

একাদশ অধ্যায়

বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত

অনুশীলনী - ১১.১



অনুশীলনীর সমাধান



১ দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার এবং b মিটার হলে, এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

সমাধান: বর্গক্ষেত্র দুইটির বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার ও b মিটার
 \therefore বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে a^2 বর্গমিটার এবং b^2 বর্গমিটার

\therefore তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= a^2 : b^2$ (Ans.)

২ একটি বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক
 এবং বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক
 \therefore বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল πr^2 বর্গ একক
 এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ একক
 প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = a^2$
 বা, $a = \sqrt{\pi r^2}$
 $\therefore a = r\sqrt{\pi}$

আবার, বৃত্তের পরিসীমা $= 2\pi r$ একক
 এবং বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4a$ একক
 বৃত্তক্ষেত্রের ও বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত $= 2\pi r : 4a$
 $= 2\pi r : 4r\sqrt{\pi} [a = r\sqrt{\pi}]$
 $= \pi : 2\sqrt{\pi}$
 \therefore বৃত্তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত $= \pi : 2\sqrt{\pi}$ (Ans.)

৩ দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের ল.সা.গু. 180। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে সংখ্যা দুইটির অনুপাত 3 : 4
 মনে করি, সংখ্যা দুইটি $3x$ ও $4x$
 $3x$ ও $4x$ এর ল.সা.গু. $12x$

প্রশ্নমতে, $12x = 180$
 বা, $x = \frac{180}{12}$
 $\therefore x = 15$
 \therefore সংখ্যা দুইটি 45 এবং 60 (Ans.)

\therefore সংখ্যা দুইটি $3x = 3 \times 15$
 $= 45$
 এবং $4x = 4 \times 15$
 $= 60$

৪ একদিন তোমাদের ক্লাসে দেখা গেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যার অনুপাত 1 : 4, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যাকে মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, অনুপস্থিতের সাধারণ রাশি x
 \therefore অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা যথাক্রমে x ও $4x$
 মোট ছাত্রসংখ্যা $(x + 4x)$ বা $5x$ জন
 $5x$ জনের মধ্যে অনুপস্থিত x জন
 $\therefore 1$ " " " $\frac{x}{5x}$ "
 $\therefore 100$ " " " $\frac{x \times 100}{5x}$ " = 20 জন
 \therefore অনুপস্থিত 20% (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা : উপস্থিত ছাত্রসংখ্যা = 1 : 4
 অনুপাতদ্বয়ের সমষ্টি = 1 + 4 = 5
 \therefore অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার $\frac{1}{5}$ ভাগ
 \therefore অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা মোট ছাত্রসংখ্যার $\left(\frac{1}{5} \times 100\right)\%$
 $= 20\%$ (Ans.)

৫ একটি দ্রব্য ক্রয় করে 28% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ক্রয়মূল্য 100 টাকা
 তাহলে 28% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য $(100 - 28)$ টাকা
 $= 72$ টাকা

বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত $= 72 : 100$
 $= 18 : 25$; [4 দ্বারা ভাগ করে]
 \therefore অনুপাত 18 : 25 (Ans.)

৬ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 70 বছর। 7 বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল 5 : 2। 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

সমাধান: মনে করি, পিতার বর্তমান বয়স a বছর
 এবং পুত্রের বর্তমান বয়স b বছর

প্রশ্নমতে, $a + b = 70$ (i)

$$\frac{a-7}{b-7} = \frac{5}{2} \dots \dots \dots (ii)$$

(i) নং থেকে পাই, $a = 70 - b$ (iii)

a এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{70-b-7}{b-7} &= \frac{5}{2} \\ \text{বা, } \frac{63-b}{b-7} &= \frac{5}{2} \\ \text{বা, } 126-2b &= 5b-35 \\ \text{বা, } -2b-5b &= -35-126 \\ \text{বা, } -7b &= -161 \\ \therefore b &= \frac{-161}{-7} = 23 \end{aligned}$$

b এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a = 70 - 23 = 47$$

$$\therefore 5 \text{ বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত} = \frac{a+5}{b+5} = \frac{47+5}{23+5} = \frac{52}{28} = \frac{13}{7} = 13:7$$

\therefore পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত 13 : 7 (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ৬ নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

10 বছর পূর্বে পিতা, ছেলে ও মায়ের বয়সের অনুপাত ছিলো 5 : 2 : 4। বর্তমানে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ।
ক. কখন ছেলের বয়স মায়ের বয়সের অর্ধেক?
খ. মায়ের বর্তমান বয়স কত?
গ. কত বছর পরে তাদের বয়সের সমষ্টি 170 বছর হবে।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।
উত্তর: (ক) 10 বছর পূর্বে; (খ) 50 বছর; (গ) 10 বছর

৭. যদি $a : b = b : c$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$(ক) \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}; \quad (খ) a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3; \quad (গ) \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$$

ক. $\frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore b^2 = ca$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$$

$$= \frac{a^2 + ca}{ca + c^2} = \frac{a(a+c)}{c(a+c)} = \frac{a}{c}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore a = bk \quad \text{এবং } b = ck$$

$$= ck \cdot k \quad [\because b = ck]$$

$$= ck^2$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a}{c}$$

$$= \frac{ck^2}{c} = k^2$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$$

$$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{(ck)^2 + c^2} = \frac{c^2 k^4 + c^2 k^2}{c^2 k^2 + c^2} = \frac{c^2 k^2 (k^2 + 1)}{c^2 (k^2 + 1)} = k^2$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

খ. $a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$

সমাধান: দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right)$$

$$= \frac{a^2 b^2 c^2}{a^3} + \frac{a^2 b^2 c^2}{b^3} + \frac{a^2 b^2 c^2}{c^3}$$

$$= \frac{b^2 c^2}{a} + \frac{a^2 c^2}{b} + \frac{a^2 b^2}{c}$$

$$= \frac{ac \cdot c^2}{a} + \frac{(ac)^2}{b} + \frac{a^2 \cdot ac}{c} \quad [\because b^2 = ac]$$

$$= c^3 + \frac{(b^2)^2}{b} + a^3 = c^3 + b^3 + a^3 = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore a = bk \quad \text{এবং } b = ck$$

$$= ck \cdot k \quad [\because b = ck]$$

$$= ck^2$$

$$\text{বামপক্ষ} = a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right)$$

$$= (ck^2)^2 \cdot (ck)^2 \cdot c^2 \left\{ \frac{1}{(ck^2)^3} + \frac{1}{(ck)^3} + \frac{1}{c^3} \right\}$$

$$= c^2 k^4 \cdot c^2 k^2 \cdot c^2 \left\{ \frac{1}{c^3 k^6} + \frac{1}{c^3 k^3} + \frac{1}{c^3} \right\}$$

$$= c^6 k^6 \left\{ \frac{1 + k^3 + k^6}{c^3 k^6} \right\}$$

$$= c^3 (1 + k^3 + k^6)$$

$$\text{ডানপক্ষ} = a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (ck^2)^3 + (ck)^3 + c^3$$

$$= c^3 k^6 + c^3 k^3 + c^3$$

$$= c^3 (k^6 + k^3 + 1)$$

$$= c^3 (1 + k^3 + k^6)$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$$

$$= \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+b^2)^3} \quad [\because ac = b^2 \text{ বসিয়ে}]$$

$$= \frac{b \cdot ac(a+b+c)^3}{\{b(a+b+c)\}^3}$$

$$= \frac{b \cdot b^2(a+b+c)^3}{b^3(a+b+c)^3}$$

$$= \frac{b^3}{b^3}$$

$$= 1 = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore a = bk \quad \text{এবং } b = ck$$

$$= ck^2 \cdot k [\because b = ck]$$

$$= ck^2$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$$

$$= \frac{ck^2 \cdot ck \cdot c(ck^2 + ck + c)^3}{(ck^2 \cdot ck + ck \cdot c + c \cdot ck^2)^3} [\because a = ck^2 \text{ এবং } b = ck]$$

$$= \frac{c^3 k^3 (ck^2 + ck + c)^3}{(c^2 k^3 + c^2 k + c^2 k^2)^3}$$

$$= \frac{c^3 k^3 \{c(k^2 + k + 1)\}^3}{\{c^2 k(k^2 + 1 + k)\}^3}$$

$$= \frac{c^3 k^3 \cdot c^3 (k^2 + k + 1)^3}{c^6 k^3 (k^2 + k + 1)^3}$$

$$= \frac{c^6 k^3 (k^2 + k + 1)^3}{c^6 k^3 (k^2 + k + 1)^3}$$

$$= 1 = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

◆◆ অনুশীলনের ৭নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

p, q, r ক্রমিক সমানুপাতী-

[সি.বো.-'১৬]

ক. দেখাও যে, $\left(\frac{p+q}{q+r}\right)^2 = \frac{p}{r}$.

খ. প্রমাণ কর যে, $p^2 q^2 r^2 \left(\frac{1}{p^3} + \frac{1}{q^3} + \frac{1}{r^3}\right) = p^3 + q^3 + r^3$.

গ. দেখাও যে, $\frac{p^2 + q^2}{q^2 + r^2} = \frac{(p+q)^2}{(q+r)^2}$ সম্পর্কটি উদ্ভীপকের শর্তকে সমর্থন করে।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

৮ সমাধান কর:

(ক) $\frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$; (খ) $\frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2}}{a+x + \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$, $2a > b > 0$ এবং $x \neq 0$; (গ) $81 \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

ক $\frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{1 - \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{1 - \sqrt{1-x} + 1 + \sqrt{1-x}}{1 - \sqrt{1-x} - 1 - \sqrt{1-x}} = \frac{1+3}{1-3}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\sqrt{1-x}} = \frac{4}{-2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2$

বা, $\sqrt{1-x} = \frac{1}{2}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $(\sqrt{1-x})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $1-x = \frac{1}{4}$

বা, $-x = \frac{1-4}{4}$

$\therefore x = \frac{3}{4}$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{3}{4}$ (Ans.)

খ $\frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2}}{a+x + \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$; $2a > b > 0$ এবং $x \neq 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2}}{a+x + \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b}{x}$

সুতরাং $\frac{a+x - \sqrt{a^2-x^2} + a+x + \sqrt{a^2-x^2}}{a+x - \sqrt{a^2-x^2} - a-x - \sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2(a+x)}{-2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{(a+x)^2}{a^2-x^2} = \frac{b^2+2bx+x^2}{b^2-2bx+x^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2+2bx+x^2}{b^2-2bx+x^2}$

বা, $\frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{b^2+2bx+x^2+b^2-2bx+x^2}{b^2+2bx+x^2-b^2+2bx-x^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a}{2x} = \frac{2(b^2+x^2)}{4bx}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{b^2+x^2}{2bx}$

বা, $a = \frac{b^2+x^2}{2b}$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা গুণ করে; $x \neq 0$]

বা, $x^2 + b^2 = 2ab$

বা, $x^2 = 2ab - b^2$

$\therefore x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x = \pm \sqrt{2ab - b^2}$

গ $81 \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $81 \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

বা, $81 = \left(\frac{1+x}{1-x}\right) \times \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^3$

বা, $81 = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$

বা, $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4 = 9^2$

বা, $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = 9$ [বর্গমূল করে]

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \pm 3$ [বর্গমূল করে]

$$\text{এখন } \frac{1+x}{1-x} = 3 \text{ হলে}$$

$$\text{বা, } 1+x = 3(1-x)$$

$$\text{বা, } 1+x = 3-3x$$

$$\text{বা, } 3x+x = 3-1$$

$$\text{বা, } 4x = 2$$

$$\therefore x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } \frac{1+x}{1-x} = -3 \text{ হলে,}$$

$$\text{বা, } 1+x = -3(1-x)$$

$$\text{বা, } 1+x = -3+3x$$

$$\text{বা, } 1+3 = 3x-x$$

$$\text{বা, } 2x = 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{2} = 2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান, } x = \frac{1}{2}, 2 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{৯} \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \text{ হলে, দেখাও যে,}$$

$$\text{(ক) } \frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}; \quad \text{(খ) } (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$$

$$\text{ক} \quad \frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$$

$$\text{সমাধান: দেওয়া আছে, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore \frac{a}{b} = k$$

$$\therefore \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore \frac{c}{d} = k$$

$$\text{বা, } a = bk$$

$$\text{বা, } b = ck$$

$$\text{বা, } c = dk$$

$$= dk^2k$$

$$= dk^2k$$

$$= dk^2k$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^3+b^3}{b^3+c^3}$$

$$= \frac{(dk^2k)^3 + (dk^2k)^3}{(dk^2k)^3 + (dk^2k)^3} = \frac{d^3k^9 + d^3k^9}{d^3k^6 + d^3k^6} = \frac{d^3k^9(k^3+1)}{d^3k^6(k^3+1)} = k^3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$$

$$= \frac{(dk^2k)^3 + (dk^2k)^3}{(dk^2k)^3 + (dk^2k)^3} = \frac{d^3k^9 + d^3k^9}{d^3k^6 + d^3k^6} = \frac{d^3k^9(k^3+1)}{d^3k^6(k^3+1)} = k^3$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{খ} \quad (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$$

$$\text{সমাধান: দেওয়া আছে, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\text{ধরি, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

$$\therefore \frac{a}{b} = k$$

$$\therefore \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore \frac{c}{d} = k$$

$$\text{বা, } a = bk$$

$$\text{বা, } b = ck$$

$$\text{বা, } c = dk$$

$$\text{বা, } a = dk^3 [\therefore b = dk^2]$$

$$\text{বা, } b = dk^2 [\therefore c = dk]$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) \\ &= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\} \{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\} \\ &= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2) \\ &= d^4k^2(k^4+k^2+1)d^2(k^4+k^2+1) \\ &= d^4k^2(k^4+k^2+1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= (ab+bc+cd)^2 \\ &= (dk^3 \cdot dk^2 + dk^2 \cdot dk + dk \cdot d)^2 \\ &= \{d^2k^5 + d^2k^3 + d^2k\}^2 \\ &= d^4k^2(k^4+k^2+1)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{১০} \quad x = \frac{4ab}{a+b} \text{ হলে, দেখাও যে, } \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2, a \neq b$$

$$\text{সমাধান: দেওয়া আছে, } x = \frac{4ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a} \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } x = \frac{4ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b} \quad \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$$

$$= \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}; \quad [(i) \text{ ও } (ii) \text{ হতে মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$$

$$= \frac{3b+a-3a-b}{b-a}$$

$$= \frac{2b-2a}{b-a}$$

$$= \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2 = \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}$$

◆◆ অনুশীলনীর ৭ ও ১০নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$$a, b, c \text{ ও } d \text{ ক্রমিক সমানুপাতিক এবং } x = \frac{10pq}{p+q}।$$

$$\text{ক. দেখাও যে, } \frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}.$$

$$\text{খ. প্রমাণ কর যে, } (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2.$$

$$\text{গ. } \frac{x+5p}{x-5p} + \frac{x+5q}{x-5q} \text{ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে } p \neq q.$$

নিজে নিজে চেষ্টা কর।
পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২১৪ উদা-১১ দ্রষ্টব্য
উত্তর: (গ) ২

$$\boxed{১১} \quad x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$$

$$\text{সমাধান: } x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} + \sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} - \sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}$$

$$\text{বা, } \frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \left(\frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}} \right)^3 \quad [\text{উভয়পক্ষকে ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\text{বা, } \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1} = \frac{m+1 + m-1}{m-1 - m+1} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{2(x^3 + 3x)}{2(3x^2 + 1)} = \frac{2m}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{x^3 + 3x}{3x^2 + 1} = m$$

$$\text{বা, } x^3 + 3x = 3mx^2 + m$$

$$\text{বা, } x^3 + 3x - 3mx^2 - m = 0 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$\boxed{১২} \quad x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}} \text{ হলে, দেখাও যে, } 3bx^2 - 4ax + 3b = 0$$

$$\text{সমাধান: দেওয়া আছে, } x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} + \sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b} - \sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt{2a+3b}}{2\sqrt{2a-3b}}$$

$$\text{বা, } \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \left(\frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}} \right)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$$

$$\text{বা, } \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = \frac{2a+3b + 2a-3b}{2a+3b - 2a+3b} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন}]$$

$$\text{বা, } \frac{2(x^2 + 1^2)}{4x} = \frac{4a}{6b} \quad \left[\because (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2) \right]$$

$$\text{বা, } 3x^2b + 3b = 4ax \quad [\text{আড়গুণণ করে}]$$

$$\therefore 3x^2b - 4ax + 3b = 0 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\boxed{১৩} \quad \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2} \text{ হলে, দেখাও যে, } a, b, c \text{ ক্রমিক সমানুপাতী।}$$

$$\text{সমাধান: দেওয়া আছে, } \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{b^2 + c^2 + 2bc}$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)(b^2 + c^2 + 2bc) = (b^2 + c^2)(a^2 + b^2 + 2ab)$$

$$\text{বা, } a^2b^2 + a^2c^2 + 2a^2bc + b^4 + b^2c^2 + 2b^3c = a^2b^2 + b^4 + 2b^3a + a^2c^2 + c^2b^2 + 2abc^2$$

$$\text{বা, } 2a^2bc + 2b^3c = 2b^3a + 2abc^2$$

$$\text{বা, } 2bc(a^2 + b^2) = 2ab(b^2 + c^2)$$

$$\text{বা, } c(a^2 + b^2) = a(b^2 + c^2)$$

$$\text{বা, } ca^2 - cb^2 = ab^2 - ac^2$$

$$\text{বা, } ca^2 - ac^2 = ab^2 - cb^2$$

$$\text{বা, } ca(a-c) = b^2(a-c)$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore a : b = b : c$$

$$\therefore a, b, c \text{ ক্রমিক সমানুপাতী} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\text{দেওয়া আছে, } \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2}{(a+b)^2} = \frac{b^2 + c^2}{(b+c)^2} \quad [\text{একান্তরকরণ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{b^2 + c^2}$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2 + a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2 - a^2 - 2ab - b^2} = \frac{b^2 + c^2 + b^2 + 2bc + c^2}{b^2 + c^2 - b^2 - 2bc - c^2}$$

$$\text{বা, } \frac{2a^2 + 2ab + 2b^2}{-2ab} = \frac{2b^2 + 2bc + 2c^2}{-2bc} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + ab + b^2}{a} = \frac{b^2 + bc + c^2}{b} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } -2b \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } a^2c + abc + b^2c = ab^2 + abc + ac^2$$

$$\text{বা, } b^2c - ab^2 = abc - abc + ac^2 - a^2c$$

$$\text{বা, } b^2(c-a) = ac(c-a)$$

$$\text{বা, } b^2 = \frac{ac(c-a)}{(c-a)}$$

$$\text{বা, } b^2 = ac$$

$$\text{বা, } \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore a : b = b : c$$

$$\therefore a, b, c \text{ ক্রমিক সমানুপাতী।} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

◆◆ অনুশীলনীর ৯ ও ১৩নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>(i) যদি, $a : b = b : c$ হয় তবে, ক. $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2$ এর মান বের কর। খ. প্রমাণ কর যে, $a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$ গ. যদি $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হয়, তবে প্রমাণ কর a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) $\frac{a}{c}$</p>
<p>(ii) x, y, z তিনটি ক্রমিক সমানুপাতী রাশি ক. $2x : 3y = 1$ হলে, $y : z =$ কত? খ. $\frac{x^2+y^2}{(x+y)^2} = \frac{y^2+z^2}{(y+z)^2}$ হলে প্রমাণ কর যে, x, y, z ক্রমিক সমানুপাতী। গ. উদ্দীপকের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^3+y^3}{x-y+z} = x(x+y)$।</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর। উত্তর: (ক) 3 : 2</p>

১৪ $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}$ ।

সমাধান: মনে করি, $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b} = k$

$\therefore x = bk + ck; y = ck + ak; z = ak + bk$

এখন, $\frac{a}{y+z-x} = \frac{a}{ck+ak+ak+bk-bk-ck} = \frac{a}{2ak} = \frac{1}{2k}$

আবার, $\frac{b}{z+x-y} = \frac{b}{ak+bk+bk+ck-ck-ak} = \frac{b}{2bk} = \frac{1}{2k}$
এবং, $\frac{c}{x+y-z} = \frac{c}{bk+ck+ck+ak-ak-bk} = \frac{c}{2ck} = \frac{1}{2k}$
 $\therefore \frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}$ (প্রমাণিত)

১৫ $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

সমাধান: মনে করি, $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} = k$

$\therefore \frac{bz-cy}{a} = k, \frac{cx-az}{b} = k, \frac{ay-bx}{c} = k$

সুতরাং $bz-cy = ak \dots \dots (i)$

$cx-az = bk \dots \dots (ii)$

$ay-bx = ck \dots \dots (iii)$

(i) নং, (ii) নং ও (iii) নং সমীকরণকে যথাক্রমে a, b, c দ্বারা গুণ করে যোগ করি

$abz - acy = a^2k$

$bcx - abz = b^2k$

$acy - bcx = c^2k$

$abz - acy + bcx - abz + acy - bcx = k(a^2 + b^2 + c^2)$

বা, $0 = k(a^2 + b^2 + c^2)$

$\therefore k = 0$

(i) নং সমীকরণে k এর মান বসিয়ে পাই,

$bz - cy = 0$

বা, $bz = cy$

বা, $\frac{z}{c} = \frac{y}{b} \dots \dots (iv)$

(ii) নং সমীকরণে k এর মান বসিয়ে পাই,

$cx - az = 0$

বা, $cx = az$

বা, $\frac{x}{a} = \frac{z}{c} \dots \dots (v)$

(iv) ও (v) হতে পাই,

$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ (প্রমাণিত)

◆◆ অনুশীলনীর ১৫নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>$\frac{bz-cy}{a}, \frac{cx-az}{b}$ ও $\frac{ay-bx}{c}$ তিনটি সমান অনুপাত। ক. ক্রমিক সমানুপাতী বলতে কী বুঝ? খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^3}{a^2} - \frac{y^3}{b^2} - \frac{z^3}{c^2} = \frac{(x-y-z)^3}{(a-b-c)^2}$</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর।</p>
---	-----------------------------

১৬ $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ এবং $a+b+c \neq 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a = b = c$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$

বা, $\frac{a+b-c-a-b}{a+b} = \frac{b+c-a-b-c}{b+c} = \frac{c+a-b-c-a}{c+a}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{-c}{a+b} = \frac{-a}{b+c} = \frac{-b}{c+a}$

বা, $\frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a}$

বা, $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$ [ব্যস্তকরণ করে]

বা, $\frac{a+b+c}{c} = \frac{b+c+a}{a} = \frac{c+a+b}{b}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ [($a+b+c$) দ্বারা ভাগ করে; $\therefore (a+b+c) \neq 0$]

বা, $c = a = b$

অর্থাৎ $a = b = c$ (প্রমাণিত)

১৭ $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং $x+y+z \neq 0$, হলে দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাত $= \frac{1}{a+b+c}$

সমাধান: মনে করি, প্রতিটি অনুপাতের মান k

তাহলে, $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc} = k$

$\therefore \frac{x}{xa+yb+zc} = k$

বা, $x = k(xa+yb+zc) \dots \dots \dots (i)$

আবার, $\frac{y}{ya+zb+xc} = k$

বা, $y = k(ya+zb+xc) \dots \dots \dots (ii)$

এবং $\frac{z}{za+xb+yc} = k$

বা, $z = k(za+xb+yc) \dots \dots \dots (iii)$

(i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$x+y+z = k(xa+yb+zc) + k(ya+zb+xc) + k(za+xb+yc)$

বা, $x+y+z = k(xa+yb+zc+ya+zb+xc+za+xb+yc)$

বা, $x+y+z = k\{x(a+b+c) + y(a+b+c) + z(a+b+c)\}$

বা, $x+y+z = k(a+b+c)(x+y+z)$

বা, $k(a+b+c)(x+y+z) = x+y+z$

বা, $k = \frac{(x+y+z)}{(a+b+c)(x+y+z)}$

$\therefore k = \frac{1}{a+b+c}$

যেহেতু প্রতিটি অনুপাতের মান k ধরা হয়েছে।

সুতরাং প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{1}{a+b+c}$ (প্রমাণিত)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$

\therefore প্রত্যেকটি অনুপাত $= \frac{x+y+z}{xa+yb+zc+ya+zb+xc+za+xb+yc}$

$= \frac{x+y+z}{xa+xb+xc+ya+yb+yc+za+zb+zc}$

$= \frac{x+y+z}{x(a+b+c)+y(a+b+c)+z(a+b+c)}$

$= \frac{(x+y+z)}{(a+b+c)(x+y+z)}$

$= \frac{1}{a+b+c}$ (প্রমাণিত)

১৮ যদি $(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$

ধরি, $(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s = k$

$\therefore p = \frac{k}{a+b+c}, q = \frac{k}{b+c-a}, r = \frac{k}{c+a-b}, s = \frac{k}{a+b-c}$

$\therefore \frac{1}{p} = \frac{a+b+c}{k}, \frac{1}{q} = \frac{b+c-a}{k}, \frac{1}{r} = \frac{c+a-b}{k}, \frac{1}{s} = \frac{a+b-c}{k}$

$\therefore \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{b+c-a}{k} + \frac{c+a-b}{k} + \frac{a+b-c}{k}$

$= \frac{b+c-a+c+a-b+a+b-c}{k}$

$= \frac{a+b+c}{k}$

$= \frac{1}{p}$

সুতরাং $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$ (প্রমাণিত)

১৯ যদি $lx = my = nz$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$

সমাধান: মনে করি, $lx = my = nz = k$

$\therefore lx = k; \quad my = k; \quad nz = k$

বা, $x = \frac{k}{l}; \quad y = \frac{k}{m}; \quad z = \frac{k}{n}$

বামপক্ষ $= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$
 $= \frac{\left(\frac{k}{l}\right)^2}{\frac{k}{m} \cdot \frac{k}{n}} + \frac{\left(\frac{k}{m}\right)^2}{\frac{k}{n} \cdot \frac{k}{l}} + \frac{\left(\frac{k}{n}\right)^2}{\frac{k}{l} \cdot \frac{k}{m}}$

$= \frac{\left(\frac{k^2}{l^2}\right)}{\frac{k^2}{mn}} + \frac{\left(\frac{k^2}{m^2}\right)}{\frac{k^2}{nl}} + \frac{\left(\frac{k^2}{n^2}\right)}{\frac{k^2}{lm}}$

$= \left(\frac{k^2}{l^2} \times \frac{mn}{k^2}\right) + \left(\frac{k^2}{m^2} \times \frac{nl}{k^2}\right) + \left(\frac{k^2}{n^2} \times \frac{lm}{k^2}\right)$

$= \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2} = \text{ডানপক্ষ} \quad (\text{দেখানো হলো})$

২০ যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2} \dots \dots \dots$ (i)

$$\text{এবং } \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}} \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

(i) নং হতে পাই, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$

$$\text{বা, } \frac{p}{q} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{p}{q} = \left(\frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}\right)^2 \text{ [(ii) নং হতে]}$$

$$\text{বা, } \frac{p}{q} = \frac{a+q}{a-q}$$

$$\text{বা, } ap - pq = aq + q^2$$

$$\text{বা, } ap - aq = pq + q^2$$

$$\text{বা, } a(p-q) = q(p+q)$$

$$\therefore \frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q} \text{ (দেখানো হলো)}$$



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২০৭

ক) 3.5: 5.6 কে 1 : a এবং b : 1 আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, 3.5 : 5.6

$$= \frac{3.5}{3.5} : \frac{5.6}{3.5} \text{ [পূর্ব ও উত্তর রাশিকে 3.5 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$= 1 : \frac{56}{35} = 1 : \frac{8}{5} = 1 : 1.6$$

ইহাই 1 : a আকারে প্রকাশ (Ans.)

আবার, 3.5 : 5.6

$$= \frac{3.5}{5.6} : \frac{5.6}{5.6} \text{ [পূর্ব ও উত্তর রাশিকে 5.6 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$= \frac{35}{56} : 1 = \frac{5}{8} : 1 = 0.625 : 1$$

ইহাই b : 1 আকারে প্রকাশ (Ans.)

খ) x : y = 5 : 6 হলে 3x : 5y = কত?

সমাধান: x : y = 5 : 6

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y} \times \frac{3}{5} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{5} \text{ [উভয় পক্ষে } \frac{3}{5} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{5y} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 3x : 5y = 1 : 2 \text{ (Ans.)}$$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২০৯

ক) মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি s বছর। তাদের বয়সের অনুপাত t বছর পূর্বে ছিল r : p। x বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

সমাধান: মনে করি, মাতার বর্তমান বয়স a বছর

এবং কন্যার বর্তমান বয়স b বছর

প্রশ্নের প্রথম ও দ্বিতীয় শর্তানুসারে যথাক্রমে পাই,

$$a + b = s \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$\text{এবং } \frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p} \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

(ii) নং থেকে পাই,

$$\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p} = \frac{a+b-2t}{r+p} = \frac{s-2t}{r+p}$$

$$\text{বা, } (a-t) = \left(\frac{s-2t}{r+p}\right) r$$

$$\therefore a = \frac{(s-2t)r}{r+p} + t$$

$$\text{এবং } b-t = \frac{(s-2t)p}{r+p} \text{ বা, } b = \frac{(s-2t)p}{r+p} + t$$

\therefore x বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত

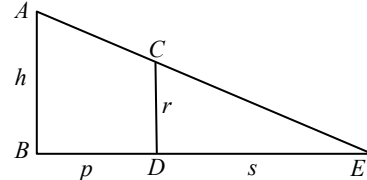
$$= \frac{a+x}{b+x} = \frac{\frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x}{\frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x}$$

\therefore x বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত হবে,

$$\left\{ \frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x \right\} : \left\{ \frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x \right\} \text{ (Ans.)}$$

খ) একটি ল্যাম্পপোস্ট থেকে p মিটার দূরে দাঁড়ানো r মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য s মিটার। ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা p, r ও s এর মাধ্যমে নির্ণয় কর।

সমাধান:



চিত্রে, AB = ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা = h মিটার

CD = ব্যক্তি

A, C যোগ করে E পর্যন্ত বর্ধিত করি।

\therefore DE = ব্যক্তির ছায়া

দেওয়া আছে, CD = r মিটার, DE = s মিটার এবং BD = p মিটার

এখন, $\triangle ABE$ ও $\triangle CDE$ -এ

$$\angle AEB = \angle CED \text{ [একই কোণ]}$$

$$\angle BAE = \text{অনুরূপ } \angle DCE \text{ [}\because AB \parallel CD\text{]}$$

$$\angle ABE = \text{অনুরূপ } \angle CDE$$

$\therefore \triangle ABE$ ও $\triangle CDE$ সদৃশকোণী

$$\text{সুতরাং, } \frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{BD + DE}{DE} = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{BD}{DE} + 1 = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{বা, } AB = CD \left(\frac{BD}{DE} + 1 \right)$$

$$\therefore h = r \left(\frac{p}{s} + 1 \right)$$

সুতরাং ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা = h মিটার = $r \left(\frac{p}{s} + 1 \right)$ মিটার (Ans.)