

অনুশীলনী - ৩.৩



অনুশীলনীর সমাধান



উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর (১-৩০):

১ $ab(x-y) - bc(x-y)$

সমাধান: $ab(x-y) - bc(x-y)$
 $= (x-y)(ab-bc)$
 $= b(x-y)(a-c)$ (Ans.)

২ $9x^2 + 24x + 16$

সমাধান: $9x^2 + 24x + 16$
 $= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2$
 $= (3x+4)^2$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$9x^2 + 24x + 16$
 $= 9x^2 + 12x + 12x + 16$
 $= 3x(3x+4) + 4(3x+4)$
 $= (3x+4)(3x+4)$
 $= (3x+4)^2$ (Ans.)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$9x^2 + 24x + 16$
 $= (3x)^2 + 4^2 + 24x$
 $= (3x+4)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4 + 24x$
 $= (3x+4)^2 - 24x + 24x$
 $= (3x+4)^2$ (Ans.)

৩ $a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান: $a^4 - 27a^2 + 1$
 $= (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 1 + (1)^2 - 25a^2$
 $= (a^2-1)^2 - (5a)^2$
 $= (a^2-1+5a)(a^2-1-5a)$
 $= (a^2+5a-1)(a^2-5a-1)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$a^4 - 27a^2 + 1$
 $= (a^2)^2 + 1 - 27a^2$
 $= (a^2-1)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 1 - 27a^2$
 $= (a^2-1)^2 - 25a^2$
 $= (a^2-1)^2 - (5a)^2$
 $= (a^2+5a-1)(a^2-5a-1)$ (Ans.)

৪ $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

সমাধান: $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$
 $= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$
 $= (x^2-y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (x^2-y^2+2xy)(x^2-y^2-2xy)$
 $= (x^2+2xy-y^2)(x^2-2xy-y^2)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^4 - 6x^2y^2 + y^4$
 $= (x^2)^2 + (y^2)^2 - 6x^2y^2$
 $= (x^2-y^2)^2 + 2x^2y^2 - 6x^2y^2$
 $= (x^2-y^2)^2 - 4x^2y^2$
 $= (x^2-y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (x^2+2xy-y^2)(x^2-2xy-y^2)$ (Ans.)

৫ $(a^2-b^2)(x^2-y^2) + 4abxy$

সমাধান: $(a^2-b^2)(x^2-y^2) + 4abxy$
 $= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 4abxy$
 $= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 + 2abxy - b^2x^2$
 $= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2)$
 $= (ax+by)^2 - (ay-bx)^2$
 $= \{(ax+by) + (ay-bx)\} \{(ax+by) - (ay-bx)\}$
 $= (ax+by+ay-bx)(ax+by-ay+bx)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$(a^2-b^2)(x^2-y^2) + 4abxy$
 $= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 4abxy$
 $= a^2x^2 + b^2y^2 - (a^2y^2 + b^2x^2) + 4abxy$
 $= \{(ax)^2 + (by)^2\} - \{(ay)^2 + (bx)^2\} + 4abxy$
 $= (ax+by)^2 - 2ax \cdot by - \{(ay-bx)^2 + 2ay \cdot bx\} + 4abxy$
 $= (ax+by)^2 - (ay-bx)^2 - 4abxy + 4abxy$
 $= (ax+by)^2 - (ay-bx)^2$
 $= (ax+by+ay-bx)(ax+by-ay+bx)$ (Ans.)

৬ $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

সমাধান: $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$
 $= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 - 4c^2$
 $= (2a-3b)^2 - (2c)^2$
 $= (2a-3b+2c)(2a-3b-2c)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$
 $= (2a)^2 + (3b)^2 - 12ab - (2c)^2$
 $= (2a-3b)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b - 12ab - (2c)^2$
 $= (2a-3b)^2 - (2c)^2$
 $= (2a-3b+2c)(2a-3b-2c)$ (Ans.)

৭ $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান: $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$
 $= a^2 + 6a + 9 - 1 - y^2 + 2y$
 $= \{a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2\} - (y^2 - 2y + 1)$
 $= (a+3)^2 - (y-1)^2$
 $= (a+3+y-1)(a+3-y+1)$
 $= (a+y+2)(a-y+4)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$
 $= a^2 + 6a + 9 - 1 - y^2 + 2y$
 $= a^2 + 3^2 + 6a - (y^2 - 2y + 1)$
 $= (a+3)^2 - 2 \cdot a \cdot 3 + 6a - (y-1)^2$
 $= (a+3)^2 - (y-1)^2$
 $= (a+3+y-1)(a+3-y+1)$
 $= (a+y+2)(a-y+4)$ (Ans.)

৮ $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান: $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$
 $= (4x)^2 - (5y)^2 - 2z(4x-5y)$
 $= (4x+5y)(4x-5y) - 2z(4x-5y)$
 $= (4x-5y)(4x+5y-2z)$ (Ans.)

$$\boxed{৯} \quad x^2 + 13x + 36$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } x^2 + 13x + 36 \\ &= x^2 + 4x + 9x + 36 \\ &= x(x + 4) + 9(x + 4) \\ &= (x + 4)(x + 9) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\boxed{১০} \quad x^4 + x^2 - 20$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } x^4 + x^2 - 20 \\ &= (x^2)^2 + 5x^2 - 4x^2 - 20 \\ &= x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5) \\ &= (x^2 + 5)(x^2 - 4) \\ &= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2) \\ &= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 + 5) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} x^4 + x^2 - 20 \\ &= x^4 - 25 + x^2 + 5 \\ &= (x^2)^2 - 5^2 + x^2 + 5 \\ &= (x^2 + 5)(x^2 - 5) + 1(x^2 + 5) \\ &= (x^2 + 5)(x^2 - 5 + 1) \\ &= (x^2 + 5)(x^2 - 4) \\ &= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\boxed{১১} \quad a^2 - 30a + 216$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } a^2 - 30a + 216 \\ &= a^2 - 18a - 12a + 216 \\ &= a(a - 18) - 12(a - 18) \\ &= (a - 18)(a - 12) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} a^2 - 30a + 216 \\ &= a^2 - 2 \cdot a \cdot 15 + (15)^2 - (15)^2 + 216 \\ &= (a - 15)^2 - 225 + 216 \\ &= (a - 15)^2 - 9 \\ &= (a - 15)^2 - 3^2 \\ &= (a - 15 + 3)(a - 15 - 3) \\ &= (a - 12)(a - 18) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\boxed{১২} \quad a^8 - a^4 - 2$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } a^8 - a^4 - 2 \\ &= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2 \\ &= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) \\ &= (a^4 - 2)(a^4 + 1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} a^8 - a^4 - 2 \\ &= a^8 - 4 - a^4 + 2 \\ &= (a^4)^2 - 2^2 - 1(a^4 - 2) \\ &= (a^4 + 2)(a^4 - 2) - 1(a^4 - 2) \\ &= (a^4 - 2)(a^4 + 2 - 1) \\ &= (a^4 - 2)(a^4 + 1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} a^8 - a^4 - 2 \\ &= (a^4)^2 - 2 \cdot a^4 \cdot 2 + 2^2 + 3a^4 - 6 \\ &= (a^4 - 2)^2 + 3(a^4 - 2) \\ &= (a^4 - 2)(a^4 - 2 + 3) \\ &= (a^4 - 2)(a^4 + 1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\boxed{১৩} \quad x^2 - 37x - 650$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } x^2 - 37x - 650 \\ &= x^2 - 50x + 13x - 650 \\ &= x(x - 50) + 13(x - 50) \\ &= (x - 50)(x + 13) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} x^2 - 37x - 650 \\ &= x^2 - 169 - 37x - 481 \\ &= x^2 - (13)^2 - 37(x + 13) \\ &= (x + 13)(x - 13) - 37(x + 13) \\ &= (x + 13)(x - 13 - 37) \\ &= (x + 13)(x - 50) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\boxed{১৪} \quad 9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2 \\ &= y^2(9x^2 - 5x - 14) \\ &= y^2\{9x^2 + 9x - 14x - 14\} \\ &= y^2\{9x(x + 1) - 14(x + 1)\} \\ &= y^2(x + 1)(9x - 14) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} x = -1 \text{ বসালে প্রদত্ত রাশির মান শূন্য হয়} \\ \therefore (x + 1) \text{ রাশিটির একটি উৎপাদক} \\ \text{এখন: } 9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2 \\ &= 9x^2y^2 + 9xy^2 - 14xy^2 - 14y^2 \\ &= 9xy^2(x + 1) - 14y^2(x + 1) \\ &= (x + 1)(9xy^2 - 14y^2) \\ &= (x + 1)y^2(9x - 14) \\ &= y^2(x + 1)(9x - 14) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} 9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2 \\ &= y^2(9x^2 - 5x - 14) \\ &= y^2(9x^2 - 9 - 5x - 5) \\ &= y^2\{9(x^2 - 1) - 5(x + 1)\} \\ &= y^2(x + 1)\{9(x - 1) - 5\} \\ &= y^2(x + 1)(9x - 9 - 5) \\ &= y^2(x + 1)(9x - 14) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\boxed{১৫} \quad 4x^4 - 27x^2 - 81$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 4x^4 - 27x^2 - 81 \\ &= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81 \\ &= 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9) \\ &= (x^2 - 9)(4x^2 + 9) \\ &= (x^2 - 3^2)(4x^2 + 9) \\ &= (x + 3)(x - 3)(4x^2 + 9) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} \text{মনে করি, } f(x) &= 4x^4 - 27x^2 - 81 \\ f(3) &= 4 \cdot 3^4 - 27 \cdot 3^2 - 81 \\ &= 324 - 243 - 81 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (x - 3) \text{ রাশিটির একটি উৎপাদক} \\ \therefore 4x^4 - 27x^2 - 81 \\ &= 4x^4 - 12x^3 + 12x^3 - 36x^2 + 9x^2 - 27x + 27x - 81 \\ &= 4x^3(x - 3) + 12x^2(x - 3) + 9x(x - 3) + 27(x - 3) \\ &= (x - 3)(4x^3 + 12x^2 + 9x + 27) \\ &= (x - 3)\{4x^2(x + 3) + 9(x + 3)\} \\ &= (x - 3)(x + 3)(4x^2 + 9) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 \text{ধরি, } f(x) &= 4x^4 - 27x^2 - 81 \\
 f(-3) &= 4.(-3)^4 - 27.(-3)^2 - 81 \\
 &= 324 - 243 - 81 = 0 \\
 \therefore (x+3) \text{ রাশিটির একটি উৎপাদক} \\
 \therefore 4x^4 - 27x^2 - 81 \\
 &= 4x^4 + 12x^3 - 12x^3 - 36x^2 + 9x^2 + 27x - 27x - 81 \\
 &= 4x^3(x+3) - 12x^2(x+3) + 9x(x+3) - 27(x+3) \\
 &= (x+3)(4x^3 - 12x^2 + 9x - 27) \\
 &= (x+3)\{4x^2(x-3) + 9(x-3)\} \\
 &= (x+3)(x-3)(4x^2 + 9) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{16} \quad ax^2 + (a^2 + 1)x + a$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: প্রদত্ত রাশি} &= ax^2 + (a^2 + 1)x + a \\
 &= ax^2 + a^2x + x + a \\
 &= ax(x+a) + 1(x+a) \\
 &= (x+a)(ax+1) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{19} \quad 3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: প্রদত্ত রাশি} &= 3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40 \\
 &= 3(a^2 + 2a)^2 - 12(a^2 + 2a) - 10(a^2 + 2a) + 40 \\
 &= 3(a^2 + 2a)(a^2 + 2a - 4) - 10(a^2 + 2a - 4) \\
 &= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40 \\
 &= 3(a^2 + 2a)^2 - 48 - 22(a^2 + 2a) + 88 \\
 &= 3\{(a^2 + 2a)^2 - 16\} - 22(a^2 + 2a - 4) \\
 &= 3\{(a^2 + 2a + 4)(a^2 + 2a - 4) - 22(a^2 + 2a - 4)\} \\
 &= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a + 12 - 22) \\
 &= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{18} \quad (a-1)x^2 + a^2xy + (a+1)y^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } (a-1)x^2 + a^2xy + (a+1)y^2 \\
 \text{ধরি, } a-1 = m \\
 a+1 = n \\
 \frac{a^2 - 1}{a^2 - 1} = mn \quad (\text{গুণ করে}) \\
 \text{বা, } a^2 = (mn + 1) \\
 mx^2 + (mn + 1)xy + ny^2 \\
 = mx^2 + mnxy + xy + ny^2 \\
 = mx(x + ny) + y(x + ny) \\
 = (x + ny)(mx + y) \\
 = \{x + (a+1)y\} \{(a-1)x + y\} \\
 = (x + ay + y)(ax - x + y) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{19} \quad x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \\
 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1 \\
 = (x+1)^3 + (1)^3 \\
 = (x+1+1)\{(x+1)^2 - (x+1)1 + (1)^2\} \\
 = (x+2)(x^2 + 2x + 1 - x) \\
 = (x+2)(x^2 + x + 1) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \\
 &= x^3 + 2x^2 + x^2 + 2x + x + 2 \\
 &= x^2(x+2) + x(x+2) + 1(x+2) \\
 &= (x+2)(x^2 + x + 1) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \\
 &= x^3 + 8 + 3x^2 + 3x - 6 \\
 &= x^3 + 2^3 + 3(x^2 + x - 2) \\
 &= (x+2)(x^2 - 2x + 4) + 3(x^2 + 2x - x - 2) \\
 &= (x+2)(x^2 - 2x + 4) + 3\{x(x+2) - 1(x+2)\} \\
 &= (x+2)(x^2 - 2x + 4) + 3(x+2)(x-1) \\
 &= (x+2)(x^2 - 2x + 4 + 3x - 3) \\
 &= (x+2)(x^2 + x + 1) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{20} \quad a^3 - 6a^2 + 12a - 9$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } a^3 - 6a^2 + 12a - 9 \\
 = a^3 - 3a^2 - 3a^2 + 9a + 3a - 9 \\
 = a^2(a-3) - 3a(a-3) + 3(a-3) \\
 = (a-3)(a^2 - 3a + 3) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &a^3 - 6a^2 + 12a - 9 \\
 &= a^3 - 3.a^2.2 + 3.a.2^2 - 2^3 - 1 \\
 &= (a-2)^3 - 1 \\
 &= (a-2-1)\{(a-2)^2 + a-2+1\} \\
 &= (a-3)(a^2 - 4a + 4 + a - 1) \\
 &= (a-3)(a^2 - 3a + 3) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &a^3 - 6a^2 + 12a - 9 \\
 &= a^3 - 27 - 6a^2 + 12a + 18 \\
 &= a^3 - 3^3 - 6(a^2 - 2a - 3) \\
 &= (a-3)(a^2 + 3a + 9) - 6(a^2 - 3a + a - 3) \\
 &= (a-3)(a^2 + 3a + 9) - 6\{a(a-3) + 1(a-3)\} \\
 &= (a-3)(a^2 + 3a + 9) - 6(a-3)(a+1) \\
 &= (a-3)(a^2 + 3a + 9 - 6a - 6) \\
 &= (a-3)(a^2 - 3a + 3) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{21} \quad a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } a^3 - 9b^3 + (a+b)^3 \\
 = a^3 - b^3 + (a+b)^3 - 8b^3 \\
 = a^3 - b^3 + (a+b)^3 - (2b)^3 \\
 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b-2b)\{(a+b)^2 + 2b(a+b) + (2b)^2\} \\
 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2) \\
 = (a-b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2) \\
 = (a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

$$\boxed{22} \quad 8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান: } 8x^3 + 12x^2 + 6x - 63 \\
 = 8x^3 - 12x^2 + 24x^2 - 36x + 42x - 63 \\
 = 4x^2(2x-3) + 12x(2x-3) + 21(2x-3) \\
 = (2x-3)(4x^2 + 12x + 21) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &8x^3 + 12x^2 + 6x - 63 \\
 &= (2x)^3 + 3.(2x)^2.1 + 3.2x.1^2 + 1^3 - 64 \\
 &= (2x+1)^3 - (4)^3 \\
 &= (2x+1-4)\{(2x+1)^2 + (2x+1).4 + 4^2\} \\
 &= (2x-3)\{4x^2 + 2.2x+1 + 8x+4 + 16\} \\
 &= (2x-3)(4x^2 + 4x + 8x + 21) \\
 &= (2x-3)(4x^2 + 12x + 21) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
& 8x^3 + 12x^2 + 6x - 63 \\
&= 8x^3 - 27 + 12x^2 + 6x - 36 \\
&= (2x)^3 - 3^3 + 6(2x^2 + x - 6) \\
&= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) + 6(2x^2 + 4x - 3x - 6) \\
&= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) + 6\{2x(x + 2) - 3(x + 2)\} \\
&= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) + 6(x + 2)(2x - 3) \\
&= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9 + 6x + 12) \\
&= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\boxed{২৩} \quad 8a^3 + \frac{b^3}{27}$$

সমাধান: $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

$$\begin{aligned}
&= (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3 \\
&= \left(2a + \frac{b}{3}\right) \left\{ (2a)^2 - 2a \cdot \frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2 \right\} \\
&= \left(\frac{6a + b}{3}\right) \left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right) \\
&= \frac{1}{3} (6a + b) \left(\frac{36a^2 - 6ab + b^2}{9}\right) \\
&= \frac{1}{27} (6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
& 8a^3 + \frac{b^3}{27} \\
&= \frac{216a^3 + b^3}{27} \\
&= \frac{1}{27} \{(6a)^3 + b^3\} \\
&= \frac{1}{27} (6a + b) \{(6a)^2 - 6a \cdot b + b^2\} \\
&= \frac{1}{27} (6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\boxed{২৪} \quad \frac{a^6}{27} - b^6$$

সমাধান: $\frac{a^6}{27} - b^6$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3 \\
&= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left\{ \left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2 \right\} \\
&= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2 b^2}{3} + b^4\right) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\boxed{২৫} \quad 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

সমাধান: $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$

$$\begin{aligned}
&= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
&= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
&= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
& 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a} \\
&= 4a^2 - 1 - 1 + \frac{1}{4a^2} + 4a - \frac{1}{a} \\
&= 2a \left(2a - \frac{1}{2a}\right) - \frac{1}{2a} \left(2a - \frac{1}{2a}\right) + 2 \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
&= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
& 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a} \\
&= (2a)^2 + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 - 2 + 4a - \frac{1}{a} \\
&= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} - 2 + 2 \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
&= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\boxed{২৬} \quad (3a + 1)^3 - (2a - 3)^3$$

সমাধান: $(3a + 1)^3 - (2a - 3)^3$

$$\begin{aligned}
&= (3a + 1 - 2a + 3) \{(3a + 1)^2 + (3a + 1)(2a - 3) + (2a - 3)^2\} \\
&= (a + 4) \{9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 9a + 2a - 3 + 4a^2 - 12a + 9\} \\
&= (a + 4)(19a^2 - 13a + 7) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\boxed{২৭} \quad (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$$

সমাধান: $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$

$$\begin{aligned}
&= (x + 2)(x + 5)(x + 3)(x + 4) - 48 \\
&= (x^2 + 5x + 2x + 10)(x^2 + 4x + 3x + 12) - 48 \\
&= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 48
\end{aligned}$$

ধরি, $x^2 + 7x = a$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= (a + 10)(a + 12) - 48 \\
&= a^2 + 12a + 10a + 120 - 48 \\
&= a^2 + 22a + 72 \\
&= a^2 + 18a + 4a + 72 \\
&= a(a + 18) + 4(a + 18) \\
&= (a + 4)(a + 18) \\
&= (x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x + 18) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

❖ বি.দ্র: পাঠ্যবইয়ে $(x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x + 18)$ এর পরিবর্তে $(x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x - 18)$ দেওয়া আছে।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
& (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48 \\
&= \{(x + 2)(x + 5)\} \{(x + 3)(x + 4)\} - 48 \\
&= (x^2 + 2x + 5x + 10)(x^2 + 3x + 4x + 12) - 48 \\
&= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 48
\end{aligned}$$

ধরি, $x^2 + 7x + 10 = a$

$$\therefore x^2 + 7x + 12 = x^2 + 7x + 10 + 2 = a + 2$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a(a + 2) - 48 \\
&= a^2 + 2a - 48 \\
&= a^2 + 8a - 6a - 48 \\
&= a(a + 8) - 6(a + 8) \\
&= (a + 8)(a - 6) \\
&= (x^2 + 7x + 10 + 8)(x^2 + 7x + 10 - 6) \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 7x + 4) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

❖ বি.দ্র: পাঠ্যবইয়ে $(x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x + 18)$ এর পরিবর্তে $(x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x - 18)$ দেওয়া আছে।

২৮ $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$

সমাধান: $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 64$
 $= (x-1)(x-7)(x-3)(x-5) - 65$
 $= (x^2 - 7x - x + 7)(x^2 - 5x - 3x + 15) - 65$
 $= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$
 ধরি, $x^2 - 8x = a$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= (a+7)(a+15) - 65$
 $= a^2 + 15a + 7a + 105 - 65$
 $= a^2 + 22a + 40$
 $= a^2 + 2a + 20a + 40$
 $= a(a+2) + 20(a+2)$
 $= (a+2)(a+20)$
 $= (x^2 - 8x + 2)(x^2 - 8x + 20)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 64$
 $= \{(x-1)(x-7)\} \{(x-3)(x-5)\} - 65$
 $= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$
 ধরি, $x^2 - 8x + 7 = a$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= a(a+8) - 65$
 $= a^2 + 8a - 65$
 $= a^2 + 13a - 5a - 65$
 $= a(a+13) - 5(a+13)$
 $= (a+13)(a-5)$
 $= (x^2 - 8x + 7 + 13)(x^2 - 8x + 7 - 5)$ [মান বসিয়ে]
 $= (x^2 - 8x + 20)(x^2 - 8x + 2)$ (Ans.)

২৯ $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান: $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$
 $= 4b^2c^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$
 $= 4b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2)$
 $= 4b^2c^2 - \{(a^2)^2 + (b^2)^2 + (c^2)^2 + 2(-a^2)b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2(-a^2)\}$
 $= 4b^2c^2 - (a^2 + b^2 + c^2)^2$
 $= (2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$
 $= (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2)$
 $= (b^2 + 2bc + c^2 - a^2)\{-(b^2 - 2bc + c^2) + a^2\}$
 $= \{(b+c)^2 - a^2\}\{a^2 - (b-c)^2\}$
 $= (a+b+c)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$
 $= a^2b^2 + a^2c^2 - a^4 + 2a^2bc - b^4 - b^2c^2 + a^2b^2 - 2b^3c - b^2c^2$
 $- c^4 + a^2c^2 - 2bc^3 + 2b^3c + 2bc^3 - 2a^2bc + 4b^2c^2$
 $= a^2(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc) - b^2(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc) -$
 $c^2(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc) + 2bc(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc)$
 $= (b^2 + c^2 - a^2 + 2bc)(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc)$
 $= (ab + ac - a^2 + b^2 + bc - ab + bc + c^2 - ac)$
 $(ac + bc - c^2 + a^2 + ab - ac - ab - b^2 + bc)$
 $= \{a(b+c-a) + b(b+c-a) + c(b+c-a)\}$
 $\{c(a+c-c) + a(a+b-c) - b(a+b-c)\}$
 $= (b+c-a)(a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)$ (Ans.)

৩০ $14(x+z)^2 - 29(x+z)(x+1) - 15(x+1)^2$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= 14(x+z)^2 - 29(x+z)(x+1) - 15(x+1)^2$
 ধরি, $x+z = a$ এবং $x+1 = b$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= 14a^2 - 29ab - 15b^2$
 $= 14a^2 + 6ab - 35ab - 15b^2$
 $= 2a(7a+3b) - 5b(7a+3b)$
 $= (7a+3b)(2a-5b)$
 $= \{7(x+z) + 3(x+1)\} \{2(x+z) - 5(x+1)\}$
 $= (7x+7z+3x+3)(2x+2z-5x-5)$
 $= (10x+7z+3)(2z-3x-5)$ (Ans.)

৩১ দেখাও যে, $(x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$
 $= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$

সমাধান: বামপক্ষ $= (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$
 $= (x+1)(3x-1)(x+2)(3x-4)$
 $= (3x^2 - x + 3x - 1)(3x^2 - 4x + 6x - 8)$
 $= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8) =$ ডানপক্ষ
 অর্থাৎ, $(x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$
 $= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$ (দেখানো হলো)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ডানপক্ষ $= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$
 $= (3x^2 + 3x - x - 1)(3x^2 + 6x - 4x - 8)$
 $= \{3x(x+1) - 1(x+1)\} \{3x(x+2) - 4(x+2)\}$
 $= (x+1)(3x-1)(x+2)(3x-4) =$ বামপক্ষ
 \therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫৬

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

ক) $abx^2 + acx^3 + adx^4$ খ) $xa^2 - 144xb^2$ গ) $x^2 - 2xy - 4y - 4$

সমাধান:

ক) $abx^2 + acx^3 + adx^4$
 $= ax^2(b + cx + dx^2)$ (Ans.)

খ) $xa^2 - 144xb^2$
 $= x(a^2 - 144b^2)$
 $= x\{a^2 - (12b)^2\}$
 $= x(a+12b)(a-12b)$ (Ans.)

গ) $x^2 - 2xy - 4y - 4$
 $= x^2 - 4 - 2xy - 4y$
 $= x^2 - 2^2 - 2y(x+2)$
 $= (x+2)(x-2) - 2y(x+2)$
 $= (x+2)(x-2-2y)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^2 - 2xy - 4y - 4$
 $= x^2 - 2xy + y^2 - y^2 - 4y - 4$
 $= (x^2 - 2xy + y^2) - (y^2 + 4y + 4)$
 $= (x-y)^2 - (y+2)^2$
 $= (x-y+y+2)(x-y-y-2)$
 $= (x+2)(x-2y-2)$ (Ans.)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$x = -2$ বসালে প্রদত্ত রাশির মান শূন্য হয়।
 $\therefore (x+2)$ রাশিটির একটি উৎপাদক।
 এখন, $x^2 - 2xy - 4y - 4$
 $= x^2 + 2x - 2x - 4 - 2xy - 4y$
 $= x(x+2) - 2(x+2) - 2y(x+2)$
 $= (x+2)(x-2y-2)$ (Ans.)

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫৬

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

ক) $x^2 + x - 56$ খ) $16x^3 - 46x^2 + 15x$ গ) $12x^2 + 17x + 6$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{ক) } & x^2 + x - 56 \\ &= x^2 + 8x - 7x - 56 \\ &= x(x+8) - 7(x+8) \\ &= (x+8)(x-7) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & x^2 + x - 56 \\ &= x^2 - 49 + x - 7 \\ &= x^2 - 7^2 + x - 7 \\ &= (x+7)(x-7) + 1(x-7) \\ &= (x-7)(x+7+1) \\ &= (x-7)(x+8) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{খ) } & 16x^3 - 46x^2 + 15x \\ &= x(16x^2 - 46x + 15) \\ &= x(16x^2 - 6x - 40x + 15) \\ &= x\{2x(8x-3) - 5(8x-3)\} \\ &= x(8x-3)(2x-5) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & 16x^3 - 46x^2 + 15x \\ &= 16x^3 - 40x^2 - 6x^2 + 15x \\ &= 8x^2(2x-5) - 3x(2x-5) \\ &= (2x-5)(8x^2-3x) \\ &= x(8x-3)(2x-5) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গ) } & 12x^2 + 17x + 6 \\ &= 12x^2 + 8x + 9x + 6 \\ &= 4x(3x+2) + 3(3x+2) \\ &= (3x+2)(4x+3) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫৭

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

ক) $2x^4 + 16x$ খ) $8 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$
গ) $(a+b)^3 + (a-b)^3$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{ক) } & 2x^4 + 16x \\ &= 2x(x^3 + 8) \\ &= 2x(x^3 + 2^3) \\ &= 2x(x+2)(x^2 - 2x + 2^2) \\ &= 2x(x+2)(x^2 - 2x + 4) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{খ) } & 8 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3 \\ &= 2^3 - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) \\ &= 2^3 - (a-b)^3 \\ &= (2-a+b)\{(2)^2 + 2.(a-b) + (a-b)^2\} \\ &= (2-a+b)(4+2a-2b+a^2-2ab+b^2) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গ) } & (a+b)^3 + (a-b)^3 \\ &= (a+b+a-b)\{(a+b)^2 - (a+b)(a-b) + (a-b)^2\} \\ &= 2a\{a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - b^2) + a^2 - 2ab + b^2\} \\ &= 2a(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + b^2 + a^2 - 2ab + b^2) \\ &= 2a(a^2 - a^2 + a^2 + b^2 + b^2 + b^2 + 2ab - 2ab) \\ &= 2a(a^2 + 3b^2) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & (a+b)^3 + (a-b)^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ &= 2a^3 + 6ab^2 \\ &= 2a(a^2 + 3b^2) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫৮

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

ক) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{1}{3}$ খ) $a^3 + \frac{1}{8}$ গ) $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{ক) } & \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{6}(3x^2 + 7x + 2) \\ &= \frac{1}{6}(3x^2 + 6x + x + 2) \\ &= \frac{1}{6}\{3x(x+2) + 1(x+2)\} \\ &= \frac{1}{6}(x+2)(3x+1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{x}{6} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2}x(x+2) + \frac{1}{6}(x+2) \\ &= (x+2)\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{6}\right) \\ &= \frac{1}{6}(x+2)(3x+1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{খ) } & a^3 + \frac{1}{8} \\ &= a^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= \left(a + \frac{1}{2}\right)\left\{a^2 - \frac{1}{2}a + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\} \\ &= \left(a + \frac{1}{2}\right)\left(a^2 - \frac{a}{2} + \frac{1}{4}\right) \\ &= \left(\frac{2a+1}{2}\right)\left(\frac{4a^2-2a+1}{4}\right) \\ &= \frac{1}{8}(2a+1)(4a^2-2a+1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & a^3 + \frac{1}{8} \\ &= \frac{1}{8}(8a^3 + 1) \\ &= \frac{1}{8}\{(2a)^3 + 1\} \\ &= \frac{1}{8}(2a+1)\{(2a)^2 - 2a + 1\} \\ &= \frac{1}{8}(2a+1)(4a^2 - 2a + 1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গ) } & 16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz \\ &= (4x)^2 - (5y)^2 - 2z(4x - 5y) \\ &= (4x+5y)(4x-5y) - 2z(4x-5y) \\ &= (4x-5y)(4x+5y-2z) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$