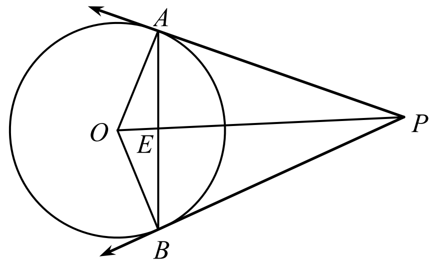
অনুশীলনী - ৮.৪

অনুশীলনীর সমাধান

১ ***O*** **কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু** ***P*** **থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হল। প্রমাণ কর যে,** ***OP*** **সরলরেখা স্পর্শ জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডক।**

<u>সমাধানঃ</u>



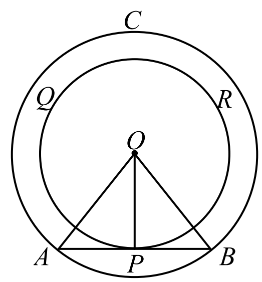
বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু P। P থেকে বৃত্তটির উপর PA ও PB দুইটি স্পর্শক টানা হলো। স্পর্শকদ্বয় বৃত্তটিকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করে। অতএব, AB তার স্পর্শ জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

অঙ্কনঃ O, A এবং O, B যোগ করি।

লক্ষণীয়ঃ "স্পর্শ জ্যা" বলতে বোঝায় বৃত্তের যেকোনো দুইটি স্পর্শকের স্পর্শ বিন্দুর সংযোজক সরলরেখা।

২ প্রমাণ কর যে, দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

<u>সমাধানঃ</u>



সাধারণ নির্বচনঃ প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, ABC এবং PQR দুইটি এককেন্দ্রিক বৃত্তের কেন্দ্র O এবং ABC বৃত্তটি বৃহত্তর। বৃহত্তর ABC বৃত্তের AB জ্যাটি ক্ষুদ্রতর PQR বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB জ্যাটি স্পর্শ বিন্দু P তে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে অর্থাৎ P, AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু বা $PA = PB$

অঙ্কনঃ O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণঃ

ধাপ-১ঃ PQR বৃত্তের P বিন্দুতে স্পর্শক AB এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

$\therefore OP \perp AB$ অর্থাৎ $\angle OPA = \angle OPB =$ এক সমকোণ।

[$\because$ বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব]

ধাপ-২ঃ এখন, সমকোণী ΔOAP এবং সমকোণী ΔOBP-এ,

অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OB [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $OP = OP$ [$\because$ ত্রিভুজের সাধারণ বাহু]

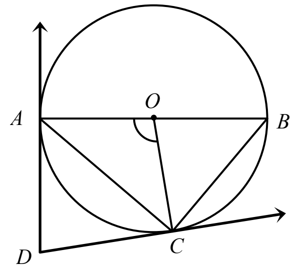
$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OBP$ [অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $PA = PB$

অর্থাৎ P, AB এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

৩ ***AB*** **কোনো বৃত্তের ব্যাস এবং** ***BC*** **ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। যদি** ***A*** **ও** ***C*** **বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর** ***D*** **বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে,** ***ACD*** **একটি সমবাহু ত্রিভুজ।**

<u>সমাধানঃ</u>



বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং AB তার ব্যাস। OB ব্যাসার্ধের সমান BC একটি জ্যা। A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় AD ও CD পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। A, C যোগ করায় ACD ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

অঙ্কনঃ O, C যোগ করি।

প্রমাণঃ

ধাপ-১ঃ ΔBOC এ $OB = OC = BC$ [$\because$ OB, OC উভয়ই বৃত্তের ব্যাসার্ধ এবং BC ব্যাসার্ধের সমান জ্যা বলে]

$\therefore \Delta BOC$ সমবাহু।

$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 60°$ [$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ $60°$]

আবার, ΔBOC-এ বহিঃস্থ $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$

[$\because$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

বা, $\angle AOC = 60° + 60°$

[$\because$ সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান বলে]

$\therefore \angle AOC = 120°$

ধাপ-২ঃ আবার, AO এবং OC স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ হওয়ায়;

$\angle DAO = \angle DCO =$ এক সমকোণ

সুতরাং, $ADCO$ চতুর্ভুজে

$\angle ADC + \angle AOC = 180°$

বা, $\angle ADC = 180° - \angle AOC = 180° - 120° = 60°$

ধাপ-৩ঃ আবার, $AD = CD$ [$\because$ বহিঃস্থ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান]

$\therefore \angle ACD = \angle CAD$

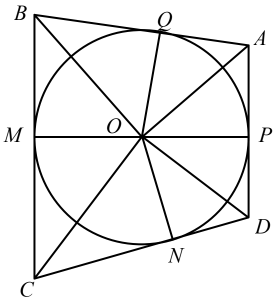
এখন, ΔADC এ, $\angle ADC = 60°$ এবং

অপর কোণদ্বয় সমান হওয়ায় প্রত্যেকটি কোণ $60°$।

অতএব, ΔACD সমবাহু। **(প্রমাণিত)**

৪ প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ ধারণ করে, তারা পরস্পর সম্পূরক।

সমাধান:



সাধারণ নির্বচন: প্রমাণ করতে হবে যে, কোন বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ ধারণ করে, তারা পরস্পর সম্পূরক।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $ABCD$ পরিলিখিত চতুর্ভুজ। AD, AB, BC এবং CD বাহুগুলো বৃত্তকে যথাক্রমে P, Q, M এবং N বিন্দুতে স্পর্শ করে। O, A; O, B; O, C; O, D যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ এবং $\angle COD$ এবং $\angle AOB$ পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ $\angle COD + \angle AOB =$ দুই সমকোণ।

অঙ্কন: O, M; O, N; O, P; O, Q যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: এখন, সমকোণী ΔAOP এবং সমকোণী ΔAOQ-এ,
[$\because AP \perp AQ$ স্পর্শক এবং $AP \perp OP$ ও $AQ \perp OQ$]
অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OA [সাধারণ বাহু]
$OP = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
$\therefore \Delta AOP \cong \Delta AOQ$ [অতিভুজ বাহু উপপাদ্য]
সুতরাং, $\angle AOP = \angle AOQ$ ... ... (i)
সমকোণী ΔBOQ ও সমকোণী ΔBOM-এ
[$\because BQ$ I BM স্পর্শক হওয়ায় $BQ \perp OQ$ এবং $BM \perp OM$]
অতিভুজ OB উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।
$OQ = OM$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
$\therefore \Delta BOQ \cong \Delta BOM$
$\angle BOQ = \angle BOM$ ... ... (ii)
অনুরূপভাবে, $\angle COM = \angle CON$ ... ... (iii)
এবং $\angle DOP = \angle DON$ ... ... (iv)

ধাপ-২: (i) নং, (ii) নং, (iii) নং ও (iv) নং যোগ করে পাই,
$\therefore (\angle AOP + \angle DOP) + (\angle BOM + \angle COM) = (\angle AOQ + \angle BOQ) + (\angle CON + \angle DON)$
$\therefore \angle AOD + \angle BOC = \angle AOB + \angle COD$ ... ... (v)

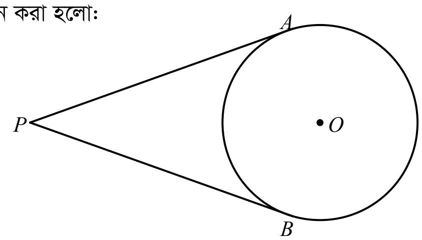
ধাপ-৩: আবার, $\angle AOB + \angle COD + \angle AOD + \angle BOC = 4$ সমকোণ
[$\because$ চারটি সরলরেখা সাধারণ বিন্দুতে $360°$ কোণে আবদ্ধ থাকে]
বা, $(\angle AOB + \angle COD) + (\angle AOB + \angle COD) = 4$ সমকোণ [(v) নং হতে]
বা, $2(\angle AOB + \angle COD) = 4$ সমকোণ
$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2$ সমকোণ
এবং $\angle AOD + \angle BOC = 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

লক্ষণীয়: পরিলিখিত চতুর্ভুজ: কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর প্রত্যেকটিই একটির বৃত্তের স্পর্শক হয় তবে চতুর্ভুজটিকে বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজ বলা হয়।

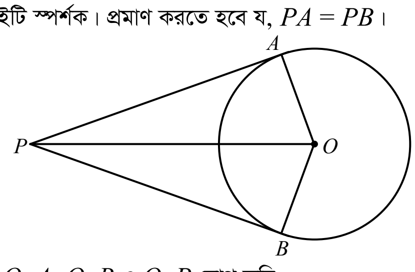
৫ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে বৃত্তে PA ও PB দুইটি স্পর্শক।
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র আঁক।
খ. প্রমাণ কর যে, $PA = PB$।
গ. প্রমাণ কর যে, OP রেখাংশ স্পর্শ-জ্যা এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PA ও PB দুইটি স্পর্শক। তথ্যানুসারে চিত্রটি নিম্নে অঙ্কন করা হলো:



খ দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে বৃত্তে PA ও PB দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে য, $PA = PB$।



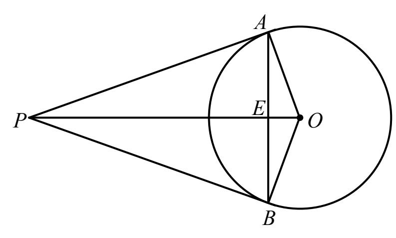
অঙ্কন: O, A; O, B ও O, P যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু $PA \perp OA$
[কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]
$\therefore \angle PAO =$ এক সমকোণ
অনুরূপে $\angle PBO =$ এক সমকোণ
$\therefore \Delta PAO$ এবং ΔPBO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ

ধাপ-২: এখন, ΔPAO ও ΔPBO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে
অতিভুজ $PO =$ অতিভুজ PO [সাধারণ বাহু]
এবং $OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \Delta PAO \cong \Delta PBO$ [অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore PA = PB$

গ



অঙ্কন: A, B যোগ করি। AB রেখা PO-কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণঃ

ধাপ-১: ΔOAP এবং ΔOBP এর মধ্যে,

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

$PA = PB$ [$\because$ বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু থেকে বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান বলে]

এবং $OP = OP$ [সাধারণ বাহু]

$\therefore$ $\Delta OAP \cong \Delta OBP$ [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $\angle AOP = \angle BOP$

অর্থাৎ $\angle AOE = \angle BOE$

ধাপ-২: এখন, ΔOAE ও ΔBOE-এ

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$OE = OE$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOE$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BOE$ [ধাপ-১ থেকে]

$\therefore \Delta OAE \cong \Delta BOE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপাপাদ্য]

$\therefore$ $AE = BE$

এবং $\angle OEA = \angle OEB$

কিন্তু $\angle OEA = \angle OEB$ = এক সমকোণ [$\because$ কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান হওয়ায় প্রত্যেকে এক সমকোণ]

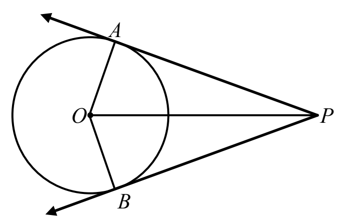
অর্থাৎ, $OP \perp AB$

$\therefore$ $OP \perp AB$ এবং AE = BE

সুতরাং OP রেখা স্পর্শ জ্যা AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক **(প্রমাণিত)**

৬ **দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ কর যে, PO, ∠APB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।**

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে PO, ∠APB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অঙ্কনঃ O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণঃ

ধাপ-১: ΔAOP ও ΔBOP-এ

OA = OB [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

PA = PB [$\because$ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের দূরত্ব সমান]

OP = OP [সাধারণ বাহু]

$\therefore$ ΔAOP ≅ ΔBOP

$\therefore$ ∠APO = ∠BPO

অর্থাৎ PO, ∠APB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। **(প্রমাণিত)**

এ সম্পর্কিত প্রশ্নঃ সৃজনশীল ৮নং দ্রষ্টব্য।

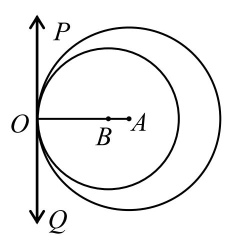
পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬৬

১। প্রমাণ কর যে, দুইটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হবে।

সমাধানঃ মনে করি, A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, A, B এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ।

অঙ্কনঃ যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং O বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ অঙ্কন করি O, A ও O, B যোগ করি।



প্রমাণঃ

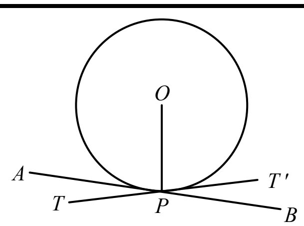
ধাপ-১: A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OA স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং POQ স্পর্শক।
সুতরাং $\angle POA$ = এক সমকোণ। [$\because$ স্পশ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপরে সমকোণ উৎপন্ন করে]
অনুরূপভাবে $\angle POB$ = এক সমকোণ।

ধাপ-২: $\angle POA = \angle POB$ = এক সমকোণ।
অর্থাৎ POQ রেখার O বিন্দুতে OA এবং OB উভয়ই লম্ব।
কিন্তু একটি রেখার একটি বিন্দুতে একাধিক পৃথক লম্ব আঁকা সম্ভব নয়।
$\therefore$ AO এবং BO উভয়ই POQ রেখার O বিন্দুতে PQ এর ওপর লম্ব।
অতএব, AO, BO একই সরলরেখায় অবস্থিত।
সুতরাং A, B, O বিন্দুত্রয় সমরেখ। **(প্রমাণিত)**

পাঠ্যবইয়ের অনুসিদ্ধান্ত ও সমাধান

অনুসিদ্ধান্ত -৮। বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়। [পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬৫]

সমাধানঃ



সাধারণ নির্বচনঃ প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।

বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের P বিন্দুতে অঙ্কিত একটি স্পর্শক TT'। প্রমাণ করতে হবে যে, P বিন্দুতে TT'-ই বৃত্তটির একমাত্র স্পর্শক।

অঙ্কনঃ O, P যোগ করি। AB স্পর্শ রেখা টানি।

প্রমাণঃ

ধাপ-১: TT' বৃত্তের স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

$\therefore OP \perp TT'$ এবং $\angle OPT = \angle OPT' = 1$ সমকোণ

[$\because$ বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।]

ধাপ-২: আবার AB বৃত্তের স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

$\therefore AB \perp OP'$ এবং $\angle OPA = \angle OPB = 1$ সমকোণ

ধাপ-৩: ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে দেখা যায় যে,

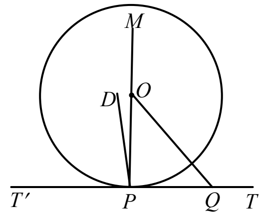
OP রেখা একই সাথে TT' ও AB রেখার উপর লম্ব।

$\therefore TT'$ ও AB অবশ্যই একই রেখা হবে।

$\therefore O$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের P বিন্দুগামী TT' একমাত্র স্পর্শক। **(প্রমাণিত)**

অনুসিদ্ধান্ত - ৯। স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী। [পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬৫]

সমাধানঃ সাধারণ নির্বচনঃ প্রমাণ করতে হবে যে, স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী।



বিশেষ নির্বচনঃ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PT স্পর্শকের স্পর্শবিন্দুগামী P তে PM লম্ব আঁকা হলো। দেখাতে হবে যে, PM কেন্দ্রগামী অর্থাৎ P, OM একই রেখায় অবস্থিত।

প্রমাণঃ

ধাপ-১: PM কেন্দ্রগামী হয় তাহলে OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

$\therefore OP \perp PT$ [$\because$ বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।]

ধাপ-২: ধরি, PM রেখা D বিন্দুগামী

$\therefore DP \perp PT$ [$\because$ অঙ্কনানুসারে $PM \perp TT'$]

ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে পাই,

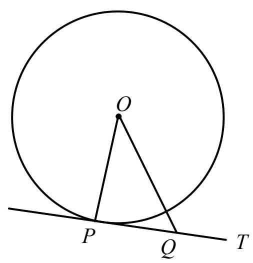
PT রেখার উপর P বিন্দুতে OP এবং DP উভয়ই লম্ব।

$\therefore D$ এবং O অবশ্যই অভিন্ন বিন্দু

সুতরাং PM রেখা কেন্দ্রগামী। **(প্রমাণিত)**

অনুসিদ্ধান্ত - ১০। বৃত্তের কোনো বিন্দু দিয়ে ঐ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শক হয়। [পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬৫]

সমাধানঃ সাধারণ নির্বচনঃ প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের কোনো বিন্দু দিয়ে ঐ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শক হয়।



বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি ব্যাসার্ধ OP। $PT \perp OP$। প্রমাণ করতে হবে যে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি স্পর্শক PT।

অঙ্কনঃ PT সরলরেখার উপরস্থ একটি বিন্দু Q নিই। O, Q যোগ করি।

প্রমাণঃ

ধাপ-১: $PT \perp OP$ [দেওয়া আছে]

$\therefore \angle OPT = 1$ সমকোণ

$\therefore \Delta OPQ$ সমকোণী ত্রিভুজ

ধাপ-২: ΔOPQ এর অতিভুজ OQ

$\therefore OQ > OP$ [$\because$ সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু অতিভুজ]

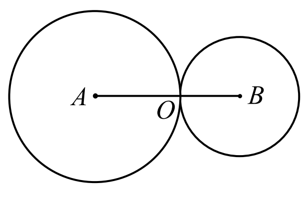
$\therefore P$, বিন্দু ছাড়া PT রেখার উপরস্থ অন্য কোনো বিন্দু এবং কেন্দ্রের দূরত্ব, OP ব্যাসার্ধের চেয়ে বড়।

$\therefore PT$ রেখার উপরস্থ P বিন্দুই শুধু O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরস্থ বিন্দু।

$\therefore P$ বিন্দুতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের একটি স্পর্শক PT। **(প্রমাণিত)**

অনুসিদ্ধান্ত - ১১। দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান। [পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬৬]

সমাধানঃ সাধারণ নির্বচনঃ প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান হবে।



বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের সমষ্টি।

অঙ্কনঃ O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণঃ

ধাপ-১: A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে

[$\because$ দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ]

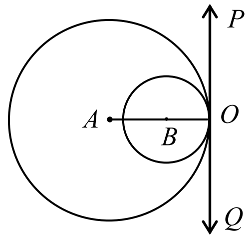
$\therefore A, B$ এবং স্পর্শবিন্দু O সমরেখ হবে অর্থাৎ, A, O, B সমরেখ

ধাপ-২: এখন $AB = OA + OB$

অর্থাৎ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = তাদের ব্যাসার্ধের সমষ্টি। **(প্রমাণিত)**

অনুসিদ্ধান্ত- ১২। দুইটি বৃত্ত পরস্পকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান। [পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬৬]

সমাধানঃ সাধারণ নির্বচনঃ প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান।



বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তর।

অঙ্কনঃ O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণঃ

ধাপ-১: A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করছে।

[$\because$ দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ।]

$\therefore A, B$ এবং স্পর্শবিন্দু O সমরেখ হবে অর্থাৎ A, O, B সমরেখ।

ধাপ-২: এখন $OA = AB + OB$

বা, $AB = OA - OB$

অর্থাৎ কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তর। **(প্রমাণিত)**