অনুশীলনী - ১০.২

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:

i. $n! = n(n-1)(n-2) \ldots \ldots \ldots 3.2.1$

ii. $\binom{n}{r} = {}^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

iii. ${}^nC_n = 1$

iv. ${}^nC_0 = 1$

v. $\binom{n}{n} = {}^nC_n = 1$

vi. $0! = 1$

দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে যেকোনো দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতি নির্ণয় করা যায়।

দ্বিপদী উপপাদ্য: $(x+y)$ একটি দ্বিপদী রাশি। n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিকে দ্বিপদী উপপাদ্য বলা হয়।

$$\boxed{(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \ldots \ldots + y^n}$$ হলো দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতির সূত্র।

লক্ষণীয়: $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে

i. x-এর ঘাত প্রথম পদ হতে ক্রমন্বয়েহ্রাস পেয়ে শেষ পদে শূন্য হয়েছে।

ii. y-এর ঘাত প্রথম পদে শূন্য হতে ক্রমান্বয়ে বৃদ্ধি পেয়ে শেষ পদে y-এর ঘাত বিস্তৃতির ঘাতের (n) সমান হয়।

iii. প্রতিটি পদে x ও y ঘাতের যোগফল বিস্তৃতির ঘাতের সমান (n)।

$n!$ বা $\underline{|n}$ বলতে কী বোঝায়:

$n!$ কে ফেক্টোরিয়াল n পড়া হয়। $n!$ বলতে 1 থেকে n পর্যন্ত সকল স্বাভাবিক সংখ্যার ধারাবাহিক গুণফলকে বোঝায়।

তাহলে, $3! = 3.2.1 = 6$ [1 থেকে 3 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যার ধারাবাহিক গুণফল]

$4! = 4.3.2.1 = 4 . (4-1)(4-2)(4-3) = 24$

$\therefore n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \ldots \ldots \ldots 3.2.1$

- $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r}y^r$
- $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ $T_{r+1} = {}^nC_r\, x^{n-r}y^r$

} বিস্তৃতির সাধারণ পদ

বিস্তৃতির মধ্যপদ নির্ণয়:

$(1+y)^2 = 1 + \boxed{2y} + y^2 \ldots \ldots \ldots (i)$

$(1+y)^3 = 1 + \boxed{3y + 3y^2} + y^3 \ldots \ldots \ldots (ii)$ মধ্যপদগুলো $\square$ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।

লক্ষণীয়: বিজোড় সংখ্যক পদ থেকে মধ্যপদ একটি পাওয়া যায় কিন্তু জোড় সংখ্যক পদ থেকে মধ্যপদ দুইটি পাওয়া যায়।

আবার, বিস্তৃতির ঘাত n অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে বিস্তৃতির পদসংখ্যা $n+1$

অর্থাৎ দ্বিপদীর ঘাত n জোড় হলে পদসংখ্যা বিজোড় এক্ষেত্রে মধ্য পদ একটি। [(i) নং দ্রষ্টব্য]

এবং দ্বিপদীর ঘাত n বিজোড় হলে পদসংখ্যা জোড় এক্ষেত্রে মধ্যপদ দুইটি। [(ii) নং দ্রষ্টব্য]

যেকোনো দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতির ক্ষেত্রে (i) n জোড় হলে $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদ মধ্যপদ

(ii) n বিজোড় হলে $\left(\frac{n-1}{2}+1\right)$ তম ও $\left(\frac{n+1}{2}+1\right)$ তম পদ দুইটি মধ্যপদ

অনুশীলনীর সমাধান

১ $(1+2x+x^2)^3$ **এর বিস্তৃতিতে-**

(*i*) পদসংখ্যা 4

(*ii*) ২য় পদ $6x$

(*iii*) শেষ পদ x^6

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii (খ) i, iii (গ) ii, iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: $(1+2x+x^2)^3$

$= \{(1+x)^2\}^3$

$= (1+x)^6$

$= 1 + {}^6c_1x + {}^6c_2x^2 + {}^6c_3x^3 + {}^6c_4x^4 + {}^6c_5x^5 + {}^6c_6x^6$

$= 1 + 6x + \frac{6.5}{1.2}x^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3}x^3 + \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}x^4 + \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5}x^5 + 1.x^6$

$= 1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + 6x^5 + x^6$

$\therefore$ বিস্তৃতির পদসংখ্যা $= 7$

২য় পদ $= 6x$

শেষ পদ $= x^6$

$\therefore$ (ii) ও (iii) নং সঠিক।

■ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^n$, যেখানে n জোড় সংখ্যা। এই তথ্য থেকে ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

২ $(r+1)$ তম পদটি x বর্জিত হলে r এর মান কত?

(ক) 0 (খ) $\frac{n}{2}$ (গ) n (ঘ) $2n$

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $(a+x)^n$ বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ বা

সাধারণ পদ $= {}^nc_r a^{n-r}.x^r$

$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^n$ বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ $= {}^nc_r.x^{n-r}.\left(\frac{1}{x}\right)^r$

$= {}^nc_r.x^{n-r}.x^{-r}$

$= {}^nc_r.x^{n-r-r}$

$= {}^nc_r.x^{n-2r}$

যেহেতু এ পদটি x বর্জিত পদ অর্থাৎ এ পদে x^0 বিদ্যমান

$\therefore x^{n-2r} = x^0$

বা, $n-2r=0$

বা, $n=2r$

$\therefore r=\frac{n}{2}$

৩ $n=4$ হলে, চতুর্থ পদ কত?

(ক) 4 (খ) $4x$ (গ) $\frac{4}{x}$ (ঘ) $\frac{4}{x^2}$

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: $n=4$ হলে পাই, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^4$

$= x^4 + {}^4c_1x^{4-1}.\left(\frac{1}{x}\right) + {}^4c_2x^{4-2}.\left(\frac{1}{x}\right)^2 + {}^4c_3x^{4-3}.\left(\frac{1}{x}\right)^3 + {}^4c_4x^{4-4}.\left(\frac{1}{x}\right)^4$

$= x^4 + 4.x^3.\frac{1}{x} + \frac{4.3}{1.2}.x^2.\frac{1}{x^2} + \frac{4.3.2}{1.2.3}.x.\frac{1}{x^3} + 1.x^0.\frac{1}{x^4}$

$= x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}$

$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= \frac{4}{x^2}$

৪ $(x+y)^5$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিপদী সহগগুলি হল:

(ক) 5, 10, 10, 5 (খ) 1, 5, 10, 10, 5, 1

(গ) 10, 5, 5, 10 (ঘ) 1, 2, 3, 3, 2, 1

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিপদী সহগগুলো প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে পাওয়া যায়।

$n=0 \rightarrow$ 1
$n=1$ 1 1
$n=2$ 1 2 1
$n=3$ 1 3 3 1
$n=4$ 1 4 6 4 1
$n=5 \rightarrow$ 1 5 10 10 5 1

প্রদত্ত রাশির ঘাত $n=5$ $\therefore$ সহগগুলি হলো 1, 5, 10, 10, 5, 1

৫ $(1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ -এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ

(ক) -1 (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) 3 (ঘ) $-\frac{1}{2}$

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: $(1-x)\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$

$= (1-x)\left\{\binom{8}{0}\left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1}\left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \ldots\right\}$

$= (1-x)\,(1.1 + 8.\frac{x}{2} + \frac{8.7}{1.2}.\frac{x^2}{4} + \ldots\ldots)$

$= (1-x)\,(1 + 4x + 7x^2 + \ldots\ldots)$

$= (1 + 4x + 7x^2 + \ldots) - (x + 4x^2 + 7x^3 + \ldots)$

$= 1 + 4x - x + 7x^2 - 4x^2 + \ldots\ldots$

$= 1 + 3x + 3x^2 + \ldots\ldots$

$\therefore x$ এর সহগ $= 3$

৬ $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^4$ -এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ কত?

(ক) 4 (খ) 6 (গ) 8 (ঘ) 0

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^4 = (x^2)^4 + {}^4C_1(x^2)^3\left(\frac{1}{x^2}\right) + {}^4C_2(x^2)^{4-2}\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \ldots$

$= x^8 + {}^4C_1x^6.\frac{1}{x^2} + {}^4C_2x^4.\frac{1}{x^4} + \ldots$

$= x^8 + {}^4C_1x^4 + {}^4C_2 + \ldots$

$\therefore$ বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদ $= {}^4C_2 = \binom{4}{2} = \frac{4\times3}{1\times2} = 6$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, $(r+1)$ তম পদটি x মুক্ত পদ

এখানে, $T_{r+1} = {}^nC_ra^{n-r}.x^r = \binom{4}{r}(x^2)^{4-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$

$= {}^4C_r\,x^{8-2r}.x^{-2r} = {}^nC_r\,x^{8-4r}$

যেহেতু এ পদটি x মুক্ত তাই এপদে x এর ঘাত শূন্য হবে।

$\therefore x^{8-4r} = x^0$ বা, $8-4r=0$ $\therefore r=2$

$\therefore x$ মুক্ত পদটির মান $= {}^4C_2\,x^{8-4.2} = \frac{4.3}{1.2}x^{8-8} = 6x^0 = 6$

৭ $(x+y)^4$ বিস্তৃতির সহগগুলি সাজালে আমরা পাই -

(ক)
4
1 4 1
1 5 5 1
1 6 10 6 1

(খ)
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

(গ)
2
2 3 2
1 5 5 2
2 7 10 7 2

(ঘ)
6
6 12 6
6 18 18 6
6 24 36 24 6

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: $(x+y)^4$ বিস্তৃতির সহগগুলো প্যাসকেলের ত্রিভুজ হতে পাওয়া যায়। যা নিম্নরূপ :

$n=0 \rightarrow$ 1
$n=1$ 1 1
$n=2$ 1 2 1
$n=3$ 1 3 3 1
$n=4 \rightarrow$ 1 4 6 4 1

৮ **নিম্নোক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে বিস্তৃত কর : ক) $(2 + x^2)^5$ খ) $\left(2 - \frac{1}{2x}\right)^6$**

<u>সমাধান:</u>

ক আমরা জানি, $(x + y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1}y + \binom{n}{2} x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3} x^{n-3}y^3 + \dots \dots + y^n$

দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে পাই, $(2 + x^2)^5 = 2^5 + \binom{5}{1} 2^4.x^2 + \binom{5}{2} 2^3.(x^2)^2 + \binom{5}{3} 2^2.(x^2)^3 + \binom{5}{4} 2^1.(x^2)^4 + (x^2)^5$

$= 32 + \frac{5}{1}.16x^2 + \frac{5.4}{1.2} 8.x^4 + \frac{5.4.3}{1.2.3}.4x^6 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4} 2x^8 + x^{10}$

$= 32 + 80x^2 + 80x^4 + 40x^6 + 10x^8 + x^{10}$ **(Ans.)**

খ আমরা জানি, $(x + y)^n = x^n + {}^nC_1.x^{n-1}.y + {}^nC_2.x^{n-2}.y^2 + {}^nC_3.x^{n-3}.y^3 + \dots + {}^nC_r.x^{n-r}.y^r + \dots + {}^nC_n.y^n$

$\therefore \left(2 - \frac{1}{2x}\right)^6 = 2^6 + {}^6C_1.2^5.\left(-\frac{1}{2x}\right) + {}^6C_2.2^4.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + {}^6C_3.2^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + {}^6C_4.2^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^4 + {}^6C_5.2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^5 + \left(-\frac{1}{2x}\right)^6$

$= 2^6 + \frac{6}{1}.32\times\left(\frac{-1}{2x}\right) + \frac{6.5}{1.2}.16\times\frac{1}{4x^2} + \frac{6.5.4}{1.2.3}\times8\times\left(\frac{-1}{8x^3}\right) + \frac{6.5.4.3}{1.2.3.4}\times4\times\frac{1}{16x^4} + \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5}\times2\times\left(-\frac{1}{32x^5}\right) + \frac{1}{64x^6}$

$= 64 - \frac{96}{x} + \frac{60}{x^2} - \frac{20}{x^3} + \frac{15}{4x^4} - \frac{3}{8x^5} + \frac{1}{64x^6}$

৯ **নিম্নোক্ত বিস্তৃতিসমূহের প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর। ক) $(2 + 3x)^6$ খ) $\left(4 - \frac{1}{2x}\right)^5$**

<u>সমাধান:</u>

ক আমরা জানি, $(x + y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1}y + \binom{n}{2} x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3} x^{n-3}y^3 + \dots \dots + y^n$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে, $(2 + 3x)^6 = 2^6 + \binom{6}{1} 2^5.3x + \binom{6}{2} 2^4.(3x)^2 + \binom{6}{3} 2^3.(3x)^3 + \dots \dots$ (৪র্থ পদ পর্যন্ত)

$= 64 + \frac{6}{1}.32.3x + \frac{6.5}{1.2}.16\times9x^2 + \frac{6.5.4}{1.2.3}\times 8 \times27x^3 + \dots \dots$

$= 64 + 576x + 2160x^2 + 4320x^3 + \dots \dots$ **(Ans.)**

খ দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে, $\left(4 - \frac{1}{2x}\right)^5 = 4^5 + \binom{5}{1} 4^4.\left(-\frac{1}{2x}\right) + \binom{5}{2} 4^3.\left(-\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{5}{3}.4^2.\left(-\frac{1}{2x}\right)^3 + \dots \dots$ (৪র্থ পদ পর্যন্ত)

$= 1024 + \frac{5}{1}.256\times\left(-\frac{1}{2x}\right) + \frac{5.4}{1.2}.64.\frac{1}{4x^2} + \frac{5.4.3}{1.\ 2.\ 3}.16.\left(-\frac{1}{8x^3}\right) + \dots \dots$

$= 1024 - \frac{640}{x} + \frac{160}{x^2} - \frac{20}{x^3} + \dots \dots$ **(Ans.)**

১০ **$\left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + sx^2 + \dots$ হলে, p, r এবং s এর মান নির্ণয় কর।**

<u>সমাধান:</u> দেওয়া আছে, $\left(p - \frac{1}{2}x\right)^6 = r - 96x + sx^2 + \dots$

বা, $p^6 + {}^6C_1p^5.\left(-\frac{1}{2}x\right) + {}^6C_2p^4.\left(-\frac{1}{2}x\right)^2 + {}^6C_3p^3.\left(-\frac{1}{2}x\right)^3 + \dots \dots = r - 96x + sx^2 + \dots \dots$

বা, $p^6 - \frac{6}{1}.p^5.\frac{x}{2} + \frac{6.5}{1.2}.p^4.\frac{x^2}{4} - {}^6C_3p^3.\frac{x^3}{8} + \dots \dots = r - 96x + sx^2 + \dots \dots$

বা, $p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 - {}^6C_3p^3.\frac{x^3}{8} + \dots \dots = r - 96x + sx^2 + \dots \dots$

সমীকরণের উভয়পক্ষে সহগ সমীকৃত করে পাই, $r = p^6$ … … … (i)

$3p^5 = 96$ … … … (ii)

$\frac{15}{4}p^4 = s$ … … … (iii)

(ii) নং হতে পাই, $3p^5 = 96$ বা, $p^5 = 32 = 2^5$

$\therefore p = 2$

$p = 2$ হলে $r = 2^6 = 64$

আবার, $s = \frac{15}{4}p^4 = \frac{15}{4}.2^4 = 60$

Ans: $p = 2, r = 64$ এবং $s = 60$

১১ $\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ **এর বিস্তৃতির x^3 এর সহগ নির্ণয় কর।**

সমাধানঃ আমরা জানি, $(x+y)^n = x^n + {}^nC_1.x^{n-1}.y + {}^nC_2.x^{n-2}.y^2 + {}^nC_3.x^{n-3}.y^3 + \ldots + {}^nC_r.x^{n-r}.y^r + \ldots + {}^nC_n.y^n$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই, $\left(1+\frac{x}{2}\right)^8 = 1^8 + {}^8C_1.(1)^7.\left(\frac{x}{2}\right)^1 + {}^8C_2(1)^6.\left(\frac{x}{2}\right)^2 + {}^8C_3.(1)^5.\left(\frac{x}{2}\right)^3 + {}^8C_4\left(\frac{x}{2}\right)^4 + \ldots \ldots \ldots$

$\therefore$ x^3 এর সহগ $= {}^8C_3.\frac{1}{2^3} = \frac{8.7.6}{1.2.3}.\frac{1}{8} = 7$

$\therefore$ x^3 এর সহগ 7 **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, $(r+1)$ তম পদে x^3 বিদ্যমান

আমরা জানি, $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ $= \binom{n}{r} y^r$

$\therefore$ $\left(1+\frac{x}{2}\right)^8$ বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ $= {}^8C_r\left(\frac{x}{2}\right)^r = {}^8C_r\left(\frac{x^r}{2^r}\right)$

যেহেতু এ পদে x^3 বিদ্যমান। $\therefore$ $x^r = x^3$ বা, $r = 3$

$\therefore$ x^3 এর সহগ $= {}^8C_3.\frac{1}{2^3} = \frac{8.7.6}{1.2.3}.\frac{1}{8} = 7$

১২ **x এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে $\left(2+\frac{x}{4}\right)^6$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। উহার সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।**

সমাধানঃ আমরা জানি, $(x+y)^n = x^n + {}^nC_1.x^{n-1}.y + {}^nC_2.x^{n-2}.y^2 + {}^nC_3.x^{n-3}.y^3 + \ldots + {}^nC_r.x^{n-r}.y^r + \ldots + {}^nC_n.y^n$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই, $\left(2+\frac{x}{4}\right)^6 = 2^6 + {}^6C_1.2^5.\left(\frac{x}{4}\right) + {}^6C_2.2^4.\left(\frac{x}{4}\right)^2 + {}^6C_3.2^3.\left(\frac{x}{4}\right)^3 + \ldots \ldots \ldots$

$$= 64 + \frac{6}{1}.32.\frac{x}{4} + \frac{6.5}{1.2}.16.\frac{x^2}{16} + \frac{6.5.4}{1.2.3}.8.\frac{x^3}{64} + \ldots \ldots \ldots$$

$$= 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \ldots \ldots \ldots$$

$\therefore$ নির্ণেয় বিস্তৃতি $\left(2+\frac{x}{4}\right)^6 = 64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \ldots \ldots \ldots$ **(Ans.)**

এখানে, $2 + \frac{x}{4} = 1.9975$

বা, $\frac{x}{4} = 1.9975 - 2$

বা, $\frac{x}{4} = -0.0025$

বা, $x = -0.01$

বিস্তৃতিতে $x = -0.01$ বসিয়ে পাই,

$\therefore$ $\left(2+\frac{-0.01}{4}\right)^6 = 64 + 48(-0.01) + 15\times(-0.01)^2 + \frac{5}{2}\times(-0.01)^3 + \ldots \ldots \ldots$

বা, $(2-0.0025)^6 = 64 - 0.48 + 0.0015 - \frac{5}{2}\times 0.000001 + \ldots \ldots \ldots$

বা, $(1.9975)^6 = 63.5215$ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] **(Ans.)**

১৩ **দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে $(1.99)^5$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।**

সমাধানঃ এখানে, $(1.99)^5 = (2-0.01)^5$

আমরা জানি, $(x+y)^n = x^n + {}^nC_1x^{n-1}y + {}^nC_2x^{n-2}y^2 + {}^nC_3x^{n-3}y^3 + \ldots \ldots + {}^nC_ny^n$

$\therefore$ $(2-0.01)^5 = 2^5 + {}^5C_12^{5-1}(-0.01) + {}^5C_22^{5-2}(-0.01)^2 + {}^5C_32^{5-3}(-0.01)^3 + {}^5C_42^{5-4}(-0.01)^4 + {}^5C_52^{5-5}(-0.01)^5$

$$= 32 + \frac{5}{1}.16(-0.01) + \frac{5.4}{1.2}.8(-0.01)^2 + \frac{5.4.3}{1.2.3}.4(-0.01)^3 + \frac{5.4.3.2}{1.2.3.4}.2(-0.01)^4 + 1.2(-0.01)^5$$

$$= 32 - 0.8 + 0.008 - 0.00004 + 0.0000001 - 0.0000000001$$

$= 31.2080$ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত]

$\therefore$ $(1.99)^5 = (2-0.01)^5 = 31.2080$ (প্রায়) **(Ans.)**

বি.দ্রঃ (i) $(2+x)^5$ এর বিস্তৃতিতে $x = -0.01$ বসিয়ে দিলে $(1.99)^5$ এর মান পাওয়া যায়।
(ii) $(1.99)^5 = (1+0.99)^5$ কে দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে বিস্তার করেও মান নির্ণয় করা যায়।

১৪ $\left(1+\frac{x}{4}\right)^n$ **এর বিস্তৃতির তৃতীয় পদের সহগ চতুর্থ পদের সহগের দ্বিগুণ। n এর মান নির্ণয় কর। বিস্তৃতির পদসংখ্যা ও মধ্যপদ নির্ণয় কর।**

সমাধান: আমরা জানি, $(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y^1 + \binom{n}{2}y^2 + \ldots\ldots\ldots + \binom{n}{n}y^n$

$\therefore \left(1+\frac{x}{4}\right)^n = \binom{n}{0}\left(\frac{x}{4}\right)^0 + \binom{n}{1}\left(\frac{x}{4}\right)^1 + \binom{n}{2}\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{n}{3}\left(\frac{x}{4}\right)^3 + \ldots\ldots\ldots$

$= 1 + \frac{n}{4}.x + \binom{n}{2}\frac{1}{4^2}.x^2 + \binom{n}{3}\frac{1}{4^3}.x^3 + \ldots\ldots\ldots$

উক্ত বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ $\binom{n}{2}\frac{1}{4^2}$ এবং চতুর্থ পদের সহগ $\binom{n}{3}\frac{1}{4^3}$

শর্তমতে, $\binom{n}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2 \times \binom{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3$

বা, $\frac{n(n-1)}{1.2} = 2 \times \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} \times \frac{1}{4}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{n-2}{12}$

বা, $n - 2 = 6$

বা, $n = 6 + 2$

$\therefore n = 8$ **(Ans.)**

বিস্তৃতির পদ সংখ্যা নির্ণয়: আমরা জানি, $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে বিস্তৃতির পদ সংখ্যা $(n+1)$

$\therefore \left(1+\frac{x}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে $n = 8$ যা অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা

$\therefore$ বিস্তৃতির পদ সংখ্যা হবে $(8+1) = 9$ **(Ans.)**

মধ্যপদ নির্ণয়: আমরা জানি, $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতি n জোড় হলে মধ্যপদ একটি এবং $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদ হবে মধ্যপদ

$\therefore \left(1+\frac{x}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতির মধ্যপদ হবে $\left(\frac{8}{2}+1\right)$ তম পদ বা 5 তম পদ

আবার, $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ $= {}^nC_ry^n$

$\therefore \left(1+\frac{x}{4}\right)^8$ এর বিস্তৃতির 5 তম পদ বা $(4+1)$ তম পদ $= {}^8C_4\left(\frac{x}{4}\right)^4 = \frac{8.7.6.5}{1.2.3.4}.\frac{x^4}{4\times4\times4\times4}$

$= 70 \times \frac{1}{4\times4\times4\times4}.x^4$

$= \frac{35}{2\times4\times4\times4}.x^4 = \frac{35}{128}.x^4$

$\therefore n = 8$, পদ সংখ্যা $= 9$ এবং মধ্যপদ $= \frac{35}{128}.x^4$ **(Ans.)**

বিশেষ দ্রষ্টব্য: $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে n অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং

i. n জোড় হলে মধ্যপদ একটি এবং $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদ মধ্যপদ।

ii. n বিজোড় হলে মধ্যপদ দুটি এবং $\left(\frac{n-1}{2}+1\right)$ ও $\left(\frac{n+1}{2}+1\right)$ তম পদ দুইটি হবে মধ্যপদ।

১৫ **ক)** $\left(2k-\frac{x}{2}\right)^5$ **এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 720 হলে x এর মান নির্ণয় কর।**

খ) $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6$ **এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 হলে k এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান:

ক আমরা জানি, $(x+y)^n = x^n + {}^nC_1x^{n-1}y + {}^nC_2x^{n-2}y^2 + \ldots + {}^nC_rx^{n-r}y^r + \ldots + {}^nC_ny^n$

$\therefore \left(2k-\frac{x}{2}\right)^5 = (2k)^5 + {}^5C_1(2k)^4\left(-\frac{x}{2}\right) + {}^5C_2(2k)^3\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + {}^5C_3(2k)^2\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + {}^5C_4(2k)^4\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + {}^5C_5\left(-\frac{x}{2}\right)^5 \ldots\ldots$

এখন, $\left(2k-\frac{x}{2}\right)^5$ এর বিস্তৃতিতে k^3 যুক্ত পদটি হলো: ${}^5C_2(2k)^3\left(-\frac{x}{2}\right)^2$ এবং পদটিতে k^3 এর সহগ ${}^5C_2.2^3.\left(-\frac{x}{2}\right)^2$

প্রশ্নানুসারে, ${}^5C_2 \times 2^3 \times \left(-\frac{x}{2}\right)^2 = 720$

বা, $\frac{5!}{2!(5-2)!} \times 8 \times \frac{x^2}{4} = 720$

বা, $10 \times 8 \times \frac{x^2}{4} = 720$

বা, $20x^2 = 720$

বা, $x^2 = 36$

$\therefore x = \pm 6$ [বর্গমূল করে] **(Ans.)**

খ দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে,

$$\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6 = (x^2)^6 + {}^6C_1(x^2)^5\left(\frac{k}{x}\right) + {}^6C_2(x^2)^4\left(\frac{k}{x}\right)^2 + {}^6C_3(x^2)^3\left(\frac{k}{x}\right)^3 + {}^6C_4.(x^2)^2.\left(\frac{k}{x}\right)^4 + \dots\dots\dots$$

$$= x^{12} + \frac{6}{1}.x^{10}.\frac{k}{x} + \frac{6.5}{1.2}.x^8.\frac{k^2}{x^2} + \frac{6.5.4}{1.2.3}x^6.\frac{k^3}{x^3} + \frac{6.5.4.3}{1.2.3.1}x^4.\frac{k^4}{x^4} + \dots\dots\dots$$

$$= x^{12} + 6kx^9 + 15k^2.x^6 + 20k^3x^3 + 15k^4 + \dots\dots\dots$$

এখানে, $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ $20k^3$

প্রশ্নমতে, $20k^3 = 160$

বা, $k^3 = 8$

বা, $k^3 = 2^3$

বা, $k = 2$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, প্রদত্ত দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদে x^3 বিদ্যমান

আমরা জানি, $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদ $= {}^nC_r.x^{n-r}.y^r$

$\therefore \left(x^2+\frac{k}{x}\right)^6$ দ্বিপদীর $(r+1)$ তম পদ $= {}^6C_r(x^2)^{6-r}.\left(\frac{k}{x}\right)^r = {}^6C_r.x^{12-2r}.k^r.x^{-r} = {}^6C_r.k^r.x^{12-2r-r} = {}^6C_r.k^r.x^{12-3r}$

যেহেতু এ পদে x^3 আছে, সুতরাং $x^{12-3r} = x^3$

বা, $12 - 3r = 3$

বা, $-3r = 3 - 12$

বা, $-3r = -9$

$\therefore r = 3$

$\therefore x^3$ এর সহগ ${}^6C_3k^3$

শর্তমতে, ${}^6C_3k^3 = 160$

বা, $\frac{6.5.4}{1.2.3}k^3 = 160$

বা, $20k^3 = 160$

বা, $k^3 = 8 = 2^3$

$\therefore k = 2$ **(Ans.)**

১৬ $\boldsymbol{A = (1+x)^7}$ **এবং** $\boldsymbol{B = (1-x)^8}$

ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে A এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

খ) B এর বিস্তৃতির চার পদ পর্যন্ত নির্ণয় করে উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $(0.99)^8$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

গ) AB এর বিস্তৃতির x^7 এর সহগ নির্ণয় কর।

<u>সমাধান:</u>

ক দেওয়া আছে, $A = (1+x)^7$

$n = 0 \longrightarrow$ 1

$n = 1$ 1 1

$n = 2$ 1 2 1

$n = 3$ 1 3 3 1

$n = 4 \longrightarrow$ 1 4 6 4 1

$n = 5$ 1 5 10 10 5 1

$n = 6$ 1 6 15 20 15 6 1

$n = 7 \longrightarrow$ 1 7 21 35 35 21 7 1

$\therefore (1+x)^7 = 1 + 7x + 21x^2 + 35x^3 + 35x^4 + 21x^5 + 7x^6 + x^7$

খ দেওয়া আছে, $B = (1-x)^8$

আমরা জানি, $(1+y)^n = 1 + {}^nc_1y + {}^nc_2y^2 + {}^nc_3y^3 + \dots\dots$

$\therefore (1-x)^8 = 1 + {}^8c_1(-x) + {}^8c_2(-x)^2 + {}^8c_3(-x)^3 + \dots\dots$

$$= 1 + 8.(-x) + \frac{8.7}{1.2}.x^2 + \frac{8.7.6}{1.2.3}.(-x^3) + \dots$$

$$= 1 - 8x + 28x^2 - 56x^3 + \dots\dots$$

এখন, $1 - x = 0.99$

বা, $-x = 0.99 - 1$

বা, $-x = -0.01$

$\therefore x = 0.01$

উক্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.01$ বসিয়ে পাই,

$(1-0.01)^8 = 1 - 8(0.01) + 28\times(0.01)^2 - 56\times(0.01)^3 + \dots$

$= 0.9227$ (চার দশমিক স্থান মান পর্যন্ত)

গ $AB = (1+x)^7(1-x)^8$

$= (1-x)(1+x)^7(1-x)^7$

$= (1-x)(1-x^2)^7$

$= (1-x)\left[\binom{7}{0}(-x^2)^0 + \binom{7}{1}(-x^2)^1 + \binom{7}{2}(-x^2)^2 + \binom{7}{3}(-x^2)^3 + \binom{7}{4}(-x^2)^4 + \dots\dots\right]$

$= (1-x)[1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 - \dots]$

$= (1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 + \dots\dots) + (-x + 7x^3 - 21x^5 + 35x^7 - 35x^9 + \dots\dots)$

$= 1 - x - 7x^2 + 7x^3 + 21x^4 - 21x^5 - 35x^6 + 35x^7 + 35x^8 \dots$

$(1-x)^8(1+x)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ 35

$\therefore x^7$ এর সহগ 35

১৭ $(A + Bx)^n$ এর বীজগাণিতিক রাশি।
ক) $A = 1, B = 2$ এবং $n = 5$ হলে প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে রাশিটির বিস্তৃতি নির্ণয় কর।
খ) $B = 3$ এবং $n = 7$ হলে রাশিটির বিস্তৃতির x^4 এর সহগ 22680 হয়। A এর মান নির্ণয় কর।
গ) $A = 2$ এবং $B = 1$ হলে রাশিটির বিস্তৃতির পঞ্চম ও ষষ্ঠ পদের সহগ সমান হয়। n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক প্রদত্ত বীজগাণিতিক রাশি $= (A + Bx)^n$
এখন, $A = 1, B = 2$ এবং $n = 5$ হলে,
প্রদত্ত রাশি, $(1 + 2x)^5$

$$
\begin{array}{ll}
n = 0 \longrightarrow & 1 \\
n = 1 & 1 \quad 1 \\
n = 2 & 1 \quad 2 \quad 1 \\
n = 3 & 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\
n = 4 & 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\
n = 5 \longrightarrow & 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1
\end{array}
$$

$\therefore (1 + 2x)^5$
$= 1 + 5.(2x) + 10(2x)^2 + 10.(2x)^3 + 5.(2x)^4 + 1.(2x)^5$
$= 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$

খ প্রদত্ত রাশি, $(A + Bx)^n$
$B = 3$ এবং $n = 7$ হলে প্রদত্ত রাশি $(A + 3x)^7$
দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে,
$(a + x)^n = a^n + {}^nc_1a^{n-1}x + {}^nc_2a^{n-2}x^2 + {}^nc_3a^{n-3}x^3 + \ldots$
$\therefore (A + 3x)^7 = A^7 + {}^7c_1A^{7-1}(3x) + {}^7c_2A^{7-2}(3x)^2 + {}^7c_3A^{7-3}(3x)^3 + {}^7c_4A^{7-4}(3x)^4$
প্রদত্ত বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $= {}^7c_4.A^{7-4}.3^4$
শর্তমতে, ${}^7c_4.A^{7-4}.3^4 = 22680$
বা, $\frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}.A^3.81 = 22680$
বা. $A^3.(35 \times 81) = 22680$
বা, $A^3 = \frac{22680}{35 \times 81}$
বা, $A^3 = 8$
বা, $A^3 = 2^3$
$\therefore A = 2$

গ $A = 2$ এবং $B = 1$ হলে প্রদত্ত রাশিটি $= (2 + x)^n$
দ্বিপদী বিস্তৃতির উপপাদ্য অনুসারে,
$(a + x)^n$ বিস্তৃতির $(r + 1)$ তম পদ $= {}^nc_ra^{n-r}.x^n$
$(2 + x)^n$ বিস্তৃতির পঞ্চম বা $(4 + 1)$ তম পদ $= {}^nc_42^{n-4}.x^4$
এবং $(2 + x)^n$ বিস্তৃতির ষষ্ঠ বা $(5 + 1)$ তম পদ $= {}^nc_52^{n-5}.x^5$
শর্তমতে, বিস্তৃতির পঞ্চম পদের সহগ = ষষ্ঠ পদের সহগ
বা, ${}^nc_42^{n-4} = {}^nc_52^{n-5}$
বা, $\frac{n!}{4!(n-4)!}.2^{n-4} = \frac{n!}{5!(n-5)!}.2^{n-5}$
বা, $\frac{2^{n-4}}{4!(n-4)!} = \frac{2^{n-4-1}}{5!(n-5)!}$
বা, $\frac{2^{n-4}}{4!(n-4)(n-5)!} = \frac{2^{n-4}.2^{-1}}{5!(5-1)!\ (n-5)!}$
বা, $\frac{1}{4!(n-4)} = \frac{2^{-1}}{5.4!}$
বা, $\frac{1}{n-4} = \frac{2^{-1}}{5}$
বা, $n - 4 = 10$
বা, $n = 10 + 4$
$\therefore n = 14$

১৮ a_1, a_2, a_3, a_4 যদি $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির চারটি ক্রমিক পদের সহগ হয়ে থাকে তাহলে প্রমাণ কর যে, $\frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_3}{a_3 + a_4} = \frac{2a_2}{a_2 + a_3}$

সমাধান: দ্বিপদী উপপাদ্য হতে আমরা জানি,
$(1 + x)^n = 1 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + {}^nC_3x^3 + \ldots\ldots + {}^nC_{r-1}x^{r-1} + {}^nC_rx^r + {}^nC_{r+1}x^{r+1} + {}^nC_{r+2}x^{r+2} + \ldots\ldots + {}^nC_nx^n$
বিস্তৃতিটি থেকে দেখা যায়, r তম পদের সহগ $= {}^nC_{r-1}$
$(r + 1)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_r$
$(r + 2)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_{r+1}$
এবং $(r + 3)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_{r+2}$
আবার, প্রশ্নানুসারে, $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির চারটি ক্রমিক পদের সহগসমূহ হচ্ছে a_1, a_2, a_3, a_4।
এক্ষেত্রে, ${}^nC_{r-1} = a_1$ হলে, ${}^nC_r = a_2, {}^nC_{r+1} = a_3$ এবং ${}^nC_{r+2} = a_4$
এখন, $\frac{a_2}{a_1} = \frac{{}^nC_r}{{}^nC_{r-1}}$

$= \frac{\frac{n!}{r!(n-r)!}}{\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}}$ $\left[{}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}\right]$

$= \frac{n!}{r!(n-r)!} \times \frac{(r-1)!(n-r+1)!}{n!}$

$= \frac{(r-1)!(n-r+1)!}{r!(n-r)!}$

$= \frac{(r-1)!(n-r+1)(n-r)!}{r(r-1)!\ (n-r)!}$

$\left[\begin{array}{l} \because n! = n(n-1)! \\ \therefore (n-r+1)! = (n-r+1)\{(n-r+1)-1\}! \\ \qquad = (n-r+1)(n-r)! \end{array}\right]$

বা, $\frac{a_2}{a_1} = \frac{n-r+1}{r}$
বা, $\frac{a_2}{a_1} + 1 = \frac{n-r+1}{r} + 1$; [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]
বা, $\frac{a_2 + a_1}{a_1} = \frac{n-r+1+r}{r}$
বা, $\frac{a_2 + a_1}{a_1} = \frac{n+1}{r}$
$\therefore \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{r}{n+1}$ ……… (i) [ব্যস্তকরণ]

আবার, $\frac{a_3}{a_2} = \frac{^nC_{r+1}}{^nC_r}$

$$= \frac{\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!}}{\frac{n!}{r!(n-r)}}$$

$$= \frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!} \times \frac{r!(n-r)!}{n!}$$

$$= \frac{r!(n-r)}{(r+1)!(n-r-1)!}$$

$$= \frac{r!(n-r)(n-r-1)!}{(r+1)r!(n-r-1)!} \text{ ; } [\because n! = n(n-1)!]$$

বা, $\frac{a_3}{a_2} = \frac{n-r}{r+1}$

বা, $\frac{a_3}{a_2} + 1 = \frac{n-r}{r+1} + 1$; [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\frac{a_3 + a_2}{a_2} = \frac{n-r+r+1}{r+1}$

বা, $\frac{a_3 + a_2}{a_2} = \frac{n+1}{r+1}$

$\therefore \frac{a_2}{a_2 + a_3} = \frac{r+1}{n+1}$ ... ... (ii) ; [বিপরীতকরণ]

এবং $\frac{a_4}{a_3} = \frac{^nC_{r+2}}{^nC_{r+1}}$

$$= \frac{\frac{n!}{(r+2)!(n-r-2)!}}{\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!}}$$

$$= \frac{n!}{(r+2)!(n-r-2)!} \times \frac{(r+1)!(n-r-1)!}{n!}$$

$$= \frac{(r+1)!(n-r-1)(n-r-2)!}{(r+2)(r+1)!(n-r-2)!}$$

$$\left[\begin{array}{l} \because n! = n(n-1)! \\ \therefore (n-r-1)! = (n-r-1)\{(n-r-1)-1\}! \\ \qquad = (n-r-1)(n-r-2)! \end{array}\right]$$

বা, $\frac{a_4}{a_3} = \frac{n-r-1}{r+2}$

বা, $\frac{a_4}{a_3} + 1 = \frac{n-r-1}{r+2} + 1$; [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\frac{a_4 + a_3}{a_3} = \frac{n-r-1+r+2}{r+2}$

বা, $\frac{a_4 + a_3}{a_3} = \frac{n+1}{r+2}$

$\therefore \frac{a_3}{a_3 + a_4} = \frac{r+2}{n+1}$ ... ... (iii) ; [বিপরীতকরণ]

সমীকরণ (i) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$$\frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_3}{a_3 + a_4} = \frac{r}{n+1} + \frac{r+2}{n+1}$$

$$= \frac{r+r+2}{n+1}$$

$$= \frac{2(r+1)}{n+1}$$

$$= 2\left(\frac{r+1}{n+1}\right)$$

$$= \frac{2a_2}{a_2 + a_3} \quad [(ii) \text{ নং হতে}]$$

$\therefore \frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_3}{a_3 + a_4} = \frac{2a_2}{a_2 + a_3}$ **(প্রমাণিত)**

১৯ কোনটি বড় $99^{50} + 100^{50}$ না 101^{50} ?

<u>সমাধান</u>: দ্বিপদী বিস্তৃতির উপপাদ্য অনুসারে, $(x + y)^n = x^n + {^nC_1}x^{n-1}y + {^nC_2}x^{n-2}y^2 + {^nC_3}x^{n-3}y^3 + \ldots \ldots$

$\therefore (101)^{50} = (100 + 1)^{50}$

$= (100)^{50} + {^{50}C_1}(100)^{50-1}.1 + {^{50}C_2}(100)^{50-2}.1^2 + {^{50}C_3}(100)^{50-3}.1^3 + \ldots \ldots$

$= (100)^{50} + {^{50}C_1}(100)^{49} + {^{50}C_2}(100)^{48} + {^{50}C_3}(100)^{47} + \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$ (i)

$99^{50} = (100 - 1)^{50}$

$= 100^{50} - {^{50}C_1}.100^{50-1}(-1) + {^{50}C_2}100^{50-2}(-1)^2 - {^{50}C_3}100^{50-3}(-1)^3 + \ldots \ldots$

$= 100^{50} - {^{50}C_1}100^{49} + {^{50}C_2}100^{48} - {^{50}C_3}100^{47} + \ldots \ldots \quad \ldots \ldots \ldots$ (ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$(101)^{50} - (99)^{50} = 2({^{50}C_1}100^{49} + {^{50}C_3}100^{47} + \ldots \ldots)$

$= 2 \times 50 \times 100^{49} + 2 \times {^{50}C_3}100^{47} + \ldots \ldots \quad [\because {^{50}C_1} = 50]$

$= 100^{50} + 2 \times {^{50}C_3}100^{47} + \ldots \ldots$

$\therefore (101)^{50} - (99)^{50} > (100)^{50}$

বা, $(101)^{50} > (99)^{50} + (100)^{50}$ [$\because$ $(100)^{50}$ এর সাথে আরও কিছু যোগ করলে বামপার্শ্বের সমান হয়]

$\therefore (99)^{50} + (100)^{50}$ অপেক্ষা $(101)^{50}$ বড় **(Ans.)**