

## অনুশীলনী - ৫.৬

দুই চলকবিশিষ্ট সূচক সমীকরণ জোটে সাধারণত  $x$  ও  $y$ ।

দুইটি চলক থাকে এবং সমাধানে নিম্নোক্ত নিয়মটি ব্যবহৃত হয়।

নিয়ম:  $a \neq 1$  হলে  $a^x = a^m$  হবে যদি এবং কেবল যদি  $x = m$  হয়। এজন্য প্রথমে সমীকরণের উভয় পক্ষকে একই সংখ্যার ঘাত বা শক্তিরূপে প্রকাশ করা হয়।

উল্লেখ্য যে, চলক দুইটি  $x$  ও  $y$  হলে  $(x, y) = (a, b)$  এরূপ আকারে জোটের একটি সমাধান যদি সমীকরণ দুইটিতে  $x$  স্থলে  $a$  এবং  $y$  স্থলে  $b$  বসালে তাদের উভয় পক্ষ সমান হয়।



### অনুশীলনীর সমাধান



$$\begin{aligned} 1 \quad & 2^x + 3^y = 31 \\ & 2^x - 3^y = -23 \end{aligned}$$

সমাধান:  $2^x + 3^y = 31 \dots \dots \dots (i)$

$$2^x - 3^y = -23 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2 \cdot 2^x = 8$$

$$\text{বা, } 2^x = 4$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^2$$

$$\therefore x = 2 \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$$

আবার (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2 \cdot 3^y = 54$$

$$\text{বা, } 3^y = 27$$

$$\text{বা, } 3^y = 3^3$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, 3)$$

$$\begin{aligned} 2 \quad & 3^x = 9^y \\ & 5^{x+y+1} = 25^{xy} \end{aligned}$$

সমাধান:  $3^x = 9^y \dots \dots \dots (i)$

$$5^{x+y+1} = 25^{xy} \dots \dots \dots (ii)$$

(i) থেকে পাই,

$$3^x = 9^y$$

$$\text{বা, } 3^x = (3^2)^y$$

$$\text{বা, } 3^x = 3^{2y}$$

$$\therefore x = 2y \dots \dots \dots (iii) \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$$

আবার (ii) থেকে পাই,

$$5^{x+y+1} = 25^{xy}$$

$$\text{বা, } 5^{x+y+1} = (5^2)^{xy}$$

$$\text{বা, } 5^{x+y+1} = 5^{2xy}$$

$$\therefore x + y + 1 = 2xy \dots \dots \dots (iv)$$

(iii) থেকে  $x$  এর মান (iv) এ বসিয়ে পাই,

$$2y + y + 1 = 2 \cdot 2y \cdot y$$

$$\text{বা, } 2y + y + 1 = 4y^2$$

$$\text{বা, } 4y^2 - 3y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4y^2 - 4y + y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4y(y - 1) + 1(y - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 1)(4y + 1) = 0$$

$$\therefore y - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } 4y + 1 = 0$$

$$\text{বা, } y = 1$$

$$\text{বা, } y = -\frac{1}{4}$$

$y$  এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 1 \text{ হলে, } x = 2 \cdot 1 = 2$$

$$y = -\frac{1}{4} \text{ হলে, তখন } x = 2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

$$\begin{aligned} 3 \quad & 3^x \cdot 9^y = 81 \\ & 2x - y = 8 \end{aligned}$$

সমাধান:  $3^x \cdot 9^y = 81 \dots \dots \dots (i)$

$$2x - y = 8 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) থেকে পাই,

$$3^x \cdot 9^y = 81$$

$$\text{বা, } 3^x \cdot (3^2)^y = 3^4 \quad [\because 3^4 = 81]$$

$$\text{বা, } 3^x \cdot 3^{2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } 3^{x+2y} = 3^4$$

$$\therefore x + 2y = 4$$

$$\text{বা, } x + 2y - 4 = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

$$(ii) \text{ থেকে, } 2x - y - 8 = 0 \dots \dots \dots (iv)$$

(iii) + (iv)  $\times 2$  প্রয়োগ করে পাই,

$$x + 2y - 4 + 4x - 2y - 16 = 0$$

$$\text{বা, } 5x - 20 = 0$$

$$\text{বা, } 5x = 20$$

$$\therefore x = 4$$

 $x$  এর মান (iii) নং বসিয়ে পাই,

$$4 + 2y - 4 = 0$$

$$\text{বা, } 2y = 0$$

$$\therefore y = 0$$

$$\therefore x = 4, y = 0$$

 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (4, 0)$ 

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $3^x \cdot 9^y = 81 \dots \dots \dots$  (i)

$$2x - y = 8 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং হতে পাই,

$$3^x \cdot 3^{2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } 3^{x+2y} = 3^4$$

$$\text{বা, } x + 2y = 4$$

$$\therefore x = 4 - 2y \dots \dots \dots$$
 (iii)

(ii) নং এ  $x = 4 - 2y$  বসিয়ে পাই,

$$2(4 - 2y) - y = 8$$

$$\text{বা, } 8 - 4y - y = 8$$

$$\text{বা, } 8 - 5y = 8$$

$$\text{বা, } -5y = 8 - 8$$

$$\text{বা, } -5y = 0$$

$$\therefore y = 0$$

 $y$  এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x = 4 - 2 \times 0$$

$$\therefore x = 4$$

নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (4, 0)$ 

8  $2^x \cdot 3^y = 18$   
 $2^{2x} \cdot 3^y = 36$

সমাধান:  $2^x \cdot 3^y = 18 \dots \dots \dots$  (i)

$$2^{2x} \cdot 3^y = 36 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2^{2x} \cdot 3^y}{2^x \cdot 3^y} = \frac{36}{18}$$

$$\text{বা, } 2^{2x-x} \cdot 3^{y-y} = 2 \quad [\because y \neq 0 \text{ এবং } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^1$$

$$\therefore x = 1 \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$$

 $x$  এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$2^1 \cdot 3^y = 18$$

$$\text{বা, } 3^y = 9$$

$$\text{বা, } 3^y = 3^2$$

$$\therefore y = 2 \quad [\because a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$$

 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (1, 2)$ 

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$2^x \cdot 3^y = 18 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$2^{2x} \cdot 3^y = 36 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(ii) নং হতে পাই,  $2^{2x} \cdot 3^y = 36$ 

$$\text{বা, } 2^x \cdot (2^x \cdot 3^y) = 36$$

$$\text{বা, } 2^x \cdot 18 = 36$$

$$\text{বা, } 2^x = \frac{36}{18}$$

$$\text{বা, } 2^x = 2^1$$

$$\therefore x = 1$$

 $x$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $2^1 \cdot 3^y = 18$ 

$$\text{বা, } 3^y = \frac{18}{2}$$

$$\text{বা, } 3^y = 3^2$$

$$\text{বা, } y = 2$$

 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (1, 2)$ 

৫  $a^x \cdot a^{y+1} = a^7$   
 $a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$

সমাধান:  $a^x \cdot a^{y+1} = a^7 \dots \dots \dots$  (i)

$$a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20} \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) থেকে,

$$a^x \cdot a^{y+1} = a^7$$

$$\text{বা, } a^{x+y+1} = a^7$$

$$\therefore x + y + 1 = 7$$

$$\text{বা, } x + y - 6 = 0 \dots \dots \dots$$
 (iii)

(ii) থেকে,

$$a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$$

$$\text{বা, } a^{2y+3x+5} = a^{20}$$

$$\therefore 2y + 3x + 5 = 20 \quad [\because a^n = a^m \text{ হলে } n = m]$$

$$\text{বা, } 3x + 2y - 15 = 0 \dots \dots \dots$$
 (iv)

এখন, (iii) ও (iv) থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতি অনুসারে,

$$\frac{x}{1 \times (-15) - (-6) \times 2} = \frac{y}{(-6) \times 3 - (-15) \times 1} = \frac{1}{1 \times 2 - 3 \times 1}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-15 + 12} = \frac{y}{-18 + 15} = \frac{1}{2 - 3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-3} = \frac{y}{-3} = \frac{1}{-1}$$

$$\therefore x = 3 \text{ এবং } y = 3$$

 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (3, 3)$

## সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $a^x \cdot a^{y+1} = a^7 \dots \dots \dots$  (i)

$$a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20} \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং হতে পাই,

$$a^x \cdot a^{y+1} = a^7$$

$$\text{বা, } a^{x+y+1} = a^7$$

$$\text{বা, } x + y + 1 = 7$$

$$\therefore x + y = 6 \dots \dots \dots$$
 (iii)

(ii) নং হতে পাই,

$$a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$$

$$\text{বা, } a^{2y+3x+5} = a^{20}$$

$$\text{বা, } 2y + 3x + 5 = 20$$

$$\therefore 2y + 3x = 15 \dots \dots \dots$$
 (iv)

(iii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (iv) নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$$3x + 2y - 2x - 2y = 15 - 12$$

$$\therefore x = 3$$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 6 - 3 = 3$$

নির্ণেয় সমাধান  $(x, y) = (3, 3)$

$$\boxed{৬} \quad \begin{aligned} y^x &= x^2 \\ x^{2x} &= y^4 \quad (y \neq 1) \end{aligned}$$

সমাধান:  $y^x = x^2 \dots \dots \dots$  (i)

$$x^{2x} = y^4 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(ii) থেকে,

$$x^{2x} = y^4$$

$$\text{বা, } (x^2)^x = y^4$$

$$\text{বা, } (y^x)^x = y^4 \quad [(i) \text{ থেকে } x^2 \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } y^{x^2} = y^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\text{বা, } x = \pm 2$$

x এর মান (i) বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } y^2 = 2^2 \text{ বা, } y^2 = 4 \text{ বা, } y = \pm 2$$

$$x = -2 \text{ হলে, } y^{-2} = (-2)^2 \text{ বা, } \frac{1}{y^2} = 4 \quad [\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}]$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{1}{4} \quad [\text{বিপরীতকরণ করে}]$$

$$\text{বা, } y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } (x, y) = (2, \pm 2), \left(-2, \pm \frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{৭} \quad \begin{aligned} y^x &= 4 \\ y^2 &= 2^x \end{aligned}$$

সমাধান:  $y^x = 4 \dots \dots \dots$  (i)

$$y^2 = 2^x \dots \dots \dots$$
 (ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$y^2 = 2^x$$

$$\text{বা, } (y^2)^{\frac{1}{2}} = (2^x)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } y = 2^{\frac{x}{2}} \dots \dots \dots$$
 (iii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$y^x = 4$$

$$\text{বা, } \left(2^{\frac{x}{2}}\right)^x = 4 \quad [(iii) \text{ নং থেকে } y = 2^{\frac{x}{2}} \text{ বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^{\frac{x^2}{2}} = 2^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{2} = 2$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

এবং  $x = -2$  হলে,  $y^{-2} = 4$

$$\text{বা, } \frac{1}{y^2} = 4$$

$$\text{বা, } y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$

## সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$y^x = 4 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$y^2 = 2^x \dots \dots \dots$$
 (ii)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$y^2 = 2^x$$

$$\text{বা, } (y^2)^x = (2^x)^x \quad [\text{উভয়পক্ষের ঘাত } x\text{-এ উন্নীত করে}]$$

$$\text{বা, } y^{2x} = 2^{x^2} \quad [(a^m)^n = a^{mn}]$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 = 2^{x^2} \quad [(a^m)^n = a^{mn}]$$

$$\text{বা, } (4)^2 = 2^{x^2} \quad [(i) \text{ থেকে } y^x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } (2^2)^2 = 2^{x^2}$$

$$\text{বা, } 2^4 = 2^{x^2}$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\text{বা, } x = \pm 2$$

x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } y^2 = 4 \text{ বা, } y = \pm 2$$

$$x = -2 \text{ হলে, } y^{-2} = 4 \text{ বা, } \frac{1}{y^2} = 4 \text{ বা, } y^2 = \frac{1}{4} \text{ বা, } y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, \pm 2), \left(-2, \pm \frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{৮} \quad 4^x = 2^y$$

$$(27)^{xy} = 9^{y+1}$$

সমাধান:  $4^x = 2^y \dots \dots \dots$  (i)

$$(27)^{xy} = 9^{y+1} \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$(2^2)^x = 2^y$$

$$\text{বা, } 2^{2x} = 2^y \quad ; \quad [(a^m)^n = a^{mn}]$$

$$\therefore 2x = y \dots \dots \dots$$
 (iii) ;  $[a^m = a^n \text{ হলে } m = n]$

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$(27)^{xy} = 9^{y+1}$$

$$\text{বা, } (3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$$

$$\text{বা, } 3^{3xy} = 3^{2(y+1)}$$

$$\therefore 3xy = 2(y+1) \dots \dots \dots$$
 (iv)

(iii) থেকে  $y$  এর মান (iv) এ বসিয়ে পাই,

$$3x \cdot 2x = 2(2x+1)$$

$$\text{বা, } 6x^2 = 2(2x+1)$$

$$\text{বা, } 3x^2 = 2x+1$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 3x + x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 3x(x-1) + 1(x-1) = 0$$

$$\text{বা, } (x-1)(3x+1) = 0$$

$$\therefore x-1 = 0 \quad \text{অথবা, } 3x+1 = 0$$

$$\text{বা, } x = 1 \quad \text{বা, } x = -\frac{1}{3}$$

$x$  এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 1 \text{ হলে, } y = 2 \cdot 1 = 2$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ হলে, } y = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$\boxed{৯} \quad 8y^x - y^{2x} = 16$$

$$2^x = y^2$$

সমাধান: দেওয়া আছে,  $8y^x - y^{2x} = 16 \dots \dots \dots$  (i)

$$2^x = y^2 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$8y^x - y^{2x} = 16$$

$$\text{বা, } 8y^x - y^{2x} - 16 = 0$$

$$\text{বা, } y^{2x} - 8y^x + 16 = 0 \quad ; \quad [-1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + (4)^2 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x - 4)^2 = 0$$

$$\text{বা, } y^x = 4$$

$$\text{বা, } y^x = 2^2 \dots \dots \dots$$
 (iii)

$$\text{বা, } (y^x)^2 = (2^2)^2 \quad ; \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } y^{2x} = 2^4$$

$$\text{বা, } (y^2)^x = 2^4$$

$$\text{বা, } (2^x)^x = 2^4 \quad ; \quad [(ii) \text{ থেকে মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$x$  এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } 2^2 = y^2 \text{ বা, } y^2 = 4 \text{ বা, } y = \pm 2$$

$$x = -2 \text{ হলে, } 2^{-2} = y^2 \text{ বা, } \frac{1}{2^2} = y^2 \text{ বা, } y^2 = \frac{1}{4} \text{ বা, } y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, \pm 2), \left(-2, \pm \frac{1}{2}\right)$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$8y^x - y^{2x} = 16 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$2^x = y^2 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + 4^2 = 0$$

$$\text{বা, } (y^x - 4)^2 = 0$$

$$\text{বা, } y^x - 4 = 0$$

$$\text{বা, } y^x = 4 \dots \dots \dots$$
 (iii)

আবার (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$2^x = y^2$$

$$\text{বা, } (2^x)^x = (y^2)^x$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = y^{2x}$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = (y^x)^2$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 4^2 \quad ; \quad [(iii) \text{ থেকে } y^x \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^{x^2} = 2^4$$

$$\text{বা, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$x$  এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \text{ হলে, } 2^2 = y^2 \text{ বা, } y^2 = 4 \text{ বা, } y = \pm 2$$

$$x = -2 \text{ হলে, } 2^{-2} = y^2 \text{ বা, } y^2 = \frac{1}{2^2} \text{ বা, } y^2 = \frac{1}{4} \text{ বা, } y = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, \pm 2), \left(-2, \pm \frac{1}{2}\right)$$