসার্ধ $= \frac{22}{\pi}$ সে.মি.

$\therefore$ বলটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{22}{\pi}\right)^3$ ঘন সে.মি.।

এখন, যেহেতু ঘনক আকৃতির বাক্সে বলটি ঠিকভাবে এঁটে যায়; সেহেতু ঘনকটির ধার হবে বলটির ব্যাসের সমান।

$\therefore$ ঘনকটির ধার $= 2 \times \frac{22}{\pi} = \frac{44}{\pi}$ সে.মি.

সুতরাং ঘনকাকৃতির বাক্সের আয়তন $= \left(\frac{44}{\pi}\right)^3$ ঘন সে.মি.

সুতরাং বাক্সের অনধিকৃত অংশের আয়তন

$= \left(\frac{44}{\pi}\right)^3 - \frac{4}{3}\pi\left(\frac{22}{\pi}\right)^3$ ঘন সে.মি.

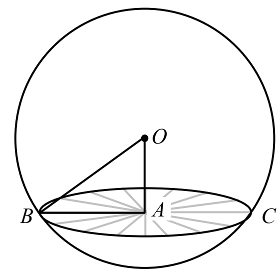
$= (2747.3147 - 1438.4906)$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

$= 1308.82$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: বাক্সের অনধিকৃত অংশের আয়তন 1308.82 ঘন সে.মি. (প্রায়)

২০ **13 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের কেন্দ্র থেকে 12 সে.মি. দূরবর্তী কোনো বিন্দুর মধ্য দিয়ে ব্যাসের ওপর লম্ব সমতল গোলকটিকে ছেদ করে। উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

সমাধান:



মনে করি, উৎপন্ন সমতল বৃত্তটির কেন্দ্র A, ব্যাসার্ধ AB বা AC এবং গোলকের ব্যাসার্ধ $OB = r = 13$ সে.মি.।

গোলকটির কেন্দ্র হতে তলচ্ছেদ উৎপন্ন বৃত্তের কেন্দ্রের লম্ব দূরত্ব,

$OA = h = 12$ সে.মি.।

চিত্রানুসারে, $OA^2 + AB^2 = OB^2$

বা, $AB^2 = OB^2 - OA^2$

$\therefore AB = \sqrt{r^2 - h^2}$

$= \sqrt{(13)^2 - (12)^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{169 - 144}$ সে.মি.

$= \sqrt{25}$ সে.মি.

$= 5$ সে.মি.

$\therefore$ তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তাকার তলের ক্ষেত্রফল $= \pi \times AB^2$

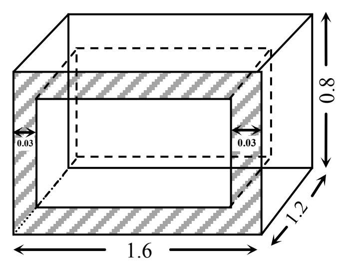
$= \pi \times 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 78.54$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: উৎপন্ন বৃত্তাকার তলটির ক্ষেত্রফল 78.54 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

২১ **একটি ঢাকনাযুক্ত কাঠের বাক্সের বাইরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 1.6 মি. ও 1.2 মি., উচ্চতা 0.8 মি. এবং এর কাঠ 3 সে.মি. পুরু। বাক্সটির ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 14.44 টাকা হিসাবে বাক্সের ভিতর রং করতে কত খরচ হবে?**

সমাধান:



বাক্সটি 3 সে.মি. বা 0.03 মিটার পুরু।

সুতরাং, বাক্সটির ভেতরের তলের দৈর্ঘ্য, $a = (1.6 - 0.03 \times 2)$ মি = 1.54 মি.

প্রস্থ, $b = (1.2 - 0.03 \times 2)$ মি = 1.14 মি.

এবং উচ্চতা, $c = (0.8 - 0.03 \times 2)$ মি = 0.74 মি.

বাক্সটির ভেতরের অংশের গঠন একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর অনুরূপ।

আমরা জানি, কোনো আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ca)$

$\therefore$ বাক্সটির ভেতরের তলের ক্ষেত্রফল

$= 2\{(1.54 \times 1.14) + (1.14 \times 0.74) + (0.74 \times 1.54)\}$ বর্গ মি.

$= 7.4776$ বর্গ মি.

এখন, বাক্সটির ভেতরের তল রং করতে প্রতি বর্গ মিটার খরচ হয় 14.44 টাকা

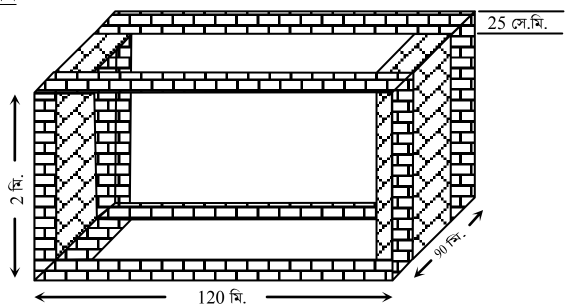
$\therefore$ 7.4776 বর্গ মিটারে খরচ হয় $= (7.4776 \times 14.44)$ টাকা

$= 107.98$ টাকা

উত্তর: তলের ক্ষেত্রফল 7.4776 বর্গ মি. (প্রায়) এবং খরচ পড়বে 107.98 টাকা (প্রায়)।

২২ 120 মি. দৈর্ঘ্য ও 90 মি. প্রস্থ (বহির্মাপ) বিশিষ্ট আয়তাকার বাগানের চতুর্দিকে 2 মি. উচ্চ ও 25 সে.মি. পুরু প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য 12.5 সে.মি. প্রস্থ এবং 8 সে.মি. বেধবিশিষ্ট কতগুলো ইট লাগবে?

সমাধান:



দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য, $A = 120$ মিটার
বাগানের প্রস্থ, $B = 90$ মিটার
প্রাচীর উচ্চতা, $h = 2$ মিটার
প্রাচীরের পুরুত্ব, $d = 25$ সে.মি. $= 0.25$ মিটার
প্রতিটি ইটের দৈর্ঘ্য, $a = 25$ সে.মি. $= 0.25$ মিটার
প্রতিটি ইটের প্রস্থ, $b = 12.5$ সে.মি. $= 0.125$ মিটার
প্রতিটি ইটের উচ্চতা, $c = 8$ সে.মি. $= 0.08$ মিটার
প্রাচীর ছাড়া বাগানের দৈর্ঘ্য $= (A - 2d) = (120 - 2 \times 0.25)$ মিটার
$= 119.5$ মিটার
প্রাচীর ছাড়া বাগানের প্রস্থ $= (B - 2d)$
$= (90 - 2 \times 0.25)$ মিটার
$= 89.5$ মিটার
প্রাচীর ছাড়া বাগানের আয়তন $= (119.5 \times 89.5 \times 2)$ ঘন মিটার
$= 21390.5$ ঘন মিটার
আবার, প্রাচীরসহ বাগানের আয়তন $= (120 \times 90 \times 2)$ ঘন মিটার
$= 21600$ ঘন মিটার
$\therefore$ প্রাচীরের আয়তন $= (21600 - 21390.5)$ ঘন মিটার
$= 209.5$ ঘন মিটার
প্রতিটি ইটের আয়তন $= abc$
$= 0.25 \times 0.125 \times 0.08$ ঘন মিটার
$= 0.0025$ ঘন মিটার
মনে করি, প্রাচীরের মোট n টি ইট লাগে।
তাহলে প্রাচীরের মোট আয়তন $= n$ সংখ্যক ইটের আয়তন
$= n \times 0.0025$ ঘনমিটার
প্রশ্নমতে, $n \times 0.0025 = 209.5$
বা, $n = \dfrac{209.5}{0.0025}$
$\therefore n = 83800$
উত্তর: ইটের সংখ্যা 83800 টি।

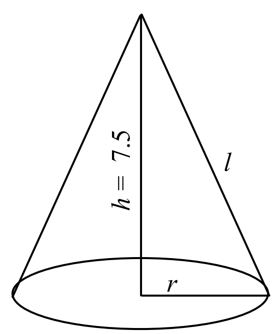
২৩ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং এর আয়তন 2304 ঘন সে.মি.। প্রতি বর্গসেন্টিমিটারে 10 টাকা হিসেবে ঐ বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে 1920 টাকা খরচ হলে, ঐ বস্তুর মাত্রাগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান: আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3
মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $= 4x$ সে.মি. এবং প্রস্থ $= 3x$ সে.মি.
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= (4x \times 3x)$ বর্গ সে.মি.
$= 12x^2$ বর্গ সে.মি.

যেহেতু প্রতি বর্গ সে.মি. 10 টাকা হিসেবে বস্তুটির তলায় সীসার প্রলেপ দিতে মোট খরচ হয় 1920 টাকা
$\therefore$ আয়তাকার তলের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1920}{10}$ বর্গ সে.মি. $= 192$ বর্গ সে.মি.
প্রশ্নমতে, $12x^2 = 192$
বা, $x^2 = \dfrac{192}{12}$
বা, $x^2 = 16$
$\therefore x = 4$ সে.মি. [$\because x$ ধনাত্মক রাশি]
$\therefore$ আয়তাকার ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য $= (4 \times 4)$ সে.মি. $= 16$ সে.মি.
এবং প্রস্থ $= (3 \times 4)$ সে.মি. $= 12$ সে.মি.
আবার, আয়তাকার বস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা
বা, 2304 = ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
বা, $2304 = 192 \times$ উচ্চতা
বা, উচ্চতা $= \dfrac{2304}{192}$
$\therefore$ উচ্চতা $= 12$ সে.মি.
উত্তর: দৈর্ঘ্য 16 সে.মি., প্রস্থ 12 সে.মি. এবং উচ্চতা 12 সে.মি.

২৪ কোণক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা 7.5 মিটার। এই তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কী পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে?

সমাধান:

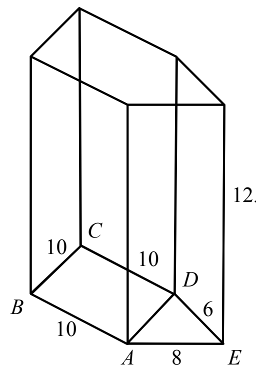


ক্যানভাসের পরিমাণ নির্ণয়: জমির ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। অতএব কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার
ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ $= r$ মি.
$\therefore$ কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ মি.
প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 2000$
বা, $r^2 = \dfrac{2000}{\pi}$
বা, $r^2 = 636.6185$
বা, $r = 25.2313$
আমরা জানি,
কোণকের তির্যক বাহুর দৈর্ঘ্য, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{(7.5)^2 + (25.2313)^2}$ মি.
$= 26.3224$ মিটার
মোট ক্যানভাসের পরিমাণ হবে কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান।
$\therefore$ তাঁবুর ক্যানভাসের পরিমাণ $= \pi rl$ বর্গমিটার
$= (3.1416 \times 25.2313 \times 26.3224)$ বর্গমিটার
$= 2086.4885$ বর্গমিটার
উত্তর: ক্যানভাসের পরিমাণ 2086.49 বর্গমিটার।

✉ **মনে রাখবে:** ক্যানভাস মানে তাঁবুতে যে কাপড় ব্যবহার করা হয় তাকে বুঝায়।

২৫ একটি পঞ্চভুজাকার প্রিজমের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 8 সে.মি. এবং অপর তিনটি বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সে.মি., উচ্চতা 12.5 সে.মি.। প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:



আমরা জানি, $ABCDE$ পঞ্চভুজের তিনটি বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. এবং অপর দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. ও 8 সে.মি.।
অর্থাৎ $AB = BC = CD = 10$ সে.মি. $AE = 8$ সে.মি. $DE = 6$ সে.মি.
$\therefore$ পঞ্চভুজাকার প্রিজমটির ভূমি $ABCD$ বর্গ এবং ΔADE এর সমন্বয়ে গঠিত।
$ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (10)^2$ বর্গ সে.মি.
$= 100$ বর্গ সে.মি.
ΔADE-এ, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি., 8 সে.মি. ও 6 সে.মি. যা সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে কারণ, $10^2 = 8^2 + 6^2$

$\therefore$ ΔADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$ বর্গ সে.মি.
$= 24$ বর্গ সে.মি.
$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= (100 + 24) = 124$ বর্গ সে.মি.
প্রিজমের ভূমির পরিসীমা $= (10 \times 3 + 8 + 6)$ সে.মি. $= 44$ সে.মি.
দেওয়া আছে, প্রিজমটির উচ্চতা $= 12.5$ সে.মি.
আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2$(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা
$= (2 \times 124 + 44 \times 12.5)$ বর্গ সে.মি.
$= 798$ বর্গ সে.মি.
এবং প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
$= 124 \times 12.5$ ঘন সে.মি.
$= 1550$ ঘন সে.মি.
উত্তর: 798 বর্গ সে.মি. এবং 1550 ঘন সে.মি.

২৬ 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা 5 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

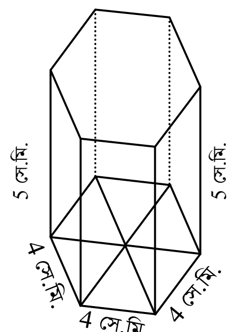
সমাধান: দেওয়া আছে, সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা $= 5$ সে.মি.
আমরা জানি, সুষম ষড়ভুজের বিপরীত কৌণিক বিন্দুগলো সংযোজক রেখাংশ এর প্রতিটি কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ছয়টি ত্রিভুজে বিভক্ত করে। সুষম ষড়ভুজ বলে প্রতিটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি.
$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6$ টি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ (বাহুর দৈর্ঘ্য)^2

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 6\sqrt{3} \times 4$ বর্গ সে.মি.
$= 41.569$ বর্গ সে.মি.
$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= 6 \times 4$ সে.মি.
$\therefore$ প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2$(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা
$= (2 \times 41.569 + 24 \times 5)$ বর্গ সে.মি.
$= (83.138 + 120)$ বর্গ সে.মি.
$= 203.138$ বর্গ সে.মি.
$= 203.14$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)
$\therefore$ প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
$= (41.569 \times 5)$ ঘন সে.মি.
$= 207.845$ ঘন সে.মি.
$= 207.85$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
উত্তর: 203.14 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং 207.85 ঘন সে.মি.

সমাধান (দ্বিতায় পদ্ধাত)



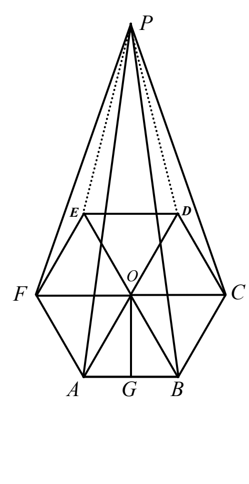
দেওয়া আছে, সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা $= 5$ সে.মি.
প্রিজমটি সুষম ষড়ভুজাকার বলে প্রিজমের ভূমি ষড়ভুজ, যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $= 4$ সে.মি.
আমরা জানি, n বাহু বিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$= n \times \frac{a^2}{4} \cot \frac{180°}{n}$ [যেখানে, a = বাহুর দৈর্ঘ্য]

$\therefore$ ষড়ভুজাকার প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{4^2}{4} \cot \frac{180°}{6}$ বর্গ সে.মি.
$= 6 \times 4 \cot 30°$ বর্গ সে.মি.
$= 41.569$ সে.মি.
প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= 6 \times 4$ সে.মি.
$= 24$ সে.মি.
আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2$(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা
$= (2 \times 41.569 + 24 \times 5)$ বর্গ সে.মি.
$= 203.14$ বর্গ সে.মি.
প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
$= 41.569 \times 5$ ঘন সে.মি.
$= 207.845$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

২৭ 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি, কোনো সুষম ষড়্‌ভুজাকার পিরামিডের ভূমি $ABCDEF$। O, ভূমির বিপরীত কৌণিকবিন্দুগুলোর সংযোজক রেখাংশের ছেদ বিন্দু। সুতরাং O ভূমির কেন্দ্রবিন্দু। OP পিরামিডের উচ্চতা এবং OG ভূমির কেন্দ্রবিন্দু থেকে AB বাহুর উপর লম্বদূরত্ব।
অতএব OG ভূমির অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ।
দেওয়া আছে, সুষম ষড়্‌ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, $AB = a = 6$ সে.মি.
এবং পিরামিডের উচ্চতা, $OP = h = 10$ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের ভূমির পরিধি $= 6a$
$= 6 \times 6$ সে.মি.
$= 36$ সে.মি.

আমরা জানি, সুষম ষড়্‌ভুজের বিপরীত কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখাংশগুলোর পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং ভূমিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ছয়টি সমবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

$\therefore$ উৎপন্ন ΔOAB-এর $OA = AB = OB = a = 6$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\sqrt{3}}{4} a^2$
$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$ বর্গ সে.মি.
$= 9\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের মোট ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times 9\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.
ধরি, $OG \perp AB$ এবং $OG = r$ সে.মি.
তাহলে, $AG = \dfrac{1}{2} AB = \dfrac{6}{2}$ সে.মি. $= 3$ সে.মি.

[$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের যেকোনো শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

আবার, ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2} \times AB \times OG$
বা, $9\sqrt{3} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times r$ বর্গ সে.মি.
বা, $3r = 9\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.
বা, $r = \dfrac{9\sqrt{3}}{3}$
$\therefore r = 3\sqrt{3}$

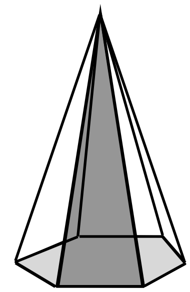
$\therefore$ পিরামিডের পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{(10)^2 + (3\sqrt{3})^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{100 + 27}$ সে.মি.
$= \sqrt{127}$ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \dfrac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি $\times$ হেলানো উচ্চতা)
$= (6 \times 9\sqrt{3} + \dfrac{1}{2} \times 36 \times \sqrt{127})$ বর্গ সে.মি.
$= 296.38$ বর্গ সে.মি.

এবং পিরামিডের আয়তন $= \dfrac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
$= \dfrac{1}{3} \times 6 \times 9\sqrt{3} \times 10$ ঘন সে.মি.
$= 311.77$ ঘন সে.মি.

উত্তর: 296.38 বর্গ সে.মি. এবং 311.77 ঘন সে.মি.

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

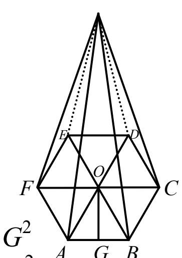


সুষম পিরামিড

দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমি সুষম ষড়্‌ভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. এবং পিরামিডের উচ্চতা, $h = 10$ সে.মি.
আমরা জানি, n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল
$= n \times \dfrac{a^2}{4} \cot \dfrac{180°}{n}$ বর্গ একক [যেখানে, a =বাহুর দৈর্ঘ্য]

$\therefore$ পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times \dfrac{6^2}{4} \cot\left(\dfrac{180°}{6}\right)$ বর্গ সে.মি.
[$\because n = 6$]
$= 6 \times 9 \times \cot 30°$ বর্গ সে.মি.
$= 54\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= (6 \times 6)$ সে.মি. [$\because$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= 6$ সে.মি.]
$= 36$ সে.মি.



আমরা জানি,
সুষম পিরামিডের কেন্দ্র হতে যে কোনো শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব $=$ বাহুর দৈর্ঘ্য
$\therefore OA = 6$ সে.মি.
এবং $AG = \dfrac{6}{2} = 3$ সে.মি.
এখন সমকোণী OGA ত্রিভুজে $OA^2 = OG^2 + AG^2$
বা, $OG^2 = OA^2 - AG^2$
$= 6^2 - 3^2 = 27$

এখন, পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব r হলে $r^2 = OG^2 = 27$
অতএব, ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা $= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
$= \sqrt{(10)^2 + 27}$ সে.মি.
$= \sqrt{127}$ সে.মি.

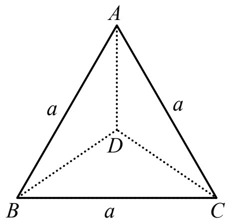
আমরা জানি, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \dfrac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা $\times$ হেলানো উচ্চতা)
$= \left\{54\sqrt{3} + \dfrac{1}{2}(36 \times \sqrt{127})\right\}$ বর্গ সে.মি.
$= 296.38$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

পিরামিডের আয়তন $= \dfrac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
$= \dfrac{1}{3} \times 54\sqrt{3} \times 10$ ঘন সে.মি.
$= 311.77$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: 296.38 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং 311.77 ঘন সে.মি. (প্রায়)

২৮ একটি সুষম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে, ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধানঃ



সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

দেওয়া আছে, একটি সুষম চতুস্তলকের এক ধারের দৈর্ঘ্য $a = 8$ সে.মি.

চিত্রানুসারে, চতুস্তলকটির চারটি পৃষ্ঠ চারটি সমবাহু ত্রিভুজ দ্বারা বেষ্টিত এবং ত্রিভুজ চারটি সর্বসম।

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 8$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 64$ বর্গ সে.মি.

$= 16\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ সুষম চতুস্তলকের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 16\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$= 27.713$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ সুষম চতুস্তলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= চারটি সর্বসম সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= 4 \times 16\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$= 64\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$= 110.85$ বর্গ সে.মি.

চতুস্তলকের ত্রিভুজাকৃতি ভূমির লম্ব উচ্চতা h হলে

$8^2 = 4^2 + h^2$

বা, $h^2 = 8^2 - 4^2$

বা, $h^2 = 64 - 16$

বা, $h = 48$

বা, $h = \sqrt{48}$

$\therefore h = 6.93$

এবং ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ব্যাস x সে.মি. হলে

ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য হতে পাই,

$8 \times 8 = x \times h$

বা, $64 = x \times 6.93$

বা, $x = \frac{64}{6.93}$

$\therefore x = 9.24$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= \frac{x}{2} = \frac{9.24}{2}$ সে.মি. $= 4.62$ সে.মি.

$\therefore$ চতুস্তলকের উচ্চতা H হলে,

$8^2 = H^2 + (4.62)^2$

বা, $H^2 = 64 - 21.63$

বা, $H^2 = 42.66$

বা, $H = \sqrt{42.66}$

$\therefore H = 6.53$

$\therefore$ চতুস্তলকটির আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

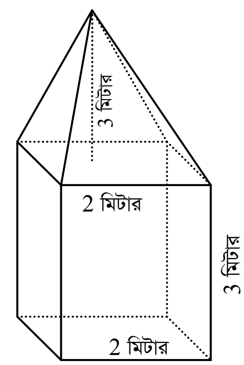
$= \frac{1}{3} \times 27.713 \times 6.53$

$= 60.32$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তরঃ 110.85 বর্গ সে.মি. 60.32 ঘন সে.মি. (প্রায়)

২৯ একটি স্থাপনার নিচের অংশ 3 মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট আয়তাকার ঘনবস্তু ও উপরের অংশ সুষম পিরামিড। পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মি. এবং উচ্চতা 3 মি. হলে স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধানঃ



স্থাপনাটি একটি যৌগিক ঘনবস্তু। এর নিচের অংশ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু এবং উপরের অংশ একটি পিরামিড।

দেওয়া আছে,

পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য $= 2$ মিটার এবং উচ্চতা $h = 3$ মিটার।

$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল $= 2 \times 2$ বর্গমিটার

$= 4$ বর্গমিটার

অর্থাৎ স্থাপনার ভূমির ক্ষেত্রফল $= 4$ বর্গমিটার।

পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু থেকে যে কোনো বাহুর উপর লম্ব দূরত্ব

$r = \frac{\text{বাহুর দৈর্ঘ্য}}{2} = \frac{2}{2}$ মিটার $= 1$ মিটার

$\therefore$ ইহার যেকোনো একটি পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা $= \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{1^2 + 3^2}$ মি.

$= \sqrt{10}$ মিটার

$\therefore$ পিরামিডের একটি পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{10}$ বর্গ মিটার

$= \sqrt{10}$ বর্গ মিটার

$\therefore$ পিরামিডের চারটি পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= 4\sqrt{10}$ বর্গ মিটার

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 4 \times 3$ বর্গ মিটার

$= 4$ বর্গ মিটার

আবার, স্থাপনার নিচের অংশের অর্থাৎ আয়তাকার ঘনবস্তুর যেকোনো একটি পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= 2 \times 3$ বর্গ মিটার $= 6$ বর্গ মিটার

$\therefore$ ইহার চারটি পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= 4 \times 6$ বর্গ মিটার

$= 24$ বর্গ মিটার

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= 4 \times 3$ ঘন মিটার $= 12$ ঘন মিটার

$\therefore$ স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = পিরামিডের চারটি পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল + আয়তাকার ঘন বস্তুটির চারটি পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল + আয়তাকার ঘনবস্তুর ভূমির ক্ষেত্রফল

$= (4\sqrt{10} + 24 + 4)$ বর্গ মিটার

$= 40.65$ বর্গ মিটার (প্রায়)

এবং স্থাপনাটির আয়তন = পিরামিডের আয়তন + আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন

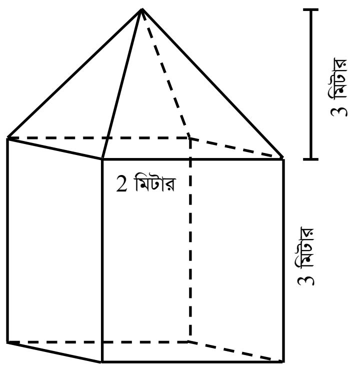
$= (4 + 12)$ ঘন মিটার

$= 16$ ঘন মিটার

উত্তর: 40.65 বর্গ মিটার (প্রায়) এবং 16 ঘন মিটার

বি.দ্র: বর্গাকার ভূমির উপর অঙ্কিত পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু থেকে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব ঐ বাহুর অর্ধেক।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)



আমরা জানি,

সুষম পিরামিডের ভূমি সুষম বহুভুজ যা ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত বলে তা একটি বর্গ।

দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 মি. এবং উচ্চতা = 3 মি.

প্রশ্নমতে, পিরামিডটি আয়তাকার ঘনবস্তুর উপর স্থাপিত বলে ঘনবস্তুর প্রস্থ (b) = ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $(c) = 2$ মি.

দেওয়া আছে, ঘনবস্তুর উচ্চতা $(a) = 3$ মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= abc$ ঘন একক

$= 3 \times 2 \times 2$ ঘন মি.

$= 12$ ঘন মি.

আবার, পিরামিডের ভূমির অর্থাৎ বর্গের ক্ষেত্রফল $= 2^2$ বর্গ মি. $= 4$ বর্গ মি.

আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 4 \times 3$ ঘন মিটার

$= 4$ ঘন মি.

$\therefore$ স্থাপনাটির আয়তন $= (12 + 4)$ ঘন মি.

$= 16$ ঘন মি. **(Ans.)**

আবার, আয়তাকার ঘন বস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

$= 2(3 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 3)$ বর্গ মিটার

$= 32$ বর্গ মিটার

পিরামিডের ভূমির পরিসীমা $= 4 \times 2$ মিটার [$\because$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= 2$ মি.]

$= 8$ মিটার

পিরামিডের ভূমি কেন্দ্র হতে যেকোনো বিন্দুর লম্ব দূরত্ব,

$r = \frac{2}{2}$ মি. $= 1$ মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক $= \sqrt{3^2 + 1^2}$ মি.

$= \sqrt{10}$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা $\times$ হেলানো উচ্চতা)

$= \left\{4 + \frac{1}{2}(8 \times \sqrt{10})\right\}$ বর্গ মিটার

$= (4 + 12.65)$ বর্গ মিটার

$= 16.65$ বর্গ মিটার

কিন্তু আয়তাকার ঘনবস্তুর উপরিতল এবং পিরামিডের ভূমি পরস্পরের উপর স্থাপিত যার ক্ষেত্রফল $= (4 + 4)$ বর্গ মিটার $= 8$ বর্গ মিটার

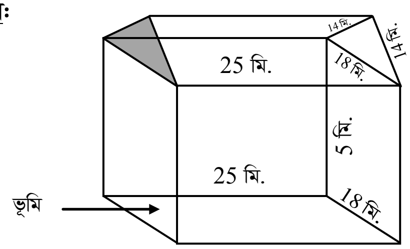
$\therefore$ স্থাপনাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= (32 + 16.65 - 8)$ বর্গ মিটার

$= 40.65$ বর্গ মিটার **(Ans.)**

লক্ষণীয়: পাঠ্যবইয়ের উত্তরে একক হিসেবে **'বর্গ মি. ও ঘন মি.'** এর স্থলে ভুলক্রমে **'বর্গ সে.মি. ও ঘন সে.মি.'** ছাপা হয়েছে।

৩০ 25 মি. দৈর্ঘ্য ও 18 মি. প্রস্থ বিশিষ্ট ভূমির উপর অবস্থিত দোচালা গুদাম ঘরের দেয়ালের উচ্চতা 5 মি.। প্রতিটি চালার প্রস্থ 14 মি. হলে গুদাম ঘরটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান:



চিত্র থেকে পাই, দোচালা গুদাম ঘরটির নিচের অংশ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু এবং উপরের অংশ একটি ত্রিভুজাকার প্রিজম।

$\therefore$ ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, $a = 25$ মিটার, প্রস্থ $b = 18$ মিটার এবং উচ্চতা $c = 5$ মিটার এবং প্রিজমের উচ্চতা = ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $= 25$ মিটার।

[$\therefore$ প্রিজমের উচ্চতা = চালার দৈর্ঘ্য]

প্রিজমের ভূমির একটি বাহু = ঘনবস্তুর প্রস্থ $= 18$ মিটার

প্রশ্নমতে,

প্রিজমের ভূমির অপর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = প্রতিটি চালার প্রস্থ $= 14$ মিটার।

আমরা জানি, ঘনবস্তুর আয়তন $= abc$

$= (25 \times 18 \times 5)$ ঘন মিটার

$= 2250$ ঘন মিটার

আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল$= \frac{b}{4}\sqrt{4{a_1}^2 - b^2}$

$\therefore$ প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \frac{18}{4}\sqrt{4.(14)^2 - (18)^2}$ বর্গ মি.

$= \frac{18}{4}\sqrt{784 - 324}$ বর্গ মি.

$= 96.51425$ বর্গ মি. (প্রায়)

আবার, প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= 96.51425 \times 25$ ঘন মিটার

$= 2412.86$ ঘন মিটার (প্রায়)

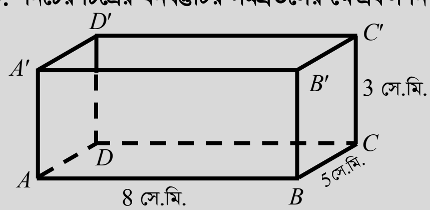
$\therefore$ দোচালা গুদাম ঘরটির আয়তন = ঘনবস্তুর আয়তন + প্রিজমের আয়তন

$= (2250 + 2412.86)$ঘন মি.

$= 4662.86$ ঘন মিটার (প্রায়)

লক্ষণীয়: পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুলক্রমে **'ঘন মি.'** এর স্থলে **'ঘন সে.মি.'** ছাপা হয়েছে।

৩১ **ক. নিচের চিত্রের ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**



খ. ঘনবস্তুটির কর্ণের সমান ধারবিশিষ্ট একটি ধাতব ঘনককে গলিয়ে 1.8 সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট কতগুলো নিরেট গোলক উৎপন্ন করা যাবে তা নিকটতম পূর্ণসংখ্যায় নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

ক চিত্র থেকে পাই, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, $a = 8$ সে.মি.
প্রস্থ, $b = 5$ সে.মি. এবং উচ্চতা, $c = 3$ সে.মি.
আমরা জানি, ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2(ab + bc + ca)$
$= 2(8 \times 5 + 5 \times 3 + 3 \times 8)$ বর্গ সে.মি.
$= (2 \times 79)$ বর্গ সে.মি.
$= 158$ বর্গ সে.মি.

খ আমরা জানি, ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$= \sqrt{8^2 + 5^2 + 3^2}$
$= 9.9$ সে.মি. (প্রায়)
প্রশ্নমতে, ঘনকের ধার, $x =$ ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= (9.9)$ সে.মি.
$\therefore$ ঘনকের আয়তন $= x^3$
$= (9.9)^3$ ঘন সে.মি.
$= 970.299$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস $= 1.8$ সে.মি.
$\therefore$ গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{1.8}{2} = 0.9$ সে.মি.

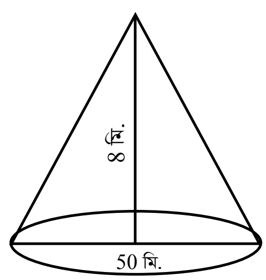
আমরা জানি,
নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (0.9)^3$ ঘন সে.মি.
$= 3.054$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
ধরি, n সংখ্যক নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে।
প্রশ্নমতে, $970.299 = n \times 3.054$
বা, $n = \frac{970.299}{3.054}$
$= 317.714 \approx 317$
যেহেতু নিকটতম পূর্ণসংখ্যায় গোলক উৎপন্ন করতে হবে।
$\therefore$ 317 টি গোলক তৈরি করা যাবে।

দৃষ্টি আকর্ষণঃ নিকটতম পূর্ণসংখ্যা 318 ধরলে পাই,
318 টি গোলকের আয়তন $= 318 \times 3.054 = 971.172$
যা ঘনকের আয়তনের চেয়ে বেশি। তাই গোলকের সংখ্যা 317 হওয়াই অধিক যুক্তিযুক্ত।

৩২ **একটি সমবৃত্তভূমিক কোণাকৃতির তাঁবুর উচ্চতা 8 মিটার এবং এর ভূমির ব্যাস 50 মিটার।**
ক. তাঁবুটির হেলানো উচ্চতা নির্ণয় কর।
খ. তাঁবুটি স্থাপন করতে কত বর্গমিটার জমির প্রয়োজন হবে? তাঁবুটির ভিতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ নির্ণয় কর।
গ. তাঁবুটির প্রতি বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য 125 টাকা হলে ক্যানভাস বাবদ কত খরচ হবে?

সমাধানঃ

ক



দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, $h = 8$ মিটার
এবং ভূমির ব্যাস $= 50$ মিটার
$\therefore$ ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{50}{2}$ মিটার $= 25$ মিটার
আমরা জানি, হেলানো উচ্চতা $= l = \sqrt{h^2 + r^2}$
$= \sqrt{8^2 + 25^2}$ মি.
$= 26.25$ মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ তাঁবুটি স্থাপন করতে তার তলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট জায়গা লাগবে যা একটি বৃত্ত।
$\therefore$ তাঁবুটির তলের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$
$= 3.1416 \times 25^2$ বর্গ মিটার
$= 1963.50$ বর্গ মিটার (প্রায়)
$\therefore$ তাঁবুটি স্থাপন করতে 1963.50 বর্গ মিটার জায়গা প্রয়োজন।
আবার, তাঁবুটির ভেতরের শূন্যস্থানের পরিমাণ তাঁবুটির আয়তনের সমান।
আমরা জানি,
তাঁবুটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 25^2 \times 8$ ঘন মিটার
$= 5236$ ঘন মিটার (প্রায়)
$\therefore$ তাঁবুটির শূন্যস্থানের পরিমাণ 5236 ঘন মিটার (প্রায়)

গ তাবুটির মোট ক্যানভাসের পরিমাণ তাবুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান।
আমরা জানি, তাঁবুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল
$= \pi rl$
$= (3.1416 \times 25 \times 26.25)$ বর্গ মিটার ['ক' থেকে পাই]
$= 2061.675$ বর্গ মিটার (প্রায়)।
1 বর্গমিটার ক্যানভাসের মূল্য $= 125$ টাকা
$\therefore$ 2061.675 বর্গ মিটার ক্যানভাসের মূল্য
$= (2061.675 \times 125)$ টাকা
$= 257709.38$ টাকা (প্রায়)
$\therefore$ ক্যানভাস বাবদ খরচ 257709.38 টাকা **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৯২

ক) তোমরা প্রত্যেকে একটি করে সুষম ঘনবস্তু ও বিষম ঘনবস্তুর নাম লিখ।

সমাধান: সুষম ঘনবস্তু : আয়তাকার বাক্স, বই ইত্যাদি।
বিষম ঘনবস্তু: ইট ও পাথরের টুকরা।

খ) তোমার উল্লেখিত ঘনবস্তুগুলোর কয়েকটি ব্যবহার লিখ।

সমাধান: বাক্সের ব্যবহার: পণ্য মোড়কজাত করণে।

ইট ও পাথরের টকুরার ব্যবহার:

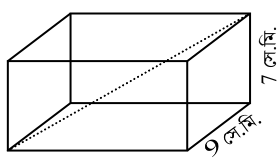
i. দালানকোঠা নির্মাণে ইটের টুকরা ব্যবহৃত হয়।

ii. রেললাইনে পাথরের টুকরা ব্যবহৃত হয়।

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৯৪

১। পিজবোর্ডের একটি ছোট বাক্স (কার্টুন অথবা ঔষধের বোতলের প্যাকেট) এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে তার আয়তন, ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:



পরিমাপ করে দেখা গেল, পিজবোর্ডের একটি ছোট বাক্সের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 সে.মি., 9 সে.মি. ও 7 সে.মি.

$\therefore$ বাক্সটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা
= $(10 \times 9 \times 7)$ ঘন সে.মি.
= 630 ঘন সে.মি.

বাক্সটির ছয়টি তলের ক্ষেত্রফল
= 2(দৈর্ঘ্য × প্রস্থ + প্রস্থ × উচ্চতা + উচ্চতা × দৈর্ঘ্য)
= $2(10 \times 9 + 9 \times 7 + 7 \times 10)$ বর্গ সে.মি.
= $2(90 + 63 + 70)$ বর্গ সে.মি.
= 2×223 বর্গ সে.মি.
= 446 বর্গ সে.মি.

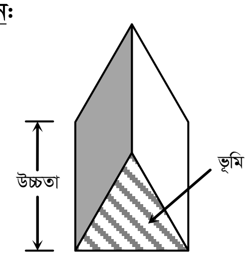
এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{10^2 + 9^2 + 7^2}$ সে.মি.
= $\sqrt{100 + 81 + 49}$ সে.মি.
= $\sqrt{230}$ সে.মি.
= 15.165 সে.মি. (প্রায়)

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৯৬

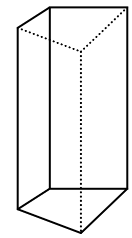
ক) প্রত্যেকে একটি করে সুষম ও একটি করে বিষম (১) প্রিজম ও (২) পিরামিড আঁক।

সমাধান:

১

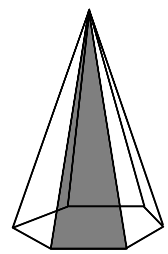


সুষম প্রিজম

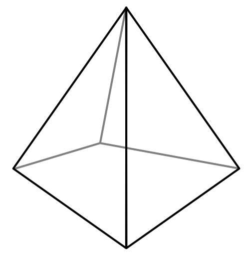


বিষম প্রিজম

২



সুষম পিরামিড



বিষম পিরামিড

খ) যেক্ষেত্রে সম্ভব, তোমার অঙ্কিত ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: যে প্রিজমের ভূমি সুষম বহুভুজ নয় তাকে বিষম প্রিজম বলে। ১নং প্রশ্নে উল্লেখিত বিষম প্রিজমের ভূমি সুষম নয়। তাই বিষম প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হয়নি। মেপে দেখা গেল সুষম ত্রিভুজাকার প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি.।

যেহেতু $3^2 + 4^2 = 5^2$, ইহার ভূমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3$ বর্গ সে.মি.
= 6 বর্গ সে.মি.

এবং ভূমির পরিসীমা = $(3 + 4 + 5)$ সে.মি.
= 12 সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা
= $(2 \times 6 + 12 \times 8)$ বর্গ সে.মি.
= $(12 + 96)$ বর্গ সে.মি.
= 108 বর্গ সে.মি.

এবং প্রিজমটির আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
= 6×8 ঘন সে.মি.
= 48 ঘন সে.মি.

উত্তর: 60 বর্গ সে.মি. এবং 48 ঘন সে.মি.

আবার, ভূমি সুষম বহুভুজ এবং পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে তাকে সুষম পিরামিড বলে। চতুর্ভুজাকৃতি বিষম পিরামিডের ভূমি সুষম চতুর্ভুজ নয়। তাই বিষম পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

মেপে দেখা গেল, সুষম ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি.। সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. এবং হেলানো উচ্চতা 12 সে.মি.।

$\therefore$ পিরামিডের ভূমির পরিধি = (6×6) সে.মি.
= 36 সে.মি.

আমরা জানি, সুষম ষড়ভুজের বিপরীত কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক রেখাংশগুলো পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং ভূমিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ছয়টি সমবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

$\therefore$ একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$ বর্গ সে.মি.

$= 9\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ সুষম ষড়ভুজাকৃতি পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $= 6 \times 9\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$= 54\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \dfrac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি $\times$ হেলানো উচ্চতা)

$= 54\sqrt{3} + \dfrac{1}{2}(36 \times 12)$ বর্গ সে.মি.

$= (95.53 + 216)$ বর্গ সে.মি.

$= 309.531$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং পিরামিডের আয়তন $= \dfrac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \dfrac{1}{3} \times 54\sqrt{3} \times 10$ ঘন সে.মি.

$= 311.769$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: 311.531 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং 311.769 ঘন সে.মি. (প্রায়)

কাজ *পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৯৭*

জন্মদিনে বা অন্যান্য আনন্দ উৎসবে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ সংগ্রহ করে তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: জন্মদিনে ব্যবহৃত কোণক আকৃতির একটি ক্যাপ পরিমাপ করে পাওয়া গেল, ক্যাপটির উচ্চতা $h = 8$ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস $= 12$ সে.মি.।

$\therefore$ ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \dfrac{12}{2} = 6$ সে.মি.।

আমরা জানি, কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl$ ... ... (i)

আবার, হেলানো উচ্চতা $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{64 + 36}$ সে.মি.

$= \sqrt{100}$ সে.মি.

$= 10$ সে.মি

$\therefore$ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi \times 6 \times 10$ বর্গ সে.মি.

$= 188.496$ বর্গ সে.মি.

এবং আয়তন $= \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \dfrac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= \dfrac{1}{3} \times 3.1416 \times 36 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 301.594$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: 188.496 বর্গ সে.মি. এবং 301.594 ঘন সে.মি. (প্রায়)

কাজ *পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৯৮*

একটি খেলনা বল বা ফুটবল নিয়ে তার ব্যাসার্ধ ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: একটি সুতার সাহায্যে বলটির পরিধি মেপে দেখা গেল পরিধি $= 44$ সে.মি.।

ধরি, বলটির ব্যাসার্ধ $= r$ সে.মি.

$\therefore$ বলটির পরিধি $= 2\pi r$ সে.মি.

প্রশ্নানুসারে, $2\pi r = 44$

বা, $r = \dfrac{44}{2\pi}$

বা, $r = 7$

$\therefore$ বলটির ব্যাসার্ধ $= 7$ সে.মি.

বলটির আয়তন $= \dfrac{4}{3}\pi r^3$

$= \dfrac{4}{3} \times \pi \times (7)^3$ ঘন সে.মি.

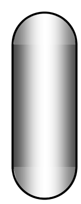
$= 1436.755$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: 7 সে.মি. এবং 1436.755 ঘন সে.মি. (প্রায়)

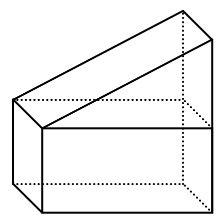
কাজ *পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩০১*

তোমরা প্রত্যেকে একটি করে যৌগিক ঘনবস্তু অঙ্কন কর ও ইহার বর্ণনা দাও। সম্ভব হলে ইহার তলসমূহের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়ের সূত্র লিখ।

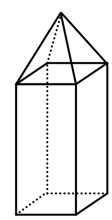
সমাধান:



চিত্র-১



চিত্র-২



চিত্র-৩

চিত্র-১: ইহা একটি ক্যাপসুল যা দুটি অর্ধগোলক এবং একটি সিলিন্ডার সমন্বয়ে গঠিত।

অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2} \times 4\pi r^2 = 2\pi r^2$ বর্গ একক

অর্ধগোলকের আয়তন $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3}\pi r^3$

$= \dfrac{2}{3}\pi r^3$ ঘন একক

সিলিন্ডারের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক

এবং আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক।

চিত্র-২: ইহা এটি যৌগিক ঘনবস্তু যার উপরের অংশ ত্রিভুজাকার প্রিজম এবং নিচের অংশ আয়তাকার ঘনবস্তু।

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2 \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $+$ ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

প্রিজমের আয়তন $=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2$(দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $+$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা $+$ উচ্চতা $\times$ দৈর্ঘ্য)

আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

চিত্র-৩: ইহা একটি যৌগিক ঘনবস্তুর যার উপরের অংশ একটি পিরামিড এবং নিচের অংশ আয়তাকার ঘনবস্তু।

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $=$ ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \dfrac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি $\times$ উচ্চতা)

পিরামিডের আয়তন $= \dfrac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা