

ষষ্ঠ অধ্যায়

রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ

অনুশীলনী - ৬.১

জগত

বিন্দু, রেখা, তল ও ঘনবস্তুর ধারণা

সমতল ও বক্রতল

আয়তাকার ঘনবস্তু (সমতলের উদাহরণ)

গোলক ও এর অংশবিশেষ (সমতল ও বক্রতলের উদাহরণ)

বিন্দু \subset সরলরেখা \subset সমতল \subset জগত



অনুশীলনীর সমাধান

১ স্থান, তল, রেখা এবং বিন্দুর ধারণা দাও।

সমাধান:

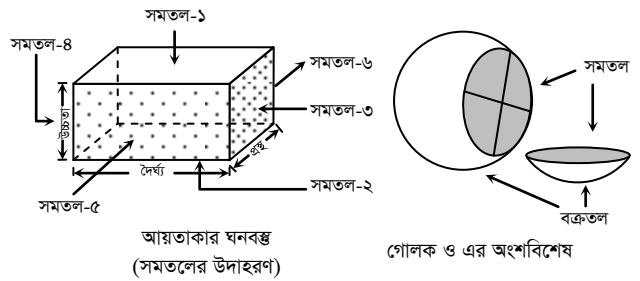
স্থান (Space): স্থান বলতে কোনো নির্দিষ্ট আকারের বস্তু যতোটুকু জায়গা দখল করে তা বোঝায়।

বিভিন্ন বস্তু স্থানের যে অংশ জুড়ে থাকে সে স্থানটুকুর আকার, আকৃতি, অবস্থান, বৈশিষ্ট্য থেকেই জ্যামিতিক ধ্যান-ধারণার উদ্ভব।

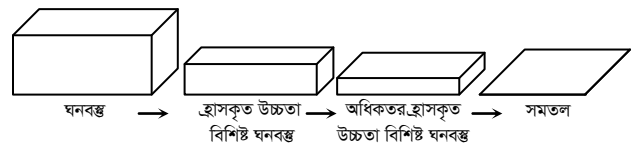
তল (Surface): ঘনবস্তুর উপরিভাগ তল নির্দেশ করে। অর্থাৎ, প্রত্যেক ঘনবস্তু এক বা একাধিক তল দ্বারা সীমাবদ্ধ থাকে। আর ঘনবস্তু বুঝায় যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা রয়েছে। যেমন: ইট, বাস্তু, গোলক ইত্যাদি।

- **তলের মাত্রা (Three Dimensional or 3D):** ঘনবস্তুর মাত্রা ত্রিমাত্রিক, মাত্রা তিনটি হলো, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা। কিন্তু তলসমূহ দ্বিমাত্রিক (Two dimensional), মাত্রাদ্বয় হলো দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ। কোনো উচ্চতা নেই। যেমন:

- i. একটি বাস্তব বা ইটের ছয়টি পৃষ্ঠ ছয়টি সমতলের (Plane surface) প্রতিকল্প।
- ii. গোলকের উপরিভাগও একটি তল, তবে এটি বক্রতল (Curved surface), সমতল (Plane surface) নয়।



ঘনবস্তু (Solid) থেকে তলের (Surface) ধারণা: একটি বাস্তব (ঘনবস্তু) দুইটি মাত্রা ঠিক রেখে তৃতীয় মাত্রা ক্রমশঃ হ্রাস করে শূন্যে পরিণত করলে, বাস্তবটির পৃষ্ঠবিশেষ মাত্র অবশিষ্ট থাকে। এভাবে ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণায় আসা যায়।

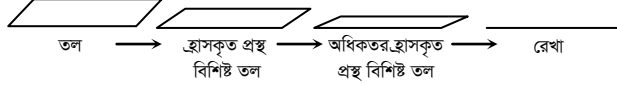


রেখা (Line): দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করলে একটি রেখা উৎপন্ন হয়। যেমন:

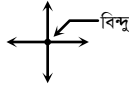
- বাক্সের দুইটি পৃষ্ঠতল বাক্সের একধারে একটি রেখায় মিলিত হয়। এ রেখা একটি সরলরেখা (Straight Line)।
- একটি লেবুকে একটি পাতলা ছুরি দিয়ে কাটলে ছুরির সমতল যেখানে লেবুর বক্রতলকে ছেদ করে সেখানে একটি বক্ররেখা (Curved Line) উৎপন্ন হয়।

রেখার মাত্রা (One Dimensional or 1D): এর শুধু দৈর্ঘ্য আছে, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই। সুতরাং রেখা একমাত্রিক।

- তল (Surface) থেকে রেখার (Line) ধারণা:** একটি তলের প্রস্থ ক্রমশঃ হ্রাস পেয়ে সম্পূর্ণ শূন্য হলে, ঐ তলের একটি রেখা মাত্র অবশিষ্ট থাকে। এভাবে তলের ধারণা থেকে রেখার ধারণা আসা যায়।

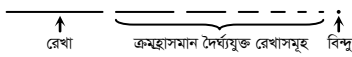


বিন্দু (Point): দুইটি রেখা পরস্পরকে ছেদ করলে বিন্দুর উৎপত্তি হয়। অর্থাৎ, দুইটি রেখার ছেদস্থান বিন্দু দ্বারা নির্দিষ্ট হয়।



বিন্দুর মাত্রা: বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নেই, শুধু অবস্থান আছে। বিন্দুকে শূন্য মাত্রার সত্তা (Entity) বলে গণ্য করা হয়।

- রেখা (Line) থেকে বিন্দুর (Point) ধারণা:** একটি রেখার দৈর্ঘ্য ক্রমশঃ হ্রাস পেয়ে অবশেষে শূন্য হলে একটি বিন্দুতে পর্যবসিত হয়।



২ ইউক্লিডের পাঁচটি স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান: নিম্নে ইউক্লিডের পাঁচটি স্বীকার্য বর্ণনা করা হলো:

- স্বীকার্য-১:** একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দু পর্যন্ত একটি সরলরেখা আঁকা যায়।
- স্বীকার্য-২:** খন্ডিত রেখাকে যথোচ্ছাভাবে বাড়ানো যায়।
- স্বীকার্য-৩:** যেকোনো কেন্দ্র ও যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকা যায়।
- স্বীকার্য-৪:** সকল সমকোণ পরস্পর সমান।
- স্বীকার্য-৫:** একটি সরলরেখা দুইটি সরলরেখাকে ছেদ করলে এবং ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম হলে, রেখা দুইটিকে যথোচ্ছাভাবে বর্ধিত করলে যেদিকে কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম সেদিকে মিলিত হয়।

৩ পাঁচটি আপতন স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান: নিম্নে পাঁচটি আপতন স্বীকার্য (incidence axiom) বর্ণনা করা হলো:

- স্বীকার্য-১:** জগত (space) সকল বিন্দুর সেট এবং সমতল ও সরলরেখা এই সেটের উপসেট।
- স্বীকার্য-২:** দুইটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সরলরেখা আছে, যাতে উভয় বিন্দু অবস্থিত।
- স্বীকার্য-৩:** একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সমতল আছে, যাতে বিন্দু তিনটি অবস্থিত।
- স্বীকার্য-৪:** কোনো সমতলের দুইটি ভিন্ন বিন্দু দিয়ে যায় এমন সরলরেখা ঐ সমতলে অবস্থিত।
- স্বীকার্য-৫:**
 - (ক) জগতে (space) একাধিক সমতল বিদ্যমান।
 - (খ) প্রত্যেক সমতলে একাধিক সরলরেখা অবস্থিত।
 - (গ) প্রত্যেক সরলরেখার বিন্দুসমূহ এবং বাস্তব সংখ্যাসমূহকে এমনভাবে সম্পর্কিত করা যায় যেন, রেখাটির প্রত্যেক বিন্দুর সঙ্গে একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয় এবং প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যার সঙ্গে রেখাটির একটি অনন্য বিন্দু সংশ্লিষ্ট হয়।

৪ দূরত্ব স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান: **দূরত্ব স্বীকার্য:** জ্যামিতিতে দূরত্বের ধারণা একটি প্রাথমিক ধারণা। এজন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,

- (ক) P ও Q বিন্দুদ্বয়কে একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দিষ্ট করে থাকে। সংখ্যাটিকে P বিন্দু থেকে Q বিন্দুর দূরত্ব বলা হয় এবং PQ দ্বারা সূচিত করা হয়।
- (খ) P ও Q ভিন্ন বিন্দু হলে PQ সংখ্যাটি ধনাত্মক অন্যথায়, $PQ = 0$ ।
- (গ) P থেকে Q এর দূরত্ব এবং Q থেকে P এর দূরত্ব একই। অর্থাৎ $PQ = QP$ ।

$PQ = QP$ হওয়াতে এই দূরত্বকে সাধারণ P বিন্দু ও Q বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বলা হয়। ব্যবহারিকভাবে এই দূরত্ব পূর্ব নির্ধারিত এককের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়।

৫ রুলার স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

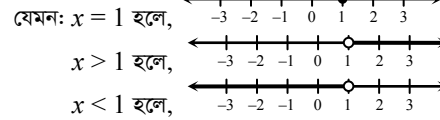
সমাধান: **রুলার স্বীকার্য:** কোনো সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট এবং বাস্তব সংখ্যার সেটের মধ্যে এমনভাবে এক-এক মিল স্থাপন করা যায়, যেন রেখাটির যেকোনো দুইটি বিন্দু P, Q এর জন্য $PQ = |a - b|$ হয়, যেখানে মিলকরণের ফলে P ও Q এর সঙ্গে যথাক্রমে a ও b বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয়।

৬ সংখ্যারেখা বর্ণনা কর।

সমাধান: **সংখ্যারেখা:** বাস্তব সংখ্যাকে সরলরেখার উপর বিন্দুর সাহায্যে চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলে ঐ সরলরেখাকে সংখ্যারেখা বলে। অর্থাৎ যে রেখায় বিন্দুর সাথে সংখ্যার এক-এক মিল দেখানো যায়, তাকে সংখ্যারেখা বলে।

বৈশিষ্ট্য নিম্নরূপ:

- একটি সংখ্যারেখার একটি মূল বিন্দু থাকে যাকে শূন্য (0) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- সংখ্যারেখার ডানদিকের সংখ্যাগুলো ধনাত্মক সংখ্যা।
- সংখ্যারেখার বামদিকের সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক সংখ্যা।
- সংখ্যারেখা, ডান ও বাম পাশে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।



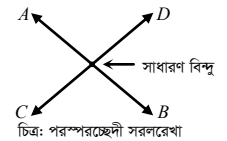
৭ রুলার স্থাপন স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান: **রুলার স্থাপন স্বীকার্য:** যেকোনো সরলরেখা AB কে এমনভাবে সংখ্যারেখায় পরিণত করা যায় যে, A এর স্থানাঙ্ক 0 এবং B এর স্থানাঙ্ক ধনাত্মক হয়।

কোনো সরলরেখাকে সংখ্যারেখার পরিণত করার জন্য প্রথমে রেখাটির একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 0 এবং অপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 1 ধরে নেওয়া হয়। এতে রেখাটিতে একটি একক দূরত্ব এবং একটি ধনাত্মক দিক নির্দিষ্ট হয়।

৮ পরস্পরছেদী সরলরেখা ও সমান্তরাল সরলরেখার সংজ্ঞা দাও।

সমাধান: **পরস্পরছেদী সরলরেখা:** একই সমতলে দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে পরস্পরছেদী বলা হয় যদি উভয় রেখায় অবস্থিত একটি সাধারণ বিন্দু থাকে।



চিত্রে AB ও CD পরস্পরছেদী

সরলরেখাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু O

সমান্তরাল সরলরেখা: সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন

সরলরেখাকে সমান্তরাল বলা হয়, যদি তাদের কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে এবং তাদের মধ্যে লম্ব দূরত্ব সর্বদা সমান হয়।

চিত্রে PQ ও MN সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব পরস্পর সমান অর্থাৎ $AB = CD = EF$ ।

