অনুশীলনী - 8.৩



অনুশীলনীর সমাধান



১ কোন শর্তে $a^0 = 1$?

$$(\overline{\Phi}) a = 0$$

(গ)
$$a > 0$$

(গ)
$$a > 0$$
 (ঘ) $a \neq 1$

ব্যাখ্যা: $a \neq 0$ শর্তে $a^0 = 1$ অর্থাৎ শূন্য বাদে যেকোনো সংখ্যার ঘাত শূন্য হলে তার

মন্তব্য : a=0 হলে $a^0=0^0$ যা গাণিতিকভাবে অসংজ্ঞায়িত।

ভেনে রাখ:
$$\frac{1}{0}$$
, $\frac{a}{0}$, $\frac{0}{0}$, 0×0 , $\infty \times \infty$, $\frac{0}{\infty}$, $\frac{\infty}{0}$, $\infty + \infty$, $\infty - \infty$

ইত্যাদি গণিতে অসংজ্ঞায়িত রূপ বিবেচনা করা হয়

$\stackrel{?}{\sim}$ $\stackrel{?}$

(ক)
$$\sqrt[6]{4}$$

$$(\sqrt[3]{5})$$

(গ)
$$(\sqrt{5})^3$$
 (ঘ) $\sqrt[3]{2}$

ব্যাখ্যা:
$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5 \times 5} = \sqrt[3]{25}$$

ত log a = 1 সঠিক কোন শৰ্তে?

$$(\overline{\Phi}) a > 0$$

(গ)
$$a > 0, a \ne 1$$

$$(\triangledown) \ a \neq 0, a > 1$$

ব্যাখ্যা: যদি a > 0 এবং $a \ne 1$ হয় তবে (i) $\log_a 1 = 0$ (ii) $\log_a a = 1$ মন্তব্য: ভিত্তি কখনও ঋণাত্মক হতে পারে নাঁ।

$\log_x 4 = 2$ হলে, x এর মান কত?

$$(\overline{\diamond}) 2$$
 $(\forall) \pm 2$

ব্যাখ্যা: $\log_x y = x$ যদি এবং কেবল যদি $a^x = y$ হয়।

$$\log_x 4 = 2 \text{ at, } 4 = x^2 \text{ at, } \sqrt{4} = (\sqrt{x})^2 \therefore x = 2$$

$lue{C}$ একটি সংখ্যাকে $a imes 10^n$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি?

$$(\Phi)$$
 1 < a < 10

(খ)
$$1 \le a \le 10$$

$$(4) 1 \le a \le 10$$

(ঘ)
$$1 < a \le 10$$

ব্যাখ্যা: $a \times 10^n$ হলো কোনো সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ।

যেখানে $1 \le a < 10$ এবং $n \in Z$

$b \mid a > 0, b > 0$ এবং $a \neq 1, b \neq 1$ হলে

i.
$$\log_a b \times \log_b a = 1$$

ii. $\log_a M^r = M \log_a r$

ii.
$$\log_a M^r = M \log_a r$$

iii.
$$\log_a \left(\sqrt[3]{a} . \sqrt{a} \right) = \frac{5}{6}$$

ওপরের কোন তথ্যগুলো সঠিক?

(খ) ii

(গ) i ও iii

(ঘ) ii ও iii

ব্যাখ্যা: (i) নং সঠিক কারণ, $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b \times \log_b a = 1$ [Ref: পাঠাবই পৃষ্ঠা-৮৪, অনুসিদ্ধান্ত দুষ্টব্য]

(ii) নং সঠিক নয় কারণ, সূত্রানুসারে, $\log_a M' = r \log_a M$ [Ref: পঠিবেই পৃষ্ঠা-৮৩, সূত্র-৯]

(iii) নং সঠিক কারণ,
$$\log_a \left(\sqrt[3]{a}.\sqrt{a}\right) = \log_a a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}}$$

$$= \log_a a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}$$

$$= \log_a a^{\left(\frac{2+3}{6}\right)}$$

$$= \frac{5}{6}\log_a a = \frac{5}{6}.1 = \frac{5}{6}$$

৭ 0.0035 এর সাধারণ লগের পুর্ণক কত?

ব্যাখ্যা:
$$0.0035 = \frac{35}{10^4} = 35 \times 10^{-4} = 3.5 \times 10^1 \times 10^{-4} = 3.5 \times 10^{-3}$$

0.0225 সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের (৮-১০) প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

সংখ্যাটির a^n আকার নিচের কোনটি সঠিক?

$$(\overline{a})(2.5)^2$$

$$(\forall) (.015)^2$$
 $(\dagger) (1.5)^2$ $(\dagger) (.15)^2$

ব্যাখ্যা:
$$(.15)^2 = .15 \times .15 = 0.0225$$

মন্তব্য: Calculator ব্যবহার করে উত্তর বের কর।

সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক আকার নিচের কোনটি?

$$(\overline{\Phi}) 225 \times 10^{-4}$$

(খ)
$$22.5 \times 10^{-3}$$

(গ)
$$2.25 \times 10^{-2}$$

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা:
$$0.0225 = \frac{225}{10^4} = 225 \times 10^{-4} = 2.25 \times 10^2 \times 10^{-4} = 2.25 \times 10^{-2}$$

১০ সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

(গ) 0.000245

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিকরূপ $2.25 imes 10^{-2}$

∴ সাধারণ লগের পূর্ণক -2 বা $\overline{2}$

১১ বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর:

- (季) 6530 (ঘ) 37500000
- (খ) 60.831
- (%) 0.00000014

$$= 6.530 \times 1000$$
$$= 6.53 \times 10^{3}$$

$$=6.0831 \times 10$$

$$=6.0831 \times 10^{-1}$$

$$= \frac{245}{1000000} = \frac{245}{10^6} = 245 \times 10^{-6} = 2.45 \times 10^{-2} \times 10^{-6}$$

$$= 3.75 \times 100000000$$

$$= 3.75 \times 10^7$$

$$=\frac{14}{100000000}$$

$$= 1.4 \times 10 \times 10^{-8}$$
$$= 1.4 \times 10^{-7}$$

🖂 মন্তব্য : calculator ব্যবহার করে উত্তর বের কর।

দৃষ্টি আকর্ষণ: বৈজ্ঞানিক রূপের মূল কথা হলো:

- i. প্রথমে 1 থেকে 9 পর্যন্ত যেকোনো একটি সার্থক অঙ্ক থাকবে।
- ii. প্রথম সার্থক অঙ্কের পর দশমিক বিন্দু বসিয়ে সংখ্যাটিকে সূচক আকারে লিখতে হবে।

১২ সাধারণ দশমিক রূপে প্রকাশ করঃ

(**季**) 10⁵

(খ) 10^{-5} (ঙ) 3.12×10^{-5} (গ) 2.53 × 10⁴

্ষ) 9.813 × 10⁻³ সমাধান:

$$74|9|9$$
:
$$= 100000$$

10⁻⁵

$$=\frac{1}{10^5}$$
$$=\frac{1}{1000}$$

 $= \frac{100000}{1000001}$ = 0.00001

$$\begin{array}{l} \text{ } 2.53 \times 10^4 \\ = 2.53 \times 10000 \\ = 25300 \end{array}$$

 $\begin{array}{l}
\boxed{9.813 \times 10^{-3}} \\
= \frac{9.813}{10^{3}} \\
= \frac{9.813}{1000}
\end{array}$

= 0.009813 $= 3.12 \times 10^{-5}$ $= \frac{3.12}{10^{5}}$ $= \frac{3.12}{100000}$ = 0.0000312

মন্তব্য: Calculator ব্যবহার করে উত্তর বের কর।

४৯) দৃষ্টি আকর্ষণ: সাধারণ দশমিকে প্রকাশ হলো সূচক (a^n) আকারের রাশিকে ভাঙ্গাতে হবে।

♦♦ অনুশীলনীর ১১ ও ১২নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর ♦♦

নেপচুনিয়ামের আণবিক ভর $3.28 imes 10^{-28}~kg$ একটি কক্ষে $6 imes 10^{29}$ টি নেপচুনিয়াম অণু রয়েছে।

- ক. নেপুচনিয়ামের আণবিক ভরকে গ্রাম এককে স্বাভাবিক রূপে লেখ।
- খ. উক্ত কক্ষে মোট কত গ্রাম নেপচুনিয়াম গ্যাস রয়েছে?
- গ. এখন অপর একটি কক্ষে 40×10^{30} টি নেপচুনিয়াম অণু থাকলে তার আণবিক ভর স্বাভাবিক রূপে লেখ।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

- (খ) 196800 gm; (গ) 13120000 gm

১৩ নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে):

- (季) 4820
- (খ) 72.245
- (গ) 1.734

- (ঘ) 0.045
- (%) 0.000036

সমাধানঃ



- $=4.820 \times 1000$
- $=4.82\times10^{3}$

4820

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে চারটি অঙ্ক আছে।

- \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক =4-1=3
- ∴ 4820 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3

1 72.245

- $= 7.2245 \times 10^{1}$
- ∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে দুইটি অঙ্ক আছে।

- ∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = 2 1 = 1
- ∴ 72.245 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1

1.734

 $= 1.734 \times 10^{0}$

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 0

0.045

 $=\frac{45}{1000}$

 $= 4.5 \times 10 \times 10^{-3}$

 $=4.5\times10^{-2}$

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $\bar{2}$

8 0.

 $= \frac{0.000036}{1000000}$

 $=\frac{36}{10}$

 $= 3.6 \times 10 \times 10^{-6}$

 $=3.6\times10^{-5}$

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 5

বি.দ্র: 'গ', 'ঘ' এবং 'ঙ' নং এ উল্লেখিত প্রশ্নগুলো 'ক' এর মত বিকল্প পদ্ধতিতে সমাধান করা যায়।

☑ দৃষ্টি আকর্ষণ: পূর্ণক বের করার নিয়ম হলো:

নিয়ম-১: বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশিত কোনো সংখ্যার 10 এর পাওয়ার বা ঘাতই হলো সংখ্যাটির পূর্ণক।

নিয়ম-২: সাধারণ দশমিক সংখ্যার দশমিক বিন্দুর বামে যতগুলো অঙ্ক থাকে, পূর্ণকের মান হবে তার থেকে 1 কম।

১৪ ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর:

(ক) 27 খে) 63.147 গে) 1.405 খে) 0.0456 খে) 0.000673

সমাধানঃ

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, AC log 27 = 1.43136

∴ log 27 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক 0.43136

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, $AC \log 63.147 = 1.80035$

∴ log 63.147 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক 0.80035

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, AC log 1.405 = 0.147676

∴ log 1.405 এর পূর্ণক 0 এবং অংশক 0.147676

য 0.0456

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে পাই, $\log 0.0456 = -1.34104$

∴ log 0.0456 এর পূর্ণক = – 1 (1 + 1)

$$=$$
 -2 বা $\overline{2}$

এবং অংশক (1 - 0.34104) = 0.65896

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

 $0.0456 = 4.56 \times 10^{-2}$

 $\log (0.0456) = \log (4.56 \times 10^{-2}) = \log 4.56 - 2$

সংখ্যাটি লগের পূর্ণক =-2 বা $\bar{2}$

সংখ্যাটির লগের অংশক $\log 4.56 = 0.65896$

3 0.000673

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে পাই,

 $\log 0.000673 = -3.17198$

 $\therefore \log 0.000673$ এর পূর্ণক -(3+1) = -4 বা $\bar{4}$

এবং অংশক (1 – 0.17198) = 0.82802

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

 $0.000673 = 6.73 \times 10^{-4}$

 $\log (0.000673) = \log (6.73 \times 10^{-4}) = \log 6.73 - 4$

সংখ্যাটির লগের পূর্ণক =-4 বা $\bar{4}$

সংখ্যাটির লগের অংশক $\log 6.73 = 0.82802$

♣ দৃষ্টি আকর্ষণ: সংখ্যার ক্ষেত্রে 10 থেকে ভিত্তি হিসেবে ধরতে হবে তাই ক্যালকুলেটরে 10 ভিত্তিক লগারিদমের বাটন \log নির্বাচন করা হয়েছে।

🕨 🔷 অনুশীলনীর ১৩ ও ১৪নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর 🔷 🔷

यिन P = 0.0021 এবং Q = 0.031 এবং C = 256

- ক. পূৰ্ণক কি?
- খ. $log_x C = log P. log Q$ হলে x এর মান বের কর।
- গ. log P এবং log C এর অংশক এবং পূর্ণক বের কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(খ) 4; (গ) 0.408239 এবং 2

<u>১৫</u> গুণফলের/ভাগফলের সাধারণ লগ (আসন্ন পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর:

- $(\overline{2})$ 5.34 × 8.7
- (খ) 0.79 × 0.56
- (গ) 22.2642 ÷ 3.42
- (ঘ) 0.19926 ÷ 32.4

সমাধানঃ

ক

$$5.34 \times 8.7$$

$$=46.458$$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, $|AC| |\log| |46.458| = 1.66706$

 $\log (5.34 \times 8.7) = 1.66706$

 $\bigcirc 0.79 \times 0.56$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে পাই,

$$\log 0.79 = -0.10237$$

এবং log 0.56 = -0.25181

- $\log (0.79 \times 0.56)$
- $= \log 0.79 + \log 0.56$
- =-0.10237-0.25181
- =-0.35418
- -0.35418 এর পূর্ণক $(0-1) = -1 = \overline{1}$

0.35418 এর অংশক (1 - .35418) = 0.64582

 $\log (0.79 \times 0.56) = \overline{1}.64582$

গ $22.2642 \div 3.42$ = 6.51

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, $|AC| \log |6.51| = 0.81358$

 $\log (22.2642 \div 3.42) = 0.81358.$

(1) 0.19926 ÷ 32.4

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে পাই,

 $\log 0.19926 = -0.70058$

এবং log 32.4 = 1.51055

- $\log (0.19926 \div 32.4)$
- $= \log 0.19926 \log 32.4$
- =-0.70058-1.51055
- = -2.21113
- -2.21113 এর পূর্ণক $(-2-1) = -3 = \overline{3}$
- 0.21113 এর অংশক (1 .21113) = 0.78888
- $\log (0.19926 \div 32.4) = \overline{3}.78888$

যদি log2 = 0.30103, log3 = 0.47712 এবং

log7 = 0.85410 হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর নির্ণয় কর:

(**季**) log 9

- (খ) log 28
- (গ) log 42

সমাধানঃ

ক log 9

- $= \log 3^2$
- $= 2 \log 3$
- $= 2 \times 0.47712$
- = 0.95424

থ log 28

- $= \log (4 \times 7)$
- $=\log(2^2\times7)$
- $= \log 2^2 + \log 7$ $= 2 \log 2 + \log 7$
- $= 2 \log 2 + \log 7$
- $= 2 \times 0.30103 + 0.85410$
- = 1.45616

📣 বিদ্র: পাঠ্যবইয়ে 1.45616 এর পরিবর্তে 1.44710 দেওয়া হয়েছে।

প log 42

- $= \log (3 \times 2 \times 7)$
- $= \log 3 + \log 2 + \log 7$
- = 0.47712 + 0.30103 + 0.85410
- = 1.63225

📣 বি.দ্র: পাঠ্যবইয়ে 1.63225 এর পরিবর্তে 1.62325 দেওয়া হয়েছে।

<u>১৭</u> দেওয়া আছে, x = 1000 এবং y = 0.0625

ক. x কে a^nb^n আকারে প্রকাশ কর. যেখানে $a \circ b$ মৌলিক সংখ্যা। খ. x ও y এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর। গ. xv এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

্ৰখনে,
$$x = 1000$$

= 8×125

$$= 8 \times 123$$
$$= 2^3 \times 5^3$$

 $\therefore x = 1000$ কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশিত রূপ $2^3.5^3$. যেখানে a=2 ও b=5 মৌলিক সংখ্যা।

থ্য এখানে, *x* = 1000 এবং v = 0.0625

∴
$$x$$
 এবং y এর গুণফল = $1000 \times 0.0625 = 62.5$
এখন, $62.5 = 6.25 \times 10 = 6.25 \times 10^1$

 $\therefore x$ ও y গুণফলের বৈজ্ঞানিক আকার 6.25×10^1

্পি 'খ' হতে প্ৰাপ্ত, xy=62.5

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, AC log 62.5 = 1.79588

∴ log 62.5 এর পূর্ণক 1

এবং অংশক .79588

62.5 এর সাধারণ লগের পূর্ণক 1 এবং অংশক .79588

🖂 জেনে রাখা ভালো:

- i. সংখ্যার ক্ষেত্রে লগারিদমের ভিত্তিকে 10 ধরতে হয়।
- ii. ক্যালকুলেটরে 10 ভিত্তিক লগারিদমের জন্য 'log' button ব্যবহার করতে হয়।
- iii. e ভিত্তিক লগারিদমের জন্য 'ln' button ব্যবহার করতে হয়।



নিচের সংখ্যাগুলোকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর:

(季) 15000

(학) 0.000512

(গ) 123.000512

সমাধানঃ

lacktriangle কোনো সংখ্যার $a imes 10^n$ রূপকে বলা হয় সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক আকার। যেখানে $1 \le a < 10$ এবং $n \in Z$ ।

 $15000 = 15 \times 1000$ $= 15 \times 10^{3}$ $=\frac{15}{10}\times10\times10^3$ $= 1.5 \times 10^4$

যা $a \times 10^n$ আকারের।

অতএব, 1500 এর বৈজ্ঞানিক রূপ = 1.5×10^4

 $0.000512 = \frac{512}{100000}$ $=512 \times 10^{-6}$ $=\frac{512}{100}\times100\times10^{-6}$ $=5.12\times10^2\times10^{-6}$ $=5.12 \times 10^{-4}$

যা $a \times 10^n$ আকারের ।

অতএব, 0.000512 এর বৈজ্ঞানিক রূপ = 5.12×10^{-4}

দৃষ্টি আকর্ষণ: বৈজ্ঞানিক পদ্ধতির মূল কথা হল কোনো সংখ্যার প্রথম সার্থক অঙ্কের পর দশমিক বসিয়ে সংখ্যাটিকে সূচক আকারে লেখা।

- $i. \quad 0.06327$ এর বৈজ্ঞানিক রূপ 6.327×10^{-2} [১ম সার্থক অঙ্ক 6এর পর দশমিক বিন্দু বসিয়ে সংখ্যাটি লেখা হয়েছে]
- $ii. \ 0.000512 = 5.12 \times 10^{-4}$ প্রথম সার্থক অঙ্ক 5 এর পর দশমিক বিন্দু বসিয়ে সংখ্যাটি লেখা হয়েছে]
- 123.000512 = $1.23000512 \times 10^{-2}$ $= 1.23000512 \times 10^{-2}$ যা a $\times 10^{-n}$ আকারের $\therefore 123.000512$ এর বৈজ্ঞানিক রূপ = $1.23000512 \times 10^{-2}$

(季) 2550

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্মলিখিত সংখ্যাগুলোর 10 ও e ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর:

(খ) 52.143

(গ) 0.4145

(গ) 0.0742

সমাধানঃ

ক্রিক্যালকুলেটর ব্যবহার করে অঙ্গ ষিড়ম হি২৫০

∴ ২৫৫০ এর ১০ ভিত্তিক লগ ৩.৪০৬৫৪ আবার, ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে.

অঈ যহ | ২৫৫০ | = | ৭.৮৪৩৮৫

∴ ২৫৫০ এর ব ভিত্তিক লগ ৭.৮৪৩৮৫

অ্ঠালকুলেটর ব্যবহার করে অঙ্গী ষিড়ম (৫২.১৪৩ = ১.৭১৭১৯৬

∴ ২৫৫০ এর ১০ ভিত্তিক লগ ১.৭১৭১৯৬

আবার, অঙ্গী ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

অঈ ষহ ৫২.১৪৩ = ৩.৯৫৩৯৯ ∴ ৫২.১৪৩ এর ব ভিত্তিক লগ ৩.৯৫৩৯৯

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে

 $|AC| |\log| |0.4145| |= |-0.38248 = \overline{0}.38248$

∴ 0.4145 এর 10 ভিত্তিক লগ 0.38248 আবার, ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

AC $\ln 0.4145 = -0.88068 = \overline{0}.88068$

∴ 0 4145 এর e ভিত্তিক লগ 0.88068

য ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে

AC $\log 0.0742 = -1.129596 = \overline{1}.129596$

 $\therefore 0.0742$ এর 10 ভিত্তিক লগ = $\overline{1}.129596$ আবার, ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে,

AC $\ln 0.0742 = -2.600991 = \overline{2}.600991$

 $\therefore 0.0742$ এর e ভিত্তিক লগ = $\overline{2}.600991$

♣ দৃষ্টি আকর্ষণ: ক্যালকুলেটরে 10 ভিত্তিক লগারিদমে 'log' button ব্যবহার করে এবং e ভিত্তিক লগারিদম 'ln' button ব্যবহার করে নির্ণয় করা হয়।