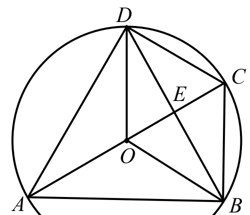
অনুশীলনী - ৮.২

অনুশীলনীর সমাধান

১ ***O*** **কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে** ***ABCD*** **একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ।** ***AC, BD*** **কর্ণদ্বয়** ***E*** **বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে,** $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$**.**

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $ABCD$ একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। $ABCD$ চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$।

অঙ্কন: O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. একই চাপ AB এর উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADB$

$\therefore \angle AOB = 2\angle ADB$ ... (i) [$\because$ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২. আবার, চাপ CD এর উপর $\angle COD$ কেন্দ্রস্থ এবং $\angle DAC$ বৃত্তস্থ।

$\therefore \angle COD = 2\angle DAC$ ... ... (ii)

ধাপ ৩. $\angle AOB + \angle COD = 2\angle ADB + 2\angle DAC$

[(i) ও (ii) নং যোগ করে]

বা, $\angle AOB + \angle COD = 2(\angle ADB + \angle DAC)$

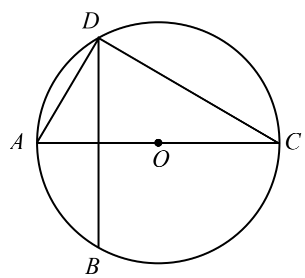
$= 2(\angle ADE + \angle DAE)$

$= 2\angle AEB$ [$\because$ ΔADE এর বহিঃস্থ $\angle AEB = \angle ADE + \angle DAE$]

$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$ **(প্রমাণিত)**

২ ***O*** **কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অর্ন্তলিখিত চতুর্ভুজ।** $\angle ADB + \angle BDC$ **= এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে,** ***A, O, C*** **এক সরলরেখায় অবস্থিত।**

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABCD$ বৃত্তে, $\angle ADB + \angle BDC$ = এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন: O, A ও O, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. যেহেতু, $\angle ADB + \angle BDC$ = এক সমকোণ [দেওয়া আছে]

বা, $\angle ADC$ = এক সমকোণ

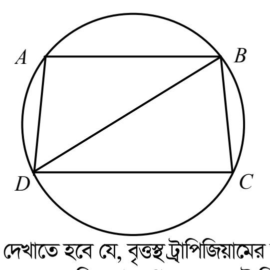
$\therefore \angle ADC$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ [$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = এক সমকোণ]

$\therefore AC$ বৃত্তের ব্যাস এবং O তার কেন্দ্র [$\because$ বৃত্তের ব্যাস সর্বদাই কেন্দ্রগামী]

$\therefore A, O$ এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

৩ **দেখাও যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।**

সমাধান:



সাধারণ নির্বচন: দেখাতে হবে যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় যথাক্রমে AB ও CD সুতরাং, ইহার তির্যক বাহুদ্বয় হলো AD ও BC। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BC$।

অঙ্কন: B, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামে,

$AB \parallel CD$ এবং BD ছেদক [কল্পনা অনুসারে]

$\therefore \angle ABD = \angle BDC$ [একান্তর কোণ]

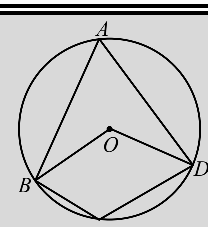
অর্থাৎ, AD চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ = BC চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ

$\therefore$ চাপ AD = চাপ BC [$\because$ সমান সমান বৃত্তস্থ কোণগুলো সমান সমান চাপের উপর দণ্ডায়মান]

$\therefore AD$ জ্যা = BC জ্যা [$\because$ বৃত্তে সমান সমান চাপ সমান সমান জ্যা ছিন্ন করে]

অর্থাৎ $AD = BC$ **(প্রমাণিত)**

৪ **চিত্রে,** ***O*** **বৃত্তের কেন্দ্র এবং** $OB = 2.5$ **সে.মি.।**



ক. ***ABCD*** **বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর।**

খ. **প্রমাণ কর যে,** $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$।

গ. ***AC*** **ও** ***BD*** **পরস্পর** ***E*** **বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে,** $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$।

সমাধান:

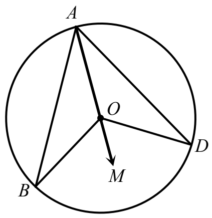
ক চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OB = 2.5$ সে.মি.

এখানে, O বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = OB = 2.5$ সে.মি.

$\therefore ABCD$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi.r$ একক $= 2 \times \pi \times 2.5$ সে.মি.

$= 15.71$ সে.মি. (প্রায়)

খ



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$

অঙ্কন: A, O যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. ΔAOB এর বহিঃস্থ $\angle BOM = \angle BAO + \angle ABO$ [∵ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

ধাপ ২. ΔAOB-এ $OA = OB$ [∵ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle BAO = \angle ABO$ [∵ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ ৩. $\therefore \angle BOM = \angle BAO + \angle BAO$ [ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে]

$= 2\angle BAO$

ধাপ ৪. একইভাবে ΔDOM থেকে প্রমাণ করা যায়,

$\angle DOM = 2\angle DAO$

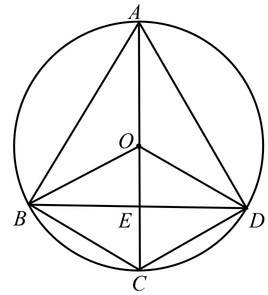
ধাপ ৫. $\therefore \angle BOM + \angle DOM = 2\angle BAO + 2\angle DAO$ [ধাপ-৩ ও ধাপ-৪ হতে]

বা, $\angle BOD = 2(\angle BAO + \angle DAO)$

$= 2\angle BAD$

$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$ **(প্রমাণিত)**

গ



AC ও BD পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করলে

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$।

অঙ্কন: B, D ও A, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. একই চাপ AB এর উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADB$

$\therefore \angle AOB = 2\angle ADB$ [∵ একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ ২. CD চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle COD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle DAC$

$\therefore \angle COD = 2\angle CAD$ [একই কারণে]

ধাপ ৩. $\angle AOB + \angle COD = 2\angle ADB + 2\angle CAD$ [ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে]

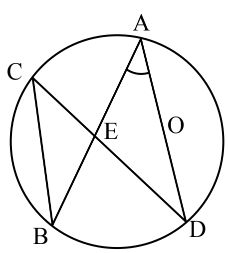
$= 2(\angle ADE + \angle EAD)$

$= 2\angle AEB$ [∵ ΔAED-এ বহিঃস্থ $\angle AEB = \angle ADE + \angle EAD$]

$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$ **(প্রমাণিত)**

৫ ***ABCD*** **বৃত্তে *AB* ও *CD* জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে, ΔAED ও ΔBEC সদৃশকোণী।**

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: ABCD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাতে হবে যে ΔAED ও ΔBEC সদৃশকোণী

অঙ্কন: B, C ও A, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. একই চাপ BD এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ যথাক্রমে $\angle BCD$ ও $\angle BAD$

$\therefore \angle BCD = \angle BAD$ [∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

বা, $\angle BCE = \angle EAD$

ধাপ ২. একই চাপ AC এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ যথাক্রমে $\angle CBA$ ও $\angle CDA$

$\therefore \angle CBA = \angle CDA$ [∵ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]

বা, $\angle CBE = \angle EDA$

ধাপ ৩. এখন, ΔBEC ও ΔAED -এ

$\angle BEC = \angle AED$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\angle BCE = \angle EAD$ [ধাপ-১ হতে]

$\angle CBE = \angle EDA$ [ধাপ-২ হতে]

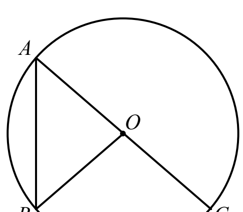
$\therefore \Delta AED$ ও ΔBEC সদৃশকোণী **(দেখানো হলো)**

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ *পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৫৯*

O **কেন্দ্র বিশিষ্ট *ABC* বৃত্তের *AC* কেন্দ্রগামী হলে উপপাদ্য ২০ প্রমাণ কর।**
অথবা; *O* কেন্দ্র বিশিষ্ট *ABC* বৃত্তের *AC* কেন্দ্রগামী হলে প্রমাণ কর যে, *BC* চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

সমাধান:



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং তার একই চাপ BC এর উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BAC$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 2\angle BAC$।

প্রমাণ:

ধাপ ১. AC রেখা কেন্দ্র দিয়ে যায়।

এখন, ΔAOB-এ

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore\ \angle ABO = \angle BAO$ [$\because$ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

ধাপ ২. ΔAOB-এর

বহিঃস্থ $\angle BOC = \angle BAO + \angle ABO$ [$\because$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

$= \angle BAO + \angle BAO$

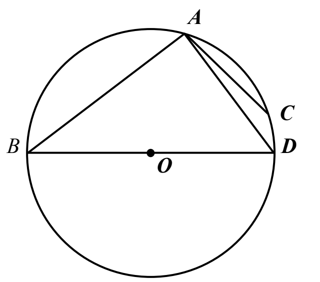
$= 2\angle BAO$ [ধাপ-১ হতে]

$\therefore\ \angle BOC = 2\angle BAC$ [$\because\ \angle BAO = \angle BAC$] **(প্রমাণিত)**

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬০

প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ।

সমাধান:



সাধারণ নির্বচন: প্রমাণ করতে হবে যে, কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপচাপ BAC। $\angle BAC$, BAC উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC$ একটি স্থূলকোণ।

অঙ্কন: BD ব্যাস অঙ্কন করি। A, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে BD ব্যাস

$\angle BAD$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

$\therefore\ \angle BAD = 1$ সমকোণ ... ... (i) [$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

ধাপ ২. A ও C wবন্দু BD রেখাংশের একই পাশে অবস্থিত

$\therefore\ \angle BAC > \angle BAD$

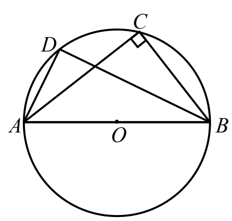
$\therefore\ \angle BAC > 1$ সমকোণ [(i) নং থেকে]

$\angle BAC$ একটি স্থূলকোণ

পাঠ্যবইয়ের অনুসিদ্ধান্ত ও সমাধান

অনুসিদ্ধান্ত - ৪। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজকে ব্যাস ধরে বৃত্ত অঙ্কন করলে তা সমকৌণিক শীর্ষবিন্দু দিয়ে যাবে। [পাঠ্যবই পৃষ্ঠা -১৬০]

সমাধান:



সাধারণ নির্বচন: প্রমাণ করতে হবে যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজকে ব্যাস ধরে বৃত্ত অঙ্কন করলে তা সমকৌণিক শীর্ষবিন্দু দিয়ে যাবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC সমকোণী, যার $\angle ACB =$ এক সমকোণ অর্থাৎ C হলো সমকৌণিক শীর্ষবিন্দু এবং AB ত্রিভুজের অতিভুজ। AB কে ব্যাস ধরে O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হলো, যার ওপর D যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তটি C বিন্দু দিয়ে যাবে।

অঙ্কন: A, D এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. সমকোণী ΔABC -এর

$\angle ACB =$ এক সমকোণ [কল্পনা]

আবার, $\angle ADB =$ এক সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]

$\therefore\ \angle ACB = \angle ADB$ [$\because$ উভয়ই এক সমকোণের সমান]

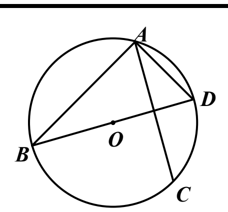
ধাপ ২. কিন্তু, $\angle ACB$ এবং $\angle ADB$ কোণদ্বয় A এবং B বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ AB এর একই পাশে অবস্থিত এবং উভয়েই AB চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ যারা পরস্পর সমান

$\therefore\ A, B, C, D$ বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

অর্থাৎ, বৃত্তটি C বিন্দু দিয়ে যায়। **(প্রমাণিত)**

অনুসিদ্ধান্ত - ৫। কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ। [পাঠ্যবই পৃষ্ঠা -১৬০]

সমাধান:



সাধারণ নির্বচন: প্রমাণ করতে হবে যে, কোন বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে BAC একটি অধিচাপ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

অঙ্কন: BD ব্যাস অঙ্কন করি। A, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ ১. O কেন্দ্রিক বৃত্তে BD ব্যাস

$\therefore\ \angle BAD =$ এক সমকোণ [$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

ধাপ ২. A ও C বিন্দু BD রেখাংশের বিপরীত পাশে অবস্থিত

$\therefore\ \angle BAC < \angle BAD$

$\therefore\ \angle BAC <$ এক সমকোণ [ধাপ-১ হতে]

$\therefore\ \angle BAC$ একটি সূক্ষ্মকোণ। **(প্রমাণিত)**