

প্রয়োজনীয় অধ্যায়

সসীম ধারা

অনুশীলনী - ১৩.১

❖ সমান্তর ধারা সংক্রান্ত সূত্রাবলি

- ✓ সমান্তর ধারাটি: $a + (a + d) + (a + 2d) + \dots$
- ✓ সমান্তর ধারার n তম পদ (সাধারণ পদ) $= a + (n - 1)d$
- ✓ n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$
- ✓ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $= \frac{n(n + 1)}{2}$

❖ MCQ এর জন্য Shortcut Formulae

- ✓ প্রথম n সংখ্যক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $= n(n + 1)$
- ✓ প্রথম n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল $= n^2$



অনুশীলনীর সমাধান



১. $13 + 20 + 27 + 34 + \dots + 111$ ধারাটির পদ সংখ্যা কত?
(ক) 10 (খ) 13 (গ) 15 (ঘ) 20

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: সমান্তর ধারাটিতে, $a = 1, d = 20 - 13 = 7$
যেহেতু ধারাটির সর্বশেষ পদটি 111। তাই ধারাটির n তম পদ $= 111$ ধরে
প্রাপ্ত ' n ' এর মানই হবে নির্ণেয় পদসংখ্যা।
আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$
বা, $111 = 13 + (n - 1) \cdot 7$

$$\text{বা, } (n - 1) \cdot 7 = 111 - 13$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{98}{7}$$

$$\text{বা, } n - 1 = 14$$

$$\therefore n = 14 + 1 = 15$$

Shortcut

$$\text{পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 \\ = \frac{111 - 13}{7} + 1 = 15$$

২. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 62$ ধারাটি-

- i. একটি সসীম ধারা
- ii. একটি গুণোত্তর ধারা
- iii. এর 19 তম পদ 59

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ $a = 5$, সাধারণ অন্তর $d = 8 - 5 = 3$ এবং শেষপদ 62
 \therefore ধারাটি একটি সসীম সমান্তর ধারা। এটি গুণোত্তর ধারা নয়।

$$\text{আবার, } 19 \text{ তম পদ} = a + (19 - 1)d$$

$$= 5 + 18 \times 3 = 5 + 54 = 59$$

\therefore (i) ও (iii) নং সঠিক।

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩-৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
 $7 + 13 + 19 + 25 + \dots$ একটি ধারা।

৩. ধারাটির 15 তম পদ কোনটি?

(ক) 85

(খ) 91

(গ) 97

(ঘ) 104

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত ধারার ১ম পদ $a = 7$, সাধারণ অন্তর $d = 13 - 7 = 6$

$$\therefore \text{ধারাটির } 15 \text{ তম পদ} = a + (15 - 1)d \\ = 7 + 14 \cdot 6 = 91$$

৪. ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি কত?

(ক) 141

(খ) 1210

(গ) 1280

(ঘ) 2560

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: এখানে, পদসংখ্যা $n = 20$, ১ম পদ $a = 7$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 6$

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } n\text{-সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম } 20\text{টি পদের সমষ্টি} = \frac{20}{2} \{2 \cdot 7 + (20 - 1)6\} \\ = 10 (14 + 114) \\ = 10 \times 128 = 1280$$

৫ $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধারাটির 1ম পদ $a = 2$

সাধারণ অন্তর $d = -5 - 2 = -7$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ধারাটির } 12 \text{ তম পদ} &= 2 + (12 - 1)(-7) \\ &= 2 + 11 \times (-7) \\ &= 2 - 77 = -75\end{aligned}$$

\therefore ধারাটির সাধারণ অন্তর -7 এবং 12 তম পদ -75 (Ans.)

৬ $8 + 11 + 14 + 17 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 392?

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ $a = 8$

সাধারণ অন্তর $d = 11 - 8 = 3$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 329$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 329$$

$$\text{বা, } 8 + (n - 1) \times 3 = 329$$

$$\text{বা, } (n - 1) \times 3 = 329 - 8$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{384}{3}$$

$$\text{বা, } n - 1 = 128$$

$$\text{বা, } n = 128 + 1$$

$$\therefore n = 129$$

\therefore প্রদত্ত ধারাটির 129 তম পদটি 392 (Ans.)

৭ $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 301?

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ $a = 4$

সাধারণ অন্তর $d = 7 - 4 = 3$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 301$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 301$$

$$\text{বা, } 4 + (n - 1)3 = 301$$

$$\text{বা, } 3n - 3 + 4 = 301$$

$$\text{বা, } 3n + 1 = 301$$

$$\text{বা, } 3n = 301 - 1$$

$$\text{বা, } 3n = 300$$

$$\text{বা, } n = \frac{300}{3}$$

$$\therefore n = 100$$

\therefore প্রদত্ত ধারার 100 তম পদ 301 (Ans.)

৮ কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m হলে, ধারাটির $(m + n)$ তম পদ কত?

সমাধান: ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার m তম পদ $= a + (m - 1)d$

$$\therefore a + (m - 1)d = n \dots \dots (i)$$

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = m \dots \dots (ii)$$

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$(m - 1 - n + 1)d = n - m$$

$$\text{বা, } (m - n)d = -(m - n)$$

$$\text{বা, } d = -1 \dots \dots (iii)$$

$$\therefore (m + n) \text{ তম পদ} = a + (m + n - 1)d$$

$$= a + (m - 1)d + nd$$

$$= n + nd \quad [\because a + (m - 1)d = n]$$

$$= n + n \times (-1) \quad [\because d = -1]$$

$$= n - n = 0$$

$\therefore (m + n) \text{ তম পদ } 0$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার m তম পদ $= a + (m - 1)d$

$$\therefore a + (m - 1)d = n \dots \dots (i)$$

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = m \dots \dots (ii)$$

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$(m - 1 - n + 1)d = n - m$$

$$\text{বা, } (m - n)d = -(m - n)$$

$$\text{বা, } d = -1 \dots \dots (iii)$$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$a + (m - 1)d = n$$

$$\text{বা, } a + (m - 1)(-1) = n \quad [\because d = -1]$$

$$\text{বা, } a - m + 1 = n$$

$$\therefore a = m + n - 1 \dots \dots (iv)$$

$$\therefore \text{ধারাটির } (m + n) \text{ তম পদ} = a + (m + n - 1)d$$

$$= (m + n - 1) + (m + n - 1)(-1)$$

$$[(iii) \text{ ও } (iv) \text{ নং হতে}]$$

$$= m + n - 1 - m - n + 1$$

$$= 0$$

\therefore ধারাটির $(m + n)$ তম পদ 0 (Ans.)

অঙ্কটি অনেক
important!!!
তাই দুটি পদ্ধতিই
তোমরা শিখবে

৯ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

সমাধান: সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 3 - 1 = 2$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n - 1)2\}$$

$$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n = n^2$$

\therefore ধারাটির n পদের সমষ্টি, n^2 (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর $d = (3 - 1) = 2$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$= 1 + (n - 1)2$$

$$= 1 + 2n - 2 = 2n - 1$$

$$\text{অতএব ধারাটির } n \text{ তম পদ বা শেষ পদ } p = (2n - 1)$$

$$\text{সুতরাং ধারাটির } n \text{ পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{n}{2} (1 + 2n - 1)$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n = n^2$$

\therefore ধারাটির n পদের সমষ্টি $= n^2$ (Ans.)

১০ $8 + 16 + 24 + \dots$ ধারাটির প্রথম ৯ টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ $a = 8$, সাধারণ অন্তর $d = 16 - 8 = 8$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।
আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং ধারাটির ৯ টি পদের সমষ্টি } S_9 &= \frac{9}{2} \{2 \times 8 + (9-1)8\} \\ &= \frac{9}{2} (16 + 64) \\ &= \frac{9}{2} \times 80 = 360 \end{aligned}$$

\therefore ধারাটির প্রথম ৯ টি পদের সমষ্টি 360 (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধারাটির প্রথম পদ $a = 8$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 16 - 8 = 8$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$$\begin{aligned} \text{ধারাটির ৯ তম পদ } p &= a + (9-1)d \\ &= 8 + 8 \times 8 = 72 \end{aligned}$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2} (a + p)$

$$\therefore 9 \text{ টি পদের সমষ্টি } S_9 = \frac{9}{2} (8 + 72) = \frac{9}{2} \times 80 = 360$$

\therefore নির্ণেয় সমষ্টি 360 (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ৫, ৯ ও ১০নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$

ক. ইহা কোন ধরনের ধারা?

খ. ধারার পঞ্চম ও দশম পদ নির্ণয় কর।

গ. ধারার প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

[য.বো.-'১৫]

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) সমান্তর; (খ) $5\log 3$ ও $10\log 3$; (গ) $78 \log 3$

১১ $5 + 11 + 17 + 23 + \dots$ কত?

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ $a = 5$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 11 - 5 = 6$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 59$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = 59$$

$$\text{বা, } 5 + (n-1)6 = 59$$

$$\text{বা, } (n-1)6 = 59 - 5$$

$$\text{বা, } n-1 = \frac{54}{6}$$

$$\text{বা, } n-1 = 9$$

$$\therefore n = 9 + 1 = 10$$

আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের যোগফল } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি } S_{10} = \frac{10}{2} \{2 \times 5 + (10-1)6\}$$

$$= 5(10 + 9 \times 6)$$

$$= 5(10 + 54) = 5 \times 64 = 320$$

\therefore নির্ণেয় সমষ্টি 320 (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধারাটির প্রথম পদ $a = 5$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 11 - 5 = 6$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 59$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = 59$$

$$\text{বা, } 5 + (n-1)6 = 59$$

$$\text{বা, } (n-1)6 = 59 - 5$$

$$\text{বা, } n-1 = \frac{54}{6}$$

$$\text{বা, } n-1 = 9$$

$$\therefore n = 9 + 1 = 10$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2} (a + p)$

$$\therefore S_{10} = \frac{10}{2} (5 + 59) = \frac{10}{2} \times 64 = 320$$

\therefore নির্ণেয় সমষ্টি 320 (Ans.)

১২ $29 + 25 + 21 + \dots$ কত?

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ $a = 29$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 25 - 29 = -4$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= -23$

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = -23$$

$$\text{বা, } 29 + (n-1)(-4) = -23$$

$$\text{বা, } -4(n-1) = -23 - 29$$

$$\text{বা, } -4(n-1) = -52$$

$$\text{বা, } (n-1) = \frac{-52}{-4}$$

$$\text{বা, } n-1 = 13$$

$$\text{বা, } n = 13 + 1 = 14$$

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 14 টি পদের সমষ্টি } S_{14} = \frac{14}{2} \{2 \times 29 + (14-1)(-4)\}$$

$$= 7 \{58 + 13 \times (-4)\}$$

$$= 7(58 - 52)$$

$$= 7 \times 6 = 42$$

\therefore নির্ণেয় সমষ্টি 42 (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধারাটির প্রথম পদ $a = 29$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 25 - 29 = -4$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= -23$

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = -23$$

$$\text{বা, } 29 + (n-1)(-4) = -23$$

$$\text{বা, } -4(n-1) = -23 - 29$$

$$\text{বা, } -4(n-1) = -52$$

$$\text{বা, } (n-1) = \frac{-52}{-4}$$

$$\text{বা, } n-1 = 13$$

$$\text{বা, } n = 13 + 1$$

$$\therefore n = 14$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2} (a + p)$

$$\therefore 14 \text{ টি পদের সমষ্টি } S_{14} = \frac{14}{2} \{29 + (-23)\} = 7 \times 6 = 42$$

\therefore নির্ণেয় সমষ্টি 42 (Ans.)

১৩ কোনো সমান্তর ধারার ১২তম পদ ৭৭ হলে, এর প্রথম ২৩টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d
 ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।
 আমরা জানি, সমান্তর ধারাটির n তম পদ = $a + (n - 1)d$
 \therefore ধারাটির ১২ তম পদ = $a + (12 - 1)d$
 $= a + 11d$
 প্রশ্নমতে, $a + 11d = 77 \dots \dots (i)$
 আবার, কোনো সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$
 \therefore ধারাটির প্রথম ২৩ পদের সমষ্টি, $S_{23} = \frac{23}{2} \{2a + (23 - 1)d\}$
 $= \frac{23}{2} (2a + 22d)$
 $= \frac{23 \times 2}{2} (a + 11d)$
 $= 23 \times 77 \text{ [(i) নং হতে]}$
 $= 1771$
 \therefore ধারাটির প্রথম ২৩ পদের সমষ্টি ১৭৭১ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d
 ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।
 আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ = $a + (n - 1)d$
 \therefore ধারাটির ১২ তম পদ = $a + (12 - 1)d$
 $= a + 11d$
 প্রশ্নমতে, $a + 11d = 77 \dots \dots (i)$
 ধারার ২৩ তম পদ বা শেষ পদ $P = a + (23 - 1)d = a + 22d$
 আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2} (a + p)$
 \therefore ২৩ টি পদের সমষ্টি $S_{23} = \frac{23}{2} (a + a + 22d)$
 $= \frac{23}{2} (2a + 22d)$
 $= 23(a + 11d)$
 $= 23 \times 77 \text{ [(i) নং হতে]}$
 $= 1771$
 \therefore নির্ণেয় সমষ্টি ১৭৭১ (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ১১ ও ১৩নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

৫ + ১১ + ১৭ + ২৩ + একটি সমান্তর ধারা।
 ক. ধারাটির দশম পদ কত?
 খ. ধারাটির প্রথম ২৫ এবং প্রথম ৩০ পদের সমষ্টির গুণফল কত?
 গ. ধারাটির $(n + ২)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

১৪ একটি সমান্তর ধারার ১৬ তম পদ -২০ হলে, এর প্রথম ৩১টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান: সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d
 সমান্তর ধারার n তম পদ = $a + (n - 1)d$
 \therefore ধারাটির ১৬ তম পদ = $a + (16 - 1)d = a + 15d$
 প্রশ্নমতে, $a + 15d = -20 \dots \dots (i)$
 সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$
 \therefore ধারাটির ৩১ পদের সমষ্টি $S_{31} = \frac{31}{2} \{2a + (31 - 1)d\}$
 $= \frac{31}{2} (2a + 30d)$
 $= \frac{31}{2} \times 2(a + 15d)$
 $= 31 \times (-20) = -620$
 \therefore ধারাটির প্রথম ৩১ পদের সমষ্টি - ৬২০ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d
 সমান্তর ধারার n তম পদ = $a + (n - 1)d$
 \therefore ধারাটির ১৬ তম পদ = $a + (16 - 1)d = a + 15d$
 প্রশ্নমতে, $a + 15d = -20 \dots \dots (i)$
 ধারার ৩১ তম পদ বা শেষ পদ $p = a + (31 - 1)d$
 $= a + 30d$
 আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2} (a + p)$
 \therefore ৩১ টি পদের সমষ্টি $S_{31} = \frac{31}{2} (a + a + 30d)$
 $= \frac{31}{2} \times 2(a + 15d)$
 $= 31 \times (-20) \text{ [(i) নং হতে]}$
 $= -620$
 \therefore নির্ণেয় সমষ্টি - ৬২০ (Ans.)

১৫ ৯ + ৭ + ৫ + ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল - ১৪৪ হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: ধারাটি প্রথম পদ $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$
 ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।
 আমরা জানি,
 সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$
 প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = -144$
 বা, $\frac{n}{2} \{2 \times 9 + (n - 1)(-2)\} = -144$
 বা, $n(18 - 2n + 2) = -288$
 বা, $n(20 - 2n) = -288$

বা, $20n - 2n^2 = -288$
 বা, $-2(n^2 - 10n) = -288$
 বা, $(n^2 - 10n) = 144$
 বা, $n^2 - 10n - 144 = 0$
 বা, $n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$
 বা, $n(n - 18) + 8(n - 18) = 0$
 বা, $(n - 18)(n + 8) = 0$
 $\therefore n - 18 = 0$ অথবা, $n + 8 = 0$
 বা, $n = 18$ বা, $n = -8$
 কিন্তু $n \neq -8$ কারণ ধারার পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
 $\therefore n$ এর মান ১৮ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 7 - 9 = -2$
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$$\begin{aligned} \text{সমান্তর ধারার } n \text{ তম পদ বা শেষ পদ } p &= a + (n-1)d \\ &= 9 + (n-1)(-2) \\ &= 9 + 2 - 2n \\ &= 11 - 2n \end{aligned}$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}(a + p)$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2}(9 + 11 - 2n)$$

$$\text{বা, } -144 = \frac{n}{2}(20 - 2n)$$

$$\text{বা, } -144 = n(10 - n)$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-18) + 8(n-18) = 0$$

$$\text{বা, } (n-18)(n+8) = 0$$

$$\therefore n-18 = 0 \quad \text{অথবা, } n+8 = 0$$

$$\text{বা, } n = 18 \quad \text{বা, } n = -8$$

কিন্তু $n \neq -8$ কারণ ধারার পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n$ এর মান 18 (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ১৩ ও ১৬নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

(i) একটি সমান্তর ধারার 7ম পদ 5 এবং 15 তম পদ -27, প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d বিবেচনা করা হলো।

ক. অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{1}{2^n}$ হলে ধারাটি লিখ।

খ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 15 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. ধারাটি প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি -783 হলে n এর মান নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

$$(ক) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots \frac{1}{2^n} + \dots$$

$$(খ) 15; (গ) 39$$

(ii) $9 + 7 + 5 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল -144

ক. $(-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}$ অনুক্রমের প্রথম তিনটি পদ লিখ।

খ. ধারাটির কত তম পদ -11

গ. প্রদত্ত ধারাটির n এর মান নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

$$(ক) \frac{1}{3}, \frac{-2}{5}, \frac{3}{7}; (খ) 11; (গ) 18$$

১৬ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: ধারার প্রথম পদ $a = 2$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{সমান্তর ধারার প্রথম } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{n}{2} \{2 \times 2 + (n-1)2\} \\ &= n\{2 + n - 1\} \\ &= n(n+1) = n^2 + n \end{aligned}$$

শর্তমতে, $n^2 + n = 2550$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+51) - 50(n+51) = 0$$

$$\text{বা, } (n+51)(n-50) = 0$$

$$\therefore n+51 = 0 \quad \text{অথবা, } n-50 = 0$$

$$\text{বা, } n \neq -51 \quad \text{বা, } n = 50$$

[পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore n$ এর মান 50 (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধারার ১ম পদ $a = 2$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$

\therefore ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$$\begin{aligned} \text{সমান্তর ধারার } n \text{ তম বা শেষ পদ } p &= a + (n-1)d \\ &= 2 + (n-1)2 = 2n \end{aligned}$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}(a + p)$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2}(2 + 2n)$$

$$\text{বা, } 2550 = \frac{n}{2} \times 2(n+1)$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+51) - 50(n+51) = 0$$

$$\text{বা, } (n+51)(n-50) = 0$$

$$\therefore n+51 = 0 \quad \text{অথবা, } n-50 = 0$$

$$\text{বা, } n \neq -51 \quad \text{বা, } n = 50$$

[পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore n$ এর মান 50 (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ১৩ ও ১৬নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একটি সমান্তর ধারার ষষ্ঠ পদ 30 এবং একাদশতম পদ 55।

[সি.বো-১৬]

ক. প্রথম পদকে 'a' এবং সাধারণ অন্তরকে 'd' ধরে দুইটি সমীকরণ গঠন কর।

খ. উদ্দীপক অনুসারে ধারাটি গঠন কর।

গ. যদি ধারাটির n -সংখ্যক পদের সমষ্টি 6375 হয়, তবে n -এর মান নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

$$(ক) a + 5d = 30$$

$$a + 10d = 55$$

$$(খ) 5 + 10 + 15 + 20 + \dots; (গ) 50$$

১৭ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = n(n+1)$

$$\therefore n = 1 \text{ হলে, ধারাটির প্রথম পদ } S_1 = 1(1+1) = 2$$

$$\therefore n = 2 \text{ হলে, ধারাটির প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি } S_2 = 2(2+1) = 6$$

$$\therefore \text{ধারাটির দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

আবার, $n = 3$ হলে,

$$\text{ধারাটির প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি } S_3 = 3(3+1) = 12$$

$$\therefore \text{ধারাটির তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

$$\therefore \text{ধারাটি } 2 + 4 + 6 + \dots \dots \dots \text{ (Ans.)}$$

১৮ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটির 10 টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = n(n+1)$

$$\therefore \text{ধারাটির 10 টি পদের সমষ্টি } S_{10} = 10(10+1) \\ = 10 \times 11 = 110$$

$$\therefore \text{ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি 110 (Ans.)}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\therefore n = 1 \text{ হলে, ধারাটির প্রথম পদ } S_1 = 1(1+1) = 2$$

$$\therefore n = 2 \text{ হলে, ধারাটির প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি } S_2 = 2(2+1) = 6$$

$$\therefore \text{ধারাটির দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

আবার, $n = 3$ হলে,

$$\text{ধারাটির প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি } S_3 = 3(3+1) = 12$$

$$\therefore \text{ধারাটির তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

$$\therefore \text{ধারাটি } 2 + 4 + 6 + \dots \dots \dots$$

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ $a = 2$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$

ধারাটির পদসংখ্যা $n = 10$

আমরা জানি,

$$\text{প্রথম } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি } S_{10} = \frac{10}{2} \{2 \times 2 + (10-1)2\} \\ = 5(4 + 9 \times 2) \\ = 5(4 + 18) \\ = 5 \times 22 \\ = 110$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমষ্টি 110 (Ans.)}$$

১৯ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$$\text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore \text{ধারাটির 12 তম পদ} = a + (12-1)d \\ = a + 11d$$

আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{এখন, ধারাটির প্রথম 12 পদের সমষ্টি } S_{12} = \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\} \\ = 6(2a + 11d)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 6(2a + 11d) = 144$$

$$\text{বা, } 2a + 11d = \frac{144}{6}$$

$$\therefore 2a + 11d = 24 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার, ধারাটির 20 পদের সমষ্টি } S_{20} = \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\} \\ = 10(2a + 19d)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 10(2a + 19d) = 560$$

$$\text{বা, } 2a + 19d = \frac{560}{10}$$

$$\therefore 2a + 19d = 56 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$$

$$\text{বা, } 8d = 32$$

$$\therefore d = 4$$

d এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2a + 19 \times 4 = 56$$

$$\text{বা, } 2a = 56 - 76$$

$$\text{বা, } 2a = -20$$

$$\therefore a = -10$$

$$\therefore \text{প্রথম 6 পদের সমষ্টি } S_6 = \frac{6}{2} \{2a + (6-1)d\}$$

$$= \frac{6}{2} \{2 \times (-10) + (6-1)4\}$$

$$= 3(-20 + 5 \times 4)$$

$$= 3(-20 + 20)$$

$$= 3 \times 0 = 0$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম 6 পদের সমষ্টি 0 (Ans.)}$$

২০ কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং প্রথম n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$$\text{ধারার প্রথম } m \text{ পদের সমষ্টি } S_m = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\} = n$$

$$\text{বা, } 2a + (m-1)d = \frac{2n}{m} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = m$$

$$\text{বা, } 2a + (n-1)d = \frac{2m}{n} \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই

$$2a + (m-1)d - 2a - (n-1)d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$$

$$\text{বা, } (m-1-n+1)d = \frac{2n^2-2m^2}{mn}$$

$$\text{বা, } (m-n)d = \frac{2(n^2-m^2)}{mn}$$

$$\text{বা, } -(n-m)d = \frac{2(n-m)(n+m)}{mn}$$

$$\text{বা, } d = \frac{2(n-m)(n+m)}{-(n-m)mn}$$

$$\therefore d = -2 \frac{(n+m)}{mn}$$

তাহলে, প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি

$$S_{m+n} = \frac{m+n}{2} \{2a + (m+n-1)d\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \{2a + (m-1)d + nd\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} + n \cdot \frac{-2(n+m)}{mn} \right\} \text{ [(i) নং থেকে এবং } d \text{ এর মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - \frac{2(n+m)}{m} \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left(\frac{2n-2n-2m}{m} \right)$$

$$= \frac{m+n}{2} \cdot \frac{-2m}{m}$$

$$= -(m+n)$$

\therefore ধারার $(m+n)$ পদের সমষ্টি $-(m+n)$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

দেওয়া আছে, সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি $S_m = n$

এবং সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি $S_n = m$

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } m \text{ পদের সমষ্টি } S_m = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{বা, } n = \frac{m}{2} (2a + md - d)$$

$$\text{বা, } 2n = 2am + m^2d - md \dots (i)$$

$$\text{আবার, সমান্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{বা, } m = \frac{n}{2} (2a + nd - d)$$

$$\text{বা, } 2m = 2an + n^2d - nd \dots (ii)$$

(ii) $\times m -$ (i) $\times n$ করে পাই,

$$2m^2 - 2n^2 = 2amn + mn^2d - mnd - (2am + m^2nd - mnd)$$

$$\text{বা, } 2(m^2 - n^2) = mn^2d - m^2nd$$

$$\text{বা, } 2(m^2 - n^2) = mnd(n - m)$$

$$\text{বা, } 2(m+n)(m-n) = -mnd(m-n)$$

$$\text{বা, } -mnd = 2(m+n)$$

$$\therefore d = \frac{2(m+n)}{-mn}$$

d এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2m = n \left\{ 2a + (n-1) \cdot \frac{2(m+n)}{-mn} \right\}$$

$$\text{বা, } m = \frac{n}{2} \left\{ 2a - \frac{2(m+n)(n-1)}{mn} \right\}$$

$$\text{বা, } m = an - \frac{n(m+n)(n-1)}{mn}$$

$$\text{বা, } m = an - \frac{(m+n)(n-1)}{m}$$

$$\text{বা, } m + \frac{(m+n)(n-1)}{m} = an$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + mn - m + n^2 - n}{m} = an$$

$$\text{বা, } \frac{m^2 + n^2 + mn - m - n}{mn} = a$$

$$\therefore a = \frac{m^2 + n^2 + mn - m - n}{mn}$$

\therefore সমান্তর ধারার প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি

$$S_{m+n} = \frac{m+n}{2} \{2a + (m+n-1)d\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2(m^2 + n^2 + mn - m - n)}{mn} + (m+n-1) \cdot \frac{2(m+n)}{-mn} \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2(m^2 + n^2 + mn - m - n)}{mn} - \frac{2(m+n)(m+n-1)}{mn} \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \cdot \frac{2}{mn} \{m^2 + n^2 + mn - m - n - m^2 - mn + m - mn - n^2 + n\}$$

$$= \frac{m+n}{mn} (-mn)$$

$$= -(m+n) \text{ (Ans.)}$$

অঙ্কটি অনেক

important!!!

তাই অঙ্কটি বড় হলেও

সহজ। অন্তত দুইবার

অঙ্কটি করবে।

◆◆ অনুশীলনীর ৮ ও ২০নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

কোন সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m ।

ক. প্রয়োজনীয় সমীকরণ গঠন কর।

খ. ধারার $(m+n)$ তম পদ বের কর।

গ. ধারার প্রথম $(m+n)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

নিজে নিজে চেষ্টা কর

$$(খ) 0; (গ) \frac{(m+n)(m+n-1)}{2}$$

২১ কোনো সমান্তর ধারায় p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c হলে, দেখাও যে, $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$

সমাধান: মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= x$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$$\therefore \text{ধারাটির } p \text{ তম পদ} = x + (p-1)d = a \dots \dots \dots (i)$$

$$q \text{ তম পদ} = x + (q-1)d = b \dots \dots \dots (ii)$$

$$r \text{ তম পদ} = x + (r-1)d = c \dots \dots \dots (iii)$$

সমীকরণ (i) – (ii) করে পাই,

$$x + (p-1)d - \{x + (q-1)d\} = a - b$$

$$\text{বা, } x + (p-1)d - x - (q-1)d = a - b$$

$$\text{বা, } d(p-1-q+1) = a - b$$

$$\text{বা, } d(p-q) = a - b$$

$$\text{বা, } d = \frac{a-b}{p-q} \dots \dots \dots (iv)$$

আবার, সমীকরণ (ii) – (iii) করে পাই,

$$x + (q-1)d - \{x + (r-1)d\} = b - c$$

$$\text{বা, } x + (q-1)d - x - (r-1)d = b - c$$

$$\text{বা, } d(q-1-r+1) = b - c$$

$$\text{বা, } d(q-r) = b - c$$

$$\text{বা, } d = \frac{b-c}{q-r} \dots \dots \dots (v)$$

এখন, (iv) ও (v) হতে পাই,

$$\frac{a-b}{p-q} = \frac{b-c}{q-r}$$

$$\text{বা, } (a-b)(q-r) = (b-c)(p-q)$$

$$\text{বা, } a(q-r) - b(q-r) = b(p-q) - c(p-q)$$

$$\text{বা, } a(q-r) - b(q-r) - b(p-q) + c(p-q) = 0$$

$$\text{বা, } a(q-r) - bq + br - bp + bq + c(p-q) = 0$$

$$\therefore a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ x এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$$\therefore \text{সমান্তর ধারার প্রথম } p \text{ তম পদ} = x + (p-1)d = a$$

$$q \text{ তম পদ} = x + (q-1)d = b$$

$$\text{এবং } r \text{ তম পদ} = x + (r-1)d = c$$

$$\text{বামপক্ষ} = a(q-r) + b(r-p) + c(p-q)$$

$$= \{x + (p-1)d\}(q-r) + \{x + (q-1)d\}(r-p)$$

$$+ \{x + (r-1)d\}(p-q) [a, b, c \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= x(q-r) + d(p-1)(q-r) + x(r-p) + d(q-1)$$

$$(r-p) + x(p-q) + d(r-1)(p-q)$$

$$= x(q-r+r-p+p-q) + d(pq-pr-q+r+$$

$$qr-pq-r+p+pr-qr-p+q)$$

$$= x \times 0 + d \times 0 = 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

২২ দেখাও যে, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 125 = 169 + 171 + 173 + \dots \dots \dots + 209$

সমাধান: বামপক্ষ $= 1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 125$

ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 3 - 1 = 2$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

শেষ পদ $p = 125$ এবং পদ সংখ্যা $= n$

কিন্তু শেষ পদ $p = a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = 125$$

$$\text{বা, } 1 + (n-1)2 = 125$$

$$\text{বা, } (n-1)2 = 125 - 1$$

$$\text{বা, } (n-1)2 = 124$$

$$\text{বা, } n-1 = \frac{124}{2}$$

$$\text{বা, } n-1 = 62$$

$$\text{বা, } n = 62 + 1$$

$$\therefore n = 63$$

আমরা জানি, ধারাটির n পদের যোগফল $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$\therefore \text{ধারাটির } 63 \text{ পদের সমষ্টি } S_{63} = \frac{63}{2} \{2 \times 1 + (63-1)2\}$$

$$= \frac{63}{2} \times 2(1+62)$$

$$= 63 \times 63$$

$$= 3969$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 169 + 171 + 173 + \dots \dots \dots + 209$$

প্রথম পদ $a = 169$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 171 - 169 = 2$

ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

শেষ পদ $p = 209$ এবং পদ সংখ্যা $= n$

কিন্তু শেষ পদ $p = a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = 209$$

$$\text{বা, } 169 + (n-1)2 = 209$$

$$\text{বা, } (n-1)2 = 209 - 169$$

$$\text{বা, } (n-1)2 = 40$$

$$\text{বা, } n-1 = \frac{40}{2}$$

$$\text{বা, } n-1 = 20$$

$$\text{বা, } n = 20 + 1$$

$$\therefore n = 21$$

ধারাটির n পদের যোগফল $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$\therefore \text{ধারাটির } 21 \text{ পদের সমষ্টি } S_{21} = \frac{21}{2} \{2 \times 169 + (21-1)2\}$$

$$= \frac{21}{2} \times 2(169+20)$$

$$= 21 \times 189$$

$$= 3969$$

$$\therefore 1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 125 = 169 + 171 + 173 + \dots \dots \dots + 209$$

(দেখানো হলো)

২৩ এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছুসংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

সমাধান: প্রথম কিস্তিতে পরিশোধ করেন 1 টাকা

দ্বিতীয় কিস্তিতে পরিশোধ করেন $(1 + 2)$ টাকা = 3 টাকা

তৃতীয় কিস্তিতে পরিশোধ করেন $(3 + 2)$ টাকা = 5 টাকা

যেহেতু প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি

∴ টাকা পরিশোধের কিস্তি একটি সমান্তর ধারা,

যার প্রথম পদ $a = 1$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 2$

মনে করি, ঐ ব্যক্তি n সংখ্যক কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করবে।

অতএব, পদসংখ্যা = n

$$\begin{aligned}\therefore \text{ধারাটির } n \text{ পদের সমষ্টি} &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n-1)2\} \\ &= \frac{n}{2} \{2 + 2n - 2\} \\ &= \frac{n}{2} \times 2n \\ &= n^2\end{aligned}$$

শর্তমতে, $n^2 = 2500$

$$\text{বা, } n = \pm \sqrt{2500}$$

বা, $n = 50$ [∵ কিস্তি সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

অতএব, 50টি কিস্তিতে ঋণ শোধ করবে। (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ২৩নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

রফিক সাহেব একটি ব্যাংক থেকে 3375 টাকা ঋণ করলেন। পরবর্তীতে তিনি একটি সমান্তর ধারার অনুসারে প্রতিদিনে টাকা শোধ করলেন। ১ম দিন 31 টাকা এবং 17 তম দিনে তিনি ব্যাংকে 63 টাকা জমা দিলেন।

ক. অনুক্রম ও ধারার সংজ্ঞা দাও।

খ. 33 দিনে তাকে ব্যাংকে মোট কত টাকা জমা দিতে হবে?

গ. কত তম দিনে তার ঋণ পরিশোধ হবে?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(খ) 2079 টাকা; (গ) 45 দিনে

২৪ কোন সমান্তর ধারার দুইটি নির্দিষ্ট পদ, l তম পদ l^2 এবং k তম পদ k^2 ।

ক. ধারাটির প্রথম পদ a সাধারণ অন্তর d ধরে উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর।

খ. $(l + k)$ তম পদ নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর ধারাটির প্রথম $(l + k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{l+k}{2} (l^2 + k^2 + l + k)$ ।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, l তম পদ l^2 এবং k তম পদ k^2
আবার, ধারাটির ১ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d
এখন, l তম পদ = l^2

$$\therefore a + (l-1)d = l^2 \dots \dots \dots (i)$$

এবং k তম পদ = k^2

$$\therefore a + (k-1)d = k^2 \dots \dots \dots (ii)$$

খ ধারাটির $(l + k)$ তম পদ = $a + \{(l + k) - 1\}d \dots \dots (iii)$

‘ক’ এর সমীকরণদ্বয় বিয়োগ করে পাই,

$$a + (l-1)d = l^2$$

$$a + (k-1)d = k^2$$

$$\underline{\quad \quad \quad}$$

$$d(l-1-k+1) = l^2 - k^2$$

$$\text{বা, } d(l-k) = (l+k)(l-k)$$

$$\therefore d = (l+k)$$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a + (l-1)(l+k) = l^2$$

$$\text{বা, } a + l^2 + lk - l - k = l^2$$

$$\text{বা, } a = l + k - lk$$

a ও d এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned}\text{ধারাটির } (l+k) \text{ তম পদ} &= a + \{(l+k) - 1\}d \\ &= l + k - lk + (l+k-1)(l+k) \\ &= l + k - lk + (l+k)^2 - (l+k) \\ &= -lk + (l+k)^2 \\ &= -lk + l^2 + 2lk + k^2 \\ &= l^2 + lk + k^2\end{aligned}$$

গ আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক

$$\text{পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore (l+k) \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{l+k}{2} \{2a + (l+k-1)d\}$$

$$= \frac{l+k}{2} \{2(l+k-lk) + (l+k-1)(l+k)\}$$

$$= \frac{l+k}{2} (2l+2k-2lk+l^2+lk+lk+k^2-l-k)$$

$$= \frac{l+k}{2} (l^2 + k^2 + l + k)$$

$$\therefore (l+k) \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{l+k}{2} (l^2 + k^2 + l + k)$$

(প্রমাণিত)



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৫০

ক) নিচে ছয়টি অনুক্রমের সাধারণ পদ দেওয়া আছে। অনুক্রমগুলি লেখ:

- (১) $\frac{1}{n}$ (২) $\frac{n-1}{n+1}$ (৩) $\frac{1}{2^n}$ (৪) $\frac{1}{2^{n-1}}$
 (৫) $(-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$ (৬) $(-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}$

সমাধান:

১) দেওয়া আছে, অনুক্রমটির সাধারণ পদ $\frac{1}{n}$

$$n = 1 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 1\text{ম পদ} = \frac{1}{1} = 1$$

$$n = 2 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 2\text{য় পদ} = \frac{1}{2}$$

$$n = 3 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 3\text{য় পদ} = \frac{1}{3}$$

$$n = 4 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 4\text{র্থ পদ} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{অনুক্রমটি হলো: } 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n} \dots$$

২) দেওয়া আছে, অনুক্রমটির সাধারণ পদ $\frac{n-1}{n+1}$

$$n = 1 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 1\text{ম পদ} = \frac{1-1}{1+1} = 0$$

$$n = 2 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 2\text{য় পদ} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$n = 3 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 3\text{য় পদ} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4}$$

$$n = 4 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 4\text{র্থ পদ} = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \text{অনুক্রমটি হলো: } 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \dots, \frac{n-1}{n+1} \dots$$

৩) দেওয়া আছে, অনুক্রমটির সাধারণ পদ $\frac{1}{2^n}$

$$n = 1 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 1\text{ম পদ} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 2\text{য় পদ} = \frac{1}{2^2}$$

$$n = 3 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 3\text{য় পদ} = \frac{1}{2^3}$$

$$n = 4 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 4\text{র্থ পদ} = \frac{1}{2^4}$$

$$\therefore \text{অনুক্রমটি হলো: } \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \dots, \frac{1}{2^n} \dots$$

৪) দেওয়া আছে, অনুক্রমটির সাধারণ পদ $\frac{1}{2^{n-1}}$

$$n = 1 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 1\text{ম পদ} = \frac{1}{2^{1-1}} = \frac{1}{2^0} = 1$$

$$n = 2 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 2\text{য় পদ} = \frac{1}{2^{2-1}} = \frac{1}{2}$$

$$n = 3 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 3\text{য় পদ} = \frac{1}{2^{3-1}} = \frac{1}{2^2}$$

$$n = 4 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 4\text{র্থ পদ} = \frac{1}{2^{4-1}} = \frac{1}{2^3}$$

$$\therefore \text{অনুক্রমটি হলো: } 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}} \dots$$

৫) দেওয়া আছে, অনুক্রমটির সাধারণ পদ $(-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$

$$n = 1 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 1\text{ম পদ} = (-1)^{1+1} \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 2\text{য় পদ} = (-1)^{2+1} \frac{2}{2+1} = -\frac{2}{3}$$

$$n = 3 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 3\text{য় পদ} = (-1)^{3+1} \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$n = 4 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 4\text{র্থ পদ} = (-1)^{4+1} \frac{4}{4+1} = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore \text{অনুক্রমটি হলো: } \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \dots, (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1} \dots$$

৬) দেওয়া আছে, অনুক্রমটির সাধারণ পদ $(-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}$

$$n = 1 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 1\text{ম পদ} = (-1)^{1-1} \frac{1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{1}{3}$$

$$n = 2 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 2\text{য় পদ} = (-1)^{2-1} \frac{2}{2 \cdot 2 + 1} = -\frac{2}{5}$$

$$n = 3 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 3\text{য় পদ} = (-1)^{3-1} \frac{3}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{3}{7}$$

$$n = 4 \text{ হলে, অনুক্রমটির } 4\text{র্থ পদ} = (-1)^{4-1} \frac{4}{2 \cdot 4 + 1} = -\frac{4}{9}$$

$$\therefore \text{অনুক্রমটি হলো: } \frac{1}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, -\frac{4}{9}, \dots, (-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1} \dots$$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৫১

কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ ৫ এবং সাধারণ অন্তর ৭ হলে, ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ, ২২তম পদ, r তম এবং $(2p+1)$ তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ $a=5$ এবং সাধারণ অন্তর $d=7$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = a + d = 5 + 7 = 12$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = a + 2d = 5 + 2 \times 7 = 19$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = a + 3d = 5 + 3 \times 7 = 26$$

$$\text{পঞ্চম পদ} = a + 4d = 5 + 4 \times 7 = 33$$

$$\text{ষষ্ঠ পদ} = a + 5d = 5 + 5 \times 7 = 40$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$$\therefore \text{ধারাটির } 22 \text{ তম পদ} = a + (22-1)d = 5 + 21 \times 7 = 152$$

$$\therefore \text{ধারাটির } r \text{ তম পদ} = a + (r-1)d = 5 + (r-1) \times 7 = 5 + 7r - 7 = 7r - 2$$

$$\therefore \text{ধারাটির } (2p+1) \text{ তম পদ} = a + (2p+1-1)d = 5 + 2p \times 7 = 14p + 5$$