প্রথম অধ্যায়

বাস্তব সংখ্যা

অনুশীলনী - ১

মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা নিয়ে Clear ধারণা

মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা নিয়ে সমস্যা? আর না! আর না!! আশা করি সোজা কথার নিচের ব্যাখ্যাটি পড়লে তোমাদের সব সমস্যা দূর হয়ে যাবে।

সোজা কথায় যেসব সংখ্যাকে দশমিক আকারে পূর্ণভাবে প্রকাশ করা যায় তাই মূলদ সংখ্যা। এগুলোকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত আকারে প্রকাশ করা যায়। যেমন: $2, 3.5, 5.46, 1.\dot{6}$ ইত্যাদি।

আবার, যেসব সংখ্যাকে দশমিক আকারে পূর্ণভাবে প্রকাশ করা যায় না তাই অমূলদ সংখ্যা। এসব সংখ্যাকে কখনোই দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাতে প্রকাশ করা যায় না। যেমন: $5.249203\ldots$; $\sqrt{2} = 1.4142135623730950\ldots$;
$\pi = 3.14592653589793238462643383279 5\ldots$; $e = 2.71828182845\ldots$।

অবাক লাগছে! $\sqrt{2}$, π, e এগুলোর দশমিকে মান আকারে এতো বড় কেন? সত্যিকার অর্থে এগুলো অমূলদ সংখ্যা হওয়ায় দশমিকের পর লক্ষ-কোটি অঙ্ক লিখলেও শেষ হবে না।

এখন বল দেখি, 0.3333… সংখ্যাটি মূলদ না অমূলদ?
সংখ্যাটি অসীম দশমিক সংখ্যা হওয়ায় তোমাদের মনে হতে পারে সংখ্যাটি অমূলদ। কিন্তু ভালো করে মনে রাখবে কোনো সংখ্যা অসীম দশমিক হলেই অমূলদ হবে এমন কোনো কথা নেই। ভালোভাবে লক্ষ কর $0.3333\ldots$ সংখ্যাটি $0.\dot{3}$ বা $\frac{1}{3}$ আকারে প্রকাশ করা যায়। এখানে সংখ্যাটিকে দশমিক আকারে পূর্ণভাবে প্রকাশ করা যাচ্ছে। তাই সংখ্যাটি নিঃসন্দেহে মূলদ। সুতরাং বলা যায়, দশমিক সংখ্যাকে পৌনঃপুনিক দিয়েও যদি পূর্ণভাবে প্রকাশ করা যায় তাহলে সেটিও মূলদ সংখ্যা।

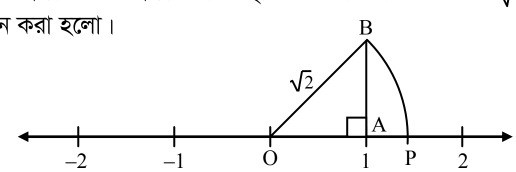
অমূলদ সংখ্যা নিয়ে মজার তথ্য-১

এখন তোমাদের বলা হলো $\sqrt{2}$ একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট লাঠি বানাতে। চিন্তার কোনো কারণ নেই। আসো আমরা $\sqrt{2}$ একক দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লাঠি বানাই।

1 একক দৈর্ঘ্যের দুইটি লাঠিকে সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও লম্ব ধরলে এর অতিভুজের মান $\sqrt{2}$ একক পাওয়া যায়। অর্থাৎ অতিভুজের সমান দৈর্ঘ্যের লাঠি বানালেই তুমি $\sqrt{2}$ একক দৈর্ঘ্যের লাঠি পাবা। কিন্তু এক্ষেত্রে মনে রাখবে $\sqrt{2}$ একক দৈর্ঘ্যের লাঠি বানানো গেলেও লাঠির দৈর্ঘ্য দশমিক আকারে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা যাবে না।

অমূলদ সংখ্যা নিয়ে মজার তথ্য-২

তোমরা সবাই জানো মূলদ সংখ্যাকে সংখ্যারেখায় স্থাপন করা যায়। এখন বলতো দেখি অমূলদ সংখ্যাকে কি সংখ্যারেখায় স্থাপন করা যাবে? অবাক হলেও মনে রাখবে, অমূলদ সংখ্যাকেও সংখ্যারেখায় স্থাপন করা যায়। নিচে $\sqrt{2}$ কে সংখ্যারেখায় স্থাপন করা হলো।



সংখ্যারেখায় OAB সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যাতে $OA = AB = 1$ একক।

$\therefore OB = \sqrt{OA^2 + AB^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

এখন O বিন্দুতে কম্পাসের কাঁটা বসিয়ে OB ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁকি। যা সংখ্যা অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করে। $\therefore OP = \sqrt{2}$ একক।

দেখলে $\sqrt{2}$ অমূলদ সংখ্যা হওয়া সত্ত্বেও কত সহজেই সংখ্যারেখায় স্থাপন করলাম।

অনুশীলনীর ব্যবচ্ছেদ

বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস

বাস্তব সংখ্যা
সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা।

মূলদ সংখ্যা
- যেসকল সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ (যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$) আকারে প্রকাশ করা যায়।

→ সকল পূর্ণ সংখ্যা ও ভগ্নাংশ সংখ্যা মূলদ সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা
- যেসকল সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ (যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$) আকারে প্রকাশ করা যায় না।

→ সকল অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা। যথা: 1.235..., 2.4623...

→ পূর্ণবর্গ নয় এরূপ স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল। যথা: $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ ইত্যাদি।

→ বহুল ব্যবহৃত $e = 2.7182..., \pi = 3.14159...$ ইত্যাদি।

পূর্ণ সংখ্যা
- শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা। যথা: ..., –2, –1, 0, 1, 2, 3, ... ইত্যাদি।

ভগ্নাংশ সংখ্যা
- $\frac{p}{q}$ আকারের সকল সংখ্যা (যেখানে p, q সহমৌলিক, $q \neq 0$ এবং $q \neq 1$) যথা: $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$, 1.25 ইত্যাদি।

অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা
- দশমিক বিন্দুর পর অঙ্ক সংখ্যা অসীম এবং কোনো অঙ্ক বা অংশবিশেষের পুনরাবৃত্তি হয় না। যথা: 1.2345..., 2.8493... ইত্যাদি।

ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা/স্বাভাবিক সংখ্যা
- শূন্য থেকে বড় সকল অখন্ড বা পূর্ণ সংখ্যা। যথা: 1, 2, 3 ইত্যাদি।

শূন্য (0)
- শূন্য (0) ধনাত্মক কিংবা ঋণাত্মক কোনোটিই নয়।

ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা
- শূন্য (0) থেকে ছোট সকল অখন্ড বা পূর্ণ সংখ্যা। যথা: –4, –3, –2, –1 ইত্যাদি

অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা
শূন্যসহ সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা

সাধারণ ভগ্নাংশ

দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা

সসীম দশমিক ভগ্নাংশ
- দশমিক বিন্দুর পর অঙ্ক সংখ্যা নির্দিষ্ট। যথা: 1.234, 2.50 ইত্যাদি।

অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ
- দশমিক বিন্দুর পর অঙ্ক সংখ্যা অসীম এবং কোনো অঙ্ক বা অংশবিশেষের পুনরাবৃত্তি বিদ্যমান। যথা: $1.666... = 1.\dot{6}$, $8.42\dot{9} = 8.42999...$ ইত্যাদি।

মৌলিক সংখ্যা
- 1 থেকে বড় যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার 1 ও সংখ্যাটি ব্যতীত অন্য কোনো গুণনীয়ক নেই তাই মৌলিক সংখ্যা। যথা: 2, 3, 5, 7, 11, 13 ইত্যাদি।

এক (1)
- 1 সংখ্যাটি মৌলিক নয়।

যৌগিক সংখ্যা
- মৌলিক নয় এমন স্বাভাবিক সংখ্যা। যথা: 4, 6, 8, 9, 10,12 ইত্যাদি।

প্রকৃত ভগ্নাশ
- এক্ষেত্রে লব $(p) <$ হর (q)

যথা: $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{9}$.

অপ্রকৃত ভগ্নাশ
- এক্ষেত্রে লব $(p) >$ হর (q)

যথা: $\frac{5}{2}, \frac{8}{3}$.

মিশ্র ভগ্নাশ
- এরা মূলত অপ্রকৃত ভগ্নাংশের একটি রূপ যেখানে একটি পূর্ণ সংখ্যার সাথে একটি প্রকৃত ভগ্নাংশকে পাশাপাশি লিখা হয়। পাশাপাশি সংখ্যা দুইটির মাঝে কোনো চিহ্ন না থাকলেও এদের মাঝে যোগের সম্পর্ক রয়েছে।

যথা: $1\frac{2}{3}, 5\frac{2}{4}$ ইত্যাদি।

অনুশীলনীর সমাধান

১ নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?

(ক) $0.\dot{3}$ (খ) $\sqrt{\frac{16}{9}}$ (গ) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ (ঘ) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: কোনো সংখ্যা অমূলদ কি না তা যাচাই এর জন্য প্রথমে সংখ্যাটিকে Simplified form এ পরিণত করতে হবে। যদি এ অবস্থায় সংখ্যাটিতে বর্গমূল যুক্ত সংখ্যা (পূর্ণবর্গ সংখ্যা ব্যতীত) উপস্থিত থাকে তবে সংখ্যাটি অমূলদ হবে।

মনে রাখতে হবে, অসীম আবৃত দশমিক সংখ্যা অর্থাৎ পৌনঃপুনিক যুক্ত সংখ্যাসমূহ মূলদ সংখ্যা। আবার অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যাসূমহ অমূলদ সংখ্যা।

'ঘ'নং অপশনটি অর্থাৎ $\frac{5}{\sqrt{3}}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। কারণ, সংখ্যাটি হবে বর্গমূল যুক্ত অবস্থায় 3 রয়েছে অর্থাৎ $\sqrt{3}$ রয়েছে। তাই $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

অন্যান্য অপশনগুলো অমূলদ না হওয়ার কারণ:

■ $0.\dot{3}$ মূলদ সংখ্যা। কারণ সকল আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ মূলদ সংখ্যা।

■ $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ (Simplified form); যা দুটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত এবং এতে কোনো বর্গমূল যুক্ত সংখ্যা নেই। তাই এটি মূলদ সংখ্যা।

■ $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$ (Simplified form); যা দুটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত এবং এতে কোনো বর্গমূল যুক্ত সংখ্যা নেই। তাই এটি মূলদ সংখ্যা।

গুরুত্বপূর্ণ তথ্য: যেকোনো অমূলদ সংখ্যা দ্বারা কোনো মূলদ সংখ্যাকে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ যাই করা হোক না কেন প্রাপ্ত ফলাফল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা হবে।

২ a, b, c, d চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা হলে নিচের কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা?

(ক) $abcd$ (খ) $ab + cd$ (গ) $abcd + 1$ (ঘ) $abcd - 1$

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: মনে করি, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা যথাক্রমে $\underset{a}{x}, \underset{b}{x+1}, \underset{c}{x+2}, \underset{d}{x+3}$।

ক্রমিক সংখ্যা চারটির গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে পাওয়া যায়,

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$$
$$= x(x+3)(x+1)(x+2)+1$$
$$= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$$
$$= a(a+2)+1 \quad [\text{এবার } x^2+3x = a \text{ ধরে}]$$
$$= a^2+2a+1 = (a+1)^2$$
$$= (x^2+3x+1)^2$$

সুতরাং যেকোনো চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

$\therefore$ $(abcd + 1)$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

উদাহরণ: **1, 2, 3, 4** এ চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে পাওয়া যায়: $\mathbf{1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 24 + 1 = 25}$, যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা (কারণ $5^2 = 25$)। অনুরূপভাবে 2, 3, 4, 5 এ চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে পাওয়া যায়: $\mathbf{2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 120 + 1 = 121}$ যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা (কারণ $11^2 = 121$)।

৩ 1 থেকে 10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা কয়টি?

(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: **মৌলিক সংখ্যা:** 1 থেকে বড় যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যার ক্ষেত্রে, 1 ও ঐ সংখ্যাটি ব্যতীত অন্য যেকোনো গুণনীয়ক নেই সেগুলোকেই মৌলিক সংখ্যা বলে।

অতএব 1 থেকে 10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: **2, 3, 5, 7**

$\therefore$ 1 থেকে 10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যার সংখ্যা = 4

লক্ষণীয়: ■ তোমাদের মনে হতে পারে '1' মৌলিক সংখ্যা। লক্ষ করে দেখ, মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞাতেই 1 থেকে বড় স্বাভাবিক সংখ্যার কথা উল্লেখ রয়েছে। তাই সংজ্ঞানুসারেই 1 মৌলিক সংখ্যা নয়।
■ আবার 2 একমাত্র জোড় সংখ্যা যা মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞাকে সিদ্ধ করে।

৪ কোনটি সকল পূর্ণসংখ্যার সেট?

(ক) $\{\ldots \ldots -4, -2, 0, 2, 4, \ldots \ldots\}$ (খ) $\{\ldots \ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \ldots\}$

(গ) $\{\ldots \ldots -3, -1, 0, 1, 3, \ldots \ldots\}$ (ঘ) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: **পূর্ণসংখ্যার সেট:** শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাসমূহের সেটই পূর্ণসংখ্যার সেট (Z)।

$\therefore$ সকল পূর্ণসংখ্যার সেট: $\{\ldots \ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \ldots\}$

উল্লেখ্য যে, বাকি অপশনে পূর্ণ সংখ্যা থাকলেও সকল পূর্ণ সংখ্যা নেই।

(ক) নং হলো শূন্যসহ সকল জোড় পূর্ণসংখ্যার সেট।

(গ) নং হলো শূন্যসহ সকল বিজোড় পূর্ণসংখ্যার সেট।

(ঘ) নং হলো অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার একটি সসীম সেট।

৫ **বাস্তব সংখ্যার ক্ষেত্রে-**

i. বিজোড় সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা

ii. দুইটি জোড় সংখ্যার গুণফল এর গুণিতক জোড় সংখ্যা

iii. পূর্ণবর্গ নয় এমন সংখ্যার বর্গমূল মূলদ সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: **(i) নং সঠিক:** $(2n+1)$ বিজোড় সংখ্যা হলে n এর যে কোনো মানের জন্য $(2n+1)^2$ একটি বিজোড় সংখ্যা। যেমন : 5 একটি বিজোড় সংখ্যা যার বর্গ $5^2 = 25$। 25 সংখ্যাটি একটি বিজোড় সংখ্যা।

(ii) নং সঠিক: $2n$ ও $2n+2$ দুইটি জোড় সংখ্যা হলে এদের গুণফল $= 2n.(2n+2) = 2n.2(n+1) = 4n(n+1)$ যা স্পষ্টই 4 এর গুণিতক অর্থাৎ জোড় সংখ্যা। যেমন: 4 ও 6 দুইটি জোড় সংখ্যা এদের গুণফল $4 \times 6 = 24$ও একটি জোড় সংখ্যা।

(iii) নং সঠিক নয়: পূর্ণবর্গ নয় এমন ধনাত্মক সংখ্যার বর্গমূলের মান অসীম অনাবৃত দশমিক সংখ্যা বা অমূলদ সংখ্যা। যেমন: $\sqrt{2} = 1.4142135......$

৬ **তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল সর্বদাই নিচের কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হবে?**

(ক) 5 (খ) 6 (গ) 7 (ঘ) 11

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: তিনটি ক্রমিক সংখ্যার মধ্যে অন্তত একটি জোড় সংখ্যা থাকে যা 2 দ্বারা বিভাজ্য। আবার এমন একটি সংখ্যা থাকবে যা 3 দ্বারা বিভাজ্য। ফলে এদের গুণফল $3 \times 2 = 6$ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

উদাহরণ: 3, 4, 5 তিনটি ক্রমিক সংখ্যা যাদের গুণফল $\mathbf{3 \times 4 \times 5 = 60}$ যা 6 দ্বারা বিভাজ্য।

৭ **a ও b দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা হলে নিচের কোনটি বিজোড় সংখ্যা?**

(ক) a^2 (খ) b^2 (গ) a^2+1 (ঘ) b^2+2

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, যেকোনো জোড় সংখ্যার বর্গ একটি জোড় সংখ্যা। a জোড় সংখ্যা হওয়ায় a^2 জোড় সংখ্যা। কোনো জোড় সংখ্যার সাথে 1 যোগ করলে বিজোড় সংখ্যা পাওয়া যায়। তাই a^2+1 সংখ্যাটি বিজোড়। **উদাহরণ:** 6 একটি জোড় সংখ্যা। $6^2 + 1 = 37$ একটি বিজোড় সংখ্যা।

৮ ***a* ও *b* দুইটি পূর্ণসংখ্যা হলে $\mathbf{a^2 + b^2}$ এর সাথে নিচের কোনটি যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?**

(ক) $-ab$ (খ) ab (গ) $2ab$ (ঘ) ab

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: a ও b দুইটি পূর্ণসংখ্যা হলে $a^2 + b^2$ এর সাথে 2ab যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।
কারণ $a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2 \quad = (a+b)^2$ যা পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

৯ **প্রমাণ কর যে, প্রতিটি সংখ্যা অমূলদ।**

(ক) $\sqrt{5}$ (খ) $\sqrt{7}$ (গ) $\sqrt{10}$

Hints: p ও q পূর্ণসংখ্যা $q \neq 0$ হলে $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাই হলো মূলদ সংখ্যা। তাই অমূলদ সংখ্যা প্রমাণে দেখাতে হবে যে, সংখ্যাগুলোকে মূলদ সংখ্যা $\left(\frac{p}{q}\right)$ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

সমাধান:

ক ধরি, $\sqrt{5}$ একটি মূলদ সংখ্যা

তাহলে $\sqrt{5}$ এর মান পূর্ণ বা ভগ্নাংশ সংখ্যা হবে।

কিন্তু $4 < 5 < 9$ বা $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ বা $2 < \sqrt{5} < 3$

সুতরাং $\sqrt{5}$ মান 2 ও 3 মধ্যে অবস্থিত একটি ভগ্নাংশ।

ধরি, $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [p ও q দুইটি সহমৌলিক সংখ্যা এবং $p, q > 1$]

বা, $5 = \frac{p^2}{q^2}$; [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $5q = \frac{p^2}{q}$; [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত: $5q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore$ $5q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ, $5q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{5}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের প্রকাশ করা যাবে না।

অর্থাৎ $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore \sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। □

✉ **জেনে নাও:** যৌক্তিক প্রমাণের সমাপ্তির চিহ্ন হিসেবে □ ব্যবহার করা হয়।

খ ধরি, $\sqrt{7}$ একটি মূলদ সংখ্যা।
তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক p, q > 1 থাকবে যে,

$$\sqrt{7} = \frac{p}{q}$$

বা, $7 = \frac{p^2}{q^2}$; [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $7q = \frac{p^2}{q}$; [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত: $7q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore$ $7q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ, $7q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{7}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অর্থাৎ $\sqrt{7} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore \sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। □

গ ধরি, $\sqrt{10}$ একটি মূলদ সংখ্যা
তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক p, q > 1 থাকবে যে,

$$\sqrt{10} = \frac{p}{q}$$

বা, $10 = \frac{p^2}{q^2}$; [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $10q = \frac{p^2}{q}$; [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত: $10q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore 10q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ, $10q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{10}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অর্থাৎ $\sqrt{10} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{10}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। □

এসো সহমৌলিক সংখ্যার ধারণা Clear করে নিই:
সহমৌলিক: দুইটি সংখ্যার মধ্যে '1' ব্যতীত অন্য কোনো সাধারণ উৎপাদক না থাকলে সংখ্যাদ্বয়কে পরস্পরের সহমৌলিক বলা হয়।
যেমন: 4 ও 9 সংখ্যাদ্বয়ের মাঝে 1 ব্যতীত অন্য কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।
তদ্রুপ 10 ও 21 সংখ্যাদ্বয়ের মাঝে 1 ব্যতীত অন্য কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই। তাই 4 ও 9; 10 ও 21 প্রত্যেকেই সহমৌলিক।

১০ **(ক) 0.31 এবং 0.12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।**

(খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং $\sqrt{2}$ এর মধ্যে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

Hints: যেকোনো দুইটি সংখ্যার মাঝে অবস্থিত একটি সংখ্যা বের করতে হলে সংখ্যা দুইটির গড় নির্ণয় করা অথবা সংখ্যাদ্বয়কে যতবার লিখব তত দ্বারা ভাগ করলে মাঝের সংখ্যা পাওয়া যায়। তোমাদের পাঠ্যবইয়ে এ পদ্ধতিটিই অনুসরণ করা হয়েছে (উদাহরণ-১ দ্রষ্টব্য)।

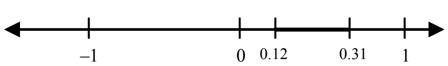
সমাধান:

ক এখানে সংখ্যা দুটি হলো 0.31 ও 0.12

মনে করি, $a = \frac{0.12... + 0.31}{2} \approx 0.215$

এবং $b = \frac{0.12... + 0.31 + 0.31}{3} \approx 0.246$

স্পষ্টতই a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই 0.12 অপেক্ষা বড় এবং 0.31 অপেক্ষা ছোট।

কারণ 

a হলো অসমান সংখ্যা 0.12... ও 0.31 এর গড় এবং b হলো 0.12..., 0.31 ও 0.31 এর গড়।
অর্থাৎ $0.12 < a < 0.31$ এবং $0.12 < b < 0.31$
আবার a ও b অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা হওয়ায় এদেরকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।
$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

একটা তাজ্জব ব্যাপার: তোমরা একটু ভালোভাবে চিন্তা করে দেখতো 0.12 ও 0.31 এর মাঝে কতগুলো অমূলদ সংখ্যা আছে? তাহলে বলি, যেহেতু সংখ্যাদ্বয়ের মাঝে অবস্থিত যেকোনো অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যাই অমূলদ সংখ্যা। তাই এরূপ সংখ্যা অগণিত পাওয়া যাবে যা পুরো দুনিয়ার মানুষ একত্রে লেখা শুরু করলেও লিখে শেষ করতে পারবেনা। কী আজব ঘটনা!!!

খ ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে পাই $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071......$

এবং, $\sqrt{2} = 1.4142......$

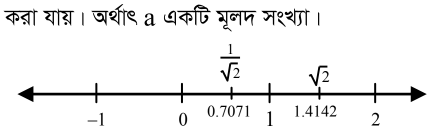
$\frac{1}{\sqrt{2}}$ ও $\sqrt{2}$ এর মধ্যে মূলদ সংখ্যা নির্ণয়:

মনে করি, $a = \frac{0.7071 + 1.4142}{2} = 1.06065$

স্পষ্টত: a একটি বাস্তব সংখ্যা যা $\frac{1}{\sqrt{2}}$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{2}$ অপেক্ষা ছোট। কারণ a হলো অসমান সংখ্যা 0.70171 ও 1.4142 এর গড়।

অর্থাৎ $\frac{1}{\sqrt{2}} < 0.06065 < \sqrt{2}$

এখানে, $a = 1.06065 = \frac{106065}{10000}$ অর্থাৎ a কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায়। অর্থাৎ a একটি মূলদ সংখ্যা।



$\frac{1}{\sqrt{2}}$ ও $\sqrt{2}$ এর মধ্যে অমূলদ সংখ্যা নির্ণয়:

মনে করি, $b = \frac{0.7071... + 1.4142...}{2} \approx 1.06065$

স্পষ্টত: b একটি বাস্তব সংখ্যা যা $\frac{1}{\sqrt{2}}$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{2}$ অপেক্ষা ছোট। কারণ b হলো অসমান সংখ্যা $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ও $\sqrt{2}$ এর গড়।

অর্থাৎ $\frac{1}{\sqrt{2}} < b < \sqrt{2}$

আবার, b অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা হওয়ায় একে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ b একটি অমূলদ সংখ্যা

এবার বলতো $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ও $\sqrt{2}$ এর মাঝে কতগুলো মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা আছে? তোমরা যদি ১০(ক) নং অঙ্কটি বুঝে থাকো তাহলে নিশ্চয়ই বলবে সংখ্যাদ্বয়ের মাঝে **অসংখ্য** মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা আছে।
যার সংখ্যা কোনো বাপের বেটাই বলে শেষ করতে পারবে না।

◆◆ অনুশীলনী ৯ ও ১০নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$a = \sqrt{5}, b = \sqrt{\frac{27}{3}}, c = \sqrt{6}, d = \pi$ *ক. উদ্দীপকের মূলদ ও অমূলদ সংখ্যাগুলো সনাক্ত কর।* *খ. প্রমাণ কর যে, c একটি অমূলদ সংখ্যা।* *গ. b ও d এর মাঝে দুইটি মূলদ ও দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।*	(ক) b = মূলদ সংখ্যা; a, c, d = অমূলদ সংখ্যা (খ) মূলদ সংখ্যা: 3.1015, 3.10167 অমূলদ সংখ্যা: 3.1015..., 3.10167...

১১ **(ক) প্রমাণ কর যে, যে কোন বিজোড় পূর্ণসংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।**
(খ) প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 (আট) দ্বারা বিভাজ্য।

সমাধান:

ক মনে করি, n একটি বিজোড় পূর্ণ সংখ্যা

$\therefore n = (2x - 1)$; যেখানে x একটি পূর্ণসংখ্যা

এখন বিজোড় পূর্ণসংখ্যাটির বর্গ হলো n^2

$n = 2x - 1$ হলে,

$n^2 = (2x - 1)^2$

বা, $n^2 = 4x^2 - 4x + 1$

বা, $n^2 = 4x(x - 1) + 1$

x এর মান যেকোনো পূর্ণ সংখ্যার জন্য $4x(x - 1)$ রাশিটির মান সর্বদা জোড় সংখ্যা।

$4x(x - 1) + 1$ সংখ্যাটি বিজোড় সংখ্যা হবে।

অতএব, যেকোনো বিজোড় পূর্ণসংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

বিশেষ দ্রষ্টব্য: জোড় বা বিজোড় সংখ্যা চেনার উপায়:
- যেকোনো পূর্ণসংখ্যাকে 2 দ্বারা গুণ করলে সেটি জোড় সংখ্যায় পরিণত হয়। তাই এক্ষেত্রে x সংখ্যাটিকে 2 দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত $2x$ সংখ্যাটি একটি জোড় সংখ্যা।
- আবার, জোড় সংখ্যার সাথে 1 যোগ করলে বা বিয়োগ করলে সেটি বিজোড় সংখ্যায় পরিণত হয়। এক্ষেত্রে $2x$ জোড় সংখ্যার সাথে 1 যোগ করে প্রাপ্ত সংখ্যাটি হচ্ছে $(2x + 1)$ এবং $2x$ জোড় সংখ্যা থেকে 1 বিয়োগ করে প্রাপ্ত সংখ্যাটি হচ্ছে $(2x - 1)$। তাই $(2x + 1)$ এবং $(2x - 1)$ উভয়ই বিজোড় সংখ্যা।

খ মনে করি, ক্রমিক জোড় সংখ্যাদ্বয় $2n$ এবং $(2n + 2)$; যেখানে n পূর্ণসংখ্যা।

সুতরাং, সংখ্যা দুটির গুণফল $= 2n(2n + 2)$
$= 2n \times 2(n + 1)$
$= 4n(n + 1)$

এক্ষেত্রে n এবং $(n + 1)$ হলো ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা।
যেহেতু দুটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যার গুণফল একটি জোড় সংখ্যা হয়,
অতএব, $n(n + 1)$ রাশিটি হবে একটি জোড় সংখ্যা, যা 2 দ্বারা বিভাজ্য।
সুতরাং, $4n(n + 1)$ রাশিটি, (4×2) অর্থাৎ 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে।
$\therefore$ দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 (আট) দ্বারা বিভাজ্য। **(প্রমাণিত)**

◆◆ অনুশীলনী ১১নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

(i) *n একটি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলে, n = 2x – 1। যেখানে $x \in N$।* [দি.বো-'১৬] *ক. স্বাভাবিক সংখ্যা কী?* *খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।* *গ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 হবে।*	নিজে নিজে চেষ্টা কর।
(ii) *চারটি ক্রমিক সংখ্যা যথাক্রমে n, n + 1, n + 2 ও n + 3 যেখানে n ধনাত্মক জোড় সংখ্যা।* *ক. অমূলদ সংখ্যা কী?* *খ. দেখাও যে ১ম ও ৩য় সংখ্যার গুণফল সর্বদা 8 দ্বারা বিভাজ্য।* *গ. দেখাও যে, সংখ্যা চারটির গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা।*	নিজে নিজে চেষ্টা কর।
(iii) *m একটি বিজোড় সংখ্যা হলে m = 2x – 1 যেখানে $x \in N$* *ক. $\sqrt[3]{5}$ কোন ধরনের সংখ্যা?* *খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার ঘন একটি বিজোড় সংখ্যা।* *গ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার দ্বিগুণের বর্গকে 32 দ্বারা ভাগ করলে সর্বদা ভাগশেষ 4 থাকে।*	নিজে নিজে চেষ্টা কর। **উত্তর:** (ক) অমূলদ সংখ্যা

১২ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

(ক) $\frac{1}{6}$ (খ) $\frac{7}{11}$ (গ) $3\frac{2}{9}$ (ঘ) $3\frac{8}{15}$.

Hints: আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানে একটি অঙ্ক বারবার আসে বা একাধিক অঙ্ক পর্যায়ক্রমে বারবার আসে। যে অঙ্কগুলো বারবার আসে সেগুলোকে আবৃত্ত করার জন্য উপরে পৌনঃপুনিক বিন্দু বসানো হয়।

সমাধান:

ক প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{1}{6}$

6) 10 (0.166 ......
6
40
36
40
36
4

এখানে দশমিক বিন্দুর ডানে '6' অঙ্কটি বারবার আসে।

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = 0.166...... = $0.1\dot{6}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $\frac{7}{11}$

11) 70 (0.6363......
66
40
33
70
66
40
33
7

এখানে দশমিক বিন্দুর ডানে '63' অংশটি বারবার আসে।

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = 0.6363... = $0.\dot{6}\dot{3}$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $3\frac{2}{9} = \frac{29}{9}$

9) 29 (3.22 ......
27
20
18
20
18
2

এখানে দশমিক বিন্দুর ডানে '2' অঙ্কটি বারবার আসে।

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = 3.22...... = $3.\dot{2}$ **(Ans.)**

ঘ প্রদত্ত ভগ্নাংশ = $3\frac{8}{15} = \frac{53}{15}$

15) 53 (3.5333 ......
45
80
75
50
45
50
45
50
45
5

এখানে দশমিক বিন্দুর পর 3অঙ্কটি বারবার আসে।

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = 3.5333... = $3.5\dot{3}$ **(Ans.)**

১৩ সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

(ক) $0.\dot{2}$ (খ) $0.\dot{3}\dot{5}$ (গ) $0.1\dot{3}$ (ঘ) $3.7\dot{8}$ (ঙ) $6.\dot{2}30\dot{9}$

সমাধান:

ক প্রথমে $0.\dot{2}$ = 0.222......

সুতরাং $0.\dot{2} \times 10 = 0.222... \times 10 = 2.2222...$

এবং $0.\dot{2} \times 1 = 0.222... \times 1 = 0.2222...$

বিয়োগ করে, $0.\dot{2}\ (10 - 1) = (2.2222...... - 0.2222......)$

বা, $0.\dot{2} \times 9 = 2$

বা, $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ = $\frac{2}{9}$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = $0.\dot{2}$

এখন, $0.\dot{2} = \frac{2-0}{9} = \frac{2}{9}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ = $\frac{2}{9}$ **(Ans.)**

জেনে নাও: আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে সবসময় সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করা যায়।

খ $0.\dot{3}\dot{5}$ = 0.353535......

সুতরাং $0.\dot{3}\dot{5} \times 100 = .353535.... \times 100 = 35.353535....$

এবং $0.\dot{3}\dot{5} \times 1 = 0.353535.... \times 1 = 0.353535....$

বিয়োগ করে, $0.\dot{3}\dot{5}\ (100 - 1) = (35.353535... - 0.353535...)$

বা, $0.\dot{3}\dot{5} \times 99 = 35$

বা, $0.\dot{3}\dot{5} = \frac{35}{99}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ = $\frac{35}{99}$ **(Ans.)**

গ $0.1\dot{3}$ = 0.13333......

সুতরাং $0.1\dot{3} \times 100 = .1333...... \times 100 = 13.33....$

এবং $0.1\dot{3} \times 10 = .1333...... \times 10 = 1.33....$

বিয়োগ করে, $0.1\dot{3}\ (100 - 10) = (13.33.... - 1.33....)$

বা, $0.1\dot{3} \times 90 = 12$

বা, $0.1\dot{3} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ = $\frac{2}{15}$ **(Ans.)**

ঘ $3.7\dot{8} = 3.7888......$

সুতরাং $3.7\dot{8} \times 100 = 3.7888...... \times 100 = 378.88....$

এবং $3.7\dot{8} \times 10 = 3.7888...... \times 10 = 37.88.....$

বিয়োগ করে, $3.7\dot{8}\ (100 - 10) = (378.88.... - 37.88.....)$

বা, $3.7\dot{8} \times 90 = 341$

বা, $3.7\dot{8} = \frac{341}{90} = 3\frac{71}{90}$

```
90) 341 (3
    270
     71
```

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= 3\frac{71}{90}$ **(Ans.)**

ঙ $6.2\dot{3}0\dot{9} = 6.2309309......$

সুতরাং $6.2\dot{3}0\dot{9} \times 10000 = 6.2309309... \times 10000 = 62309.309...$

এবং $6.2\dot{3}0\dot{9} \times 10 = 6.2309309.... \times 10 = 62.309...$

বিয়োগ করে, $6.2\dot{3}0\dot{9}\ (10000 - 10) = (62309.309... - 62.309...)$

বা, $6.2\dot{3}0\dot{9} \times 9990 = 62247$

বা, $6.2\dot{3}0\dot{9} = \frac{62247}{9990}$

$= \frac{20749}{3330}$

$= 6\frac{769}{3330}$

```
3330)20749(6
     19980
       769
```

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= 6\frac{769}{3330}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $= 6.2\dot{3}0\dot{9}$

এখন, $6.2\dot{3}0\dot{9} = \frac{62309 - 62}{9990} = \frac{62247}{9990} = \frac{20749}{3330} = 6\frac{769}{3330}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= 6\frac{769}{3330}$

```
3330) 20749 (6
      19980
        769
```

১৪ **সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:**

(ক) $\mathbf{2.2\dot{3}, 5.2\dot{3}\dot{5}}$ (খ) $\mathbf{7.2\dot{6}, 4.23\dot{7}}$ (গ) $\mathbf{5.\dot{7}, 8.\dot{3}\dot{4}, 6.\dot{2}4\dot{5}}$ (ঘ) $\mathbf{12.32, 2.1\dot{9}, 4.32\dot{5}\dot{6}}$

সমাধান:

ক $2.2\dot{3}$ ও $5.2\dot{3}\dot{5}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1 যার মধ্যে সবচেয়ে বেশি 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2 যাদের ল.সা.গু 2।

$\therefore$ সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে প্রত্যেকটি সংখ্যার দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$\therefore 2.2\dot{3} = 2.2\dot{3}\dot{3}$

$5.2\dot{3}\dot{5} = 5.2\dot{3}\dot{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ $2.2\dot{3}\dot{3}$ ও $5.2\dot{3}\dot{5}$

বি.দ্র: পাঠ্যবইয়ে উত্তর $2.2\dot{3}\dot{3}$ ও $5.2\dot{3}\dot{5}$ এর পরিবর্তে $2.3\dot{3}\dot{3}$ ও $5.2\dot{3}\dot{5}$ দেওয়া আছে।

খ $7.2\dot{6}$ ও $4.23\dot{7}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2 ।

এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা $4.23\dot{7}$ দশমিকে সবচেয়ে বেশি এবং এ সংখ্যা 2।

তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 হবে।

$7.2\dot{6}$ ও $4.23\dot{7}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1। 1 ও 1 এর ল. সা.গু 1। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1।

$\therefore 7.2\dot{6} = 7.26\dot{6}$

$4.23\dot{7} = 4.23\dot{7}$

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ $7.26\dot{6}$ এবং $4.23\dot{7}$

গ $5.\dot{7}$, $8.\dot{3}\dot{4}$ ও $6.\dot{2}4\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সবগুলোতে 0। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 0 হবে।

$5.\dot{7}, 8.\dot{3}\dot{4}$ ও $6.\dot{2}4\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1, 2 ও 3। 1, 2 ও 3 এর ল. সা.গু 6।

তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

$5.\dot{7} = 5.\dot{7}7777\dot{7}$

$8.\dot{3}\dot{4} = 8.\dot{3}4343\dot{4}$

$6.\dot{2}4\dot{5} = 6.\dot{2}4524\dot{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ $5.\dot{7}7777\dot{7}$, $8.\dot{3}4343\dot{4}$ এবং $6.\dot{2}4524\dot{5}$

ঘ 12.32, $2.1\dot{9}$ ও $4.2\dot{5}\dot{6}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2, 1 ও 1 ।

এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা 12.32 দশমিকে সবচেয়ে বেশি এবং এ সংখ্যা 2।

তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 হবে।

12.32, $2.1\dot{9}$ ও $4.2\dot{5}\dot{6}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0, 1 ও 2। 0, 1 ও 2 এর ল. সা.গু 2।

তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$\therefore 12.32 = 12.32\dot{0}\dot{0}$

$2.1\dot{9} = 2.19\dot{9}\dot{9}$

$4.32\dot{5}\dot{6} = 4.32\dot{5}\dot{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ $12.32\dot{0}\dot{0}, 2.19\dot{9}\dot{9}$ এবং $4.32\dot{5}\dot{6}$

১৫ যোগ করঃ (ক) $\mathbf{0.4\dot{5} + 0.1\dot{3}\dot{4}}$ (খ) $\mathbf{2.0\dot{5} + 8.0\dot{4} + 7.018}$ (গ) $\mathbf{0.00\dot{6} + 0.\dot{9}\dot{2} + 0.\dot{1}3\dot{4}}$

Hints: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ করতে হবে। অতঃপর ভগ্নাংশগুলো যোগ করে যোগফল নির্ণয় করতে হবে। প্রকৃত যোগফল নির্ণয় করার জন্য প্রতিটি সংখ্যার ডানপাশে দুইটি করে অঙ্ক নেওয়া হয়েছে। অনেক সময় যোগফলের সর্বডানের অঙ্কের সাথে '1' বা '2' যোগ করে প্রকৃত যোগফল নির্ণয় করার ব্যাপারটি তোমাদের বুঝে আসবে।

সমাধানঃ

ক $0.4\dot{5}$ ও $0.1\dot{3}\dot{4}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1 যার মধ্যে সর্বোচ্চ 1
এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2; যাদের ল.সা.গু 2
$\therefore$ সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$$0.4\dot{5} = 0.4\dot{5}\dot{5}$$
$$0.1\dot{3}\dot{4} = 0.1\dot{3}\dot{4}$$

(যোগ করে) $0.5\dot{8}\dot{9}$ [$5 + 3 = 8$ এ কারণে কিছু যোগ হয়নি।]

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $0.5\dot{8}\dot{9}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$$0.4\dot{5} = 0.4\dot{5}\dot{5}|55$$
$$0.1\dot{3}\dot{4} = 0.1\dot{3}\dot{4}|34$$

(যোগ করে) $0.5\dot{8}\dot{9}|89$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $0.5\dot{8}\dot{9}$

খ $2.0\dot{5}$, $8.0\dot{4}$ ও 7.018 সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1, 1 ও 3 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 3
এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1, 1 ও 0; যাদের ল. সা. গু 1।
তাই সৃদশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1।

$$2.0\dot{5} = 2.055\dot{5}$$
$$8.0\dot{4} = 8.044\dot{4}$$
$$7.018 = 7.018\dot{0}$$

(যোগ করে) = $17.117\dot{9}$ [5+4+0=9 এ কারণে কোনো কিছু যোগ হয়নি।]

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $17.117\dot{9}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 হবে।

$$2.0\dot{5} = 2.055\dot{5}|55$$
$$8.0\dot{4} = 8.044\dot{4}|44$$
$$7.018 = 7.018\dot{0}|00$$

(যোগ করে) $17.117\dot{9}|99$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $17.117\dot{9}$

গ $0.00\dot{6}, 0.\dot{9}\dot{2}$ ও $0.\dot{1}3\dot{4}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2, 0 ও 0 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 2
এবং দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1, 2 ও 3 যাদের ল.সা.গু 6
$\therefore$ সংখ্যাগুলোর সদৃশ্য আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্কসংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 6।

$$0.00\dot{6} = 0.00\dot{6}6666\dot{6}|66$$
$$0.\dot{9}\dot{2} = 0.92\dot{9}2929\dot{2}|92$$
$$0.\dot{1}3\dot{4} = 0.13\dot{4}1341\dot{3}|41$$

(যোগ করে) $1.07\dot{0}0937\dot{2}|99$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $1.07\dot{0}0937\dot{2}$

◆◆ অনুশীলনী ১৪ ও ১৫নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$\mathbf{3.\dot{8}\dot{9}, 2.1\dot{7}\dot{8}}$ ও $\mathbf{5.89\dot{7}9\dot{8}}$ *তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।* *ক. সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ করতে হলে সংখ্যাগুলোর আবৃত্ত ও অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা কত হবে?* *খ. সংখ্যাগুলোর যোগফলের সংক্ষিপ্ত মানটি লিখ।* *গ. দেখাও যে, সাধারণ ভগ্নাংশে পরিবর্তন করে সংখ্যাগুলোর প্রাপ্ত যোগফল এবং 'খ' নং হতে প্রাপ্ত যোগফল পরস্পর সমান।*	নিজে নিজে চেষ্টা কর। **উত্তরঃ** (ক) 6, 2; (খ) $11.97\dot{5}7\dot{6}$

১৬ বিয়োগ করঃ
(ক) $\mathbf{3.\dot{4} - 2.1\dot{3}}$ (খ) $\mathbf{5.\dot{1}\dot{2} - 3.4\dot{5}}$ (গ) $\mathbf{8.49 - 5.3\dot{5}\dot{6}}$ (ঘ) $\mathbf{19.34\dot{5} - 13.2\dot{3}4\dot{9}}$

Hints: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হবে। অতঃপর বিয়োগফল নির্ণয় করতে হবে। প্রকৃত বিয়োগফল পাওয়ার জন্য দ্বিতীয় পদ্ধতিতে অতিরিক্ত দুইটি করে অঙ্ক নেওয়া হয়েছে যাতে কোন সময় প্রাপ্ত বিয়োগফলে 1 বা 2 বা কোন সংখ্যা বাদ দিতে হবে তা বুঝা যায়।

সমাধানঃ

ক $3.\dot{4}$ ও $2.1\dot{3}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0 ও 1 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1; যাদের ল. সা. গু 1।
তাই সৃদশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1।

$$3.\dot{4} = 3.4\dot{4}$$
$$2.1\dot{3} = 2.1\dot{3}$$

(বিয়োগ করে) $1.3\dot{1}$

$\therefore$ নির্ণেয় বিয়োগফল $1.3\dot{1}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করি।

$3.\dot{4} = 3.4\dot{4}|44$

$2.1\dot{3} = 2.1\dot{3}|33$

(বিয়োগ করে) $1.3\dot{1}|11$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল $1.3\dot{1}$

খ $5.\dot{1}\dot{2}$ ও $3.4\dot{5}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0 ও 1 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 ও 1; যাদের ল. সা. গু 2।
তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$5.\dot{1}\dot{2} = 5.1\dot{2}\dot{1}$

$3.4\dot{5} = 3.4\dot{5}\dot{5}$

(বিয়োগ করে) 1.666

-1 [2 থেকে 5 বিয়োগ করলে হাতে 1 নিতে হবে]

$1.6\dot{6}\dot{5}$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল $1.6\dot{6}\dot{5}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$5.\dot{1}\dot{2} = 5.1\dot{2}\dot{1}|21$

$3.4\dot{5} = 3.4\dot{5}\dot{5}|55$

(বিয়োগ করে) $1.6\dot{6}\dot{5}|66$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল $1.6\dot{6}\dot{5}$

গ 8.49 ও $5.3\dot{5}\dot{6}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 ও 1 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0 ও 2; যাদের ল. সা. গু 2।
তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$8.49 = 8.49\dot{0}\dot{0}$

$5.3\dot{5}\dot{6} = 5.35\dot{6}\dot{5}$

(বিয়োগ করে) 3.1335

-1 [0 থেকে 6 বিয়োগ করলে হাতে 1 নিতে হবে]

$3.13\dot{3}\dot{4}$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল $3.13\dot{3}\dot{4}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$8.49 = 8.49\dot{0}\dot{0}|00$

$5.3\dot{5}\dot{6} = 5.35\dot{6}\dot{5}|65$

(বিয়োগ করে) $3.13\dot{3}\dot{4}|35$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল $3.13\dot{3}\dot{4}$

ঘ $19.34\dot{5}$ ও $13.2\dot{3}4\dot{9}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 ও 1 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 3; যাদের ল. সা. গু 3।
তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3।

$19.34\dot{5} = 19.34\dot{5}5\dot{5}$

$13.2\dot{3}4\dot{9} = 13.23\dot{4}9\dot{3}$

(বিয়োগ করে) $6.11\dot{0}6\dot{2}$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল $6.11\dot{0}6\dot{2}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$19.34\dot{5} = 19.34\dot{5}5\dot{5}|55$

$13.2\dot{3}4\dot{9} = 13.23\dot{4}9\dot{3}|49$

(বিয়োগ করে) $6.11\dot{0}6\dot{2}|06$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল $6.11\dot{0}6\dot{2}$

১৭ গুণ কর:
(ক) $0.\dot{3} \times 0.\dot{6}$ (খ) $2.\dot{4} \times 0.\dot{8}\dot{1}$ (গ) $0.6\dot{2} \times 0.\dot{3}$ (ঘ) $42.\dot{1}\dot{8} \times 0.2\dot{8}$

Hints: প্রথমে প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হবে। অতঃপর এদের গুণফলকে আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে হবে।

সমাধান:

ক $0.\dot{3} \times 0.\dot{6}$

$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ এবং $0.\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\therefore 0.\dot{3} \times 0.\dot{6} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} = 0.\dot{2}$

∴ নির্ণেয় গুণফল $0.\dot{2}$

খ $2.\dot{4} \times 0.\dot{8}\dot{1}$

$2.\dot{4} = \frac{24-2}{9} = \frac{22}{9}$ এবং $0.\dot{8}\dot{1} = \frac{81-0}{99} = \frac{81}{99} = \frac{9}{11}$

$\therefore 2.\dot{4} \times 0.\dot{8}\dot{1} = \frac{22}{9} \times \frac{9}{11} = 2$

∴ নির্ণেয় গুণফল 2

গ $0.6\dot{2} \times 0.\dot{3}$

$0.6\dot{2} = \frac{62-6}{90} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}$ এবং $0.\dot{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\therefore 0.6\dot{2} \times 0.\dot{3} = \frac{28}{45} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{28}{135} = 0.20740740..... = 0.2\dot{0}7\dot{4}$

∴ নির্ণেয় গুণফল $0.2\dot{0}7\dot{4}$

ঘ $42.\dot{1}\dot{8} \times 0.2\dot{8}$

$42.\dot{1}\dot{8} = \frac{4218-42}{99} = \frac{4176}{99} = \frac{1392}{33}$

এবং $0.2\dot{8} = \frac{28-2}{90} = \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$

$\therefore 42.\dot{1}\dot{8} \times 0.2\dot{8} = \frac{1392}{33} \times \frac{13}{45}$

$= \frac{18096}{33} = 12.18585... = 12.1\dot{8}\dot{5}$

∴ নির্ণেয় গুণফল $12.1\dot{8}\dot{5}$

১৮ ভাগ কর:
(ক) $0.\dot{3} \div 0.\dot{6}$ (খ) $0.3\dot{5} \div 1.\dot{7}$ (গ) $2.3\dot{7} \div 0.4\dot{5}$ (ঘ) $1.\dot{1}8\dot{5} \div 0.\dot{2}\dot{4}$

Hints: প্রথমে প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করে অতঃপর এদের ভাগফল নির্ণয় করতে হবে এবং আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে লিখতে হবে।

সমাধান:

(ক) $0.\dot{3} \div 0.\dot{6}$

$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ এবং $0.\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\therefore 0.\dot{3} \div 0.\dot{6} = \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল 0.5

(খ) $0.3\dot{5} \div 1.\dot{7}$

$0.3\dot{5} = \frac{35-3}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$ এবং $1.\dot{7} = \frac{17-1}{9} = \frac{16}{9}$

$\therefore 0.3\dot{5} \div 1.\dot{7} = \frac{16}{45} \div \frac{16}{9} = \frac{16}{45} \times \frac{9}{16} = \frac{1}{5} = 0.2$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল 0.2

(গ) $2.3\dot{7} \div 0.4\dot{5}$

$2.3\dot{7} = \frac{237-23}{90} = \frac{214}{90} = \frac{107}{45}$

এবং $0.4\dot{5} = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90}$

$\therefore 2.3\dot{7} \div 0.4\dot{5} = \frac{107}{45} \div \frac{41}{90}$

$= \frac{107}{45} \times \frac{90}{41} = \frac{214}{41}$

$= 5.2195121... = 5.\dot{2}195\dot{1}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল $5.\dot{2}195\dot{1}$

(ঘ) $1.\dot{1}8\dot{5} \div 0.\dot{2}\dot{4}$

$1.\dot{1}8\dot{5} = \frac{1185-1}{999} = \frac{1184}{999}$ এবং $0.\dot{2}\dot{4} = \frac{24}{99}$

$\therefore 1.\dot{1}8\dot{5} \div 0.\dot{2}\dot{4} = \frac{1184}{999} \div \frac{24}{99}$

$= \frac{1184}{999} \times \frac{99}{24}$

$= \frac{1628}{333} = 4.88..... = 4.\dot{8}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল $4.\dot{8}$

১৯ চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত সেগুলোর আসন্ন মান লেখ:
(ক) 12 (খ) $0.\dot{2}\dot{5}$ (গ) $1.\dot{3}\dot{4}$ (ঘ) $5.\dot{1}30\dot{2}$

সমাধান:

(ক) 12 এর বর্গমূল = $\sqrt{12}$

3)120000(3.4641
9
64 | 300
256
686 | 4400
4116
6924 | 28400
27696
69281 | 70400
69281
1119

$\therefore$ নির্ণেয় চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল 3.4641 এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 3.464

(খ) $0.\dot{2}\dot{5}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{0.\dot{2}\dot{5}}$

$0.\dot{2}\dot{5} = 0.252525.....$

5) 0.252525.... (0.5025
25
1002 | 2525
2004
10045 | 52125
50225
1900

$\therefore$ নির্ণেয় চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল 0.5025 এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 0.503

(গ) $1.\dot{3}\dot{4}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{1.\dot{3}\dot{4}}$

$1.\dot{3}\dot{4} = 1.34343434.....$

1) 1.3434343434.... (1.1590
1
21 | 34
21
225 | 1334
1125
2309 | 20934
20781
23185 | 1533434
0
1533434

$\therefore$ নির্ণেয় চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল 1.1590 এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 1.159

(ঘ) $5.\dot{1}30\dot{2}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{5.\dot{1}30\dot{2}}$

$5.\dot{1}30\dot{2} = 5.1302302302.....$

2) 5.13023023.... (2.2650
4
42 | 113
84
446 | 2902
2676
4525 | 22630
22625
45300 | 523
0
523

$\therefore$ নির্ণেয় চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল 2.2650 এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 2.265

২০ **নিচের কোন সংখ্যাগুলো মূলদ এবং কোন সংখ্যাগুলো অমূলদ লেখ:**

(ক) $0.\dot{4}$ (খ) $\sqrt{9}$ (গ) $\sqrt{11}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (ঙ) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$ (চ) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$ (ছ) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{7}}$ (জ) $5.\dot{6}3\dot{9}$

সমাধান:

ক $0.\dot{4}$ একটি আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা। আমরা জানি, সকল আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা মূলদ সংখ্যা। অতএব, $0.\dot{4}$ সংখ্যাটি মূলদ।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$0.\dot{4} = \frac{4}{9}$; যা $\frac{p}{q}$ আকারের যেখানে p ও q উভয়ই পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$

$\therefore$ $0.\dot{4}$ সংখ্যাটি মূলদ।

খ $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$; যা একটি পূর্ণ সংখ্যা। আবার সকল পূর্ণসংখ্যাই মূলদ সংখ্যার অন্তর্ভুক্ত।

$\therefore$ $\sqrt{9}$ সংখ্যাটি মূলদ।

গ আমরা জানি, পূর্ণবর্গ নয় এরূপ সংখ্যার বর্গমূল সর্বদাই অমূলদ সংখ্যা। যেহেতু 11 সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গ নয়
তাই 11 এর বর্গমূল অর্থাৎ $\sqrt{11}$ সংখ্যাটি অমূলদ।

ঘ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ভগ্নাংশটির $\sqrt{6}$ অমূলদ সংখ্যা এবং 3 মূলদ সংখ্যা। যেহেতু অমূলদ সংখ্যা হলো অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা।
তাই কোনো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলেরও মান হবে অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা। অর্থাৎ ভাগফলকে $\frac{p}{q}$ আকারে (p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$) প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ সংখ্যাটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2\times3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ এখানে $\sqrt{2}$ ও $\sqrt{3}$ উভয়ই অমূলদ সংখ্যা। আবার দুইটি অমূলদ সংখ্যার ভাগফল সর্বদা অমূলদ।

সুতরাং $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ বা $\frac{\sqrt{6}}{3}$ সংখ্যাটি অমূলদ সংখ্যা।

ঙ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2^2\times2}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$; এখানে $\sqrt{2}$ ও $\sqrt{7}$ উভয়ই অমূলদ সংখ্যা। দুইটি অমূলদ সংখ্যার ভাগফল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা।

$\therefore$ প্রদত্ত সংখ্যাটি অমূলদ।

চ কোনো ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করতে পারলে সংখ্যাটি মূলদ। এখানে, $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{3\times9}}{\sqrt{3\times16}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{3}{4}$; যা $\frac{p}{q}$ আকারের যেখানে p ও q উভয়ই পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$।

$\therefore$ প্রদত্ত সংখ্যাটি মূলদ।

ছ $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3}\times\frac{7}{3} = \frac{14}{9}$; যা $\frac{p}{q}$ আকারের যেখানে p ও q উভয়ই পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$।

$\therefore$ প্রদত্ত সংখ্যাটি মূলদ।

জ $5.\dot{6}3\dot{9}$ সংখ্যাটি অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ হওয়ায় সংখ্যাটি মূলদ।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$5.\dot{6}3\dot{9} = \frac{5639-5}{999} = \frac{5634}{999} = \frac{626}{111}$; যা $\frac{p}{q}$ আকারের যেখানে p ও q উভয়ই পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$।

$\therefore$ $5.\dot{6}3\dot{9}$ সংখ্যাটি মূলদ সংখ্যা।

◆◆ অনুশীলনী ১৯ ও ২০নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$\sqrt{7}$ ও 5 দুটি বাস্তব সংখ্যা। *ক. সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা চিহ্নিত কর।* *খ. সংখ্যাদুটির মাঝে দুইটি অমূলদ সংখ্যা বের কর।* *গ. মূলদ সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় কর এবং বর্গমূলের চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় কর।*	**উত্তর:** (ক) $\sqrt{7}$ = অমূলদ সংখ্যা, 5 = মূলদ সংখ্যা (খ) 3.050055000555..., 3.808800888... (গ) 2.236067..., 2.2361

২১ **$n = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$। দেখাও যে, n^2 কে 8 (আট) দ্বারা ভাগ করলে, প্রতিক্ষেত্রে 1 ভাগশেষ থাকবে।** [দি.বো-২০১৬]

সমাধান:

এখানে, $n = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$

$\therefore n^2 = (2x-1)^2$
$= (2x)^2 - 2.2x.(1) + 1^2$
$= 4x^2 - 4x + 1$
$= 4x(x-1) + 1$

যেহেতু x এবং $(x - 1)$ দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা, সেহেতু এদের গুণফল সর্বদা জোড় সংখ্যা হবে।

$\therefore$ $x(x-1)$ একটি জোড় সংখ্যা যা সর্বদাই 2 দ্বারা বিভাজ্য।

তাহলে $4x(x-1)$ সংখ্যাটি $4 \times 2 = 8$ দ্বারা বিভাজ্য।

$\therefore$ $4x(x-1)+1$ সংখ্যাটিকে 8 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 1 থাকবে।

সুতরাং n^2 কে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 থাকবে।

◆◆ অনুশীলনী ২১নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

***n* একটি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলে, $n = 2x - 1$। যেখানে $x \in N$।** [দি.বো-'১৬] *ক. স্বাভাবিক সংখ্যা কী?* *খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।* *গ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 হবে।*	নিজে নিজে চেষ্টা কর।

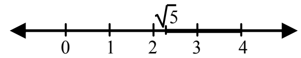
২২ $\sqrt{5}$ **ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।**
ক. কোনটি মূলদ ও কোনটি অমূলদ নির্দেশ কর।
খ. $\sqrt{5}$ ও 4 এদের মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।
গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান:

ক এখানে '5' পূর্ণ বর্গ সংখ্যা নয়।
আমরা জানি, পূর্ণ বর্গ নয় এরূপ সংখ্যার বর্গমূল কিংবা তার ভগ্নাংশ অমূলদ সংখ্যা।
$\therefore \sqrt{5}$ অমূলদ সংখ্যা।
'4' সংখ্যাটি পূর্ণ সংখ্যা। আবার এটিকে $\frac{4}{1}$; যা $\frac{p}{q}$ আকারের যেখানে p ও q উভয়ই পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$।
$\therefore$ 4 সংখ্যাটি মূলদ।

খ এখানে, $\sqrt{5} = 2.2360......$
মনে করি, $a = \dfrac{\sqrt{5}+4}{2} \approx 3.1180$
এবং $b = \dfrac{\sqrt{5}+4+4}{3} \approx 3.4120$
স্পষ্টত: a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট। কারণ a হলো অসমান সংখ্যা $\sqrt{5}$ ও 4 এর গড় এবং b হলো $\sqrt{5}$, 4 ও 4 এর গড়।
অর্থাৎ $\sqrt{5} < a < 4$ এবং $\sqrt{5} < b < 4$
আবার a ও b অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা হওয়ায় এদেরকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।
$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

লক্ষণীয়:



$\sqrt{5}$ ও 4 এর মাঝে অবস্থিত যেকোনো অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যাই হলো অমূলদ সংখ্যা। এ শর্তে উক্ত প্রশ্নের অসংখ্য সমাধান পাওয়া যাবে।

গ ধরি, $\sqrt{5}$ একটি মূলদ সংখ্যা
তাহলে এমন দুইটি সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা p, q > 1 থাকবে যে,
$$\sqrt{5} = \frac{p}{q}$$
বা, $5 = \dfrac{p^2}{q^2}$; [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]
বা, $5q = \dfrac{p^2}{q}$; [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]
স্পষ্টত: $5q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\dfrac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$
$\therefore$ $5q$ এবং $\dfrac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ, $5q \neq \dfrac{p^2}{q}$
$\therefore \sqrt{5}$ এর মান $\dfrac{p}{q}$ আকারের প্রকাশ করা যাবে না।
অর্থাৎ $\sqrt{5} \neq \dfrac{p}{q}$
$\therefore \sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। □

২৩ **সরল কর:**
ক. $(0.\dot{3} \times 0.8\dot{3}) \div (0.5 \times 0.\dot{1}) + 0.3\dot{5} \div 0.0\dot{8}$
খ. $[(6.27 \times 0.5) \div \{(0.5 \times 0.75) \times 8.36\}] \div \{(0.25 \times 0.1) \times (0.75 \times 21.\dot{3}) \times 0.5\}$

সমাধান:

ক $(0.\dot{3} \times 0.8\dot{3}) \div (0.5 \times 0.\dot{1}) + 0.3\dot{5} \div 0.0\dot{8}$
$$= \left(\frac{3}{9} \times \frac{83-8}{90}\right) \div \left(\frac{5}{10} \times \frac{1}{9}\right) + \frac{35-3}{90} \div \frac{8}{90}$$
$$= \left(\frac{1}{3} \times \frac{75}{90}\right) \div \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{9}\right) + \frac{32}{90} \times \frac{90}{8}$$
$$= \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{1}{18}\right) + 4$$
$$= \frac{5}{18} \times 18 + 4$$
$$= 5 + 4$$
$$= 9$$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: 9 **(Ans.)**

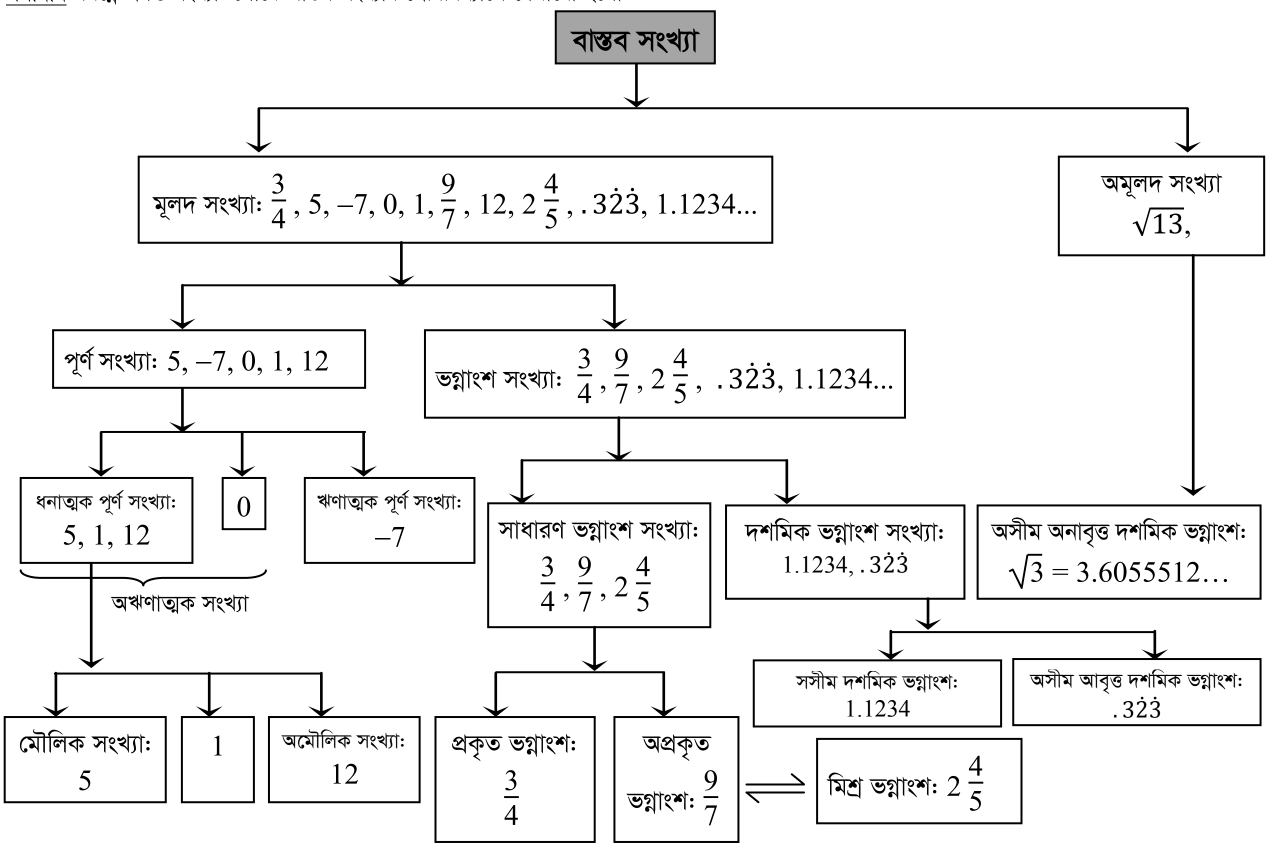
খ $[(6.27 \times 0.5) \div \{(0.5 \times 0.75) \times 8.36\}] \div \{(0.25 \times 0.1) \times (0.75 \times 21.\dot{3}) \times 0.5\}$
$$= \left[\left(\frac{627}{100} \times \frac{5}{10}\right) \div \left\{\left(\frac{5}{10} \times \frac{75}{100}\right) \times \frac{836}{100}\right\}\right] \div \left\{\left(\frac{25}{100} \times \frac{1}{10}\right) \times \left(\frac{75}{100} \times \frac{213-21}{9}\right) \times \frac{5}{10}\right\}$$
$$= \left[\frac{627}{200} \div \left\{\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{209}{25}\right\}\right] \div \left\{\left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{10}\right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{192}{9}\right) \times \frac{1}{2}\right\}$$
$$= \left[\frac{627}{200} \div \left\{\frac{3}{8} \times \frac{209}{25}\right\}\right] \div \frac{1}{40} \times 16 \times \frac{1}{2}$$
$$= \left[\frac{627}{200} \div \left\{\frac{627}{200}\right\}\right] \div \left\{\frac{1}{5}\right\}$$
$$= \left[\frac{627}{200} \times \frac{200}{627}\right] \div \frac{1}{5}$$
$$= 1 \div \frac{1}{5}$$
$$= 1 \times \frac{5}{1}$$
$= 5$ **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩

বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে $\frac{3}{4}, 5, -7, \sqrt{13}, 0, 1, \frac{9}{7}, 12, 2\frac{4}{5}, 1.1234, .3\dot{2}\dot{3}$ সংখ্যাগুলোর অবস্থান দেখাও।

<u>সমাধান</u>: নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে দেখানো হলো:



✉ **<u>নিম্নোক্ত বিষয়গুলো জেনে রাখা আবশ্যক:</u>**

(i) **পূর্ণ বর্গ সংখ্যা:** স্বাভাবিক সংখ্যাকে বর্গ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাওয়া যায়। যথা: $1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16$ ... ইত্যাদি।

(ii) আমরা সাধারণত দুই ধরনের সংখ্যাকে অমূলদ হিসেবে চিহ্নিত করি।

i. অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা এবং

ii. পূর্ণবর্গ নয় এমন সংখ্যার বর্গমূল যথা $\sqrt{3}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{15}$, ... ইত্যাদি। তাছাড়াও বহুল ব্যবহৃত চিহ্ন e (2.718281...) এবং $\pi = 3.14159...$ অমূলদ সংখ্যা।

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫

প্রমাণ কর যে, $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

<u>সমাধান</u>: ধরি, $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

তাহলে $\sqrt{3}$ এর মান পূর্ণ বা ভগ্নাংশ সংখ্যা হতে পারে।

আমরা জানি, $1 < 3 < 4$

$$\therefore \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$$

$$\text{বা, } 1 < \sqrt{3} < 2$$

সুতরাং $\sqrt{3}$ এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 2 অপেক্ষা ছোট।

অতএব, $\sqrt{3}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়।

$\therefore$ $\sqrt{3}$ ভগ্নাংশ সংখ্যা হলে,

ধরি, $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

বা, $3 = \frac{p^2}{q^2}$; [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $3q = \frac{p^2}{q}$; [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত: $3q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore$ $3q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ, $3q \neq \frac{p^2}{q}$

অতএব $\sqrt{3}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না। অর্থাৎ $\sqrt{3} \neq \frac{p}{q}$

সুতরাং $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৬

1.723, 5.2333...., 0.0025, 2.1356124....., 0.0105105... এবং 0.450123.... ভগ্নাংশগুলোকে কারণসহ শ্রেণিবিন্যাস কর।

সমাধান:

- 1.723 একটি দশমিক ভগ্নাংশ। এর দশমিক চিহ্নের ডানদিকে সসীম সংখ্যক অঙ্ক (তিনটি অঙ্ক) আছে।
  সুতরাং 1.723 সসীম দশমিক ভগ্নাংশ।
- 5.2333..... একটি দশমিক ভগ্নাংশ। ভগ্নাংশটিতে দশমিক চিহ্নের ডানদিকের 2 এর পরে 3 অঙ্কটি বারবার (তিনবার) আছে এবং ইহার ডানদিকের অঙ্ক কখনো শেষ হবে না।
  সুতরাং 5.2333..... অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।
- 0.0025 একটি দশমিক ভগ্নাংশ। এর দশমিক চিহ্নের ডানদিকে সসীম সংখ্যক অঙ্ক (চারটি অঙ্ক) আছে।
  সুতরাং 0.0025 সসীম দশমিক ভগ্নাংশ।
- 2.1356124..... একটি দশমিক ভগ্নাংশ। এর দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্ক কখনো শেষ হবে না অর্থাৎ এর অংশবিশেষ বারবার আসবে না এবং এটা সসীম হবে না।
  সুতরাং 2.1356124..... অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ। এদেরকে মূলত অমূলদ সংখ্যা বলে।
- 0.0105105..... একটি দশমিক ভগ্নাংশ। এর দশমিক চিহ্নের ডানদিকের প্রথম অঙ্ক '0' এর পরে 105 অংশ বিশেষটি বারবার আসছে এবং অঙ্কগুলো কখনো শেষ হবে না অর্থাৎ সসীম হবে না।
  সুতরাং 0.0105105..... অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।
- 0.450123.... একটি দশমিক ভগ্নাংশ। এর দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্ক কখনো শেষ হবে না অর্থাৎ সসীম হবে না। আবার অঙ্ক গুলোর পুনরাবৃত্তিও ঘটছে না।
  সুতরাং 0.450123.... অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১০

$0.\dot{4}\dot{1}$, $3.04\dot{6}2\dot{3}$, $0.01\dot{2}$, এবং $3.312\dot{4}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

সমাধান:

- প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $= 0.\dot{4}\dot{1}$

$$0.\dot{4}\dot{1} = \frac{41-0}{99} = \frac{41}{99}$$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= \dfrac{41}{99}$

- প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $= 3.04\dot{6}2\dot{3}$

$$3.04\dot{6}2\dot{3} = \frac{304623-304}{99900} = \frac{304319}{99900}$$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= \dfrac{304319}{99900}$

- প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $= 0.01\dot{2}$

$$0.01\dot{2} = \frac{12-0}{990} = \frac{12}{990} = \frac{2}{165}$$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= \dfrac{2}{165}$

- প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $= 3.312\dot{4}$

$$3.312\dot{4} = \frac{33124-331}{9900} = \frac{32793}{9900} = \frac{10931}{3300} = 3\frac{1031}{3300}$$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= 3\dfrac{1031}{3300}$

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১১

3.467, $2.01\dot{2}4\dot{3}$ এবং $7.52\dot{5}\dot{6}$ কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন কর।

সমাধান: 3.467, $2.01\dot{2}4\dot{3}$ এবং $7.52\dot{5}\dot{6}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 3, 2ও 2. এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা 3.467 দশমিকে সবচেয়ে বেশি এবং এ সংখ্যা 3। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 3 হবে।

3.467, $2.01\dot{2}4\dot{3}$ এবং $7.52\dot{5}\dot{6}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0, 3 ও 2। 2 ও 3 এর ল. সা. গু. হলো 6। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 6 হবে।

$$\begin{aligned} \therefore\ 3.467 &= 3.467\dot{0}00000\dot{0} \\ 2.01\dot{2}4\dot{3} &= 2.012\dot{4}3243\dot{2} \\ 7.52\dot{5}\dot{6} &= 7.525\dot{6}5656\dot{5} \end{aligned}$$

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিকসমূহ: $3.467\dot{0}00000\dot{0}$, $2.012\dot{4}3243\dot{2}$ এবং $7.525\dot{6}5656\dot{5}$

জেনে রাখা ভালো:
i. ল.সা.গু ও গ.সা.গু নির্ণয়ে শূন্য (0) ও ঋণাত্মক সংখ্যাকে উহ্য রাখা হয়।
ii. $2.01\dot{2}\dot{4}\dot{3}$ সংখ্যাটিকে সঠিক রূপে $2.01\dot{2}4\dot{3}$ লেখা হয়।

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৩

যোগ কর: ক) $2.0\dot{9}\dot{7}$ ও $5.12\dot{7}6\dot{8}$
খ) $1.34\dot{5}$, $0.31\dot{5}7\dot{6}$ এবং $8.056\dot{7}\dot{8}$

সমাধান:

(ক) $2.0\dot{9}\dot{7}$ ও $5.12\dot{7}6\dot{8}$ সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 ও 3; যাদের ল. সা. গু 6।
তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

$$\begin{aligned} 2.0\dot{9}\dot{7} &= 2.09\dot{7}9797\dot{9} \\ 5.12\dot{7}6\dot{8} &= 5.12\dot{7}6876\dot{8} \\ \hline \text{(যোগ করে)}\quad & \ 7.22566747 \\ & \qquad\quad\ +1 \\ \hline & \ 7.22\dot{5}6674\dot{8} \end{aligned}$$

[7+7+1 = 15 এখানে দ্বিতীয় 1 হলো হাতের 1, 15 এর 1 যোগ হয়েছে]

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $7.22\dot{5}6674\dot{8}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} 2.0\dot{9}\dot{7} &= 2.09\dot{7}9797\dot{9}|79 \\ 5.12\dot{7}6\dot{8} &= 5.12\dot{7}6876\dot{8}|76 \\ \hline \text{(যোগ করে)}\quad & \ 7.22\dot{5}6674\dot{8}|55 \end{aligned}$$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $7.22\dot{5}6674\dot{8}$

খ $1.34\dot{5} = 1.345\dot{5}5555\dot{5}|55$

$0.31\dot{5}7\dot{6} = 0.315\dot{7}6576\dot{5}|76$

$8.056\dot{7}\dot{8} = 8.056\dot{7}8787\dot{8}|78$

(যোগ করে) $9.718\dot{1}0920\dot{0}|09$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $9.718\dot{1}0920\dot{0}$

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৪

বিয়োগ কর: ক) $13.12\dot{7}8\dot{4}$ থেকে 10.418
খ) $23.03\dot{9}\dot{4}$ থেকে $9.12\dot{6}4\dot{5}$

সমাধান:

ক $13.12\dot{7}8\dot{4}$ ও 10.418 সংখ্যাগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 ও 3 যার মধ্যে সর্বোচ্চ হলো 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 3 ও 0; যাদের ল. সা. গু. 3। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3।

$13.127\dot{8}4\dot{7}$

$10.418\dot{0}0\dot{0}$

(বিয়োগ করে) $2.709\dot{8}4\dot{7}$

$\therefore$ নির্ণেয় বিয়োগফল $2.709\dot{8}4\dot{7}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$13.12\dot{7}8\dot{4} = 13.127\dot{8}4\dot{7}|84$

$10.418 = 10.418\dot{0}0\dot{0}|00$

(বিয়োগ করে) $2.709\dot{8}4\dot{7}|84$

$\therefore$ নির্ণেয় বিয়োগফল $2.709\dot{8}4\dot{7}$

খ $23.03\dot{9}\dot{4} = 23.03\dot{9}4949\dot{4}|94$

$9.12\dot{6}4\dot{5} = 9.12\dot{6}4564\dot{5}|64$

(বিয়োগ করে) $13.91\dot{3}0384\dot{9}|30$

$\therefore$ নির্ণেয় বিয়োগফল $13.91\dot{3}0384\dot{9}$

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৫

ক) $1.1\dot{3}$ কে 2.6 দ্বারা গুণ কর।
খ) $0.\dot{2} \times 1.\dot{1}\dot{2} \times 0.0\dot{8}\dot{1}$ = কত?

সমাধান:

ক $1.1\dot{3} = \frac{113-11}{90} = \frac{102}{90} = \frac{17}{15}$

$2.6 = \frac{26}{10} = \frac{13}{5}$

$\therefore 1.1\dot{3} \times 2.6 = \frac{17}{15} \times \frac{13}{5} = \frac{221}{75} = 2.94\dot{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় গুণফল $2.94\dot{6}$

খ $0.\dot{2} = \frac{2-0}{9} = \frac{2}{9}$

$1.\dot{1}\dot{2} = \frac{112-1}{99} = \frac{111}{99} = \frac{37}{33}$

$0.0\dot{8}\dot{1} = \frac{81-0}{990} = \frac{81}{990} = \frac{9}{110}$

$\therefore 0.\dot{2} \times 1.\dot{1}\dot{2} \times 0.0\dot{8}\dot{1} = \frac{2}{9} \times \frac{37}{33} \times \frac{9}{110}$

$= \frac{37}{1815} = 0.020385...$

$\therefore$ নির্ণেয় গুণফল 0.02039 (প্রায়)

লক্ষণীয়: গুণফল এ পৌনঃপুনিক না আসলে '(প্রায়)' লিখতে হবে।

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৬

ক) $0.\dot{6}$ কে $0.\dot{9}$ দ্বারা ভাগ কর।
খ) $0.7\dot{3}\dot{2}$ কে $0.0\dot{2}\dot{7}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান:

ক $0.\dot{6} = \frac{6-0}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$0.\dot{9} = \frac{9-0}{9} = \frac{9}{9} = 1$

$\therefore 0.\dot{6} \div 0.\dot{9} = \frac{2}{3} \div 1 = \frac{2}{3} = 0.6666... = 0.\dot{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল $0.\dot{6}$

খ $0.7\dot{3}\dot{2} = \frac{732-7}{990} = \frac{725}{990} = \frac{145}{198}$

$0.0\dot{2}\dot{7} = \frac{27-0}{990} = \frac{27}{990} = \frac{3}{110}$

$\therefore 0.7\dot{3}\dot{2} \div 0.0\dot{2}\dot{7} = \frac{145}{198} \div \frac{3}{110}$

$= \frac{145}{198} \times \frac{110}{3}$

$= \frac{725}{27}$

$= 26.851851.... = 26.\dot{8}5\dot{1}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল $26.\dot{8}5\dot{1}$

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৮

29 এর বর্গমূল নির্ণয় কর ও বর্গমূলের দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত মান এবং আসন্ন মান লেখ।

সমাধান:

```
    5 | 29   | 5.385...
      | 25   |
  103 | 400
      | 309
 1068 | 9100
      | 8544
10765 | 55600
      | 53825
      |  1775
```

$\therefore$ নির্ণেয় বর্গমূল $5.385...$

$\therefore$ নির্ণেয় দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত মান 5.38

$\therefore$ নির্ণেয় দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 5.39