

অনুশীলনী - ৩.৫



অনুশীলনীর সমাধান



১ $f(x) = x^2 - 4x + 4$ হলে, $f(2)$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 4 (খ) 2 (গ) 1 (ঘ) 0

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: $f(x) = x^2 - 4x + 4$

$$\therefore f(2) = (2)^2 - 4 \times 2 + 4 = 4 - 8 + 4 = 8 - 8 = 0$$

২ $\frac{1}{2} \{(a+b)^2 - (a-b)^2\}$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) $2(a^2 + b^2)$ (খ) $a^2 + b^2$ (গ) $2ab$ (ঘ) $4ab$

উত্তর: (গ)

$$\text{ব্যাখ্যা: } \frac{1}{2} \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} = \frac{1}{2} \cdot 4ab = 2ab$$

৩ $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান কত?
(ক) 1 (খ) 8 (গ) 9 (ঘ) 16

উত্তর: (গ)

$$\text{ব্যাখ্যা: } x^3 + \frac{8}{x^3} = 3 = (x)^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{2}{x} \left(x + \frac{2}{x}\right) = (3)^3 - 6 \cdot (3) = 27 - 18 = 9$$

৪ $p^4 + p^2 + 1$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি?
(ক) $(p^2 - p + 1)(p^2 + p - 1)$ (খ) $(p^2 - p - 1)(p^2 + p + 1)$
(গ) $(p^2 + p + 1)(p^2 + p + 1)$ (ঘ) $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$

উত্তর: (ঘ)

$$\text{ব্যাখ্যা: } p^4 + p^2 + 1 = (p^2)^2 + 2 \cdot p^2 \cdot 1 + (1)^2 - p^2 = (p^2 + 1)^2 - p^2 = (p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$$

৫ যদি $x = 2 - \sqrt{3}$ হয়, তবে x^2 এর মান কত? (সংশোধিত)
(ক) 1 (খ) $7 - 4\sqrt{3}$ (গ) $2 + \sqrt{3}$ (ঘ) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

উত্তর: (খ)

$$\text{ব্যাখ্যা: } x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = (2)^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$$

৬ $f(x) = x^2 - 5x + 6$ এবং $f(x) = 0$ হলে, $x =$ কত?
(ক) 2, 3 (খ) -5, 1 (গ) -2, 3 (ঘ) 1, -5

উত্তর: (ক)

$$\text{ব্যাখ্যা: } f(x) = x^2 - 5x + 6 = x^2 - 3x - 2x + 6$$

$$\therefore f(x) = 0$$

$$\therefore x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-3) - 2(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } (x-3)(x-2) = 0$$

$$\text{হয়, } x-3 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

$$\text{অথবা, } x-2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

৭ $9x^2 + 16y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণ বর্গ রাশি হবে?
(ক) $6xy$ (খ) $12xy$ (গ) $24xy$ (ঘ) $144xy$

উত্তর: (গ)

$$\text{ব্যাখ্যা: } 9x^2 + 16y^2 = (3x)^2 + (4y)^2 = (3x + 4y)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4y = (3x + 4y)^2 - 24xy$$

অর্থাৎ $9x^2 + 16y^2$ এর সাথে $24xy$ যোগ করলে যোগফল পূর্ণ বর্গ রাশি হবে।

■ যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে, নিচের ৮নং-১০নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৮ $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?
(ক) 4 (খ) 2 (গ) 1 (ঘ) 0

উত্তর: (গ)

$$\text{ব্যাখ্যা: } x^4 - x^2 + 1 = 0 \text{ বা, } x^4 + 1 = x^2 \text{ বা, } \frac{x^4 + 1}{x^2} = 1 \text{ বা, } \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \text{ বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

৯ $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 4

(খ) 3

(গ) 2

(ঘ) 0

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 1 + 2 = 3$

১০ $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) 3

(খ) 2

(গ) 1

(ঘ) 0

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: (২) নং থেকে পাই, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$ বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot (\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

১১ $a^2 + b^2 = 9$ এবং $ab = 3$ হলে

i. $(a - b)^2 = 3$ ii. $(a + b)^2 = 15$ iii. $a^2 + b^2 + a^2b^2 = 18$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii

(খ) i, iii

(গ) ii, iii

(ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: (i) নং সঠিক কারণ, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 9 - 2 \cdot 3 = 3$
(ii) নং সঠিক কারণ, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 9 + 2 \cdot 3 = 15$
(iii) নং সঠিক কারণ, $a^2 + b^2 + a^2b^2 = 9 + 3^2 = 9 + 9 = 18$

১২ $3a^5 - 6a^4 + 3a + 14$ একটি বীজগাণিতিক রাশি হলে-

i. রাশিটির চলক a

ii. রাশিটির মাত্রা 5

iii. a^4 এর সহগ 6

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii

(খ) i, iii

(গ) ii, iii

(ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: বীজগাণিতিক রাশিতে সাধারণত ছোট হাতের অক্ষর a, b, c, \dots, x, y চলক হিসেবে ব্যবহৃত হয় এবং কোনো রাশির বা বহুপদীর পদসমূহের গরিষ্ঠ (সর্বোচ্চ) মাত্রাকে রাশিটির বা বহুপদীটির মাত্রা বলা হয়।

$\therefore 3a^5 - 6a^4 + 3a + 14$ বীজগাণিতিক রাশির ক্ষেত্রে-

■ a চলক। সুতরাং (i) নং অপশনটি সত্য।

■ রাশিটির চারটি পদের মধ্যে গরিষ্ঠ মাত্রাযুক্ত পদ হচ্ছে $3a^5$ যেখানে পদটির মাত্রা হচ্ছে 5। অর্থাৎ রাশিটির মাত্রা 5। সুতরাং (ii) নং অপশনটি সত্য।

■ a^4 এর সহগ -6। অর্থাৎ প্রদত্ত (iii) নং অপশনটি সত্য নয়।

সুতরাং সঠিক উত্তর হচ্ছে (ক) i, ii।

১৩ $p^3 - \frac{1}{64}$ এর উৎপাদক-

i. $p - \frac{1}{4}$ ii. $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{8}$ iii. $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i, ii

(খ) i, iii

(গ) ii, iii

(ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (খ)

$$\begin{aligned} \text{ব্যাখ্যা: } p^3 - \frac{1}{64} &= p^3 - \left(\frac{1}{4}\right)^3 \\ &= \left(p - \frac{1}{4}\right) \left\{ p^2 + p \cdot \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left(p - \frac{1}{4}\right) \left(p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16}\right) \\ p^3 - \frac{1}{64} \text{ রাশিটির দুইটি উৎপাদক হচ্ছে } \left(p - \frac{1}{4}\right) \text{ এবং } \left(p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16}\right) \\ \therefore \text{ সঠিক উত্তর (i) ও (iii)।} \end{aligned}$$

১৪ ক একটি কাজ p দিনে করে এবং খ $2p$ দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান: মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ x এবং ক ও খ একত্রে t দিনে কাজ করে

ক p দিনে করে x কাজ

$$\therefore \text{ক } 1 \text{ " " } \frac{x}{p} \text{ "}$$

$$\therefore \text{ক } t \text{ " " } \frac{xt}{p} \text{ "}$$

খ $2p$ দিনে করে x কাজ

$$\therefore \text{খ } 1 \text{ " " } \frac{x}{2p} \text{ "}$$

$$\therefore \text{খ } (t+r) \text{ " " } \frac{x(t+r)}{2p} \text{ "}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{xt}{p} + \frac{x(t+r)}{2p} = x$$

$$\text{বা, } \frac{2xt + x(t+r)}{2p} = x$$

$$\text{বা, } 2xt + x(t+r) = 2px$$

$$\text{বা, } 2t + t + r = 2p \quad [x \text{ দ্বারা ভাগ করো}]$$

$$\text{বা, } 3t = 2p - r$$

$$\therefore t = \frac{2p-r}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হয়} &= (t+r) \text{ দিনে} \\ &= \left\{ \frac{2p-r}{3} + r \right\} \text{ দিনে} \\ &= \frac{2p-r+3r}{3} \text{ দিনে} \\ &= \frac{2p+2r}{3} \text{ দিনে} \\ &= \frac{2}{3} (p+r) \text{ দিনে} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{কাজটি } \frac{2}{3} (p+r) \text{ দিনে শেষ হয়েছিল।}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ = 1 অংশ

‘ক’ p দিনে করে 1 অংশ

‘ক’ 1 দিনে করে $\frac{1}{p}$ অংশ

আবার, ‘খ’ $2p$ দিনে করে 1 অংশ

‘খ’ 1 দিনে করে $\frac{1}{2p}$ অংশ

$$\therefore \text{ক ও খ একত্রে 1 দিনে করে } \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2p} \right) \text{ অংশ} = \frac{3}{2p} \text{ অংশ}$$

আবার, খ 1 দিনে করে $\frac{1}{2p}$ অংশ কাজ

$$\therefore \text{খ } r \text{ দিনে করে } = \frac{r}{2p} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{বাকী কাজ } \left(1 - \frac{r}{2p} \right) = \frac{2p-r}{2p} \text{ অংশ যা ক ও খ একত্রে করে।}$$

এখন ক ও খ একত্রে $\frac{3}{2p}$ অংশ করে 1 দিনে

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2p-r}{2p} \text{ " " } \frac{2p-r}{2p} \times \frac{2p}{3} \text{ দিনে} \\ = \frac{2p-r}{3} \text{ দিনে} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{পুরো কাজ সম্পূর্ণ হয়} &= \left(r + \frac{2p-r}{3} \right) \text{ দিনে} \\ &= \left(\frac{3r+2p-r}{3} \right) \text{ দিনে} \\ &= \frac{2r+2p}{3} \text{ দিনে} \\ &= \frac{2}{3} (r+p) \text{ দিনে} \end{aligned}$$

◆◆ অনুশীলনীর ১৪নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

দৃশ্যকল্প-১: ক একটি কাজ p দিনে এবং খ q দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ আরম্ভ করে। কয়েকদিন পর ক কাজ ছেড়ে চলে যায়। এবং বাকি কাজ খ r দিনে শেষ করে। যদি কাজটি t দিনে শেষ হয় তবে,

দৃশ্যকল্প-২: ক ও খ একত্রে একটি কাজ p দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি q দিনে করতে পারে।

ক. x টাকার $x\%$ সরল সুদে 4 বছরের সুদ x টাকা হলে $x = ?$

খ. t এর মান বের কর।

গ. দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে খ একাকী কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

$$(\text{ক}) 25; (\text{খ}) \frac{q(p+r)}{p+q} \text{ দিন; } (\text{গ}) \frac{pq}{q-p} \text{ দিনে}$$

১৫ দৈনিক 6 ঘণ্টা পরিশ্রম করে 10 জন লোক একটি কাজ 7 দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে 14 জনে 6 দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

সমাধান:

10 জন লোক 1টি কাজ 7 দিনে করতে পারে 6 ঘণ্টায়

$$\therefore 10 \text{ জন লোক 1টি কাজ 1 দিনে করতে পারে } 6 \times 7 \text{ ঘণ্টায়}$$

$$\therefore 1 \text{ জন লোক 1টি কাজ 1 দিনে করতে পারে } 6 \times 7 \times 10 \text{ ঘণ্টায়}$$

$$\therefore 14 \text{ জন লোক 1টি কাজ 1 দিনে করতে পারে } \frac{6 \times 7 \times 10}{14} \text{ ঘণ্টায়}$$

$$\therefore 14 \text{ জন লোক 1টি কাজ 6 দিনে করতে পারে } \frac{6 \times 7 \times 10}{14 \times 6} = 5 \text{ ঘণ্টায়}$$

উত্তর: 5 ঘণ্টায়

১৬ মিতা একটি কাজ 10 দিনে করতে পারে। রিতা সে কাজ 15 দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

সমাধান: মনে করি, তারা একত্রে d দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	1ম দিনে কাজের সম্পন্ন অংশ	d দিনে কাজের সম্পন্ন অংশ
মিতা	10	$\frac{1}{10}$	$\frac{d}{10}$
রিতা	15	$\frac{1}{15}$	$\frac{d}{15}$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{d}{10} + \frac{d}{15} = 1$

$$\text{বা, } d\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) = 1$$

$$\text{বা, } d\left(\frac{3+2}{30}\right) = 1$$

$$\text{বা, } \frac{5d}{30} = 1$$

$$\text{বা, } d = \frac{30}{5} = 6$$

সুতরাং, তারা একত্রে 6 দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মিতা 10 দিনে করে কাজটির সম্পূর্ণ বা 1 অংশ

মিতা 1 দিনে করে কাজটির $\frac{1}{10}$ অংশ

রিতা 15 দিনে করে কাজটির সম্পূর্ণ বা 1 অংশ

\therefore রিতা 1 দিনে করে কাজটির $\frac{1}{15}$ অংশ

\therefore মিতা ও রিতা একত্রে 1 দিনে করে কাজটির $= \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right)$ অংশ

$$= \left(\frac{3+2}{30}\right) \text{ অংশ}$$

$$= \frac{5}{30} \text{ অংশ} = \frac{1}{6} \text{ অংশ}$$

মিতা ও রিতা একত্রে,

কাজটির $\frac{1}{6}$ অংশ করে 1 দিনে

\therefore 1 বা (সম্পূর্ণ) অংশ করে $= \left(1 \times \frac{6}{1}\right)$ দিনে = 6 দিনে (Ans.)

১৭ বনভোজনে যাওয়ার জন্য 5700 টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 5 জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া 3 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান: মনে করি, অগ্রহী যাত্রীর সংখ্যা x এবং প্রত্যেক যাত্রী q টাকা ভাড়া প্রদান করলে মোট ভাড়া হবে 5700 টাকা

	যাত্রী সংখ্যা	জন প্রতি ভাড়া	মোট ভাড়া
প্রাথমিক অবস্থা	x	q	qx
প্রকৃত অবস্থা	$x - 5$	$q + 3$	$(q + 3)(x - 5)$

প্রশ্নমতে, $qx = (q + 3)(x - 5) = 5700 \dots \dots \dots (i)$

এখন, $qx = (q + 3)(x - 5)$

$$\text{বা, } qx = qx - 5q + 3x - 15$$

$$\text{বা, } 5q = 3(x - 5)$$

$$\text{বা, } q = \frac{3}{5}(x - 5)$$

আবার, $qx = 5700$

$$\text{বা, } \frac{3}{5}(x - 5)x = 5700 \quad \left[\because q = \frac{3}{5}(x - 5) \right]$$

$$\text{বা, } (x - 5)x = 5700 \times \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } (x - 5)x = 9500$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 100x + 95x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 100) + 95(x - 100) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 100)(x + 95) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 100 = 0$$

$$\text{অথবা, } x + 95 = 0$$

$$\therefore x = 100$$

$$\therefore x = -95$$

যেহেতু যাত্রী সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই $x = -95$ গ্রহণযোগ্য নয়।

অর্থাৎ $x = 100$

\therefore প্রকৃত যাত্রী সংখ্যা $= (x - 5) = 100 - 5 = 95$

\therefore বাসে যাত্রী গিয়েছিল 95 জন।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, x জন যাত্রী বাসে যাওয়ার কথা ছিল

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{5700}{x}$$

$$5 \text{ জন না আসায় মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{5700}{x - 5}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{5700}{x - 5} - \frac{5700}{x} = 3$$

$$\text{বা, } 5700\left(\frac{1}{x - 5} - \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\text{বা, } \frac{x - x + 5}{x(x - 5)} = \frac{3}{5700}$$

$$\text{বা, } \frac{5}{x^2 - 5x} = \frac{1}{1900}$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 100x + 95x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 100) + 95(x - 100) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 100)(x + 95) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 100 = 0$$

$$\text{অথবা, } x + 95 = 0$$

$$\therefore x = 100$$

$$\therefore x = -95$$

যেহেতু যাত্রী সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই $x = -95$ গ্রহণযোগ্য নয়।

অর্থাৎ $x = 100$

\therefore প্রকৃত যাত্রী সংখ্যা $= (x - 5) = 100 - 5 = 95$

\therefore বাসে যাত্রী গিয়েছিল 95 জন।

❖ বিদ্র: পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল রয়েছে।

◆◆ অনুশীলনীর ১৭নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং সিদ্ধান্ত গৃহীত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া দিবে। 10 জন যাত্রী অনুপস্থিত থাকায় মাথাপিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল।

ক. বার্ষিক শতকরা 6 টাকা হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় 15000 টাকায় 3 বছরের সসৃদ্ধিমূল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

খ. সমীকরণ গঠন করে বাসে যাওয়া যাত্রীর সংখ্যা ও মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, বাসের যাত্রী সংখ্যা বনভোজনে যাওয়া যাত্রী সংখ্যার 20% কম হলে মাথাপিছু ভাড়া 25% বেড়ে যেতো।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) 17865.24 টাকা ও 2865.24 টাকা

(খ) 50 জন ও 48 টাকা

১৮ একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে p ঘন্টায় d কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার q ঘন্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান: মনে করি, নৌকার বেগ ঘন্টায় x কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘন্টায় y কি.মি.। তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ ঘন্টায় $(x + y)$ কি.মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ ঘন্টায় $(x - y)$ কি.মি.।

$$\text{তাহলে, } x + y = \frac{d}{q} \dots \dots (i)$$

$$x - y = \frac{d}{p} \dots \dots (ii)$$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = \frac{d}{q} + \frac{d}{p}$$

$$\text{বা, } 2x = d \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right)$$

$$\text{বা, } x = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right)$$

(i) নং থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$x + y - x + y = \frac{d}{q} - \frac{d}{p}$$

$$\text{বা, } 2y = d \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\text{বা, } y = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\therefore \text{ স্রোতের বেগ ঘন্টায় } \frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right) \text{ কি.মি.}$$

$$\text{এবং নৌকার বেগ ঘন্টায় } \frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right) \text{ কি.মি.।}$$

১৯ একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে 4 ঘন্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততক্ষণে 3 কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, দাঁড়ের বেগ x কি.মি./ঘন্টা

এবং স্রোতের বেগ y কি.মি./ঘন্টা

$$\therefore \text{ অনুকূলে বেগ} = x + y$$

$$\text{এবং প্রতিকূলে বেগ} = x - y$$

অনুকূলে $x + y$ কি.মি যায় 1 ঘন্টায়

$$\therefore \text{ " " " " } \frac{1}{x + y} \text{ " "}$$

$$\therefore \text{ " " " " } \frac{15}{x + y} \text{ " "}$$

অনুরূপভাবে প্রতিকূলে 15 কি.মি. যায় $\frac{15}{x - y}$ ঘন্টা

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{15}{x + y} + \frac{15}{x - y} = 4 \dots \dots (i)$$

আবার, অনুকূলে 5 কি.মি যায় $\frac{5}{x + y}$ ঘন্টায়

$$\therefore \text{ প্রতিকূলে } 3 \text{ " " } \frac{3}{x - y} \text{ " "}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{5}{x + y} = \frac{3}{x - y} \dots \dots (ii)$$

$$(ii) \text{ নং হতে পাই, } \frac{5}{x + y} = \frac{3}{x - y}$$

$$\text{বা, } 5x - 5y = 3x + 3y$$

$$\text{বা, } 5x - 3x = 3y + 5y$$

$$\text{বা, } 2x = 8y$$

$$\therefore x = 4y \dots \dots (iii)$$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,

$$\therefore \frac{15}{x + y} + \frac{15}{x - y} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{15}{5y} + \frac{15}{3y} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3}{y} + \frac{5}{y} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3 + 5}{y} = 4$$

$$\text{বা, } 4y = 8$$

$$\therefore y = 2$$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $x = 4 \cdot 2 = 8$

সুতরাং দাঁড়ের বেগ 8 কি.মি./ঘন্টা

এবং স্রোতের বেগ 2 কি.মি./ঘন্টা।

২০ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? (এখানে $t_2 > t_1$)

সমাধান: ১ম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় 1 অংশ (সম্পূর্ণ)

$$\therefore \text{ ১ম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি 1 মিনিটে পূর্ণ হয় } \frac{1}{t_1} \text{ অংশ}$$

অনুরূপভাবে ২য় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি 1 মিনিটে খালি হয় $\frac{1}{t_2}$ অংশ

$$\therefore \text{ যুগপৎভাবে নল দুইটি চালু রাখলে 1 মিনিটে পূর্ণ হবে } \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) \text{ অংশ}$$

$$= \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \text{ অংশ পূর্ণ হয় 1 মিনিটে}$$

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} \text{ মিনিটে}$$

$$\text{Ans: } \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} \text{ মিনিটে}$$

২১ একটি নল দ্বারা 12 মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা 1 মিনিটে তা থেকে 15 লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান: মনে করি, প্রথম নল দ্বারা 1 মিনিটে x লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট y লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নমতে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$$\therefore y = 12x \dots \dots (i)$$

আবার, দুইটি নল দ্বারা 48 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়

$$\therefore y = 48x - 48 \times 15 \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $x = \frac{y}{12}$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 48 \times \frac{y}{12} - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } y = 4y - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 3y = 48 \times 15$$

$$\text{বা, } y = \frac{720}{3}$$

$$\therefore y = 240$$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, চৌবাচ্চাটিতে পানি ধরে v লিটার

$$\therefore \text{প্রথম নল দ্বারা 1 মিনিটে পূর্ণ হয় } \frac{v}{12} \text{ লিটার পানি}$$

দ্বিতীয় নল দ্বারা 1 মিনিটে নির্গত হয় 15 লিটার পানি

$$\therefore \text{নল দুইটি একসাথে খুলে দিলে 1 মিনিটে পানি পূর্ণ হয় } \left(\frac{v}{12} - 15\right) \text{ লিটার}$$

$$\therefore 48 \left(\frac{v}{12} - 15\right) = v$$

$$\text{বা, } 48 \left(\frac{v - 180}{12}\right) = v$$

$$\text{বা, } 4(v - 180) = v$$

$$\text{বা, } 4v - 720 = v$$

$$\text{বা, } 4v - v = 720$$

$$\text{বা, } 3v = 720$$

$$\text{বা, } v = \frac{720}{3}$$

$$\therefore v = 240$$

\therefore চৌবাচ্চাটিতে পানি ধরে 240 লিটার। (Ans.)

২২ ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা একরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর সমান হয়।

সমাধান: মনে করি, ক পায় x টাকা

খ পায় y টাকা

এবং গ পায় z টাকা

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2x = 3y = 4z$$

$$\text{এখন, } 3y = 2x$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x$$

$$\text{এবং } 4z = 2x$$

$$\therefore z = \frac{1}{2}x$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } x + y + z = 260$$

$$\text{বা, } x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 260 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 4x + 3x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } 13x = 1560$$

$$\therefore x = 120$$

$$\text{এখন, } y = \frac{2}{3} \times 120 = 80$$

$$\text{এবং } z = \frac{1}{2} \times 120 = 60$$

সুতরাং ক পায় 120 টাকা, খ পায় 80 টাকা এবং গ পায় 60 টাকা। (Ans.)

২৩ একটি দ্রব্য $x\%$ ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, $3x\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে 18x টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

সমাধান: মনে করি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য p টাকা

$$\therefore x\% \text{ ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য} = (p - p \text{ এর } x\%) \text{ টাকা}$$

$$= \left(p - \frac{px}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$3x\% \text{ লাভে বিক্রয়মূল্য} = (p + p \text{ এর } 3x\%) \text{ টাকা}$$

$$= \left(p + \frac{3px}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তমতে, } \left(p + \frac{3px}{100}\right) - \left(p - \frac{px}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{3px}{100} + \frac{px}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{3p + p}{100} = 18$$

$$\text{বা, } 4p = 1800$$

$$\text{বা, } p = \frac{1800}{4}$$

$$\therefore p = 450 \quad (\text{Ans.})$$

২৪ একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান:

$$10\% \text{ লাভে বিক্রয়মূল্য } (100 + 10) \text{ টাকা} = 110 \text{ টাকা}$$

$$\text{বিক্রয়মূল্য } 110 \text{ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য } 100 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য } 1 \text{ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য} = \frac{100}{110} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য } 11 \text{ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times 11}{110} \text{ টাকা}$$

$$= 10 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{কলমটির ক্রয়মূল্য } 10 \text{ টাকা}$$

২৫ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান: মনে করি, ক্রয়মূল্য x টাকা

\therefore 36 টাকা বিক্রয়ে ক্ষতির পরিমাণ $(x - 36)$ টাকা

72 টাকা বিক্রয়ে লাভের পরিমাণ $(72 - x)$ টাকা

শর্তমতে, $72 - x = 2(x - 36)$

বা, $72 - x = 2x - 72$

বা, $-x - 2x = -72 - 72$

বা, $-3x = -144$

বা, $x = \frac{-144}{-3}$

$\therefore x = 48$

উত্তর: 48 টাকা

২৬ মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 128 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান: ধরি, মূলধনের পরিমাণ $= P$

মুনাফার হার $= r$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, n বছর পর সরল মুনাফা I হলে,

আমরা জানি, $I = Pnr$

\therefore 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা, $I_1 = 300 \times 4 \times r$

এবং 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা, $I_2 = 400 \times 5 \times r$

শর্তমতে, $I_1 + I_2 = 128$

বা, $300 \times 4 \times r + 400 \times 5 \times r = 128$

বা, $1200r + 2000r = 128$

বা, $3200r = 128$

বা, $r = \frac{128}{3200} = \frac{128}{32} \times \frac{1}{100} = 4 \times \frac{1}{100}$

$\therefore r = 4\%$ (Ans.)

২৭ 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের সরলমুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, সময়, $n = 2$ বছর

মুনাফার হার, $r = \frac{4}{100}$

ধরি, মূলধন $= P$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, n বছর পর সরল মুনাফা I হলে,

আমরা জানি, $I = Pnr$

$$= P \times \frac{4}{100} \times 2 = \frac{2P}{25}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, n বছর পর মুনাফাসহ মূলধন A হলে,

আমরা জানি, $A = P(1 + r)^n$

$$= P \left(1 + \frac{4}{100} \right)^2$$

$$= P \left(1 + \frac{1}{25} \right)^2$$

$$= P \left(\frac{25 + 1}{25} \right)^2$$

$$= P \left(\frac{26}{25} \right)^2 = \frac{676P}{625}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = \frac{676P}{625} - P$$

$$= \frac{676P - 625P}{625} = \frac{51P}{625}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{51P - 50P}{625} = 1$$

$$\text{বা, } P = 625 \times 1$$

$$\therefore P = 625$$

\therefore মূলধন 625 টাকা। (Ans.)

২৮ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান: ধরি, মূলধন $= P$

মুনাফার হার $= r$

n বছর পরে মুনাফাসহ মূলধন A হলে, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে -

আমরা জানি, $A = P(1 + nr)$

এখন, $n = 3$ বছর হলে, $A = 460$ টাকা

$$\therefore 460 = P \left(1 + 3 \times \frac{r}{100} \right) = \frac{P(100 + 3r)}{100} \dots \dots (i)$$

আবার $n = 5$ বছর হলে, $A = 600$ টাকা

$$\therefore 600 = P \left(1 + 5 \times \frac{r}{100} \right) = \frac{P(100 + 5r)}{100} \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{600}{460} = \frac{P(100 + 5r)}{100} \times \frac{100}{P(100 + 3r)}$$

$$\text{বা, } \frac{30}{23} = \frac{100 + 5r}{100 + 3r}$$

$$\text{বা, } 2300 + 115r = 3000 + 90r$$

$$\text{বা, } 115r - 90r = 3000 - 2300$$

$$\text{বা, } 25r = 700$$

$$\therefore r = 28$$

\therefore নির্ণেয় মুনাফার হার 28% (Ans.)

২৯ শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা ১৩ বছরে সর্বদ্বিমূল ৯৯০ টাকা হবে?

সমাধান: এখানে, মূলধন = P

$$\text{মুনাফার হার, } r = 5\% = \frac{5}{100}$$

$$n = 13 \text{ বছর}$$

আমরা জানি, $I = Pnr$

$$\therefore I = P \times 13 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{13P}{20} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } P + \frac{13P}{20} = 990$$

$$\text{বা, } \frac{20P + 13P}{20} = 990$$

$$\text{বা, } \frac{33P}{20} = 990$$

$$\text{বা, } 33P = 990 \times 20$$

$$\text{বা, } P = \frac{990 \times 20}{33}$$

$$\therefore P = 600 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মূলধন } 600 \text{ টাকা (Ans.)}$$

$$\leftarrow \text{লক্ষণীয়: সর্বদ্বিমূল} = \text{নির্দিষ্ট সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন} \\ = \text{মূলধন (বা আসল)} + \text{মুনাফা}$$

৩০ শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার মুনাফায় কত টাকা ১২ বছরে সর্বদ্বিমূল ১২৮০ টাকা হবে?

সমাধান: এখানে, মূলধন = P

$$\text{মুনাফার হার } r = 5\% = \frac{5}{100}$$

$$\text{সময় } n = 12 \text{ বছর}$$

আমরা জানি, $I = Pnr$

$$\therefore I = P \times 12 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{3P}{5} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } P + \frac{3P}{5} = 1280$$

$$\text{বা, } \frac{5P + 3P}{5} = 1280$$

$$\text{বা, } \frac{8P}{5} = 1280$$

$$\text{বা, } 8P = 1280 \times 5$$

$$\text{বা, } P = \frac{1280 \times 5}{8}$$

$$\therefore P = 800$$

$$\therefore \text{মূলধন } 800 \text{ টাকা (Ans.)}$$

$$\leftarrow \text{লক্ষণীয়: সর্বদ্বিমূল} = \text{নির্দিষ্ট সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন} \\ = \text{মূলধন (বা আসল)} + \text{মুনাফা}$$

৩১ ৫% হার মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

দেওয়া আছে, মূলধন, $P = 8000$

$$\text{মুনাফার হার, } r = \frac{5}{100}$$

$$\text{সময়, } n = 3 \text{ বছর}$$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, n বছর পর সরল মুনাফা I হলে,

আমরা জানি, $I = Pnr$

$$= 8000 \times \frac{5}{100} \times 3$$

$$= 1200 \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, n বছর পর মুনাফাসহ মূলধন A হলে,

$$\text{আমরা জানি, } A = P(1 + r)^n$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{1}{20}\right)^3$$

$$= 8000 \left(\frac{(20 + 1)^3}{(20)^3}\right)$$

$$= 8000 \times \frac{(21)^3}{8000}$$

$$= 9261 \text{ টাকা}$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা-আসল} = 9261 \text{ টাকা}$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = (9261 - 8000) \text{ টাকা} = 1261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য} = (1261 - 1200) \text{ টাকা} \\ = 61 \text{ টাকা। (Ans.)}$$

◆◆ অনুশীলনীর ২৭, ৩০ ও ৩১নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

রিতা স্কুল থেকে উপবৃত্তি বাবদ ৬৪০০ এবং তার ভাই রাফি বৃত্তি বাবদ কিছু টাকা পেল। তারা উভয়েই ৫% হার মুনাফায় তাদের প্রাপ্ত টাকা একই ব্যাংকে ২ বছরের জন্য জমা রাখল।

ক. সরল মুনাফায় রিতা কত টাকা মুনাফা পেল?

খ. চক্রবৃদ্ধি হারে বিনিয়োগ করা হলে রিতা কত টাকা বেশি পেত?

গ. রাফির টাকার সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য ৫ টাকা হলে রাফি কত টাকা বৃত্তি পেয়েছিল?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) ৬৪০ টাকা; (খ) ১৬ টাকা; (গ) ২০০০ টাকা

৩২ মিষ্টির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) $x\%$ । একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ P টাকার মিষ্টি বিক্রয় করলে তাকে কত ভ্যাট দিতে হবে?
 $x = 15, P = 2300$ হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

সমাধান: $x\%$ ভ্যাট হলে বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য $(100 + x)$ টাকা
 ভ্যাটসহ বিক্রয়মূল্য $(100 + x)$ টাকা হলে ভ্যাট x টাকা
 \therefore " " " " $\frac{x}{100 + x}$ টাকা
 \therefore " " " " $\frac{Px}{100 + x}$ টাকা
 \therefore ভ্যাটের পরিমাণ $\frac{Px}{100 + x}$ টাকা (Ans.)
 এখন, $x = 15, P = 2300$ হলে পাই,
 ভ্যাটের পরিমাণ = $\frac{2300 \times 15}{100 + 15}$ টাকা
 $= \frac{2300 \times 15}{115}$ টাকা
 $= 300$ টাকা (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

আমরা জানি, $S = C(1 + r)$
 $x\%$ ভ্যাট সহ বিক্রয়মূল্য $C \left(1 + \frac{x}{100}\right) = \frac{C(100 + x)}{100}$

প্রশ্নমতে, $\frac{C(100 + x)}{100} = P$
 বা, $C(100 + x) = 100P$
 $\therefore C = \frac{100P}{100 + x}$
 \therefore ভ্যাটের পরিমাণ = $(P - C)$ টাকা
 $= P - \frac{100P}{100 + x}$ টাকা
 $= \frac{100P + Px - 100P}{100 + x}$ টাকা
 $= \frac{Px}{100 + x}$ টাকা
 দেওয়া আছে, $x = 15$ এবং $P = 2300$
 সুতরাং ভ্যাটের পরিমাণ = $\frac{2300 \times 15}{100 + 15}$ টাকা
 $= \frac{2300 \times 15}{115}$ টাকা
 $= 300$ টাকা
 সুতরাং ভ্যাট দিতে হবে $\frac{Px}{100 + x}$ টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ 300 টাকা।

◆◆ অনশীলনীর ৩২নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

দৃশ্যকল্প-১: কাপড়ের উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) $y\%$ । একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ q টাকার কাপড় বিক্রি করল। q টাকার কাপড়ে ভ্যাটের পরিমাণ x ।
দৃশ্যকল্প-২: রফিক সাহেব ব্যাংকে জমাকৃত টাকার ৪ শতাংশে হারে মুনাফায় ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন 5200 টাকা হলো।
 ক. সরল সুদের হার কত হলে যেকোনো মূলধন ৪ বছরে সুদে আসলে তিনগুণ হবে?
 খ. কাপড় বিক্রেতাকে কত টাকা VAT দিতে হবে?
 গ. রফিক সাহেবের ব্যাংকে কত টাকা ছিল?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) 25%; (খ) $\frac{qy}{100 + y}$; (গ) 4458.16 টাকা

৩৩ কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 3।

ক. সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$

সমাধান:

ক মনেকরি, সংখ্যাটি x

x এর গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা $\frac{1}{x}$

প্রশ্নমতে, $x + \frac{1}{x} = 3$

নির্ণেয় সমীকরণ $x + \frac{1}{x} = 3$

খ আমরা জানি, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}$
 $= 3^2 - 4.1$
 $= 9 - 4$
 $= 5$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ হলে,

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \frac{1}{x^3}$
 $= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= (\sqrt{5})^3 + 3.\sqrt{5}$
 $= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
 $= 8\sqrt{5}$

$x - \frac{1}{x} = -\sqrt{5}$ হলে,

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \frac{1}{x^3}$
 $= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= (-\sqrt{5})^3 + 3.(-\sqrt{5})$
 $= -5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
 $= -8\sqrt{5}$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \pm 8\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{গ) } x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= 3^2 - 2 \\ &= 9 - 2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 \\ &= 27 - 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 18 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(i) নং \times (ii) নং করে পাই,

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 18 \times 7$$

$$\text{বা, } x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} = 126$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^3} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 126$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^3} + 3 = 126$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^3} = 126 - 3$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^3} = 123$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^3} = 123 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৩৪ কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক. সমিতির সদস্য সংখ্যা x এবং মোট চাঁদার পরিমাণ A হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. মোট চাঁদার $\frac{1}{4}$ অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, সমিতির সদস্য সংখ্যা x
 \therefore জন প্রতি চাঁদার পরিমাণ $100x$
 সুতরাং মোট চাঁদার পরিমাণ, $A = x \times 100x$
 $\therefore A = 100x^2$
 এটাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় সদস্য সংখ্যা $(x - 4)$
 এবং প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ হলো $(100x + 500)$
 সুতরাং মোট চাঁদা হলো, $(x - 4)(100x + 500)$
 প্রশ্নানুসারে, $100x^2 = (x - 4)(100x + 500)$
 বা, $100x^2 = 100x^2 + 500x - 400x - 2000$
 বা, $100x^2 - 100x^2 = 100x - 2000$
 বা, $100x - 2000 = 0$
 বা, $100x = 2000$
 বা, $x = \frac{2000}{100} = 20$
 $\therefore x = 20$

\therefore সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন।

মোট চাঁদার পরিমাণ, $A = 100 \times (20)^2 = 40000$

গ মোট চাঁদার $\frac{1}{4}$ অংশ 5% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হয়।

এক্ষেত্রে, মূলধন, $P_1 = \left(40000 \text{ এর } \frac{1}{4}\right)$ টাকা = 10000 টাকা

মুনাফার হার, $r_1 = 5\% = \frac{5}{100}$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, n_1 বছর পর সরল মুনাফা I_1 হলে,

আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I_1 = P_1 n_1 r_1$

$$= 10000 \times 2 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 1000 \text{ টাকা}$$

আবার, অবশিষ্ট টাকার পরিমাণ = $(40000 - 10000)$ টাকা
 $= 30000$ টাকা

অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হয়।

এক্ষেত্রে, মূলধন, $P_2 = 30000$ টাকা

মুনাফার হার, $r_2 = 4\% = \frac{4}{100}$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, n_2 বছর পর সরল মুনাফা I_2 হলে,

আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I_2 = P_2 n_2 r_2$

$$= 30000 \times 2 \times \frac{4}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 2400 \text{ টাকা}$$

\therefore মোট মুনাফা = $(1000 + 2400)$ টাকা = 3400 টাকা

\therefore মোট মুনাফা 3400 টাকা।

৩৫ বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 10 জন যাত্রী না আসায় মাথা পিছু ভাড়া 8 (আট) টাকা বৃদ্ধি পেল।

ক. মাথা পিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার শতকরা কত তা নির্ণয় কর।

খ. বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথা পিছু ভাড়া নির্ণয় কর।

গ. বাস ভাড়ার সমপরিমাণ টাকার 5% হার মুনাফায় 13 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ 8 টাকা

না আসা যাত্রী সংখ্যা 10

\therefore মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ না আসা যাত্রী

$$\text{সংখ্যার শতকরা} = \left(\frac{8}{10} \times 100\right) \text{ ভাগ}$$

$$= 80 \text{ ভাগ}$$

খ মোট বাস ভাড়া = 2400 টাকা

মনে করি, বাসে x জন যাত্রী যাওয়ার কথা ছিল

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{2400}{x} \text{ টাকা}$$

10 জন না আসায় যাত্রী সংখ্যা $(x - 10)$

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{2400}{x - 10} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ} \left(\frac{2400}{x - 10} - \frac{2400}{x}\right)$$

শর্তমতে, $\frac{2400}{x-10} - \frac{2400}{x} = 8$
 বা, $\frac{2400x - 2400x + 24000}{x(x-10)} = 8$
 বা, $8(x^2 - 10x) = 24000$
 বা, $x^2 - 10x = 3000$
 বা, $x^2 - 10x - 3000 = 0$
 বা, $x^2 - 60x + 50x - 3000 = 0$
 বা, $x(x-60) + 50(x-60) = 0$
 বা, $(x-60)(x+50) = 0$
 $\therefore x-60 = 0$ অথবা, $x+50 = 0$
 বা, $x = 60$ বা, $x = -50$
 কিন্তু $x = -50$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ যাত্রীসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
 \therefore বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া = $\frac{2400}{x-10}$ টাকা
 $= \frac{2400}{60-10}$ টাকা
 $= \frac{2400}{50}$ টাকা = 48 টাকা

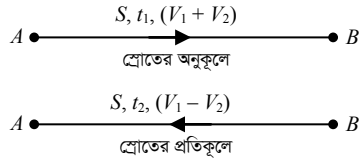
গ) বাস ভাড়ার টাকা 2400
 2400 টাকার 5% হার মুনাফার 13 বছরের
 সরল মুনাফা = $(2400 \times 13 \times 5\%)$ টাকা
 $= (2400 \times 13 \times \frac{5}{100})$ টাকা
 $= 1560$ টাকা
 আবার, 2400 টাকার 5% হার মুনাফায়
 চক্রবৃদ্ধি মূল = $2400 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{13}$ টাকা
 $= 4525.557942$ টাকা
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $(4525.557942 - 2400)$ টাকা
 $= 2125.557942$ টাকা
 \therefore সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য
 $= (2125.557942 - 1560)$ টাকা
 $= 565.557942$ টাকা (Ans.)

৩৬) দাঁড় বেয়ে একটি খালের A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যেয়ে ফিরে আসতে হবে। দাঁড়ের বেগ প্রব হলে শ্রোত থাকলে সময় বেশি লাগবে না শ্রোত না থাকলে সময় বেশি লাগবে?

সমাধান:

মনে করি, দাঁড়ের প্রব বেগ V_1 , শ্রোতের বেগ V_2 যেখানে, $V_1 > V_2$ এবং A থেকে B বিন্দুর দূরত্ব S।

প্রথম ক্ষেত্রে: (যখন খালে শ্রোত বিদ্যমান)



ধরা যাক, এক্ষেত্রে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে শ্রোতের অনুকূলে যেতে সময় লাগে t_1 এবং B বিন্দু থেকে A বিন্দুতে শ্রোতের প্রতিকূলে ফেরত আসতে সময় লাগে t_2 ।

এখন, শ্রোতের অনুকূলে বেগ = $V_1 + V_2$

এবং শ্রোতের প্রতিকূলে বেগ = $V_1 - V_2$

\therefore যাওয়ার ক্ষেত্রে $t_1 = \frac{S}{V_1 + V_2}$; [সময় = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{বেগ}}$]

এবং আসার ক্ষেত্রে $t_2 = \frac{S}{V_1 - V_2}$

\therefore মোট সময় $t = t_1 + t_2$

বা, $t = \frac{S}{V_1 + V_2} + \frac{S}{V_1 - V_2}$

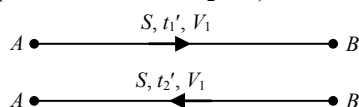
বা, $t = S \left(\frac{1}{V_1 + V_2} + \frac{1}{V_1 - V_2} \right)$

বা, $t = S \left(\frac{V_1 - V_2 + V_1 + V_2}{V_1^2 - V_2^2} \right)$

বা, $t = \frac{2SV_1}{V_1^2 - V_2^2}$

বা, $S = \frac{t(V_1^2 - V_2^2)}{2V_1} \dots \dots \dots$ (i)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে: (যখন খালে শ্রোত নেই; $V_2 = 0$)



এক্ষেত্রে ধরি, A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যেতে সময় লাগে t_1' এবং ফেরত আসতে সময় লাগে t_2' ।

\therefore যাওয়ার ক্ষেত্রে $t_1' = \frac{S}{V_1}$

এবং আসার ক্ষেত্রে $t_2' = t_1' = \frac{S}{V_1}$

সুতরাং মোট সময় $t' = t_1' + t_2'$

বা, $t' = \frac{S}{V_1} + \frac{S}{V_1}$

বা, $t' = \frac{2S}{V_1}$

বা, $S = \frac{V_1 t'}{2} \dots \dots \dots$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই,

$\frac{V_1 t'}{2} = \frac{t(V_1^2 - V_2^2)}{2V_1}$

বা, $\frac{t'}{t} = \frac{V_1^2 - V_2^2}{V_1^2} \dots \dots \dots$ (iii)

শ্রোতের প্রতিকূলে আসতে হলে দাঁড়ের বেগকে অবশ্যই শ্রোতের বেগের চেয়ে বড় হতে হবে।

সুতরাং $V_1 > V_2$

সেক্ষেত্রে, $V_1^2 - V_2^2 < V_1^2$

বা, $\frac{V_1^2 - V_2^2}{V_1^2} < 1$

বা, $\frac{t'}{t} < 1$; [(iii) নং থেকে]

বা, $t' < t$

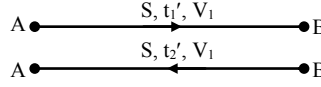
$\therefore t > t'$

অর্থাৎ শ্রোত থাকলে মোট সময় $>$ শ্রোত না থাকলে মোট সময়

সুতরাং খালে শ্রোত থাকলে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যেয়ে ফিরে আসতে সময় বেশি লাগবে।

◆◆ অনুশীলনী ৩.৬-এ প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একজন মাঝিকে দাড় বেয়ে নদীর A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে গিয়ে ফিরে আসতে হবে। দাড়ের বেগ (V_1)
 দ্রুত। [ব্যবহৃত প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে]
 ক. দূরত্ব ও দ্রুত বেগের সম্পর্কটি কী?



খ. উদ্দীপক অনুসারে দেখাও যে, নদীতে শ্রোত না থাকলে $S = \frac{V_1}{2} (t_1' + t_2')$

গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, শ্রোতবিহীন নদী অপেক্ষা শ্রোতযুক্ত নদীতে নদীর A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে গিয়ে মাঝির ফিরে আসতে বেশি সময় লাগবে।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) অতিক্রান্ত দূরত্ব = দ্রুত বেগ × সময়

৩৭ একটি মাঠে দ্রুত হারে ঘাস বৃদ্ধি পায়। 17টি গরু 30 দিনে সব ঘাস খেয়ে ফেলতে পারে। তবে 19টি গরুর লাগে 24 দিন। একদল গরু 6 দিন ঘাস খাওয়ার পর 4টি গরু বিক্রয় করা হলে ঘাস খাওয়া শেষ করতে আরও 2 দিন লাগলো। দলটিতে শুরুতে কতগুলো গরু ছিল?

সমাধান:

মনে করি, মাঠটিতে প্রথমে c পরিমাণ ঘাস ছিল। মাঠটিতে প্রতিদিন y পরিমাণ ঘাস দ্রুত হারে বৃদ্ধি পায় এবং 1 টি গরু 1 দিনে r পরিমাণ ঘাস খায়।

এখন, 30 দিনে ঘাসের পরিমাণ = $c + 30y$

17টি গরুর 30 দিনে ঘাস খাওয়ার পরিমাণ = $17 \times 30 \times r$

আবার, 24 দিনে ঘাসের পরিমাণ = $c + 24y$

19টি গরুর 24 দিনে ঘাস খাওয়ার পরিমাণ = $19 \times 24 \times r$

১ম শর্তমতে, $c + 30y = 17 \times 30 \times r$... (i)

২য় শর্তমতে, $c + 24y = 19 \times 24 \times r$... (ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$c + 30y - c - 24y = r(17 \times 30 - 19 \times 24)$$

$$\text{বা, } 6y = r(510 - 456)$$

$$\text{বা, } 6y = 54r$$

$$\therefore y = 9r$$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$c + 30 \times 9r = 17 \times 30 \times r$$

$$\text{বা, } c = 510r - 270r$$

$$\therefore c = 240r$$

মনে করি, দলটির শুরুতে x সংখ্যক গরু ছিল।

প্রশ্নমতে,

$$x \text{ সংখ্যক গরুর } 6 \text{ দিনে গৃহীত ঘাস} + (x - 4) \text{ সংখ্যক গরুর } 2 \text{ দিনের গৃহীত ঘাস} \\ = \text{মোট } (6 + 2) \text{ বা } 8 \text{ দিনের ঘাস}$$

$$\text{বা, } 6xr + (x - 4) \times 2 \times r = c + 8y$$

$$\text{বা, } 6xr + 2xr - 8r = 240r + 8 \times 9r; [\because c = 240r \text{ এবং } y = 9r]$$

$$\text{বা, } 8xr - 8r = r(240 + 72)$$

$$\text{বা, } 8x - 8 = 312; [\text{উভয়পক্ষকে } r \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 8x = 312 + 8$$

$$\text{বা, } x = \frac{320}{8}$$

$$\therefore x = 40$$

\therefore শুরুতে 40টি গরু ছিল।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধরি, শুরুতে ঘাস ছিল = c

দৈনিক ঘাস বৃদ্ধির হার = y

30 দিন পর ঘাসের পরিমাণ = $c + 30y$

প্রশ্নমতে, 17টি গরু 30 দিনে ঘাস খায় = $c + 30y$

$$\therefore 1 \text{ টি গরু } 1 \text{ দিনে ঘাস খায়} = \frac{c + 30y}{30 \times 17} = \frac{c + 30y}{510} \dots \dots \dots (i)$$

আবার, 24 দিন পর ঘাসের পরিমাণ = $c + 24y$

প্রশ্নমতে, 19টি গরু 24 দিনে ঘাস খায় = $c + 24y$

$$\therefore 1 \text{ টি গরু } 1 \text{ দিনে ঘাস খায়} = \frac{c + 24y}{19 \times 24} = \frac{c + 24y}{456} \dots \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং হতে পাই,

$$\frac{c + 30y}{510} = \frac{c + 24y}{456}$$

$$\text{বা, } \frac{c + 30y}{c + 24y} = \frac{510}{456}$$

$$\text{বা, } \frac{c + 30y}{c + 24y} = \frac{85}{76}$$

$$\text{বা, } 85c + (85 \times 24)y = 76c + (76 \times 30)y$$

$$\text{বা, } 85c - 76c = 2280y - 2040y$$

$$\text{বা, } 9c = 240y$$

$$\text{বা, } c = \frac{240}{9}y$$

$$\text{বা, } c = \frac{80y}{3}$$

(i) নং হতে পাই,

$$1 \text{ টি গরু } 1 \text{ দিনে ঘাস খায়} = \frac{c + 30y}{510}$$

$$= \frac{\frac{80y}{3} + 30y}{510}; [c = \frac{80y}{3}]$$

$$= \frac{80y + 90y}{510 \times 3}$$

$$= \frac{170y}{510 \times 3} = \frac{y}{9}$$

মনে করি, দলটির শুরুতে গরুর সংখ্যা ছিল x

শর্তানুসারে,

$$x \text{ টি গরুর } 6 \text{ দিনে গৃহীত ঘাস} + (x - 4) \text{ টি গরুর } 2 \text{ দিনে গৃহীত ঘাস} = 8 \text{ দিনের মোট ঘাস}$$

$$\text{বা, } x \times 6 \times \frac{y}{9} + (x - 4) \times 2 \times \frac{y}{9} = c + 8y$$

$$\text{বা, } \frac{6xy}{9} + \frac{(2x - 8)y}{9} = \frac{80y}{3} + 8y; [\because c = \frac{80y}{3}]$$

$$\text{বা, } \frac{6xy + 2xy - 8y}{9} = \frac{80y + 24y}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{8xy - 8y}{9} = \frac{104y}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{8y(x - 1)}{9} = \frac{104y}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{x - 1}{3} = 13; [\text{উভয়পক্ষকে } \frac{3}{8y} \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } x - 1 = 3 \times 13$$

$$\text{বা, } x = 39 + 1$$

$$\therefore x = 40$$

\therefore দলটির শুরুতে 40টি গরু ছিলো।

◆◆ অনুশীলনী ৩.৭-এ প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

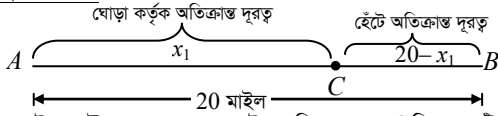
একটি মাঠে ঘাসের পরিমাণ x । প্রতিদিন y পরিমাণ ঘাস বৃদ্ধি পায়। সব ঘাস শেষ করতে 20টি গরুর লাগে 35 দিন এবং 24টি গরুর লাগে 25 দিন।
 ক. 35 দিনে ঘাসের পরিমাণ কত হবে?
 খ. x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।
 গ. কিছু সংখ্যক গরু 15 দিনে ঘাস খাওয়ার পর 5টি গরু সরিয়ে নেওয়া হলো। এ অবস্থায় আরও 5 দিনের মাঝে (সর্বমোট 20 দিনের মাঝে) সম্পূর্ণ ঘাস শেষ করতে হলে শুরুতে কমপক্ষে কতগুলো গরু থাকা প্রয়োজন?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।
 (ক) $x + 35y$; (গ) 12টি

৩৮ দুই ভাইয়ের একটি প্রশিক্ষিত ঘোড়া ছিল যা যেকোনো নির্দেশই পালন করতে পারে। দুই ভাই একই সময়ে বাসা থেকে রওয়ানা হয়ে 20 মাইল দূরে একটি বৈশাখী মেলায় যেতে চায়। ঘোড়া যেকোনো মুহুর্তে মাত্র একজন ভাইকে বহন করতে পারে। ভাইদের বেগ ঘণ্টায় 4 মাইল এবং ঘোড়ার বেগ ঘণ্টায় (মানুষসহ কিংবা ছাড়া) 10 মাইল হলে সর্বনিম্ন কত সময়ে তারা মেলায় পৌঁছতে পারবে? প্রত্যেক ভাই কতটা পথ হাঁটবে?

সমাধান: মনে করি, একই সময়ে বাসা (A) থেকে রওয়ানা হয়ে সর্বনিম্ন t ঘণ্টায় দুই ভাই একত্রে মেলায় (B) পৌঁছবে। আরও ধরা যাক, 1ম ভাই শুরুতে ঘোড়ায় রওয়ানা হয়, অতঃপর হেঁটে যায় এবং ২য় ভাই শুরুতে হেঁটে রওয়ানা হয়, পরবর্তীতে ঘোড়ায় চড়ে যায়।

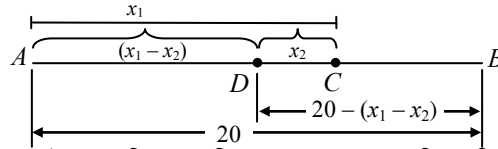
1ম ভাইয়ের ক্ষেত্রে:



ধরি, 1ম ভাই t_1 ঘণ্টা ঘোড়ায় চড়ে x_1 মাইল অতিক্রম করে C বিন্দুতে পৌঁছে।
 অতঃপর t_2 ঘণ্টায় C থেকে B বিন্দুতে হেঁটে পৌঁছে।

$$\therefore \text{1ম ভাইয়ের অতিক্রান্ত মোট সময়, } t = t_1 + t_2 = \frac{x_1}{10} + \frac{20 - x_1}{4} \dots (i)$$

২য় ভাইয়ের ক্ষেত্রে:



ধরি, 1ম ভাইকে C বিন্দুতে নামিয়ে দেওয়ার পর ঘোড়াটি C বিন্দু থেকে পেছনের দিকে x_2 মাইল যাওয়ার পর ২য় ভাইয়ের সাথে D বিন্দুতে মিলিত হয়। আরও ধরা যাক, ২য় ভাই হেঁটে এই D বিন্দুতে পৌঁছে t_3 ঘণ্টায়।

$$\therefore t_3 = \frac{AD}{4} = \frac{x_1 - x_2}{4}$$

অবশিষ্ট দূরত্ব $DB = AB - AD = 20 - (x_1 - x_2)$ মাইল, যা ২য় ভাই ঘোড়ায় চড়ে t_4 ঘণ্টায় অতিক্রম করে।

$$\therefore t_4 = \frac{20 - (x_1 - x_2)}{10}$$

এখন, ২য় ভাইয়ের ক্ষেত্রে অতিক্রান্ত মোট সময়, $t' = t_3 + t_4$

$$= \frac{x_1 - x_2}{4} + \frac{20 - (x_1 - x_2)}{10} \dots \dots \dots (ii)$$

প্রশ্নানুসারে, দুই ভাই একই সময়ে বাসা থেকে রওয়ানা হয়ে একই সময়ে মেলায় পৌঁছতে চায়। তাই 1ম ভাইয়ের অতিক্রান্ত মোট সময়, ২য় ভাইয়ের অতিক্রান্ত মোট সময়ের সমান হবে।

অর্থাৎ $t = t'$

$$\text{বা, } \frac{x_1}{10} + \frac{20 - x_1}{4} = \frac{x_1 - x_2}{4} + \frac{20 - (x_1 - x_2)}{10}$$

$$\text{বা, } \frac{x_1}{10} - \frac{20 - (x_1 - x_2)}{10} = \frac{x_1 - x_2}{4} - \frac{20 - x_1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{x_1 - (20 - x_1 + x_2)}{10} = \frac{(x_1 - x_2) - (20 - x_1)}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{x_1 - 20 + x_1 - x_2}{10} = \frac{x_1 - x_2 - 20 + x_1}{4}$$

$$\text{বা, } \frac{2x_1 - x_2 - 20}{10} = \frac{2x_1 - x_2 - 20}{4}$$

$$\text{বা, } 20x_1 - 10x_2 - 200 = 8x_1 - 4x_2 - 80$$

$$\text{বা, } 20x_1 - 8x_1 - 10x_2 + 4x_2 = -80 + 200$$

$$\text{বা, } 12x_1 - 6x_2 = 120$$

$$\text{বা, } 2x_1 - x_2 = 20 \quad ; [6 \text{ দ্বারা উভয়পক্ষে ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x_2 = 2x_1 - 20 \dots \dots \dots (iii)$$

আবার, ২য় ভাই যে সময়ে (t_3) AD দূরত্ব যায় সেই একই সময়ে (t_3) ঘোড়াটি (AC + CD) দূরত্ব যায়।

$$\text{এখন, ২য় ভাইয়ের ক্ষেত্রে } t_3 = \frac{AD}{4} = \frac{x_1 - x_2}{4} \text{ ঘণ্টা এবং ঘোড়ার ক্ষেত্রে } t_3$$

$$= \frac{AC + CD}{10} = \frac{x_1 + x_2}{10} \text{ ঘণ্টা}$$

$$\therefore \frac{x_1 - x_2}{4} = \frac{x_1 + x_2}{10}$$

$$\text{বা, } 10x_1 - 10x_2 = 4x_1 + 4x_2$$

$$\text{বা, } 10x_1 - 4x_1 = 4x_2 + 10x_2$$

$$\text{বা, } 6x_1 = 14x_2$$

$$\text{বা, } 3x_1 = 7x_2 \quad ; [2 \text{ দ্বারা উভয়পক্ষে ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 3x_1 = 7(2x_1 - 20) \quad ; [(iii) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } 3x_1 = 14x_1 - 140$$

$$\text{বা, } 14x_1 - 3x_1 = 140$$

$$\text{বা, } 11x_1 = 140$$

$$\text{বা, } x_1 = \frac{140}{11}$$

$$x_1 \text{ এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই, } x_2 = 2 \cdot \frac{140}{11} - 20$$

$$= \frac{280 - 220}{11} = \frac{60}{11}$$

x_1 এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই-

$$t = \frac{x_1}{10} + \frac{20 - x_1}{4}$$

$$= \frac{140}{11 \times 10} + \frac{20 - \frac{140}{11}}{4}$$

$$= \frac{140}{110} + \frac{220 - 140}{4 \times 11}$$

$$= \frac{14}{11} + \frac{80}{44}$$

$$= \frac{14}{11} + \frac{20}{11} = \frac{14 + 20}{11} = \frac{34}{11} = 3 \frac{1}{11}$$

$$\therefore \text{সর্বনিম্ন } 3 \frac{1}{11} \text{ ঘণ্টায় তারা মেলায় পৌঁছবে। (Ans.)}$$

1ম ভাইয়ের হেঁটে অতিক্রান্ত পথ = $(20 - x_1)$ মাইল

$$= \left(20 - \frac{140}{11}\right) \text{ মাইল}$$

$$= \left(\frac{220 - 140}{11}\right) \text{ মাইল}$$

$$= \frac{80}{11} \text{ মাইল (Ans.)}$$

২য় ভাইয়ের হেঁটে অতিক্রান্ত পথ = $(x_1 - x_2)$ মাইল

$$= \frac{140}{11} - \frac{60}{11} \text{ মাইল}$$

$$= \frac{140 - 60}{11} \text{ মাইল} = \frac{80}{11} \text{ মাইল (Ans.)}$$

◆◆ অনশীলনী ৩৮নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

মামুন সাহেব তার দুই ছেলে পারভেজ ও ফায়েজকে নিয়ে বাসা থেকে 30 কি.মি. দূরে কান্তজির মেলার উদ্দেশ্যে একই সময়ে রওয়ানা দেন। মামুন সাহেব সাইকেল সাথে নিয়ে রওয়ানা দেন। কিন্তু তিনি সাইকেলে মাত্র একজনকে বহন করতে পারেন। চালক ও যাত্রীসহ অথবা শুধুমাত্র চালকসহ সাইকেলের দ্রুত বেগ 6 কি.মি./ঘণ্টা এবং ছেলেদের প্রত্যেকের দৌড়ের দ্রুত বেগ 3 কি.মি./ঘণ্টা বিবেচনা করো।

ক. শুধু সাইকেলে চড়ে কত সময়ে তারা তিনজনই মেলায় পৌছবে?

খ. ন্যূনতম কত সময়ে তারা একসাথে মেলায় পৌছবে?

গ. মামুন সাহেবের অতিক্রান্ত পথ ও ছেলেদের প্রত্যেকের দৌড়ে অতিক্রান্ত পথ কত?

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) 15 ঘণ্টা পর; (খ) 7 ঘণ্টায়;

(গ) 42 কি.মি. এবং 12 কি.মি.



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৬৮

ক বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং সিদ্ধান্ত গৃহীত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া দিবে। 10 জন যাত্রী অনুপস্থিত থাকায় মাথাপিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল এবং প্রত্যেকে কত টাকা করে ভাড়া দিয়েছিল?

সমাধান:

মোট বাস ভাড়া = 2400 টাকা

মনে করি, বাসে x জন যাত্রী যাওয়ার কথা ছিল

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{2400}{x} \text{ টাকা}$$

10 জন না আসায় যাত্রী সংখ্যা $(x - 10)$

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া} = \frac{2400}{x-10} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ} \left(\frac{2400}{x-10} - \frac{2400}{x} \right) \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{2400}{x-10} - \frac{2400}{x} = 8$$

$$\text{বা, } \frac{2400x - 2400x + 24000}{x(x-10)} = 8$$

$$\text{বা, } 8(x^2 - 10x) = 24000$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x = 3000$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 60x + 50x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-60) + 50(x-60) = 0$$

$$\text{বা, } (x-60)(x+50) = 0$$

$$\therefore x-60 = 0 \quad \text{অথবা, } x+50 = 0$$

$$\text{বা, } x = 60 \quad \text{বা, } x = -50$$

কিন্তু $x = -50$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ যাত্রীসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। সুতরাং $x = 60$

$$\therefore \text{বাসে যাত্রী গিয়েছিল} = (x-10) \text{ জন} = (60-10) \text{ জন} = 50 \text{ জন}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া} &= \frac{2400}{x-10} \text{ টাকা} \\ &= \frac{2400}{60-10} \text{ টাকা} \\ &= \frac{2400}{50} \text{ টাকা} \\ &= 48 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

খ ক ও খ একত্রে একটি কাজ p দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি q দিনে করতে পারে। খ একাকী কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

সমাধান: মনে করি, খ একাকী d দিনে কাজটি করতে পারে

ক এর দৈনিক কাজের পরিমাণ a এবং

খ এর দৈনিক কাজের পরিমাণ b

তাহলে,

	কাজের দিন	মোট কাজ
ক	p	ap
খ	p	bp
ক	q	aq
খ	d	bd

প্রশ্নানুসারে, ক ও খ একত্রে p দিনের কাজ = একাকী ক এর q দিনের কাজ

$$\therefore ap + bp = aq = bd = 1$$

এখন, $ap + bp = 1$ থেকে পাই,

$$p(a+b) = 1$$

$$\text{বা, } a+b = \frac{1}{p} \dots \dots \dots (i)$$

$$aq = 1 \text{ থেকে পাই, } a = \frac{1}{q}$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } \frac{1}{q} + b = \frac{1}{p}$$

$$\text{বা, } b = \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{q-p}{pq}$$

$$\text{আবার, } bd = 1 \text{ থেকে পাই, } d = \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } d = \frac{1}{\frac{q-p}{pq}} = \frac{pq}{q-p}$$

$$\therefore \text{খ একাকী } \frac{pq}{q-p} \text{ দিনে কাজটি করতে পারবে।}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

এখানে, ক ও খ একটি কাজ p দিনে করে

$$\therefore \text{ক ও খ একত্রে 1 দিনে করে } \frac{1}{p} \text{ অংশ}$$

আবার, ক একা কাজটি q দিনে করে

$$\therefore \text{ক 1 দিনে করে } \frac{1}{q} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{খ একাকী 1 দিনে করে } \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right) \text{ অংশ বা, } \frac{q-p}{pq} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{খ একাকী } \frac{q-p}{pq} \text{ অংশ করে 1 দিনে}$$

$$\therefore \text{খ " 1 " " } \frac{pq}{q-p} \text{ " "}$$

$$\text{উত্তর: } \frac{pq}{q-p} \text{ দিন।}$$

গ এক ব্যক্তি স্রোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে ঘন্টায় ২ কি.মি. বেগে যেতে পারে। স্রোতের বেগ ঘন্টায় ৩ কি.মি. হলে, স্রোতের অনুকূলে ৩২ কি.মি. যেতে তার কত সময় লাগবে?

সমাধান: মনেকরি, স্থির পানিতে নৌকার বেগ u কি.মি./ঘন্টা

এবং স্রোতের বেগ, $v = 3$ কি.মি./ঘন্টা

\therefore স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘন্টায় $(u + v)$ কি.মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘন্টায় $(u - v)$ কি.মি.

প্রশ্নমতে, $u - v = 2$

বা, $u - 3 = 2$ বা, $u = 2 + 3$ বা, $u = 5$

\therefore স্থির পানিতে নৌকার বেগ ৫ কি.মি./ঘন্টা

\therefore স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘন্টায় $= (5 + 3)$ কি.মি.
 $= 8$ কি.মি.

স্রোতের অনুকূলে ৪ কি.মি. যেতে সময় লাগে ১ ঘন্টা

\therefore " " ১ " " " " $\frac{1}{8}$ "

\therefore " " ৩২ " " " " $\frac{32}{8}$ " = ৪ ঘন্টা

\therefore স্রোতের অনুকূলে ৩২ কি.মি. যেতে সময় লাগে ৪ ঘন্টা।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, স্থির পানিতে নৌকার বেগ x কি.মি.

আমরা জানি, স্রোতের প্রতিকূলে বেগ = নৌকার বেগ - স্রোতের বেগ

$\therefore 2 = x - 3$

$\therefore x = 5$

আবার, স্রোতের অনুকূলে বেগ = নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ

$= x + 3 = 5 + 3 = 8$

এখন, সময় = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}} = \frac{32}{8} = 4$ (Ans.)

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৭০

ক টাকায় ১০ টি লেবু বিক্রয় করায় ৫০% ক্ষতি হয়। টাকায় ৬টি লেবু বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? (সংশোধিত)

সমাধান:

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে ৫০% ক্ষতিতে ১০টি লেবুর বিক্রয়মূল্য $= (100 - 50)$ টাকা
 $= 50$ টাকা

তাহলে, যখন বিক্রয়মূল্য ৫০ টাকা তখন ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

\therefore যখন বিক্রয়মূল্য ১ টাকা তখন ক্রয়মূল্য $\frac{100}{50}$ টাকা = ২ টাকা

এখন, ১০ টি লেবুর ক্রয়মূল্য ২ টাকা

\therefore ১ টি লেবুর ক্রয়মূল্য $\frac{2}{10}$ টাকা

\therefore ৬ টি লেবুর ক্রয়মূল্য $\frac{2 \times 6}{10}$ টাকা = $\frac{6}{5}$ টাকা = ১.২ টাকা

প্রশ্নমতে, ৬টি লেবুর বিক্রয়মূল্য = ১ টাকা

\therefore ১ টাকায় ৬ টি লেবু বিক্রয় করলে ক্ষতি হয় $= (1.2 - 1)$ টাকা = ০.২ টাকা

অর্থাৎ ১ টাকায় ক্ষতি হয় ০.২ টাকা

\therefore ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $= (0.2 \times 100)$ টাকা = ২০ টাকা

সুতরাং শতকরা ২০ টাকা ক্ষতি হবে।

খ বার্ষিক শতকরা $6\frac{1}{2}$ হার সরল মুনাফায় ৭৫০ টাকার ৪ বছরের সবৃদ্ধিমূল কত টাকা হবে?

সমাধান: আমরা জানি, $I = Pnr$

এখানে, $P = 750$ টাকা

$n = 4$ বছর

$s = 6\frac{1}{2} = \frac{13}{2}$

$\therefore r = \frac{s}{\frac{P}{100}} = \frac{\frac{13}{2}}{\frac{750}{100}} = \frac{13}{2 \times 7.5} = \frac{13}{15}$

$\therefore I = 750 \times 4 \times \frac{13}{200} = 195$

\therefore ৪ বছরের সবৃদ্ধিমূল $= (750 + 195)$ টাকা = ৯৪৫ টাকা

\therefore সবৃদ্ধিমূল ৯৪৫ টাকা

গ বার্ষিক ৪ টাকা হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ২০০০ টাকার ৩ বছরের সবৃদ্ধিমূল নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, $C = P(1 + r)^n$ [যেখানে C চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে সবৃদ্ধি মূল]

দেওয়া আছে, $P = 2000$ টাকা

$r = 4\% = \frac{4}{100}$

$n = 3$ বছর

$\therefore C = 2000 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^3$ টাকা

$= 2000 \left(1 + \frac{1}{25}\right)^3$ "

$= 2000 \left(\frac{25 + 1}{25}\right)^3$ "

$= 2000 \left(\frac{26}{25}\right)^3$ "

$= 2000 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25}$

$= \frac{281216}{125} = 2249.73$ টাকা (প্রায়)

\therefore সবৃদ্ধিমূল ২২৪৯.৭৩ টাকা (প্রায়)।