# নবম অধ্যায়

## সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন

### অনুশীলনী- ৯.১

**একনজরে প্রয়োজনীয় সূত্র**

1. $a^{n+1} = a^n.a$
2. $a^m.a^n = a^{m+n}$
3. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
4. $(a^m)^n = a^{mn}$
5. $(a.b)^n = a^n.b^n$
6. $\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$
7. $a^m = b$ হলে, $a = b^{\frac{1}{m}}$
8. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

**MCQ এর জন্য কিছু গুরুত্বপূর্ণ তথ্যঃ**

| তথ্য | উদাহরণ/ মন্তব্য |
|---|---|
| • $a \in R, a \neq 0$ হলে $a^0 = 1$ | • $0^0$ অনির্ণেয় আবার তাই $0^0 = 1$ লেখা যাবে না<br>অনির্ণেয় আকারঃ $\dfrac{0}{0}$, $0^0$, $1^{\infty}$, $\dfrac{\infty}{\infty}$; $0. \infty$; $\infty \times \infty$ |
| • $n \in N, n > 1$ এবং $a \in R$ শর্তে $x^n = a$ হলে $x$ কে $a$ এর $n$তম মূল বলে। | • $2^4 = 16 \Rightarrow 16$ এর 4তম মূল 2<br>• $(-2)^4 = 16 \Rightarrow 16$ এর 4 তম মূল $-2$<br>• 2 তম মূলকে বর্গমূল এবং 3তম মূলকে ঘনমূল বলা হয়। |
| • $a > 0$ হলে $\sqrt[n]{a} > 0$ | • $\sqrt[2]{4} = 2$ ; $\sqrt[3]{125} = 5$ তাই $\sqrt[2]{4} \neq -2$ |
| • $a < 0$ এবং $n$ বিজোড় হলে $\sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{\mid a \mid} < 0$ | • $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{\lvert 8 \rvert} = -2$ ; $\sqrt[3]{-27} = -3$ |
| • $a < 0$ এবং $n$ জোড় হলে $a$ এর $n$তম মূল নেই | • $\sqrt[4]{-81} \neq \sqrt[4]{\lvert 8 \rvert} \neq -\sqrt[4]{\lvert 3 \rvert^4} \neq -3$ |
| • 0 এর $n$ তম মূল $\sqrt[n]{0} = 0$ | • $\sqrt{0} = 0, \sqrt[3]{0} = 0\ \sqrt[5]{0} = 0$ |
| • $a > 0, m \in Z$ এবং $n \in N, n > 1$ হলে $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ | • $\left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = \left\{(2^3)^{\frac{1}{3}}\right\}^2 = (2)^2 = 4$<br>আবার, $\sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4$<br>$\therefore \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = \sqrt[3]{8^2}$ |
| • যদি $a > 0$ এবং $\dfrac{m}{n} = \dfrac{p}{q}$ হয় যেখানে $m, p \in Z$ এবং $n, q \in N$, $n > 1, q > 1$ তবে $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[q]{a^p}$ | • $\sqrt[3]{2^{-6}} = (2^{-6})^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$<br>আবার, $\sqrt[4]{2^{-8}} = (2^{-8})^{\frac{1}{4}} = 2^{-2} = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$<br>$\therefore \sqrt[3]{2^{-6}} = \sqrt[4]{2^{-8}}$ |
| • যদি $a > 0$ এবং $n, k \in N, n > 1$ হয় তবে $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$ | • $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$ এবং $\sqrt[6]{5^3} = (5^3)^{\frac{1}{6}} = 5^{\frac{1}{2}}$<br>$\therefore \sqrt{5} = \sqrt[6]{5^3}$ অনুরূপভাবে $\sqrt[3]{3} = \sqrt[9]{27}$ |

# অনুশীলনীর সমাধান

**১** প্রমাণ কর যে, $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^p = a^{\frac{mp}{n}}$, যেখানে $m, p \in Z$ এবং $n \in N.$

**সমাধান:** $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^p = \left\{\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m\right\}^p \quad \left[\because a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m\right]$

$= \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{mp} \quad \left[\because (a^m)^n = a^{mn}\right]$

$= a^{\frac{mp}{n}} \quad \left[\because a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m\right]$ (প্রমাণিত)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, $a^{\frac{m}{n}} = r$

বা, $(a^m)^{\frac{1}{n}} = r$

$\therefore a^m = r^n \ldots\ldots\ldots$ (i)

এবং $a^{\frac{mp}{n}} = s$

বা, $(a^{mp})^{\frac{1}{n}} = s$

বা, $a^{mp} = s^n$

বা, $(a^m)^p = s^n$

বা, $(r^n)^p = s^n \quad$ [(i) নং এ পাই, $a^m = r^n$]

বা, $r^{np} = s^n$

বা, $(r^{np})^{\frac{1}{n}} = (s^n)^{\frac{1}{n}}$

বা, $r^p = s$

$\therefore \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^p = a^{\frac{mp}{n}} \quad \left[\because r = a^{\frac{m}{n}}\right.$ এবং $\left. s = a^{\frac{mp}{n}}\right]$ (প্রমাণিত)

**২** প্রমাণ কর যে, $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}}$, যেখানে $m, n \in Z, m \neq 0, n \neq 0$

**সমাধান:** ধরি, $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = x$

$\therefore a^{\frac{1}{m}} = x^n$

বা, $a = (x^n)^m$

বা, $a = x^{mn}$

$\therefore a^{\frac{1}{mn}} = x$

সুতরাং $\left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}}$ (প্রমাণিত)

**৩** প্রমাণ কর যে, $(ab)^{\frac{m}{n}} = (a)^{\frac{m}{n}}(b)^{\frac{m}{n}}$, যেখানে $m \in Z, n \in N$

**সমাধান:** মনে করি, $\frac{m}{n} = x$

এখন, বামপক্ষ $= (ab)^{\frac{m}{n}}$

$= (ab)^x \quad \left[\because \frac{m}{n} = x\right]$

$= (a)^x (b)^x$

$= (a)^{\frac{m}{n}} (b)^{\frac{m}{n}} =$ ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

**৪** দেখাও যে, ক) $\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right) = a - b$

খ) $\dfrac{a^3 + a^{-3} + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1} = \left(a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} - 1\right)$

**সমাধান:**

**ক** বামপক্ষ $= \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)$

$= \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left\{\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^2 + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2\right\}$

$= \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^3 \quad [\because (x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3 - y^3]$

$= a^{\frac{3}{3}} - b^{\frac{3}{3}}$

$= a^1 - b^1$

$= a - b$

$=$ ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

**খ** বামপক্ষ $= \dfrac{a^3 + a^{-3} + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1}$

$= \dfrac{a^3 + 2 + a^{-3} - 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1}$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^2 + 2 \times a^{\frac{3}{2}} \times a^{-\frac{3}{2}} + \left(a^{-\frac{3}{2}}\right)^2 - 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 1}$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}}\right)^2 - 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 1}$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} - 1\right)\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 1\right)}{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 1\right)}$

$= a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} - 1$

$=$ ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

বামপক্ষ $= \dfrac{a^3 + a^{-3} + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} + 1}$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(a^{\frac{-3}{2}}\right)^2 + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1}$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}}\right)^2 - 2.a^{\frac{3}{2}}.a^{\frac{-3}{2}} + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1} \quad [\because (x^2 + y^2) = (x+y)^2 - 2xy]$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}}\right)^2 - 2.a^0 + 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1} \quad \left[\because a^{\frac{3}{2}}.a^{\frac{-3}{2}} = a^{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}} = a^0\right]$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}}\right)^2 - 1}{a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1} \quad [\because a^0 = 1]$

$= \dfrac{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1\right)\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} - 1\right)}{\left(a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} + 1\right)} \quad [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

$= a^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{-3}{2}} - 1 =$ ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

**৫** সরল কর:

(ক) $\dfrac{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$ (খ) $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+ab}{ab-b^3} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-b}$ (গ) $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}}\right\}^{\frac{a}{a+b}}$

(ঘ) $\dfrac{1}{1+a^{-m}b^n+a^{-m}c^p} + \dfrac{1}{1+b^{-n}c^p+b^{-n}a^m} + \dfrac{1}{1+c^{-p}a^m+c^{-p}b^n}$ (ঙ) $\sqrt[bc]{\dfrac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}} \times \sqrt[ca]{\dfrac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}} \times \sqrt[ab]{\dfrac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}}$

(চ) $\dfrac{(a^2-b^{-2})^a(a-b^{-1})^{b-a}}{(b^2-a^{-2})^b(b+a^{-1})^{a-b}}$

**ক** সরল কর: $\dfrac{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

সমাধান: $\dfrac{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a-b}}$

$= \left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{a-b}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{a-b}{a-b}}$

$= \left(\dfrac{a+b}{b}\right)^1 \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^1$

$= \dfrac{a+b}{b} \times \dfrac{a-b}{a}$

$= \dfrac{a^2-b^2}{ab}$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$\dfrac{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{a}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\dfrac{a+b}{b}\right)^{\frac{b}{a-b}} \times \left(\dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \dfrac{\left(\dfrac{a+b}{b} \times \dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\dfrac{a+b}{b} \times \dfrac{a-b}{a}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \dfrac{\left(\dfrac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{a}{a-b}}}{\left(\dfrac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{b}{a-b}}}$

$= \left(\dfrac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a-b}} = \left(\dfrac{a^2-b^2}{ab}\right)^{\frac{a-b}{a-b}} = \dfrac{a^2-b^2}{ab}$ **(Ans.)**

**খ** সরল কর: $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+ab}{ab-b^3} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-b}$

সমাধান: $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+ab}{ab-b^3} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-b}$

$= \dfrac{a\sqrt{a}+ab}{b(a-b^2)} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-b}$ $\left[\because a^{\frac{3}{2}} = a \times a^{\frac{1}{2}} = a\sqrt{a}\right]$

$= \dfrac{a(\sqrt{a}+b)}{b\{(\sqrt{a})^2-b^2\}} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-b}$

$= \dfrac{a(\sqrt{a}+b)}{b(\sqrt{a}+b)(\sqrt{a}-b)} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-b}$

$= \dfrac{a}{b(\sqrt{a}-b)} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-b}$

$= \dfrac{a-b\sqrt{a}}{b(\sqrt{a}-b)}$

$= \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-b)}{b(\sqrt{a}-b)}$

$= \dfrac{\sqrt{a}}{b}$ **(Ans.)**

**গ** সরল কর: $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}}\right\}^{\frac{a}{a+b}}$

সমাধান: $\left\{\left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b}}\right\}^{\frac{a}{a+b}}$

$= \left(x^{\frac{1}{a}}\right)^{\frac{a^2-b^2}{a-b} \times \frac{a}{a+b}}$

$= x^{\frac{1}{a} \times \frac{a^2-b^2}{a-b} \times \frac{a}{a+b}}$

$= x^{\frac{1}{a} \times \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)} \times \frac{a}{(a+b)}}$

$= x^1$

$= x$ **(Ans.)**

**ঘ** **সরল কর:** $\frac{1}{1+a^{-m}b^{n}+a^{-m}c^{p}}+\frac{1}{1+b^{-n}c^{p}+b^{-n}a^{m}}+\frac{1}{1+c^{-p}a^{m}+c^{-p}b^{n}}$

সমাধান: $\frac{1}{1+a^{-m}b^{n}+a^{-m}c^{p}}+\frac{1}{1+b^{-n}c^{p}+b^{-n}a^{m}}+\frac{1}{1+c^{-p}a^{m}+c^{-p}b^{n}}$

$$=\frac{1}{1+\frac{b^n}{a^m}+\frac{c^p}{a^m}}+\frac{1}{1+\frac{c^p}{b^n}+\frac{a^m}{b^n}}+\frac{1}{1+\frac{a^m}{c^p}+\frac{b^n}{c^p}}$$

$$=\frac{1}{\frac{a^m+b^n+c^p}{a^m}}+\frac{1}{\frac{b^n+c^p+a^m}{b^n}}+\frac{1}{\frac{c^p+a^m+b^n}{c^p}}$$

$$=\frac{a^m}{a^m+b^n+c^p}+\frac{b^n}{a^m+b^n+c^p}+\frac{c^p}{a^m+b^n+c^p}$$

$$=\frac{a^m+b^n+c^p}{a^m+b^n+c^p}=1 \quad \textbf{(Ans.)}$$

**ঙ** **সরল কর:** $\sqrt[bc]{\frac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}}\times\sqrt[ca]{\frac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}}\times\sqrt[ab]{\frac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}}$

সমাধান: $\sqrt[bc]{\frac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}}\times\sqrt[ca]{\frac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}}\times\sqrt[ab]{\frac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}}$

$$=\left(\frac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}\right)^{\frac{1}{bc}}\times\left(\frac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}\right)^{\frac{1}{ca}}\times\left(\frac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}\right)^{\frac{1}{ab}}$$

$$=\frac{x^{\frac{b}{c}\times\frac{1}{bc}}}{x^{\frac{c}{b}\times\frac{1}{bc}}}\times\frac{x^{\frac{c}{a}\times\frac{1}{ca}}}{x^{\frac{a}{c}\times\frac{1}{ca}}}\times\frac{x^{\frac{a}{b}\times\frac{1}{ab}}}{x^{\frac{b}{a}\times\frac{1}{ab}}}$$

$$=\frac{x^{\frac{1}{c^2}}}{x^{\frac{1}{b^2}}}\times\frac{x^{\frac{1}{a^2}}}{x^{\frac{1}{c^2}}}\times\frac{x^{\frac{1}{b^2}}}{x^{\frac{1}{a^2}}}=1 \quad \textbf{(Ans.)}$$

**সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)**

$$\sqrt[bc]{\frac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}}\times\sqrt[ca]{\frac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}}\times\sqrt[ab]{\frac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}}$$

$$=\left(\frac{x^{\frac{b}{c}}}{x^{\frac{c}{b}}}\right)^{\frac{1}{bc}}\times\left(\frac{x^{\frac{c}{a}}}{x^{\frac{a}{c}}}\right)^{\frac{1}{ca}}\times\left(\frac{x^{\frac{a}{b}}}{x^{\frac{b}{a}}}\right)^{\frac{1}{ab}}$$

$$=\left(x^{\frac{b}{c}-\frac{c}{b}}\right)^{\frac{1}{bc}}\times\left(x^{\frac{c}{a}-\frac{a}{c}}\right)^{\frac{1}{ca}}\times\left(x^{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}\right)^{\frac{1}{ab}} \quad \left[\because \left(\frac{x^r}{x^s}\right)=x^{r-s}\right]$$

$$=\left(x^{\frac{b^2-c^2}{bc}}\right)^{\frac{1}{bc}}\times\left(x^{\frac{c^2-a^2}{ca}}\right)^{\frac{1}{ca}}\times\left(x^{\frac{a^2-b^2}{ab}}\right)^{\frac{1}{ab}}$$

$$=x^{\frac{b^2-c^2}{b^2c^2}}.x^{\frac{c^2-a^2}{c^2a^2}}.x^{\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}} \quad [\because (x^r)^s=x^{r-s}]$$

$$=x^{\frac{a^2(b^2-c^2)+b^2(c^2-a^2)+c^2(a^2-b^2)}{a^2b^2c^2}}$$

$$=x^{\frac{a^2b^2-c^2a^2+b^2c^2-a^2b^2+c^2a^2-b^2c^2}{a^2b^2c^2}}=x^{\frac{0}{a^2b^2c^2}}=x^0=1 \quad \textbf{(Ans.)}$$

**চ** **সরল কর:** $\frac{(a^2-b^{-2})^a(a-b^{-1})^{b-a}}{(b^2-a^{-2})^b(b+a^{-1})^{a-b}}$

সমাধান: $\frac{(a^2-b^{-2})^a(a-b^{-1})^{b-a}}{(b^2-a^{-2})^b(b+a^{-1})^{a-b}}$

$$=\frac{\left(a^2-\frac{1}{b^2}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{b-a}}{\left(b^2-\frac{1}{a^2}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{a-b}}$$

$$=\frac{\left\{\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(a-\frac{1}{b}\right)\right\}^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{b-a}}{\left\{\left(b+\frac{1}{a}\right)\left(b-\frac{1}{a}\right)\right\}^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{a-b}}$$

$$=\frac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{b-a}}{\left(b+\frac{1}{a}\right)^b\left(b-\frac{1}{a}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{a-b}}$$

$$=\frac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{a+b-a}}{\left(b-\frac{1}{a}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{b+a-b}}$$

$$=\frac{\left(a+\frac{1}{b}\right)^a\left(a-\frac{1}{b}\right)^{b}}{\left(b-\frac{1}{a}\right)^b\left(b+\frac{1}{a}\right)^{a}}$$

$$=\frac{\left(\frac{ab+1}{b}\right)^a\left(\frac{ab-1}{b}\right)^{b}}{\left(\frac{ab-1}{a}\right)^b\left(\frac{ab+1}{a}\right)^{a}}$$

$$=\left(\frac{\frac{ab+1}{b}}{\frac{ab+1}{a}}\right)^a\times\left(\frac{\frac{ab-1}{b}}{\frac{ab-1}{a}}\right)^b$$

$$=\left(\frac{ab+1}{b}\times\frac{a}{ab+1}\right)^a\times\left(\frac{ab-1}{b}\times\frac{a}{ab-1}\right)^b$$

$$=\left(\frac{a}{b}\right)^a\times\left(\frac{a}{b}\right)^b=\left(\frac{a}{b}\right)^{a+b} \quad \textbf{(Ans.)}$$

**৬** দেখাও যে,

**(ক) যদি $x=a^{q+r}b^p, y=a^{r+p}b^q, z=a^{p+q}b^r$ হয়, তবে $x^{q-r}.y^{r-p}.z^{p-q}=1.$**

**(খ) যদি $a^p=b, b^q=c$ এবং $c^r=a$ হয়, তবে $pqr=1.$**

**(গ) যদি $a^x=p, a^y=q$ এবং $a^2=(p^yq^x)^z$ হয়, তবে $xyz=1.$**

সমাধান:

**ক** দেওয়া আছে, $x=a^{q+r}b^p, y=a^{r+p}b^q, z=a^{p+q}b^r$

বামপক্ষ $=x^{q-r}.y^{r-p}.z^{p-q}$

$=(a^{q+r}b^p)^{q-r}(a^{r+p}b^q)^{r-p}(a^{p+q}b^r)^{p-q}$ [মান বসিয়ে]

$=a^{(q+r)(q-r)}b^{p(q-r)}a^{(r+p)(r-p)}b^{q(r-p)}a^{(p+q)(p-q)}b^{r(p-q)}$

$=a^{q^2-r^2}.a^{r^2-p^2}.a^{p^2-q^2}.b^{pq-pr}.b^{qr-qp}b^{rp-rq}$

$=a^{q^2-r^2+r^2-p^2+p^2-q^2}.b^{pq-rp+qr-qp+rp-qr}$

$=a^0b^0$

$=1.1$

$=1=$ ডানপক্ষ

$x^{q-r}.y^{r-p}.z^{p-q}=1$ (দেখানো হলো)

**খ** দেওয়া আছে, $a^p = b, b^q = c, c^r = a$

এখানে, $c^r = a$

বা, $(b^q)^r = a \quad [\because b^q = c]$

বা, $b^{qr} = a$

বা, $(a^p)^{qr} = a \quad [\because a^p = b]$

বা, $a^{pqr} = a^1$

$\therefore pqr = 1$ **(দেখানো হলো)**

**সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)**

দেওয়া আছে, $a^p = b$

বা, $(c^r)^p = b \; [\because c^r = a]$

বা, $c^{pr} = b$

বা, $(b^q)^{pr} = b [\because b^q = c]$

বা, $b^{pqr} = b^1$

$\therefore pqr = 1$ **(দেখানো হলো)**

**গ** দেওয়া আছে, $a^x = p, a^y = q$ এবং $a^2 = (p^y q^x)^z$

এখানে, $(p^y q^x)^z = a^2$

বা, $\{(a^x)^y (a^y)^x\}^z = a^2 \quad [\because p = a^x, q = a^y]$

বা, $\{(a^{xy})(a^{xy})\}^z = a^2$

বা, $(a^{xy+xy})^z = a^2$

বা, $(a^{2xy})^z = a^2$

বা, $a^{2xyz} = a^2$

বা, $2xyz = 2$

$\therefore xyz = 1$ **(দেখানো হলো)**

**৭** (ক) যদি $x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c} = 0$ এবং $a^2 = bc$ হয়, তবে দেখাও যে, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3axyz$.

(খ) যদি $x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}$ এবং $a^2 - b^2 = c^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 - 3cx - 2a = 0$.

(গ) যদি $a = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $2a^3 - 6a = 5$.

(ঘ) যদি $a^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$ এবং $a \geq 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $3a^3 + 9a = 8$.

(ঙ) যদি $a^2 = b^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}}$.

(চ) যদি $b = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $b^3 - 3b^2 - 6b - 4 = 0$.

(ছ) যদি $a + b + c = 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1} = 1$.

**ক** **যদি $x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c} = 0$ এবং $a^2 = bc$ হয়, তবে দেখাও যে, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3axyz$.**

সমাধান: দেওয়া আছে, $x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} + z\sqrt[3]{c} = 0$

বা, $x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} = -z\sqrt[3]{c}$

বা, $\left(x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b}\right)^3 = \left(-z\sqrt[3]{c}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $\left(x\sqrt[3]{a}\right)^3 + \left(y\sqrt[3]{b}\right)^3 + 3x\sqrt[3]{a}.y\sqrt[3]{b}\left(x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b}\right) = -z^3c$

$[\because (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)]$

বা, $x^3a + y^3b + 3xy\sqrt[3]{ab}\left(-z\sqrt[3]{c}\right) = -z^3c$

$\left[\because x\sqrt[3]{a} + y\sqrt[3]{b} = -z\sqrt[3]{a}\right]$

বা, $x^3a + y^3b - 3xyz\sqrt[3]{abc} = -z^3c$

বা, $x^3a + y^3b + z^3c = 3xyz\sqrt[3]{abc}$

বা, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3xyz\sqrt[3]{a.a^2} \quad [\because bc = a^2]$

বা, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3xyz\sqrt[3]{a^3}$

$\therefore ax^3 + by^3 + cz^3 = 3axyz$ **(দেখানো হলো)**

**খ** **যদি $x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}$ এবং $a^2 - b^2 = c^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 - 3cx - 2a = 0$**

সমাধান: দেওয়া আছে, $x = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}$

বা, $x^3 = \left\{(a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $x^3 = \left\{(a+b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + \left\{(a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + 3(a+b)^{\frac{1}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}\left\{(a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}}\right\}$

$[\because (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)]$

বা, $x^3 = a + b + a - b + 3(a^2 - b^2)^{\frac{1}{3}}x$

$[\because (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}} = x]$

বা, $x^3 = 2a + 3.(c^3)^{\frac{1}{3}}x \; [\because a^2 - b^2 = c^3]$

বা, $x^3 = 2a + 3cx$

$\therefore x^3 - 3cx - 2a = 0$ **(দেখানো হলো)**

**গ** **যদি $a = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $2a^3 - 6a = 5$**

সমাধান: দেওয়া আছে, $a = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$

বা, $a^3 = \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $a^3 = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^3 + 3.2^{\frac{1}{3}}.2^{-\frac{1}{3}}\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right)$

$[\because (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)]$

বা, $a^3 = 2 + 2^{-1} + 3.2^{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}}.a \quad \left[\because 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}} = a\right]$

বা, $a^3 = 2 + 2^{-1} + 3.2^0.a$

বা, $a^3 = 2 + \frac{1}{2} + 3a$

বা, $a^3 = \frac{4 + 1 + 6a}{2}$

বা, $2a^3 = 4 + 1 + 6a$

$\therefore 2a^3 - 6a = 5$ **(দেখানো হলো)**

**ঘ** যদি $a^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$ এবং $a \geq 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $3a^3 + 9a = 8$

<u>সমাধান</u>: দেওয়া আছে, $a^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}$

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^2 - 2$

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^2 - 2.3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}}$ $\left[\because 3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}} = 3^0 = 1\right]$

বা, $a^2 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}\right)^2$

বা, $a = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}$ [$\because a \geq 0$ সেহেতু শুধু ধনাত্মক মান নিয়ে]

বা, $a^3 = \left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $a^3 = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 - \left(3^{-\frac{1}{3}}\right)^3 - 3\,.3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}}\left(3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}\right)$

[$\because (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$]

বা, $a^3 = 3 - 3^{-1} - 3.3^0.a$ [$\because 3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}} = 3^0$ এবং $3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}} = a$]

বা, $a^3 = 3 - \frac{1}{3} - 3a$

বা, $a^3 = \frac{9 - 1 - 9a}{3}$

বা, $3a^3 = 8 - 9a$

$\therefore 3a^3 + 9a = 8$ **(দেখানো হলো)**

**সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)**

দেওয়া আছে, $a^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{-2}{3}}$

বা, $(a^2 + 2)^3 = \left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}\right)^3$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $(a^2)^3 + 3.(a^2)^2.2 + 3.a^2.2^2 + 2^3 = \left(3^{\frac{2}{3}}\right)^3 + \left(3^{-\frac{2}{3}}\right)^3 + 3.\,3^{\frac{2}{3}}.3^{-\frac{2}{3}}\left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{-\frac{2}{3}}\right)$

বা, $a^6 + 6a^4 + 12a^2 + 8 = 3^2 + 3^{-2} + 3.3^{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}}(a^2 + 2)$ $\left[\because a^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{-2}{3}}\right]$

বা, $a^6 + 6a^4 + 12a^2 + 8 = 9 + \frac{1}{9} + 3.3^0(a^2 + 2)$

বা, $a^6 + 6a^4 + 12a^2 + 8 = 9 + \frac{1}{9} + 3a^2 + 6$

বা, $a^6 + 6a^4 + 12a^2 - 3a^2 = 9 + \frac{1}{9} + 6 - 8$

বা, $a^6 + 6a^4 + 9a^2 = 7 + \frac{1}{9}$

বা, $(a^3)^2 + 2a^3.3a + (3a)^2 = \frac{63 + 1}{9}$

বা, $(a^3 + 3a)^2 = \frac{64}{9}$

বা, $a^3 + 3a = \frac{8}{3}$ [$\because a \geq 0$ সেহেতু শুধু ধনাত্মক মান নিয়ে]

$\therefore 3a^3 + 9a = 8$ **(দেখানো হলো)**

## ◆◆ অনুশীলনীর ৭(গ ও ঘ)নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

| | |
|---|---|
| ***$a = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{-1}{3}}$ এবং $b^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{-2}{3}}$, $b > 0$***<br>*ক. দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $b = 3^{\frac{1}{3}} - 3^{-\frac{1}{3}}$*<br>*খ. প্রমাণ কর যে, $3b^3 + 9b = 8$*<br>*গ. প্রথম সমীকরণ থেকে দেখাও যে, $2a^3 - 6a = 5$* | **নিজে নিজে চেষ্ট কর।** |

**ঙ** যদি $a^2 = b^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}}$

<u>সমাধান</u>: বামপক্ষ $= \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}}$

$= \left\{\left(\frac{a}{b}\right)^3\right\}^{\frac{1}{2}} + \left\{\left(\frac{b}{a}\right)^2\right\}^{\frac{1}{3}}$

$= \left(\frac{a^3}{b^3}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$= \left(\frac{a^3}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{b^3}\right)^{\frac{1}{3}}$ [$\because b^3 = a^2$]

$= (a^{3-2})^{\frac{1}{2}} + (b^{2-3})^{\frac{1}{3}}$

$= a^{\frac{1}{2}} + (b^{-1})^{\frac{1}{3}}$

$= a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}} =$ ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

**সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)**

এখানে, $a^2 = b^3$

$\therefore a = b^{\frac{3}{2}}$

আবার, $a^2 = b^3$

বা, $b^3 = a^2$

$\therefore b = a^{\frac{2}{3}}$

বামপক্ষ $= \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}}$

$= \frac{a^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{3}{2}}} + \frac{b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}}$

$= \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a} + \frac{b^{\frac{2}{3}}}{b}$ [$\because a = b^{\frac{3}{2}}, b = a^{\frac{2}{3}}$]

$= a^{\frac{3}{2} - 1} + b^{\frac{2}{3} - 1}$

$= a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}} =$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{3}}$ **(দেখানো হলো)**

**চ** **যদি $b = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $b^3 - 3b^2 - 6b - 4 = 0$**

<u>সমাধান</u>: এখানে, $b = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$

বা, $b - 1 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$

বা, $(b-1)^3 = \left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = \left(3^{\frac{2}{3}}\right)^3 + \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 + 3.3^{\frac{2}{3}}.3^{\frac{1}{3}}\left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)$
[$\because (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy\,(x+y)$]

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 3^2 + 3 + 3.\,3^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}(b-1)$
[$\because 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} = b - 1$]

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 9 + 3 + 3.3^1(b-1)$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 12 + 9b - 9$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 - 12 - 9b + 9 = 0$

$\therefore b^3 - 3b^2 - 6b - 4 = 0$ (দেখানো হলো)

**ছ** **যদি $a + b + c = 0$ হয়, তবে দেখাও যে,**

$$\frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1} = 1$$

<u>সমাধান</u>: দেওয়া আছে, $a + b + c = 0$

বা, $b + c = -a$ ... ... ... (i)

বামপক্ষ $= \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$

$= \frac{1}{x^b + \frac{1}{x^c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{b+c} + 1} + \frac{1}{x^a + \frac{1}{x^b} + 1}$

[(i) নং হতে $-a = b + c$]

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{a+b} + 1 + x^b}$

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b}{x^{-c} + 1 + x^b}$

[(i) নং হতে]

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^b.x^c}{1 + x^c + x^{b+c}}$

$= \frac{x^c}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{1}{1 + x^c + x^{b+c}} + \frac{x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}}$

$= \frac{1 + x^c + x^{b+c}}{1 + x^c + x^{b+c}}$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1} = 1$

(দেখানো হলো)

## ◆◆ অনুশীলনীর ৭(ঙ ও ছ)নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

| | |
|---|---|
| $\sqrt[x]{a} = \sqrt[y]{b} = \sqrt[z]{c}$<br>ক. $a = c$ হলে, দেখাও যে, $x = z$<br>খ. $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$ হলে দেখাও যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{-1}{3}}$<br>গ. $abc = 1$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{p^{-x} + p^y + 1} + \frac{1}{p^{-y} + p^z + 1} + \frac{1}{p^{-z} + p^x + 1} = 1$ | নিজে নিজে চেষ্ট কর। |

**৮** ক) যদি $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = 1$ হয়, তবে $xyz$ এর মান নির্ণয় কর।

খ) যদি $x^a = y^b = z^c$ এবং $xyz = 1$ হয়, তবে $ab + bc + ca$ এর মান নির্ণয় কর।

গ) যদি $9^x = 27^y$ হয়, তবে $\frac{x}{y}$ এর মান নির্ণয় কর।

<u>সমাধান</u>:

**ক** দেওয়া আছে, $a^x = b$

$b^y = c$

এবং $c^z = 1$

এখানে, $c^z = 1$

বা, $(b^y)^z = 1$

বা, $b^{yz} = 1$

বা, $(a^x)^{yz} = 1$

বা, $a^{xyz} = a^0$

$\therefore xyz = 0$ [$\because a^x = a^m$ হলে $x = m$] **(Ans.)**

**খ** দেওয়া আছে, $x^a = y^b = z^c$ এবং $xyz = 1$

ধরি, $x^a = y^b = z^c = k$

$\therefore x = k^{\frac{1}{a}}, y = k^{\frac{1}{b}}, c = k^{\frac{1}{c}}$

এখন, $xyz = 1$

বা, $k^{\frac{1}{a}}, k^{\frac{1}{b}}, k^{\frac{1}{c}} = 1$

বা, $k^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = k^0$

বা, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ [$\because a^x = a^m$ হলে $x = m$]

বা, $\frac{ab + bc + ca}{abc} = 0$

$\therefore ab + bc + ca = 0$ **(Ans.)**

**সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)**

দেওয়া আছে, $x^a = y^b$

$\therefore x = y^{\frac{b}{a}}$

আবার, $z^c = y^b$

$\therefore z = y^{\frac{b}{c}}$

এখন $xyz = 1$

বা, $y^{\frac{b}{a}}.y.y^{\frac{b}{c}} = 1$

বা, $y^{\frac{b}{a}+1+\frac{b}{c}} = 1$

বা, $y^{\frac{bc+ac+ab}{ac}} = y^0 \quad [\because y^0 = 1]$

বা, $\frac{bc+ca+ab}{ac} = 0$

$\therefore bc + ca + ab = 0$ **(Ans.)**

**গ** দেওয়া আছে, $9^x = (27)^y$

বা, $(3^2)^x = (3^3)^y$

বা, $3^{2x} = 3^{3y}$

বা, $2x = 3y$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

**৯** **সমাধান করঃ**

**ক)** $3^{2x+2} + 27^{x+1} = 36$ **খ)** $5^x + 3^y = 8, 5^{x-1} + 3^{y-1} = 2$

**গ)** $4^{3y-2} = 16^{x+y}, 3^{x+2y} = 9^{2x+1}$ **ঘ)** $2^{2x+1}.2^{3y+1} = 8, 2^{x+2}.2^{y+2} = 16$

**ক** **সমাধান করঃ $3^{2x+2} + 27^{x+1} = 36$**

সমাধানঃ $3^{2x+2} + 27^{x+1} = 36$

বা, $(3^{2x}.3^2) + (3^3)^{x+1} = 36$

বা, $9.3^{2x} + 3^{3x}.3^3 = 36$

বা, $9.3^{2x} + 27.3^{3x} = 36$

বা, $27.(3^x)^3 + 9.(3^x)^2 - 36 = 0$

বা, $27a^3 + 9a^2 - 36 = 0 \quad [3^x = a$ ধরে$]$

বা, $3a^3 + a^2 - 4 = 0$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3a^3 - 3 + a^2 - 1 = 0$

বা, $3(a^3 - 1) + 1(a^2 - 1) = 0$

বা, $3(a-1)(a^2+a+1) + 1(a+1)(a-1) = 0$

বা, $(a-1)(3a^2+3a+3+a+1)$

বা, $(a-1)(3a^2+4a+4) = 0$

$\therefore a - 1 = 0$ অথবা, $3a^2 + 4a + 4 = 0$

বা, $a = 1$ বা, $a = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.3.4}}{2.3}$

বা, $3^x = 3^0$ বা, $a = \frac{-4 \pm \sqrt{16-48}}{6}$

$\therefore x = 0$ বা $a = \frac{-4 \pm \sqrt{-32}}{6}$

[এখানে, $\sqrt{-32}$ বাস্তব মান নেই তাই এটি গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 0$

**খ** **সমাধান করঃ $5^x + 3^y = 8, 5^{x-1} + 3^{y-1} = 2$**

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $5^x + 3^y = 8$ ... ... ... (i)

$5^{x-1} + 3^{y-1} = 2$ ... ... ... (ii)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{5^x}{5} + \frac{3^y}{3} = 2$

বা, $\frac{3 \times 5^x + 5 \times 3^y}{15} = 2$

বা, $3 \times 5^x + 5 \times 3^y = 30$ ... ... ... (iii)

(i) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে গুণফল হতে (iii) নং বিয়োগ করে পাই

$3 \times 5^x + 3 \times 3^y = 24$

$3 \times 5^x + 5 \times 3^y = 30$

(বিয়োগ করে) $(3-5)3^y = 24 - 30$

বা, $-2 \times 3^y = -6$

বা, $3^y = 3^1$

$\therefore y = 1$

$\therefore$ (i) নং হতে পাই, $5^x + 3^1 = 8$

বা, $5^x = 5$

$\therefore x = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

**গ** **সমাধান করঃ $4^{3y-2} = 16^{x+y}, 3^{x+2y} = 9^{2x+1}$**

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $4^{3y-2} = 16^{x+y}$ ... ... ... (i)

$3^{x+2y} = 9^{2x+1}$ ... ... ... (ii)

(i) নং হতে পাই,

$4^{3y-2} = (4^2)^{x+y}$

বা, $(4)^{3y-2} = (4)^{2x+2y}$

বা, $3y - 2 = 2x + 2y$

$\therefore 2x - y = -2$ ... .... ... (iii)

(ii) নং হতে পাই,

$3^{x+2y} = (3^2)^{2x+1}$

বা, $(3)^{x+2y} = (3)^{4x+2}$

বা, $x + 2y = 4x + 2$

$\therefore 3x - 2y = -2$ ... ... ... (iv)

(iii) $\times$ 2 – (iv)

$4x - 2y - 3x + 2y = -4 + 2$

$\therefore x = -2$

$x$ এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$2(-2) - y = -2$

বা, $-4 - y = -2$

$\therefore y = -2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (-2, -2)$

**ঘ** **সমাধান করঃ $2^{2x+1}.2^{3y+1} = 8, 2^{x+2}.2^{y+2} = 16$**

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $2^{2x+1}.2^{3y+1} = 8$ ... ... ... (i)

$2^{x+2}.2^{y+2} = 16$ ... ... ... (ii)

(i) নং হতে পাই,

$2^{2x+1+3y+1} = (2)^3$

বা, $2^{2x+3y+2} = 2^3$

বা, $2x + 3y + 2 = 3$

$\therefore 2x + 3y = 1$ ... ... ... (iii)

(ii) নং হতে পাই,

$2^{x+2+y+2} = 2^4$

বা, $x + y + 4 = 4$

বা, $x + y = 0$

$\therefore x = -y$ ... ... ... (iv)

$\therefore x$ এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$2(-y) + 3y = 1$

বা, $-2y + 3y = 1$

$\therefore y = 1$

$y$ এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = -(1)$

বা, $x = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (-1, 1)$

## পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

**কাজ** পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৯৮

**ক) গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $(a^m)^n = a^{mn}$, যেখানে $a \in R$ এবং $n \in N$**

**সমাধান:** যেকোনো $m \in N$ কে নির্দিষ্ট করে এবং $n$ কে চলক ধরে খোলা বাক্য বিবেচনা করি: $(a^m)^n = a^{mn}$ ... ... ... (i)

**প্রমাণ:**

**প্রথম ধাপ:** $n = 1$ হলে (i) নং এর বামপক্ষ $= (a^m)^1 = a^m$

এবং ডানপক্ষ $= a^{m.1} = a^m$

$\therefore n = 1$ এর জন্য (i) নং বাক্যটি সত্য।

**দ্বিতীয় ধাপ:** ধরি, $n = k$ এর জন্য (i) নং বাক্যটি সত্য।

অর্থাৎ $(a^m)^k = a^{mk}$ ... ... ... (ii)

এখন $(a^m)^{k+1} = (a^m)^k . (a^m)^1$ $[\because a^{n+1} = a^n.a]$

$= a^{mk}. a^m$ [যেখানে, $a \in R$ এবং $n \in N$]

$= a^{mk+m}$ [$a \in R$ এবং $m, n \in N$ হলে $a^m. a^n = a^{m+n}$]

$= a^{m(k+1)}$

$\therefore n = k + 1$ এর জন্যও (i) নং সত্য।

সুতরাং, গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুসারে, সকল $n \in N$ এর জন্য (i) নং সত্য।

$\therefore (a^m)^n = a^{mn}$ যেখানে $a \in R$ এবং $m, n \in N$ **(দেখানো হলো)**

**খ) গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $(a.b)^n = a^n.b^n$, যেখানে $a, b \in R$ এবং $n \in N$**

**সমাধান:** দেওয়া আছে, $n \in N$ এখন $n$ কে চলক ধরে খোলা বাক্য বিবেচনা করি। $(a.b)^n = a^n.b^n$ ... ... ... (i)

**প্রথম ধাপ:** $n = 1$ হলে (i) বাক্যটি সত্য। কারণ সেক্ষেত্রে,

(i) এর বামপক্ষ $= (a.b)^1 = a^1.b^1 = a.b$ $[\because a^1 = a]$

(i) এর ডানপক্ষ $= a^n.b^n = a^1.b^1 = a.b$ $[\because a^1 = a]$

**দ্বিতীয় ধাপ:** ধরা যাক (i)নং বাক্যটি $n = k$ এর জন্য সত্য।

তাহলে $(a.b)^k = a^k.b^k$ ... ... ... (ii)

এখন $(a.b)^{k+1} = (a.b)^k (a.b)$ $[\because a^{n+1} = a^n.a]$

$= a^k.b^k.a.b$

$= a^k.a.b^k.b$

$= a^{k+1}.b^{k+1}$

$\therefore$ (i) নং বাক্যটি $n = k + 1$ এর জন্যও সত্য।

$\therefore$ গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুসারে সকল $n \in N$ এর জন্য (i) নং সত্য।

$\therefore (a.b)^n = a^n.b^n$; যেখানে $a, b \in R$ এবং $n \in N$ **(দেখানো হলো)**

**গ) গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখাও যে, $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$, যেখানে $a > 0$ এবং $n \in N$। অতঃপর $(ab)^n = a^nb^n$ সূত্র ব্যবহার করে দেখাও যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, যেখানে $a, b \in R$, $b > 0$, এবং $n \in N$।**

**সমাধান:** দেওয়া আছে $n \in N$ এখন $n$ কে চলক ধরে খোলা বাক্য $\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$ ... ... ... (i) বিবেচনা করি

**প্রথম ধাপ:** $n = 1$ হলে (i) নং সত্য। কারণ সেক্ষেত্রে,

(i) নং এর বামপক্ষ $= \left(\frac{1}{a}\right)^n = \left(\frac{1}{a}\right)^1 = \frac{1}{a}$ $[\because a^1 = a]$

(i) এর ডানপক্ষ $= \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$ $[\because a^1 = a]$

**দ্বিতীয় ধাপ:** ধরা যাক, $n = k$ এর জন্য (i) নং সত্য।

তাহলে, $\left(\frac{1}{a}\right)^k = \frac{1}{a^k}$ ... ... ... (ii)

এখন, $\left(\frac{1}{a}\right)^{k+1} = \left(\frac{1}{a}\right)^k \times \left(\frac{1}{a}\right)$

$[\because a \in R$ এবং $n \in N$ হলে $a^{n+1} = a^n.a]$

$= \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a}$

$= \frac{1}{a^k.a}$

$= \frac{1}{a^{k+1}}$ $[\because a^{n+1} = a^n.a]$

$\therefore n = k + 1$ এর জন্যও (i) নং বাক্যটি সত্য। সুতরাং গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুসারে সকল $n \in N$ এর জন্য (i) সত্য।

**২য় অংশ:**

বামপক্ষ $= \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(a \times \frac{1}{b}\right)^n$

$= a^n \times \left(\frac{1}{b}\right)^n$ [প্রদত্ত সূত্র $(ab)^n = a^n.b^n$]

$= a^n \times \frac{1}{b^n}$ $\left[\because \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}\right]$

$= \frac{a^n}{b^n}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ **(দেখানো হলো)**

**ঘ) $a \neq 0$, এবং $m, n \in Z$ ধনাত্মক পূর্ণ সাংখ্যিক সূচকের জন্য $a^m.a^n = a^{m+n}$ সূত্রটির সত্যতা স্বীকার করে দেখাও যে, $a^m.a^n = a^{m+n}$ যখন (১) $m > 0$ এবং $n < 0$, (২) $m < 0$ এবং $n < 0$।**

**সমাধান:** এখানে $a^m.a^n = a^{m+n}$ ... ... ... (i)

**প্রথম অংশ:** (১) $m > 0, n < 0$

মনেকরি, এক্ষেত্রে (i) এর বামপক্ষ = $n = -k$ যেখানে $k \in N$

$m \in N$

$a^m.a^n = a^m.a^{-k}$ [প্রতিস্থাপন]

$= a^m. \frac{1}{a^k}$ $\left[\because \left(a^{-n} = \frac{1}{a}\right)\right]$

$= \frac{a^m}{a^k} = a^{m-k}$

$= a^{m+(-k)}$

$= a^{m+n}$ [প্রতিস্থাপন]

$\therefore a^m.a^n = a^{m+n}$ **(দেখানো হলো)]**

**২য় অংশ:** (২) $m < 0, n < 0$

ধরা যাক, $m = -p, n = -q$ যেখানে $p, q \in N$

(i) নং এর বামপক্ষ $= a^m.a^n = a^{-p}.a^{-q}$

$= \frac{1}{a^p} \times \frac{1}{a^q}$ $\left[\because \left(a^{-n} = \frac{1}{a}\right)\right]$

$= \frac{1}{a^{p+q}}$

$= a^{-(p+q)}$

$= a^{-p-q}$

$= a^{-p+(-q)}$

$= a^{m+n}$ [প্রতিস্থাপন]

$\therefore a^m.a^n = a^{m+n}$ **(দেখানো হলো)**

**কাজ** পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২০৫

**ক) মান নির্ণয় কর: (১) $\frac{5^{n+2}+35\times 5^{n-1}}{4\times 5^n}$ (২) $\frac{3^4.3^8}{3^{14}}$**

**সমাধান:**

**১** প্রদত্ত রাশি $= \frac{5^{n+2}+35\times 5^{n-1}}{4\times 5^n}$

$= \frac{5^n.5^2+(7\times 5)\times 5^{n-1}}{4\times 5^n}$

$= \frac{25\times 5^n+7\times 5^{n-1+1}}{4\times 5^n}$

$= \frac{5^n(25+7)}{4.5^n}$

$= \frac{32}{4}.\frac{5^n}{5^n} = 8$ **(Ans.)**

**২** প্রদত্ত রাশি $= \frac{3^4.3^8}{3^{14}}$

$= \frac{3^{4+8}}{3^{14}}$ $[\because a^m.a^n = a^{m+n}]$

$= \frac{3^{12}}{3^{14}}$

$= 3^{12-14}$ $[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$

$= 3^{-2}$

$= \frac{1}{9}$ **(Ans.)**

**খ) দেখাও যে, $\left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2}\times\left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2}\times\left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2}=1$**

**সমাধান:**

বামপক্ষ $= \left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2}\times\left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2}\times\left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$

$= (p^{a-b})^{a^2+ab+b^2}\times(p^{b-c})^{b^2+bc+c^2}\times(p^{c-a})^{c^2+ca+a^2}$

$= \{p^{(a-b)(a^2+ab+b^2)}\}\times\{p^{(b-c)(b^2+bc+c^2)}\}\times\{p^{(c-a)(c^2+ca+a^2)}\}$

$= p^{a^3-b^3}\times p^{b^3-c^3}\times p^{c^3-a^3}$

$= p^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}$

$= p^0$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{p^a}{p^b}\right)^{a^2+ab+b^2}\times\left(\frac{p^b}{p^c}\right)^{b^2+bc+c^2}\times\left(\frac{p^c}{p^a}\right)^{c^2+ca+a^2} = 1$ (দেখানো হলো)

**◆◆ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২০৫ অনুশীলনমূলক কাজ (খ) নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆**

| | |
|---|---|
| **$a = p^x, b = p^y, c = p^z$ এবং $x+y+z=0$**<br>ক. $a^2b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।<br>খ. দেখাও যে, $\left(\frac{a}{b}\right)^{x^2+xy+y^2}\times\left(\frac{b}{c}\right)^{x^2+yz+z^2}\times\left(\frac{c}{a}\right)^{z^2+zx+x^2}=1$<br>গ. $\frac{1}{1+a+b^{-1}}+\frac{1}{1+b+c^{-1}}+\frac{1}{1+c+a^{-1}}$ এর মান নির্ণয় কর। | নিজে নিজে চেষ্টা কর।<br>(ক) 1; (গ) 1 |

**গ) যদি $a = xy^{p-1}$, $b = xy^{q-1}$ এবং $c = xy^{r-1}$ হয় তবে দেখাও যে, $a^{q-r}\,b^{r-p}\,c^{p-q}=1$**

**সমাধান:** দেওয়া আছে, $a = xy^{p-1}$ ; $b = xy^{q-1}$ ; $c = xy^{r-1}$

বামপক্ষ $= a^{q-r}.\,b^{r-p}\,c^{p-q}$

$= (xy^{p-1})^{q-r}.(xy^{q-1})^{r-p}.(xy^{r-1})^{p-q}$

$= \{(x^{q-r}.y^{(p-1)(q-r)}\}\{(x^{r-p}.y^{(q-1)(r-p)}\}\{(x^{p-q}.y^{(r-1)(p-q)}\}$

$= x^{q-r+r-p+p-q}.y^{pq-pr-q+r+qr-pq-r+p+pr-qr-p+q}$

$= x^0.y^0$

$= 1.1$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^{q-r}.\,b^{r-p}\,c^{p-q}=1$ (দেখানো হলো)

**ঘ) সমাধান কর: (১) $4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}$ (২) $9^{2x}=3^{x+1}$ (৩) $2^{x+3}+2^{x+1}=320$**

**সমাধান:**

**১** $4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}$

বা, $(2^2)^x+2^{2x-1}=3^x.\,3^{\frac{1}{2}}+3^{x-\frac{1}{2}}$

বা, $2^{2x}+\frac{2^{2x}}{2}=3^x.\,3^{\frac{1}{2}}+\frac{3^x}{3^{\frac{1}{2}}}$

বা, $\frac{2.2^{2x}+2^{2x}}{2}=\sqrt{3}\,.3^x+\frac{3^x}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{3.2^{2x}}{2}=\frac{3.3^x+3^x}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{3}{2}.2^{2x}=\frac{4}{\sqrt{3}}3^x$

বা, $\frac{2^{2x}}{3^x}=\frac{4}{\sqrt{3}}\times\frac{2}{3}$

বা, $\frac{2^{2x}}{(\sqrt{3})^{2x}}=\frac{2^3}{(\sqrt{3})^3}$

বা, $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3$

বা, $2x=3$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ **(Ans.)**

**২** $9^{2x} = 3^{x+1}$

বা, $(3^2)^{2x} = 3^{x+1}$

বা, $3^{4x} = 3^{x+1}$

বা, $4x = x + 1$

বা, $3x = 1$

$\therefore x = \frac{1}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{1}{3}$

**৩** $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320$

বা, $2^x.2^3 + 2^x.2 = 320$

বা, $8.2^x + 2.2^x = 320$

বা, $10.2^x = 320$

বা, $2^x = 32$

বা, $2^x = 2^5$

$\therefore x = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 5$

**ঙ) সরল কর : (১) $\sqrt[12]{(a^8)\sqrt{(a^6)\sqrt{a^4}}}$**

**(২) $[1 - 1\{1 - (1 - x^3)^{-1}\}^{-1}]^{-1}$**

<u>সমাধান</u>:

**১** প্রদত্ত রাশি $= \sqrt[12]{(a^8)\sqrt{(a^6)\sqrt{a^4}}}$

$= \sqrt[12]{(a^8)\sqrt{a^6.a^2}}$

$= \sqrt[12]{(a^8)\sqrt{a^8}}$

$= \sqrt[12]{a^8\,(a^8)^{\frac{1}{2}}}$

$= \sqrt[12]{a^8.a^4}$

$= \sqrt[12]{a^{12}}$

$= (a^{12})^{\frac{1}{12}}$

$= a$ **(Ans.)**

**২** প্রদত্ত রাশি $= [1 - 1\{1 - (1 - x^3)^{-1}\}^{-1}]^{-1}$

$= \left[1 - 1\left\{1 - \frac{1}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= \left[1 - \left\{\frac{1 - x^3 - 1}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= \left[1 - \left\{\frac{-x^3}{1 - x^3}\right\}^{-1}\right]^{-1}$

$= \left[1 + \frac{1 - x^3}{x^3}\right]^{-1}$

$= \left[\frac{x^3 + 1 - x^3}{x^3}\right]^{-1}$

$= \left[\frac{1}{x^3}\right]^{-1}$

$= x^3$ **(Ans.)**

**চ) যদি $\sqrt[x]{a} = \sqrt[y]{b} = \sqrt[z]{c}$ এবং $abc = 1$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $x + y + z = 0$** [সংশোধিত]

<u>সমাধান</u>: মনেকরি, $\sqrt[x]{a} = \sqrt[y]{b} = \sqrt[z]{c} = k$

$\therefore \sqrt[x]{a} = k$

বা, $a^{\frac{1}{x}} = k$

$\therefore a = k^x$

একইভাবে, $b = k^y$

এবং $c = k^z$

দেওয়া আছে, $abc = 1$

বা, $k^x.k^y.k^z = 1$

বা, $k^{x+y+z} = 1$

বা, $k^{x+y+z} = k^0$

$\therefore x + y + z = 0$ **(প্রমাণিত)**

**ছ) যদি $a^m.\,a^n = (a^m)^n$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $m(n - 2) + n(m - 2) = 0$**

<u>সমাধান</u>: দেওয়া আছে, $a^m.a^n = (a^m)^n$

বা, $a^{m+n} = a^{mn}$

$\therefore m + n = mn$ ... ... ... (i)

বামপক্ষ $= m(n - 2) + n(m - 2)$

$= mn - 2m + mn - 2n$

$= 2mn - 2(m + n)$

$= 2mn - 2mn$　[(i) নং হতে]

$= 0 =$ ডানপক্ষ

$\therefore m(n - 2) + n(m - 2) = 0$ **(প্রমাণিত)**