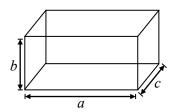
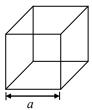
অনুশীলনী - ১৬.৪

ঘনবস্তু সংক্রান্ত কতিপয় সূত্রাবলি

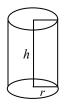


আয়তাকার ঘনবস্তু:

- কর্ণ = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
- সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ab+bc+ca)
- আয়তন = abc



- কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a$
- সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2$
- আয়তন = a^3



বেলন/সিলিভার:

- ভূমির ক্ষেত্রফল = πr²
- বক্রতলের ক্ষেত্রফল = 2πrh
- পৃষ্ঠতলের / সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r (r + h)$
- আয়তন = $\pi r^2 h$



অনুশীলনীর সমাধান



 একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি. এবং 5 সে.মি. হলে, এর পরিসীমার অর্ধেক কত সে.মি.? (季) 12 (খ) 20 (গ) 24

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যাঃ সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান। সামান্তরিকের পরিসীমা = (7 + 5 + 7 + 5) সে.মি. = 24 সে.মি

∴ সামান্তরিকের অর্ধপরিসীমা = $\frac{24}{2}$ সে.মি. = 12 সে.মি.

义 একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

 $(\overline{a}) 3\sqrt{3}$

(খ) 4√3

(ঘ) 9√3

ব্যাখ্যা: সমাবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ $a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}$

্রত্রীয় জ্যামিতিতে-

- i. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ অপেক্ষা ছোট
- ii. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের সমষ্টি এক সমকোণ
- iii. ত্রিভুজের যে কোন বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিস্ত কোণ বিপরীত অন্তস্থ প্রত্যেকটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর

নিচের কোনটি সঠিক?

(क) i ଓ ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ)

- ব্যাখ্যা: (i) নং সঠিক কারণ- সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60° এবং এক সমকোণ $=90^\circ$ তাই সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ < এক সমকোণ
 - (ii) নং সঠিক কারণ- ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ এবং সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ (90°) হওয়ায় অপর সৃষ্মকোণদ্বরের সমষ্টি অবশ্যই এক সমকোণ (90°) হবে।
 - (iii) কোনো ত্রিভুজের বহিস্তু কোণ অক্তস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান। তাই ত্রিভুজের বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণ অবশ্যই বিপরীত অন্তস্থ প্রত্যেকটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

$oxed{8}$ বৰ্গক্ষেত্ৰে প্ৰতি বাহুর দৈৰ্ঘ্য a এবং কৰ্ণ d হলে-

- i. ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ একক
- ii. পরিসীমা 2ad একক
- iii. $d = \sqrt{2}a$

(ক) i ও ii

নিচের কোনটি সঠিক?

(খ) i ও iii

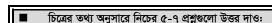
(গ) ii ও iii

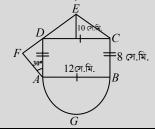
(ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে এর ক্ষেত্রফল $=a^2$; পরিসীমা =4a এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য, $d=\sqrt{2}a$ ∴ (i) ও (iii) নং সঠিক কিন্তু (ii) নং সত্য নয়।







(ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 13

(খ) 14

(গ) 14.4

(ঘ) 15

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{AB^2 + BC^2}$ = $\sqrt{12^2 + 8^2}$ সে.মি. = $\sqrt{144 + 64}$ সে.মি. = 14.4 সে.মি. (প্রায়)

৬ ADF ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 16

(খ) 32

(গ) 64

(ঘ) 128

উত্তর: নাই

বি.দ্র: অসম্পূর্ণ তথ্যের কারণে সমাধান সম্ভব নয়।

৭ AGB অর্ধবৃত্তের পরিধি কত সে.মি.?

(季) 18

(খ) 18.85 (প্রায়)

(গ) 37.7 (প্রায়)

(ঘ) 96

উত্তরঃ (খ

ব্যাখ্যা: AGB অর্থবৃত্তের ব্যাসার্থ $r=\frac{12}{2}$ সে.মি. =6 সে.মি. $\therefore AGB$ অর্থবৃত্তের পরিধি $=\frac{2\pi r}{2}=\frac{2\times 3.1416\times 6}{2}=18.85$ সে.মি. (প্রায়)

৮ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 16 মিটার প্রস্থ 12 মিটার ও উচ্চতা 4.5 মিটার। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও আয়তন নির্ণয় কর।

<u>সমাধান</u>: দেওয়া আছে, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a=16 সে.মি.

আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ b=12 সে.মি.

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর উচ্চতা c=4.5 সে.মি.

∴ আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = 2(ab + bc + ca)

 $= 2(16 \times 12 + 12 \times 4.5 + 4.5 \times 16)$ বর্গ সে.মি.

= 2(192 + 54 + 72) বর্গ সে.মি.

 $= 2 \times 318$ বর্গ সে.মি.

= 636 বর্গ সে.মি.

আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

= $\sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2}$ মিটার

 $=\sqrt{256+144+20.25}$ মিটার

 $=\sqrt{420.25}=20.5$ মিটার

আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন, abc=16 imes12 imes4.5 ঘন মিটার

= 864 ঘন মিটার.

∴ 636 বর্গমিটার, 20.5 মিটার এবং 864 ঘন মিটার। (Ans.)

♦♦ অনুশীলনীর ৮নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ♦♦

ঢাকনাসহ একটি বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে 10 সে.মি., 9 সে.মি. ও 7 সে.মি.। বাক্সটির ভিতরের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 262 বর্গ সে.মি. এবং বাক্সের পুরুত্ব সমান।

ক. বাক্সটির আয়তন নির্ণয় কর।

খ. বাক্সটির দেওয়ালের পুরুত্ব নির্ণয় কর।

গ. বাস্ত্রটির বৃহত্তম দৈর্ঘ্যের সমান বাহুবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণ 16 সে.মি. হলে রম্বসটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। নিজে নিজে চেষ্টা কর। পাঠ্যবইয়ের উদাহরণ- ৩১

্রি একটি আয়তাকার ঘনবম্ভর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 21:16:12 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 87 সে.মি. হলে, ঘনবম্ভটির তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a=21x

আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ b=16x

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর উচ্চতা c=12x

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

বা,
$$87 = \sqrt{(21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2}$$

বা, $(87)^2 = (21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

 $41x^2 + 256x^2 + 144x^2$

বা. $7569 = 841x^2$

বা, $x^2 = \frac{7569}{841}$

বা, $x^2 = 9$

 $\therefore x = 3$

আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a = 21 × 3 = 63 সে.মি.
 আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ b = 16 × 3 = 48 সে.মি.

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর উচ্চতা $c = 12 \times 3 = 36$ সে.মি.

∴ আয়তাকার ঘনবস্তুটির তলের ক্ষেত্রফল

= 2(ab + bc + ca)

 $= 2(63 \times 48 + 48 \times 36 + 36 \times 63)$ বর্গ সে.মি.

= 2(3024 + 1728 + 2268) বর্গ সে.মি.

= 2(7020) বর্গ সে.মি.

= 14040 বর্গ সে.মি.

∴ ঘনবস্তুটির তলের ক্ষেত্রফল 14040 বর্গ সে.মি. (Ans.)

🔽 একটি আয়তাকার ঘনবম্ভ 48 বর্গমিটার ভূমির উপর দগুয়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণ 13 মিটার। আয়তাকার ঘনবম্ভর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

<u>সমাধান</u>: মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ = b মিটার

এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর উচ্চতা c=3 মিটার

 \therefore ভূমির ক্ষেত্রফল =ab বর্গ মিটার =48 বর্গমিটার

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

বা.
$$13 = \sqrt{a^2 + b^2 + 3^2}$$

[: কর্ণের দৈর্ঘ্য 13 মিটার]

বা,
$$169 = a^2 + b^2 + 9$$

[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা,
$$a^2 + b^2 = 169 - 9 = 160 \dots (i)$$

আমরা জানি,
$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= 160 + 2 \times 48$$

$$= 256 \quad [\because a^2 + b^2 = 160$$
 এবং $ab = 48]$

$$\therefore a + b = \sqrt{256} = 16 \dots \dots \dots (ii)$$

আবার,
$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

= $160 - 96 = 64$

$$\therefore a - b = 8 \dots \dots (iii)$$

এখন, (ii) + (iii) থেকে পাই,

$$2a = 24$$

বা,
$$a = \frac{2^2}{2}$$

$$\therefore a = 12$$

এবং (ii) – (iii) থেকে পাই,

$$2b = 8$$

বা,
$$b = \frac{8}{2}$$

$$\therefore b = 4$$

অতএব, দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 4 মিটার। (Ans.)

একটি আয়তাকার কাঠের বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে 8 সে.মি. ও 4 সে.মি.। এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 88 বর্গ সে.মি.। বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব নির্ণয় কর।

<u>সমাধান</u>: মনে করি, বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব = x সে.মি.

অতএব, বাক্সের ভিতরের দৈর্ঘ্য, a = (8 - 2x) সে.মি.

বান্ধের ভিতরের প্রস্থ, b = (6 - 2x) সে.মি.

এবং বাস্ত্রের ভিতরের উচ্চতা, c = (4 - 2x) সে.মি.

সুতরাং, বাক্সটির ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$$=2(ab+bc+ca)$$
 বর্গ একক

$$= 2(48 - 16x - 12x + 4x^2 + 24 - 12x - 8x + 4x^2 + 32 - 16x -$$

 $8x + 4x^2$) বৰ্গ সে.মি.

$$=2(48-28x+4x^2+24-20x+4x^2+32-24x+4x^2)$$
 বর্গ সে.মি.

$$= 2(12x^2 - 72x + 104)$$
 বৰ্গ সে.মি.

প্রশানুসারে, $2(12x^2 - 72x + 104) = 88$

বা,
$$12x^2 - 72x + 104 = 44$$

বা,
$$12x^2 - 72x + 60 = 0$$

বা,
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$41, x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

$$(x-5) - 1(x-5) = 0$$

বা,
$$(x-5)(x-1)=0$$

$$\therefore x - 5 = 0$$

অথবা,
$$x - 1 = 0$$

না,
$$x = 5$$

বা,
$$x=1$$

যেহেতু বাক্সের বাইরের উচ্চতা 4 সে.মি. সেহেতু ভিতরের উচ্চতা 5 সে.মি. হতে পারে না।

∴ বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব 1 সে.মি.। (Ans.)

্রিত্র একটি দেওয়ালের দৈর্ঘ্য 25 মিটার, উচ্চতা 6 মিটার এবং পুরুত্ব 30 সে.মি.। একটি ইটের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. প্রস্থ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 3 সে.মি.। দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে,

দেওয়ালের দৈর্ঘ্য = 25 মিটার

দেওয়ালের উচ্চতা = 6 মিটার

$$= (6 \times 100)$$
 সে.মি. $[\because 1 \text{ মিটার} = 100 \text{ সে.মি.}]$
 $= 600 \text{ সে.মি.}$

এবং দেওয়ালের পুরুত্ব = 30 সে.মি.

আবার, ইটের দৈর্ঘ্য = 10 সে.মি.

এবং ইটের উচ্চতা = 3 সে.মি.

$$\therefore$$
 ইটের আয়তন = $(10 \times 5 \times 3)$ ঘন সে.মি.

 \therefore দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে ইট লাগবে $=rac{45000000}{150}$ টি

∴ দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা 300000 টি।

(Ans.)

১৩ একটি ঘনক আকৃতির বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 2400 বর্গ সে.মি. হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

<u>সমাধান</u>: দেওয়া আছে, ঘনকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = 2400 বর্গ সে.মি. মনে করি, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

∴ ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল =
$$6a^2$$

বা,
$$2400 = 6a^2$$

বা,
$$6a^2 = 2400$$

বা,
$$a^2 = \frac{2400}{6}$$

বা,
$$a^2 = 400$$

বা,
$$a^2 = (20)^2$$

$$\therefore a = 20$$

$$\therefore$$
 ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a$ = $\sqrt{3}{\times}20$ সে.মি. [$\because a=20$] = $20\sqrt{3}$ সে.মি.

🛂 12 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,

বেলনের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক হলে, বেলনের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $=2\pi r(h+r)$ বর্গ একক দেওয়া আছে, r=5 সে.মি. এবং h=12 সে.মি.

অতএব, বেলনের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$$= \{2 \times 3.1416 \times 5(12+5)\}$$
 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

= 534.071 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং বেলনের আয়তন = $\pi r^2 h$

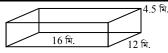
=
$$(3.1416 \times 5^2 \times 12)$$
 ঘন সে.মি.।

$$= (3.1416 \times 25 \times 12)$$
 ঘন সে.মি.।

= 942.48 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

∴বেলনের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 534.071 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং বেলনের আয়তন 942.48 ঘন সে.মি. (প্রায়)। (Ans.)

🔷 🔷 অনুশীলনীর ৮ ও ১৪নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর 🔷 🔷



চিত্রে একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 16 মি. প্রস্থ 12 মি. এবং উচ্চতা 4.5 মি.।

- ক. সমবৃত্তভূমিক কোণক কাকে বলে? চিত্র এঁকে দেখাও।
- খ. প্রদত্ত ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- গ. একটি বেলনের উচ্চতা আয়তাকার ঘনবস্তুর উচ্চতায় সমান। বেলনের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর। উত্তর: (খ) 636 বর্গমিটার ও 864 ঘনমিটার (গ) 706.86 বর্গমিটার ও 1304.15 ঘনমিটার (প্রায়)

একটি বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 150 ঘন সে.মি.। বেলনের উচ্চতা এবং ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r সে.মি.

এবং উচ্চতা h সে.মি. হলে.

বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গ সে.মি.

এবং বেলনের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন সে.মি.

প্রশানুসারে, $\pi r^2 h = 150 \dots (i)$

এবং
$$2\pi rh = 100 \dots (ii)$$

(i) ÷ (ii) থেকে পাই,

$$\frac{\pi r^2 h}{2\pi r h} = \frac{150}{100}$$

বা,
$$\frac{r}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore r = 3$$

∴ ভূমির ব্যাসার্ধ = 3 সে.মি.

সমীকরণ (ii)-এ r-এর মান বসিয়ে পাই, $2 \times 3.1416 \times 3 \times h = 100$

বা,
$$h = \frac{100}{2 \times 3.1416 \times 3}$$

= 5.3052 সে.মি. (প্রায়)

- ∴ বেলনের উচ্চতা 5.305 সে.মি. (প্রায়)।
- ∴ বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. এবং বেলনের উচ্চতা 5.305 সে.মি. (প্রায়) ।

(Ans.)

🕒 একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিভারের ক্ষেত্রফল 4400 বর্গ সে.মি.। এর উচ্চতা 30 সে.মি. হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিভারের

উচ্চতা
$$h = 30$$
 সে.মি., ভূমির ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

আমরা জানি.

সিলিভারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = 2πrh

 $= 2 \times 3.1416 \times r \times 30$ বর্গ সে.মি.

 $= 188.496 \times r$ বর্গ সে.মি.

শর্তমতে, $188.496 \times r = 4400$

বা,
$$r = \frac{4400}{188.496} = 23.343677$$
 সে.মি.

∴ সিলিভারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল= $2\pi r(r+h)$

= 2 × 3.1416 × 23.34267(23.34267+30) বৰ্গ সে.মি.

= 7823.5916 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

∴ নির্ণেয় সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 7823.5916 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

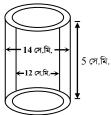
♦♦ অনুশীলনীর ১৬নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর ♦♦

একটি কাগজের টুকরার দৈর্ঘ্য 30 সে.মি. এবং প্রস্থ 18 সে.মি.। এ কাগজ দিয়ে 18 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বহদাকার সিলিভার তৈরি করা হলো।

- ক. সিলিভারের ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
- খ. সিলিভারের আয়তন ও বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- গ. কাগজের টুকরাটিকে বৃহত্তর বাহুর চারিদিকে ঘুরানো হলো উৎপন্ন ঘনবস্তুর আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) 4.77; (খ) 540; (গ) 5026.56 🔄 একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 14 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। এক ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর।

সমাধান:



পাইপের ভিতরের ব্যাস, $D_1 = 12$ সে.মি.

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{12}{2} = 6$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাস, $D_2 = 14$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{D_2}{2} = \frac{14}{2} = 7$ সে.মি.

পাইপের উচ্চতা, h=5 মিটার

= 5 × 100 সে.মি. [∵ 1 মি. = 100 সে.মি.] = 500 সে.মি.

∴ পাইপের লোহার আয়তন = $(\pi r_2^2 h - \pi r_1^2 h)$ ঘন সে.মি.

$$=\pi h(r_2^2-r_1^2)$$

 $=500\pi(7^2-6^2)$ ঘন সে.মি.

 $=500\pi(49-36)$ ঘন সে.মি.

= (3.1416×500×13) ঘন সে.মি.

= 20420.4 ঘন সে.মি.

∴ আয়তন 20420.4 ঘন সে.মি.

এখন, 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম

 $\therefore 20420.4$ ঘন সে.মি. লোহার ওজন = (7.2×20420.4) গ্রাম

=
$$\frac{147026.88}{1000}$$
 কিলোগ্ৰাম

= 147.027 কিলোগ্রাম (প্রায়)

∴ লোহার ওজন 147.027 কিলোগ্রাম (প্রায়)। (Ans.)

♦♦ অনুশীলনীর ১৭নং প্রশ্নের আলোকে সুজনশীল প্রশ্নোত্তর ♦♦

- (i) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 14 সে.মি. ও 16 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার, 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম।
 - ক. পাইপের বাইরের আয়তন কত?
 - খ. পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর।
 - গ. পাইপকে গলিয়ে 7 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট দণ্ডে পরিণত করা হলো। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- (ii) একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 8 সে,মি. ও $\overline{10}$ সে.মি. এবং পাইপের

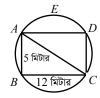
উচ্চতা 4 মিটার। 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম।

- ক. পাইপের পুরুত্ব কত সে.মি. নির্ণয় কর।
- খ. পাইপের বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- গ. পাইপে ব্যবহৃত লোহার ওজন কত কে.জি নির্ণয় কর।

- নিজে নিজে চেষ্টা কর।
- (ক) 100531.2 ঘন সে.মি.
- (খ) 169.6464 kg; (গ) 1.53 মিটার
 - নিজে নিজে চেষ্টা কর।
- (ক) 1 সে.মি.; (খ) 12566.4 বর্গ সে.মি.
 - (গ) 81.43 kg
- <u>|১৮|</u> একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 5 মিটার। আয়তাকারক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে একটি বৃত্তাকারক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তাকারক্ষেত্র দারা অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হলো।
 - ক. উপরের তথ্যের ভিত্তিতে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র আঁক।
 - খ. বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস নির্ণয় কর।
 - গ্রপ্তি বর্গমিটার ঘাস লাগাতে 50 টাকা খরচ হলে মোট খরচ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ





মনে করি, ABCD আয়তাকারক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, BC = 12 মিটার আয়তাকারক্ষেত্রের প্রস্থ, AB=5 মিটার

ABCD আয়তাকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে ABCDE বৃত্তাকার ক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তাকারক্ষেত্র দ্বারা অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হয়েছে।

- 🕙 এখানে, ABCD আয়তাকারক্ষেত্রের কর্ণ AC হচ্ছে ABCDE বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাস।
 - 'ক' হতে প্ৰাপ্ত,

আয়তাকারক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, BC = 12 মিটার

আয়তাকারক্ষেত্রের প্রস্থ, AB = 5 মিটার

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$AC^{2} = AB^{2} + BC^{2}$$

$$= (5)^{2} + (12)^{2}$$

$$= 25 + 144$$

বা,
$$AC^2 = 169$$

$$\therefore AC = \sqrt{169}$$

এখানে, বৃত্তের ব্যাস = আয়তক্ষেত্রের কর্ণ

$$\therefore AC = 13$$

- ∴ বৃত্তের ব্যাস = 13 সে.িম
- ∴ নির্ণেয় বৃত্তাকারক্ষেত্রটির ব্যাস 13 মিটার।

গ 'খ' হতে প্রাপ্ত.

ABCDE বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস 13 মিটার

- ∴ ABCDE বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{13}{2}$ মিটার = 6.5 মিটার
- $\therefore ABCDE$ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2

=
$$3.1416 \times (6.5)^2$$
 বর্গমিটার
= 3.1416×42.25 বর্গমিটার

= 132.7326 বর্গমিটার

- ∴ ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (12 × 5) বর্গমিটার = 60 বর্গমিটার
- ∴ ABCD আয়তক্ষেত্রের দ্বারা অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল = (132.7326 - 60) বর্গমিটার = 72.7326 বর্গমিটার

1 বর্গমিটার ঘাস লাগাতে খরচ হয় 50 টাকা

- ∴ 72.7326 " " (72.7326 × 50) টাকা = 3636.63 টাকা
- ∴ মোট খরচ 3636.63 টাকা (প্রায়) ।

১৯ চিত্রটি বর্গক্ষেত্র ও বৃত্তকলায় বিভক্ত।



- ক. বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর।
- খ. সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- গ. বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যেবিশিষ্ট কোনো সুষম ষড়ভুজ কোনো বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে বৃত্তের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক প্রদত্ত চিত্র:



এখানে, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, a=12 একক

∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$ একক

$$=12\sqrt{2}$$
 একক

এবং বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4a একক

$$=4 \times 12$$
 একক $=48$ একক

খি চিত্রে বৃত্তকলার অংশটুকু নিম্নোক্তভাবে চিহ্নিত করা হলো:



বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল =
$$\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$
 বর্গ একক = $\frac{30^\circ}{360^\circ} \times 3.1416 \times (12)^2$ বর্গ একক = 37.6992 বর্গ একক

.. সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বর্গের ক্ষেত্রফল + বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \{(12)^2 + 37.6992\}$ বর্গ একক

- 🕥 শর্তমতে, সুষম ষড়ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য = বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য
 - 12 একক বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজকে বৃত্তে অন্তর্লিখিত করা হলো। আমরা জানি,

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুডুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{na^2}{4}\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

12 একক বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের (n = 6) ক্ষেত্রফল

$$=\frac{6.(12)^2}{4}\cot\frac{180^\circ}{6}$$
 বৰ্গ একক



$$=216 imes \sqrt{3}$$
 বর্গ একক

আবার, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক

$$= 3.1416 \times (12)^2$$
 বর্গ একক

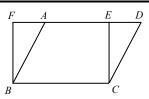
- ∴ বৃত্তের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল = (452.3904 374.123) বর্গ একক
 - = 78.2674 বর্গ একক

$oxed{\mathsf{RO}}$ একটি সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এবং একটি আয়তক্ষেত্র BCEF উভয়ের ভূমি BC.

- ক. একই উচ্চতা বিবেচনা করে সামান্তরিক ক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রটির চিত্র আঁক।
- খ. দেখাও যে, ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।
- গ. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5:3 এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা 48 মিটার হলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:





সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এবং আয়তক্ষেত্র BCEF উভয়েই ভূমি BC এবং উভয়ের একই উচ্চতা BF=CE।

মনে করি, ABCD সামান্তরিকক্ষেত্র এবং BCEF আয়তক্ষেত্র উভয়ের ভূমি BC। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

প্রমাণ: ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের পরিসীমা 2(BC + CD). BCEF আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা 2(BC + CE)

উভয়ক্ষেত্রের পরিসীমা কম-বেশি নির্ভর করে CD ও CE এর দৈর্ঘ্যের মানের উপর।

 $CE,\,AD$ এর উপর লম্ব হওয়ায় CED একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং CD এর অতিভুজ।

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বৃহত্তম বাহু।

$$\therefore CD > CE$$

অতএব,
$$2(BC + CD) > 2(BC + CE)$$
.

অর্থাৎ, ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর। (প্রমাণিত)

্রী এখানে, BCEF আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5 : 3 এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা 48 মিটার।

ধরি, BCEF আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, BC=5x একক

এবং প্রস্থ,
$$CE = 3x$$
 একক

∴ BCEF আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা = 2(BC + CE) একক

=2(5x+3x) একক

 $= 2 \times 8x$ একক

= 16x একক

প্রশ্নতে, 16x = 48

বা,
$$x = \frac{48}{16}$$

বা,
$$x = 3$$

 $\therefore BECF$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $BC = 5 \times 3$

= 15 মিটার

এবং প্রস্থ, $CE = 3 \times 3$ মিটার

= 9 মিটার

∴আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (9 ×15) বর্গমিটার = 135 বর্গমিটার বেহেতু আয়তক্ষেত্র এবং সামান্তরিকটি একই ভূমির উপর অবস্থিত এবং এদের উচ্চতাও সমান। সুতরাং এদের ক্ষেত্রফল সমান।

- ∴ ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 135 বর্গ মিটার
- ∴ সামান্তরিকক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 135 বর্গ মিটার।
- 💫 একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্তের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 1200 বর্গমিটার।
 - ক. 🗴 চলকের মাধ্যমে আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় কর।
- খ. বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- গ. আয়তাকারক্ষেত্রের বাইরে চতর্দিকে 1.5 মিটার চওডা একটি রাস্তা তৈরি করতে 25 × 12.5 বর্গ সে.মি. তলবিশিষ্ট ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান:



$$\therefore$$
 আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(3x + x)$ মিটার = $8x$ মিটার

শর্তমতে, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 1200 বর্গ মিটার

বা,
$$3x \times x = 1200$$

বা,
$$3x^2 = 1200$$

বা,
$$x^2 = 400$$

বা,
$$x = \pm \sqrt{400}$$

আবার,

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ['ক' হতে]

বা, $4 \times$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = 8x মিটার

বা, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য =2x মিটার

$$=2\times20$$
 মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (40)² বর্গ মিটার

= 1600 বর্গ মিটার

গ 'খ' হতে পাই,

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 20 মিটার

63 चि. (म.) (2) (3) (3)

= 60 মিটার ; [শর্তমতে]

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = (3 × 20) মিটার

রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $(60 + 2 \times 1.5)$ মিটার = 63 মিটার

রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $(20 + 2 \times 1.5)$ মিটার = 23 মিটার

∴ রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (63 × 23) বর্গ মিটার = 1449 বর্গ মিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল — আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= (1449 - 1200)$$
 বর্গ মিটার

আবার, ইটের ক্ষেত্রফল = (25 × 12.5) বর্গ সে.মি.

 \therefore রাস্তা তৈরি করতে ইট লাগবে $= \frac{249}{0.03125}$ টি



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান



পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩১৯

তোমার গণিত বইয়ের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে এর আয়তন, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: আমার গণিত বইয়ের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে পাই,

দৈর্ঘ্য
$$a = 26$$
 সে.মি.

প্রস্থ
$$b = 19$$
 সে.মি.

এবং উচ্চতা c = 1.8 সে.মি.

∴ বইটির আয়তন = abc

$$= (26 \times 19 \times 1.8)$$
 ঘন সে.মি.

= 889.2 ঘন সে.মি.

বইটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = 2(ab + bc + ca)

= 2(26×19+19×1.8+1.8×26) বর্গ সে.মি.

= 2(494 + 34.2 + 46.8) বর্গ সে.মি.

= 2 × 575 বর্গ সে.মি. = 1150 বর্গ সে.মি.

এবং বইটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$$=\sqrt{(26)^2+(19)^2+(1.8)^2}$$
 সে.মি.

$$=\sqrt{676+361+3.24}$$
 সে.মি.

$$=\sqrt{1040.24}$$
 সে.মি. $=32.253$ সে.মি. (প্রায়)

∴ বইটির আয়তন 889.2 ঘন সে.মি. সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 1150 বর্গ সে.মি. এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 32.253 সে.মি. (প্রায়)

🔷 🔷 পাঠ্যবইয়ের পৃষ্ঠা ৩১৯ অনুশীলনমূলক কাজের প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর 🔷 🔷

একটি আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 21:16:12 এবং কর্ণ 58 সে.মি.।

- ক. উপরের তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র. এঁকে দৈর্ঘ্য, প্রস্থি ও উচ্চতা নির্দেশ কর।
- थ. घनवञ्जित जलात स्मित्रकल निर्वस कत्र।
- গ. ঘনকের দৈর্ঘ্য আয়তাকার ঘনবস্তুটির কর্ণের সমান হলে. ঘনকের কর্ণ ও আয়তন নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর। উত্তর: (খ) 6240 বর্গ সে.মি. (গ) কর্ণ 100.46 সে.মি., আয়তন 195112 ঘন সে.মি.

কাজ

তিনটি ধাতব ঘনকের ধার যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.। ঘনক তিনটিতে গলিয়ে একটি নতুন ঘনক তৈরি করা হল। নতুন ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

আমরা জানি.

ঘনকের ধার a হলে,

ঘনকের আয়তন = a^3 ঘন একক

এবং ঘনকের কর্ণ = $a\sqrt{3}$ একক

এখানে, নতুন ঘনকের আয়তন = $(3^3 + 4^3 + 5^3)$ ঘন সে.মি.

= (27 + 64 + 125) ঘন সে.মি.

= 216 ঘন সে.মি.

∴ নতুন ঘনকের ধার, $a = \sqrt[3]{216}$ সে.মি. = 6 সে.মি.

নতুন ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $6a^2$

 $=6.(6)^2$ বর্গ সে.মি.

= 6.36 বর্গ সে.মি.

= 216 বর্গ সে.মি.

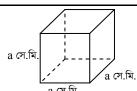
এবং নতুন ঘনকের কর্ণ = $a\sqrt{3}$

 $=6\sqrt{3}$ সে.মি.

= 10.3923 সে.মি. (প্রায়) ।

∴ নির্ণয়ের নতুন ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 216 বর্গ সে.মি. ও কর্ণের দৈর্ঘ্য 10.3923 সে.মি. (প্রায়)।

🕨 🔷 পাঠ্যবইয়ের পষ্ঠা ৩২০ অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সজনশীল প্রশ্নোত্তর 💠 🔷



a সে.মি. চিত্রের ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তনের সাংখ্যিক মান সমান।

- क. a এর মান বের কর।
- খ. ওই ঘনবস্তুটির ভিতর 11 সে.মি. একটি পেনসিল রাখা সম্ভব কিনা-তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।
- গ. ওই ঘনবস্তুটি লোহার তৈরি বিবেচনা করে তা থেকে তিনটি সুষম ঘনবস্তু তৈরি করা হলো, যাদের ধারের দৈর্ঘ্য তিনটি ক্রমিক সংখ্যা। ঘনবস্তু তিনটির ধারের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর। উত্তর: (ক) 6 সে.মি.; (খ) রাখা যাবে না (গ) 3 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি.

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩২১

একটি আয়তাকার কাগজের পাতা মুড়িয়ে একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিভার তৈরি কর। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

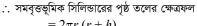
সমাধান: একটি আয়তাকার কাগজের পাতা মুড়িয়ে

একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিভার তৈরি করি।

এটি মেপে পাই,

এর ভূমির ব্যাসার্ধ, r=4 সে.মি.

এবং উচ্চতা, h = 30 সে.মি.



 $=2\pi r(r+h)$

 $= 2 \times 3.1416 \times 4 \times (4 + 30)$ বর্গ সে.মি.

 $= 2 \times 3.1416 \times 4 \times 34$ বর্গ সে.মি.

= 854.515 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং আয়তন = $\pi r^2 h$

 $= 3.1416 \times (4)^2 \times 30$ ঘন সে.মি.

 $= 3.1416 \times 16 \times 30$ ঘন সে.মি.

= 1507.968 ঘন সে.মি.

∴ পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 854.515 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন 1507.968 ঘন সে.মি.।