

সাপ্তাহিক আধ্যাত্ম

পরিসংখ্যান

অনুশীলনী - ১৭

সূত্রাবলি

কেন্দ্রীয় প্রবণতা	অবিন্যস্ত উপাত্ত		বিন্যস্ত উপাত্ত	
	গাণিতিক গড়	গাণিতিক গড় = $\frac{\sum x_i}{n}$ এখানে, $\sum x_i$ = উপাত্ত সমূহের যোগফল, n = মোট উপাত্তের সংখ্যা।	গাণিতিক গড়	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i$ এখানে, $x_i = i$ তম শ্রেণির মধ্যমান, $f_i = i$ তম শ্রেণির গণসংখ্যা, n = মোট উপাত্তের সংখ্যা। $\sum f_i x_i$ = প্রতিশ্রেণির মধ্যমান ও গণসংখ্যার গুণফলের সমষ্টি।
	সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড়	গুরুত্ব যুক্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় $\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$	সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড়	$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$
	মধ্যক	উপাত্তসমূহকে ক্রমানুসারে সাজানোর পর, উপাত্তের সংখ্যা (n) বিজোড় হলে, মধ্যক = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ তম পদের মান উপাত্তের সংখ্যা (n) জোড় হলে, মধ্যক = $\frac{n}{2}$ তম ও $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ তম পদের গাণিতিক গড়	মধ্যক	$L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$ এখানে, L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা n = গণসংখ্যা F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা h = শ্রেণি ব্যাপ্তি
	প্রচুরক	কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক বার থাকে, সেইটাই ঐ উপাত্তের প্রচুরক এবং প্রতিটি উপাদান সমান সংখ্যক বার থাকলে সেই উপাত্তে কোনো প্রচুরক নেই।	প্রচুরক	$L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ এখানে, L = প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা – পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

মনে জাহ্নত কিছু প্রশ্নের উত্তর জেনে নিই

প্রশ্ন-১। বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক চেনার উপায় কী?

উত্তর: পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত চলক দুই প্রকার। যেমন: (i) বিচ্ছিন্ন চলক ও (ii) অবিচ্ছিন্ন চলক।
বিচ্ছিন্ন চলক: যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যায় হয়, অর্থাৎ যে চলকের মান দশমিক বা ভগ্নাংশে পাওয়া সম্ভব নয় তা বিচ্ছিন্ন চলক। উদাহরণ: বিভিন্ন ক্লাসে উপস্থিত শিক্ষার্থীর সংখ্যা। শিক্ষার্থীর সংখ্যা কখনো দশমিক বা ভগ্নাংশে পাওয়া সম্ভব নয়। তাই শিক্ষার্থীর সংখ্যা বিচ্ছিন্ন চলক।
অবিচ্ছিন্ন চলক: যে সকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যা অথবা ভগ্নাংশ যে কোনো সংখ্যা হতে পারে সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। উদাহরণ: তাপমাত্রা, তাপমাত্রার মান যেকোনো পূর্ণসংখ্যা অথবা ভগ্নাংশ হতে পারে। তাই তাপমাত্রা একটি অবিচ্ছিন্ন চলক।

আয়তলেখ অঙ্কনের নিয়ম:

আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রকৃত শ্রেণিসীমার প্রয়োজন হয়। মনে রাখবে, শ্রেণিসীমা অবশ্যই অবিচ্ছিন্ন হবে।

$$\text{এক্ষেত্রে শ্রেণির নিম্নসীমা} = \text{আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমা} - \left(\frac{\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির উর্ধ্বসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমার ধনাত্মক পার্থক্য}}{2} \right)$$

$$\text{আবার, শ্রেণির উর্ধ্বসীমা} = \text{আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমা} + \left(\frac{\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমার ধনাত্মক পার্থক্য}}{2} \right)$$

আয়তলেখ অঙ্কনের সময় X-অক্ষ বরাবর প্রকৃত শ্রেণি ব্যাপ্তি ও Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিতে হয়।

আয়তলেখ হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের নিয়ম:

আয়তলেখ হতে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকার জন্য আয়তলেখের অবিচ্ছিন্ন উপাত্তের শ্রেণি ব্যবধানের বিপরীতে গণসংখ্যা নির্দেশক বিন্দুসমূহকে পর্যায়ক্রমে রেখাংশ দ্বারা যুক্ত করে যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাই হলো গণসংখ্যা বহুভুজ।

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা লেখচিত্র বা অজিত রেখা: কোনো উপাত্তের শ্রেণি বিন্যাসের পর শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা x-অক্ষ বরাবর এবং শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা y-অক্ষ বরাবর স্থাপন করে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার লেখচিত্র বা অজিত রেখা পাওয়া যায়।

★ অবিচ্ছিন্ন চলকে প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি এবং বিচ্ছিন্ন চলকে প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ বিচ্ছিন্ন শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা তুলনামূলকভাবে যৌক্তিক।



অনুশীলনীর সমাধান

সঠিক উত্তরে টিক (✓) চিহ্ন দাও:

- ১ উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?
- (ক) শ্রেণি সীমা (খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু
(গ) শ্রেণি সংখ্যা (ঘ) শ্রেণির গণসংখ্যা

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয়, সেই সংখ্যাকে সেই শ্রেণির গণসংখ্যা বলে।

- ২ পরিসংখ্যানের অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। উপাত্তের এই প্রবণতাকে বলা হয়?
- (ক) প্রচুরক (খ) কেন্দ্রীয় প্রবণতা (গ) গড় (ঘ) মধ্যক

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: কেন্দ্রীয় প্রবণতা: অনুসন্ধানাবলী অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রম অনুসারে সাজালে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। এবং উপাত্তসমূহ গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপন করা হলে, মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যার প্রাচুর্য দেখা যায়। বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত উপাত্ত সমূহের মাঝামাঝি অবস্থানের এই প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে।

৩ নিচের সারণিতে

তাপমাত্রা	6°-8°	8°-10°	10°-12°
গণসংখ্যা	5	9	4

- i. শ্রেণিব্যাপ্তি 3
ii. মধ্যক শ্রেণি 8°-10°
iii. তাপমাত্রা অবিচ্ছিন্ন চলক
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: (i) যেহেতু, তাপমাত্রা একটি অবিচ্ছিন্ন চলক।

তাই এক্ষেত্রে শ্রেণিব্যাপ্তি = $(8° - 6°) = (10° - 8°) = 2$

(ii) এখানে, $n = 5 + 9 + 4 = 18$ ।

এখন, $\frac{n}{2} = \frac{18}{2}$ তম = 9 তম পদের মান $(8° - 10°)$ শ্রেণিতে অবস্থিত।

তাই মধ্যক শ্রেণি হবে $(8° - 10°)$ ।

(iii) যে সকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে অর্থাৎ পূর্ণ সংখ্যার সাথে ভগ্নাংশও হতে পারে। সে সকল চলককে অবিচ্ছিন্ন চলক বলে। তাপমাত্রার মান পূর্ণসংখ্যা ও ভগ্নাংশ উভয়ই হতে পারে বলে তাপমাত্রা অবিচ্ছিন্ন চলক।

উপরোক্ত তথ্যের আলোকে বলা যায় প্রদত্ত সারণির জন্য (ii) ও (iii) তথ্য সমূহ সত্য।

❖ লক্ষণীয়:

বিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার ক্ষেত্রে, শ্রেণিব্যাপ্তি = (শ্রেণির সর্বোচ্চ মান - শ্রেণির সর্বনিম্ন মান) + 1
এবং অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার ক্ষেত্রে, শ্রেণিব্যাপ্তি = শ্রেণির সর্বোচ্চ মান - শ্রেণির সর্বনিম্ন মান

৪ আয়তলেখ অঙ্কন করতে দরকার -

- i. x অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি
ii. y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা
iii. শ্রেণির মধ্যমান
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য x অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি এবং y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা স্থাপন করতে হয়।

উল্লেখ্য, গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য শ্রেণির মধ্যমান প্রয়োজন হয়।

সুতরাং (i), (ii) ও (iii) অপশন তিনটিই সঠিক।

৫ উপাত্তের ক্ষেত্রে প্রচুরক -

- i. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ
ii. সবচেয়ে বেশি বার উপস্থাপিত মান
iii. সবক্ষেত্রে অনন্য নাও হতে পারে

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ)

■ শীতকালে বাংলাদেশের কোনো একটি অঞ্চলের 10 দিনের তাপমাত্রার (সে.) পরিসংখ্যান হলো 10°, 9°, 8°, 6°, 11°, 12°, 7°, 13°, 14°, 5°। এবার নিচের (৬ - ৮) প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

৬ উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের প্রচুরক কোনটি?

- (ক) 12° (খ) 5°
(গ) 14° (ঘ) প্রচুরক নেই

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: কোনো উপাত্তে যদি কোনো সংখ্যাই বেশি সংখ্যকবার না থাকে তবে, সেই উপাত্তের কোনো প্রচুরক নেই। প্রদত্ত উপাত্তে কোনো সংখ্যাই একাধিক বার না থাকায় উপাত্তে কোনো প্রচুরক নেই।

৭ উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের গড় তাপমাত্রা কোনটি?

- (ক) 8° (খ) 8.5°
(গ) 9.5° (ঘ) 9°

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: গড় = $\frac{\text{উপাত্তসমূহের যোগফল}}{\text{মোট উপাত্তের সংখ্যা}}$

$$= \frac{10° + 9° + 8° + 6° + 11° + 12° + 7° + 13° + 14° + 5°}{10}$$

$$= \frac{95°}{10} = 9.5°$$

৮ উপাত্তসমূহের মধ্যক কোনটি?

- (ক) 9.5° (খ) 9°
(গ) 8.5° (ঘ) 8°

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: যেহেতু মোট উপাত্তের সংখ্যা = 10, যা একটি জোড় সংখ্যা, সুতরাং মধ্যক

হবে, $\left(\frac{10}{2}\right)$ বা ৫ম ও $\left(\frac{10}{2} + 1\right)$ ৬ষ্ঠ পদের গাণিতিক গড়।

উপাত্তসমূহকে উর্ধ্বক্রমে বিন্যস্ত করে পাই,

5°, 6°, 7°, 8°, 9°, 10°, 11°, 12°, 13°, 14°

৫ম ৬ষ্ঠ

$$\therefore \text{৫ম ও ৬ষ্ঠ পদদ্বয়ের গড়} = \frac{9° + 10°}{2} = 9.5°$$

\therefore মধ্যক = 9.5°

৯ সারণিভুক্ত শ্রেণিবিন্যস্ত উপান্তের সংখ্যা হলো n , মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা L , মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা F_c , মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা F_m এবং শ্রেণিব্যাপ্তি h ; এই তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র?

(ক) $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{F_m}$ (খ) $L + \left(\frac{n}{2} - F_m\right) \times \frac{h}{F_m}$
 (গ) $L - \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{F_m}$ (ঘ) $L - \left(\frac{n}{2} - F_m\right) \times \frac{h}{F_m}$

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{F_m}$
 L = মধ্যম শ্রেণির নিম্নসীমা
 F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
 F_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা
 h = শ্রেণি ব্যাপ্তি
 n = মোট উপান্ত

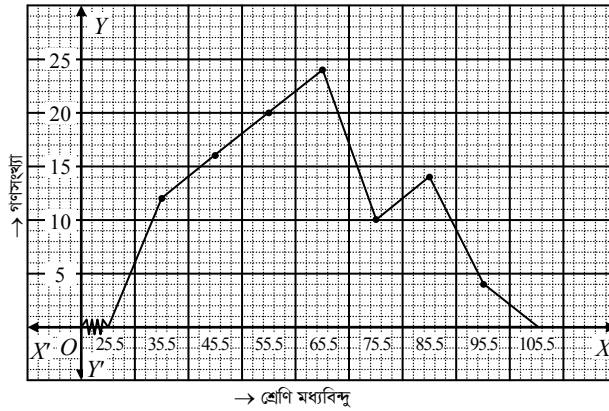
১০ ১০ম শ্রেণির ৫০জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রদত্ত উপান্তের গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিত রেখা আঁক।

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

সমাধান: প্রদত্ত উপান্তটি বিচ্ছিন্ন। এখানে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যমান বের করে সরাসরি গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা সম্ভব।

শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি	মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	6
41-50	45.5	8
51-60	55.5	10
61-70	65.5	12
71-80	75.5	5
81-90	85.5	7
91-100	95.5	2



চিত্র: শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা বহুভুজ

গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন: ছক কাগজের x -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং y -অক্ষ বরাবর 2 ঘরকে 1 একক প্রদত্ত উপান্তের গণসংখ্যা স্থাপন করে, তাদের মধ্যে সংযোগ স্থাপন করে বহুভুজ অঙ্কন করা হলো।

১১ নিচে ৫০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

ওজন (কেজি)	45	50	55	60	65	70
গণসংখ্যা	2	6	8	16	12	6

সমাধান: শিক্ষার্থীদের ওজনের গণসংখ্যা ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সম্বলিত মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

ওজন (কেজি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45	2	2
50	6	8
55	8	16
60	16	32
65	12	44
70	6	50

$$n = 50$$

এখানে, $n = 50$ যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{50}{2} \text{ তম ও } \left(\frac{50}{2} + 1\right) \text{ তম পদ দুইটির সমষ্টি}}{2}$$

$$= \frac{25 \text{ তম ও } 26 \text{ তম পদ দুইটির সমষ্টি}}{2}$$

[যেহেতু 25 তম ও 26 দুইটিই 8র্থ শ্রেণিতে অবস্থিত]

$$= \frac{(60+60)}{2} = 60$$

\therefore মধ্যক = 60 কেজি (Ans.)

১২ কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষায় ৯ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ:

76, 65, 98, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57
 55, 92, 45, 77, 87, 46, 32, 75, 89, 48
 97, 88, 65, 73, 93, 58, 41, 69, 63, 39
 84, 56, 45, 73, 93, 62, 67, 69, 65, 53
 78, 64, 85, 53, 73, 34, 75, 82, 67, 62

ক. প্রদত্ত তথ্যটির ধরণ কীরূপ? কোনো নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা কী নির্দেশ করে?

খ. উপযুক্ত শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি কর।

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক. প্রদত্ত তথ্যটি একটি বিচ্ছিন্ন এবং অবিন্যস্ত উপান্ত। কোন নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা দ্বারা ঐ শ্রেণিতে উপান্তের যতগুলো মান অন্তর্ভুক্ত হয়, তার সংখ্যা নির্দেশ করে।

খ. প্রদত্ত উপান্তে, সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 98

$$\text{সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর} = 32$$

$$\text{অতএব, উপান্তের পরিধি} = (98 - 32) + 1$$

$$= 66 + 1$$

$$= 67$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 10 \text{ ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{67}{10} = 6.7 \approx 7$$

অর্থাৎ শ্রেণি সংখ্যা হবে 7 টি।

শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি	টালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
30-39		3
40-49		5
50-59		7
60-69		13
70-79		10
80-89		7
90-99		5
		মোট = 50

গ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয়:

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
30-39	34.5	3	-3	-9
40-49	44.5	5	-2	-10
50-59	54.5	7	-1	-7
60-69	64.5 (a)	13	0	0
70-79	74.5	10	1	10
80-89	84.5	7	2	14
90-99	94.5	5	3	15

$$n = 50$$

$$\sum f_i u_i = 13$$

$$\therefore \text{গড়} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 64.5 + \frac{13}{50} \times 10$$

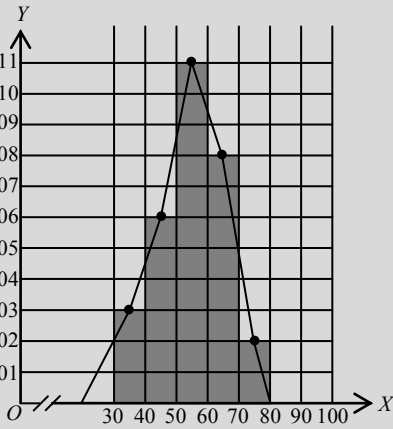
$$= 64.5 + 2.6$$

$$= 67.1$$

$$\therefore \text{গড়} = 67.1 \quad (\text{Ans.})$$

এখানে,
আনুমানিক গড় $a = 64.5$
ধরা হয়েছে।

১৩



ক. উপরের চিত্রে, প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান ও শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা কত?

খ. চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. উপরে প্রাপ্ত ছক থেকে নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) প্রদত্ত চিত্রে, প্রথম শ্রেণি (30-40) এর মধ্যমান = $\frac{30+40}{2}$

$$= \frac{70}{2} = 35$$

এবং চিত্রে শেষ শ্রেণি (70-80), যার গণসংখ্যা হলো = 2

খ) চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে গণসংখ্যা নিবেশন সারণির মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো:

শ্রেণি	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
গণসংখ্যা	3	6	11	8	2

গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত সারণি হতে মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত সংখ্যা
30-40	3	3
40-50	6	9
50-60	11	20
60-70	8	28
70-80	2	30

$$\text{এখানে, } n = 30 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

অতএব মধ্যক 15 তম পদের মান। 15 তম পদের অবস্থান (50 - 60) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (50 - 60)।

$$\text{সুতরাং, } L = 50$$

$$F_c = 9$$

$$f_m = 11$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 50 + (15 - 9) \times \frac{10}{11}$$

$$= 50 + 5.4545$$

$$= 55.4545$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = 55.4545 \quad (\text{Ans.})$$

১৪) কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

ক. মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ।

খ. প্রদত্ত তথ্য থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

সমাধান:

ক) মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$

এখানে, L = যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা

n = গণসংখ্যা

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

খ) প্রচুরক নির্ণয়: এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 যা (60 - 64) শ্রেণিতে

সুতরাং (60 - 64) হলো প্রচুরক শ্রেণি।

$$\text{সুতরাং, } L = 60$$

$$f_1 = (20 - 10) = 10$$

$$f_2 = (20 - 12) = 8$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{(f_1 + f_2)} \times h$$

$$= 60 + \frac{10}{(10 + 8)} \times 5$$

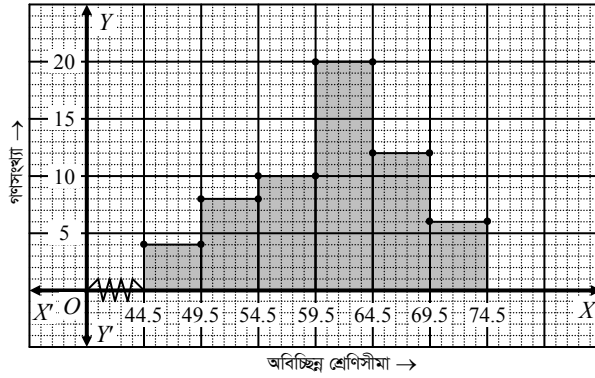
$$= 60 + 2.8$$

$$= 62.78$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = 62.78 \text{ কেজি}$$

- গ) প্রদত্ত সারণিতে উপাত্তসমূহের শ্রেণি ব্যবধান বিচ্ছিন্ন। যেহেতু ওজন একটি অবিচ্ছিন্ন চলক তাই আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করে সারণিটি তৈরি করা হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
45 – 49	44.5 – 49.5	4
50 – 54	49.5 – 54.5	8
55 – 59	54.5 – 59.5	10
60 – 64	59.5 – 64.5	20
65 – 69	64.5 – 69.5	12
70 – 74	69.5 – 74.5	6



- ১৫) তাপমাত্রা পরিবর্তনশীল। বাংলাদেশে সাধারণত জানুয়ারি মাসের ১ম সপ্তাহে তাপমাত্রা কম এবং জুন মাসের ৪র্থ সপ্তাহে তাপমাত্রা বেশি থাকে। ৫২ সপ্তাহের তাপমাত্রা ডিগ্রী সেলসিয়াস এককে নিম্নরূপ:
- 35, 30, 27, 42, 20, 19, 27, 36, 39, 14, 15, 38, 37, 40, 40, 12, 10, 9, 7, 20, 21, 24, 33, 30, 29, 21, 19, 31, 28, 26, 32, 30, 22, 23, 24, 41, 26, 23, 25, 22, 17, 19, 21, 23, 8, 13, 23, 24, 20, 32, 11, 17
- ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর।
- খ. প্রদত্ত উপাত্তসমূহকে সারণি আকারে প্রকাশ করে সারণি থেকে সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ তাপমাত্রার গড় নির্ণয় কর।
- গ. উপরে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখ অঙ্কনের মাধ্যমে প্রচুরক নির্ণয় কর।

সমাধান:

- ক) উপাত্তের পরিধি = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) + 1
 $= (42 - 7) + 1$
 $= 35 + 1$
 $= 36$

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{36}{5} = 7.2$ বা 8 (পূর্ণ সংখ্যা)

∴ শ্রেণি সংখ্যা = 8

- খ) তাপমাত্রা একটি অবিচ্ছিন্ন চলক হওয়ায় উপাত্তসমূহের সারণিটি নিম্নরূপে তৈরি করা হলো:

শ্রেণি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	টালি চিহ্ন	গণসংখ্যা f_i	মধ্যমান \times গণসংখ্যা $x_i f_i$
5-10	7.5		4	30
10-15	12.5		5	62.5
15-20	17.5		8	140
20-25	22.5		13	292.5
25-30	27.5		9	247.5
30-35	32.5		5	162.5
35-40	37.5		6	225
40-45	42.5		2	85
			$\Sigma f_i = 52$	

$$\text{আমরা জানি, গাণিতিক গড়} = \frac{1}{n} \sum f_i x_i$$

প্রশ্নানুসারে, n = সর্বনিম্ন তাপমাত্রা শ্রেণির (5-10) গণসংখ্যা +

সর্বোচ্চ তাপমাত্রা শ্রেণির (40-45) গণসংখ্যা

$$= 4 + 2 = 6$$

আবার, সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ তাপমাত্রার শ্রেণির ক্ষেত্রে,

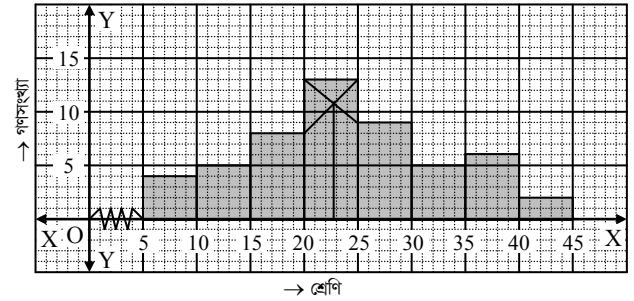
$$\sum f_i x_i = f_1 x_1 + f_8 x_8 = 30 + 85 = 115$$

$$\text{সুতরাং, নির্ণেয় গাণিতিক গড়} = \frac{1}{n} \sum f_i x_i$$

$$= \frac{1}{6} \times 115$$

$$= 19.167$$

- গ) ‘খ’ এর সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো:



ছক কাগজের X ও Y উভয় অক্ষ বরাবর প্রতিঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার এক একক ধরে প্রদত্ত আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু হতে 5.5 পর্যন্ত আছে বোঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

আয়তলেখ হতে প্রচুরক নির্ণয়: আয়তলেখ হতে দেখা যায় যে বেশি তাপমাত্রা 20-25 শ্রেণিতে। তাই প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুদ্বয় থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশের আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করা হয়েছে। এদের ছেদ বিন্দু থেকে x অক্ষের উপর যে লম্ব আঁকা হয়েছে তা x-অক্ষকে 22.8 (প্রায়) বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং প্রচুরক হলো 22.8 (প্রায়)।

গুণ্ডি পরীক্ষা: এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক 13 যা (20-25) শ্রেণিতে। সুতরাং (20-25) হলো প্রচুরক শ্রেণি।

সুতরাং, L = প্রচুরক শ্রেণির নিম্নমান = 20

$$f_1 = (13 - 8) = 5$$

$$f_2 = (13 - 9) = 4$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 20 + \frac{5}{5 + 4} \times 5$$

$$= 20 + \frac{25}{9}$$

$$= \frac{180 + 25}{9} = \frac{205}{9} = 22.78$$

∴ প্রচুরক = 22.78 ডিগ্রি সেলসিয়াস

☒ জেনে রাখ: তাপমাত্রা অবিচ্ছিন্ন চলক হওয়ায় প্রশ্নের সমাধানে শ্রেণিব্যাপ্তি অবিচ্ছিন্ন ধরা হয়েছে। এতে আয়তলেখ ও সূত্রের সাহায্যে উভয়ক্ষেত্রে প্রাপ্ত প্রচুরকের মান সমান (প্রায়)। এ সম্পর্কে বিস্তারিত জানতে অনুশীলনীর ব্যবচ্ছেদের ‘মনে জাগ্রত কিছু প্রশ্নের উত্তর জেনে নিই’ অংশটি ভালোভাবে পড়ে নাও।



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩২৭

তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত সকল শিক্ষার্থীর দুইটি দল গঠন কর। দলের সদস্যদের ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

সমাধান: আমাদের ক্লাসের 50 জন শিক্ষার্থী হতে প্রতি দলে 25 জন নিয়ে দুইটি দল গঠন করা হয়। প্রতি দলের সদস্যদের ওজন (কেজিতে) সংগ্রহ করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো:

প্রথম দলের শিক্ষার্থীদের ওজন (কেজিতে):

50, 52, 48, 49, 45, 50, 42, 48, 47, 41, 50, 52, 53, 50, 58, 57, 51, 48, 51, 50, 53, 43, 56, 43, 50

সংগ্রহকৃত উপাত্ত সমূহে, সর্বোচ্চ মান = 58

সর্বনিম্ন মান = 41

∴ উপাত্তের পরিসর = (58 - 41) + 1 = 18

এখন শ্রেণি ব্যবধান 5 হলে শ্রেণি সংখ্যা হবে = $\frac{18}{5} = 3.6$ বা 4 টি

অর্থাৎ 4টি শ্রেণিতে উপাত্তগুলোকে বিন্যস্ত করতে হবে।

এখন, শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে প্রথম দলের সদস্যদের ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নে দেয়া হলো:

শ্রেণি	টালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
40-44		4
45-49		6
50-54		12
55-59		3

দ্বিতীয় দলের শিক্ষার্থীদের ওজন (কেজিতে):

47, 45, 56, 45, 50, 52, 54, 52, 46, 41, 40, 55, 50, 50, 42, 45, 47, 51, 51, 50, 56, 58, 50, 50, 52

সংগ্রহকৃত উপাত্ত সমূহে, সর্বোচ্চ মান = 58

সর্বনিম্ন মান = 40

∴ উপাত্তের পরিসর = (58 - 40) + 1 = 19

এখন শ্রেণি ব্যবধান 5 হলে শ্রেণি সংখ্যা হবে = $\frac{19}{5} = 3.8$ বা 4 টি

অর্থাৎ 4টি শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত হবে।

এখন, শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে দ্বিতীয় দলের সদস্যদের ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নে দেয়া হলো:

শ্রেণি	টালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
40-44		4
45-49		6
50-54		12
55-59		3

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩২৯

তোমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থীদের নিয়ে অনূর্ধ্ব ৪০ জনের দল গঠন কর। দলের সদস্যদের ওজন/উচ্চতা নিয়ে দলে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

সমাধান: আমাদের শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থী (অনূর্ধ্ব ৪০ জন) নিয়ে একটি দল গঠন করে, তাদের ওজন ও উচ্চতা নিয়ে গণসংখ্যা ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো:

দলের সদস্যদের ওজন (কেজিতে):

52, 50, 50, 58, 56, 50, 51, 51, 47, 45, 42, 50, 50, 55, 40, 41, 46, 52, 52, 54, 52, 50, 45, 56, 45, 47, 48, 48, 45, 42

সংগ্রহকৃত উপাত্ত সমূহে, সর্বোচ্চ মান = 58

সর্বনিম্ন মান = 40

∴ উপাত্তের পরিসর = (58 - 40) + 1 = 19



এখন শ্রেণি ব্যবধান 5 হলে শ্রেণি সংখ্যা হবে = $\frac{19}{5} = 3.8$ বা 4 টি

অর্থাৎ, 4টি শ্রেণিতে উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত হবে।

এখন, শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে দলের সদস্যদের ওজনের গণসংখ্যা ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি	টালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40-44		4	4
45-49		9	4 + 9 = 13
50-54		13	13 + 13 = 26
55-59		4	26 + 4 = 30

দলের সদস্যদের উচ্চতা (সে.মি.):

152, 160, 170, 160, 150, 153, 161, 163, 173, 162, 162, 171, 157, 156, 172, 160, 162, 162, 160, 170, 154, 153, 161, 173, 167, 169, 158, 158, 165, 153।

সংগ্রহকৃত উপাত্তসমূহের মধ্যে, সর্বোচ্চ মান = 173

সর্বনিম্ন মান = 150

∴ সংগ্রহকৃত উপাত্ত পরিসর = (173 - 150) + 1 = 24

এখন শ্রেণি ব্যবধান 5 করে ধরলে, শ্রেণি সংখ্যা হবে = $\frac{24}{5} = 4.8$ বা 5 টি

∴ শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শিক্ষার্থীদের উচ্চতার গণসংখ্যা ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণি	টালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
150-154		6	6
155-159		4	6 + 4 = 10
160-164		11	10 + 11 = 21
165-169		3	21 + 3 = 24
170-174		6	24 + 6 = 30

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩৩১

তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় বাংলায় প্রাপ্ত নম্বর নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

সমাধান: আমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা ৪০ জন। তাদের প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় বাংলায় প্রাপ্ত নম্বর নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হল।

সংগ্রহকৃত উপাত্তে, সর্বোচ্চ মান = 96

সর্বনিম্ন মান = 24

∴ উপাত্তের পরিসর = (96 - 24) + 1 = 73

এখন শ্রেণি ব্যবধান 10 হলে, শ্রেণিসংখ্যা হবে = $\frac{73}{10} = 7.3$ বা 8 টি

প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর:

60, 62, 51, 70, 85, 96, 46, 52, 61, 26, 71, 59, 63, 72, 45, 55, 46, 33, 33, 42, 37, 61, 72, 81, 83, 65, 67, 67, 82, 60, 51, 88, 24, 74, 55, 62, 46, 65, 69, 60

বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নে দেয়া হলো:

শ্রেণি	মধ্যবিন্দু	টালি বিন্দু	গণসংখ্যা
20-30	25		2
30-40	35		3
40-50	45		5
50-60	55		9
60-70	65		11
70-80	75		4
80-90	85		5
90-100	95		1



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু

অঙ্কনের বিবরণ: ছক কাগজে x -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং y -অক্ষ বরাবর 2 ঘরকে একক ধরে গণসংখ্যাকে স্থাপন করে গণসংখ্যা বহুভুজ অংকন করা হয়েছে।

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩৩২

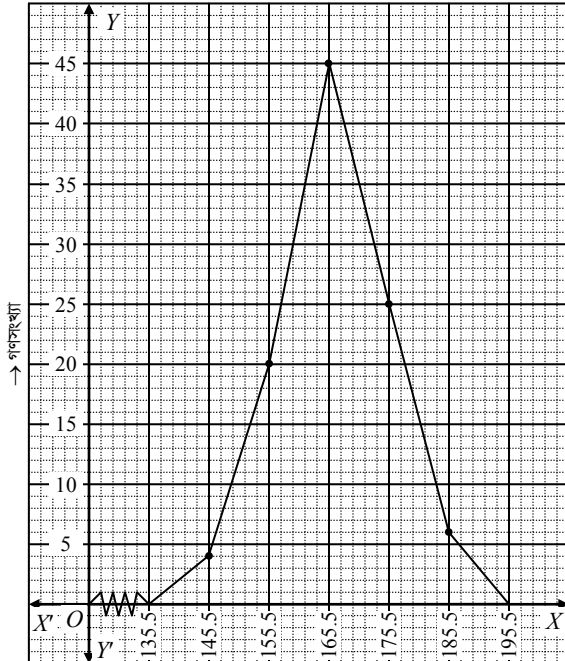
১০০ জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

উচ্চতা (সে.মি.)	141-150	151-160	161-170	171-180	181-190
গণসংখ্যা	5	16	56	11	12

সমাধান: প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে 100 জন ছাত্রের উচ্চতার জন্য শ্রেণি দেয়া আছে। 100 জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতাকে ঐ শ্রেণির সাপেক্ষে বিন্যস্ত করলে যে গণসংখ্যার সারণি পাওয়া যায়, তা নিম্নরূপ:

শ্রেণি উচ্চতা (সে.মি.)	মধ্যমান	গণসংখ্যা
141-150	145.5	4
151-160	155.5	20
161-170	165.5	45
171-180	175.5	25
181-190	185.5	6
মোট		100

উপরোক্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি ব্যবহার করে অঙ্কিত গণসংখ্যা বহুভুজটি হলো:



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু

অঙ্কনের বিবরণ: ছক কাগজে x -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে দুই একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং y -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা স্থাপন করে গণসংখ্যা বহুভুজ অংকন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 135.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে x -অক্ষে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩৩৩

কোনো এক পরীক্ষায় গণিতে ভোমাদের শ্রেণির ৫০ বা তার চেয়ে বেশি নম্বরপ্রাপ্ত শিক্ষার্থীদের নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর এবং অজিত রেখা আঁক।

সমাধান: আমাদের ক্লাসের গণিতে 50 ও তার চেয়ে বেশি নম্বর প্রাপ্ত শিক্ষার্থীদের নম্বরের গণসংখ্যা ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50 - 59	8	8
60 - 69	3	8 + 3 = 11
70 - 79	10	11 + 10 = 21
80 - 89	7	21 + 7 = 28
90 - 99	2	28 + 2 = 30



→ শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

অঙ্কনের বিবরণ: ছক কাগজের প্রতি ঘরকে একক ধরে x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা এবং y -অক্ষ বরাবর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা বিন্দুগুলো স্থাপন করি। বিন্দুগুলো ক্রমান্বয়ে সংযুক্ত করে অজিত রেখা অঙ্কন করা হয়েছে।

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩৩৬

ভোমাদের উপজেলার কয়েকটি স্কুলের এস.এস.সি পাসের হার ও তাদের সংখ্যা সংগ্রহ কর এবং পাসের গড় হার নির্ণয় কর।

সমাধান: আমাদের উপজেলার 5টি স্কুলের এস.এস.সি পাসের হার ও তাদের সংখ্যা সংগ্রহ করে নিচের সারণিতে উপস্থাপন করা হলো:

স্কুলের নাম	NN. গভঃ Boys	অলদিনী গভঃ Girls	T.Z উচ্চ বিদ্যালয়	কালেকটরেট উচ্চ বিদ্যালয়	B.P উচ্চ বিদ্যালয়
পাসের হার (শতকরা)	85	82	61	70	80
পরীক্ষার্থী সংখ্যা	120	100	70	80	100

উপরোক্ত সারণিতে পাসের হার ও শিক্ষার্থীর সংখ্যা দেওয়া আছে। এখানে, পাসের হার হলো চলক x এবং শিক্ষার্থীর সংখ্যা হলো চলকের সাপেক্ষে তার w ।

পাশের হারকে x_i এর শিক্ষার্থীর সংখ্যা w_i ধরে, স্কুলগুলোর পাশের হারের গাণিতিক গড়ের সারণি নিম্নরূপ:

স্কুলের নাম	x_i	w_i	$x_i w_i$
N.N	85	120	10200
অলদিনী	82	100	8200
T.Z	61	70	4270
কালেক্টরেট	70	80	5600
B.P	80	100	8000
মোট		$\sum w_i = 470$	$\sum x_i w_i = 36270$

$$\therefore \text{নির্ণেয় পাশের হার গড়} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i w_i}{\sum_{i=1}^5 w_i} = \frac{36270}{470} = 77.17$$

\therefore গড় পাশের হার = 77.17

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩৩৭

ক) তোমাদের শ্রেণির 49 জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর এবং কোন সূত্র ব্যবহার না করে মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান: আমাদের ক্লাসের 49 জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) নিয়ে গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

উচ্চতা	155	160	165	170	175	180	185	190
গণসংখ্যা	3	8	10	15	6	3	3	1

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা সারণি:

উচ্চতা	155	160	165	170	175	180	185	190
গণসংখ্যা	3	8	10	15	6	3	3	1
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	3	11	21	36	42	45	48	49

এখানে, $n = 49$ যা একটি বিজোড় সংখ্যা।

\therefore মধ্যক হবে, $\left(\frac{49+1}{2}\right)$ বা 25 তম পদের মান।

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হতে আমরা দেখতে পাই, ২৫ তম পদের মান ১৭০।

\therefore মধ্যক = 170

খ) পূর্বের সমস্যা থেকে 9 জনের উচ্চতা বাদ দিয়ে 40 জনের উচ্চতার (সে.মি.) মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান: পূর্বের সারণি হতে 9 জনের উচ্চতা বাদ দিয়ে 40 জনের উচ্চতা নিয়ে গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

উচ্চতা	155	160	165	170	175	180	185	190
গণসংখ্যা	3	5	9	13	5	2	2	1

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি নিম্নরূপ:

উচ্চতা	155	160	165	170	175	180	185	190
গণসংখ্যা	3	5	9	13	5	2	2	1
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	3	8	17	30	35	37	39	40

এখানে, $n = 40$ যা একটি জোড় সংখ্যা।

অতএব, মধ্যক হবে, $\frac{40}{2}$ ও $\left(\frac{40}{2} + 1\right)$ তম পদ দুইটির মানের গাণিতিক গড়।

\therefore মধ্যক হবে, 20 তম ও 21 তম পদ দুইটির মানের গড়।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{170 + 170}{2} = 170$$

\therefore নির্ণেয় মধ্যক = 170

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩৩৯

তোমাদের শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীকে নিয়ে ২টি দল গঠন করে। একটি সমস্যা সমাধানে প্রত্যেকের কত সময় লাগে (ক) তার গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর, (খ) সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান:

(i) প্রথম দলের শিক্ষার্থীদের একটি সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সময়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:

সময় (মিনিট)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
গণসংখ্যা	3	5	4	6	2

(ii) দ্বিতীয় দলের শিক্ষার্থীদের একটি সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সময়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ:

সময় (মিনিট)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
গণসংখ্যা	2	7	5	5	1

(i) প্রথম দলের গণসংখ্যা সারণি হতে মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সম্বলিত সারণি –

সময় (মিনিট)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
20-24	3	3
25-29	5	8
30-34	4	12
35-39	6	18
40-44	2	20

এখানে, $n = 20$ এবং $\frac{n}{2} = 10$

অতএব, মধ্যক হলো 10 তম পদের মান। 10 তম পদের অবস্থান হবে (30-34) শ্রেণি। তাই (30-34) শ্রেণিটি মধ্যক শ্রেণি।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_C\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 30 + (10 - 8) \times \frac{5}{4} \\ &= 30 + 2.5 \\ &= 32.5 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \text{এখানে, } L = 30 \\ F_C = 8 \\ f_m = 4 \\ h = 5 \end{array} \right.$$

মধ্যক = 32.5 মিনিট। (Ans.)

(ii) দ্বিতীয় দলের গণসংখ্যা সারণি হতে মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা সম্বলিত সারণি—

সময় (মিনিট)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
20-24	2	2
25-39	7	9
30-34	5	14
35-39	5	19
40-44	1	20

এখানে, $n = 20$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$

অর্থাৎ 10 তম পদের মানই মধ্যক। 10 তম পদটি (30-34) শ্রেণিতে অবস্থান করছে। অতএব (30-34) শ্রেণিটি মধ্যক শ্রেণি।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_C\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 30 + (10 - 9) \times \frac{5}{5} \\ &= 30 + 1 \\ &= 31 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \text{এখানে, } L = 30 \\ F_C = 9 \\ f_m = 5 \\ h = 5 \end{array} \right.$$

\therefore মধ্যক = 31 মিনিট (Ans.)