

অনুশীলনী - ৭.২

নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঙ্কন:

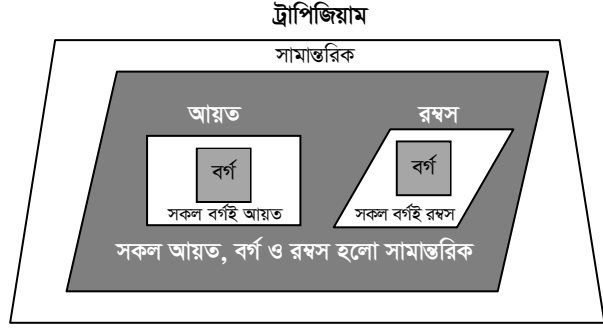
- নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকতে ন্যূনতম পাঁচটি উপাত্ত প্রয়োজন।
 - i. চারটি বাহু ও একটি কোণ
 - ii. চারটি বাহু ও একটি কর্ণ
 - iii. তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ
 - iv. তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ
 - v. দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ

বিশেষ ধরনের চতুর্ভুজ অঙ্কন:

- দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দ্বারা অথবা ‘পরিসীমা ও একটি কোণ’ দ্বারা রম্বস আঁকা যায়।
- দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দিয়ে সামান্তরিক আঁকা যায়।
- দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দিয়ে সামান্তরিক আঁকা যায়।
- একটি বাহু ও একটি কোণ দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যায়।
- একটি বাহু ও একটি কর্ণ দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যায়।

বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজের পারস্পরিক সম্পর্ক:

- **ট্রাপিজিয়াম:** যে চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল তাই ট্রাপিজিয়াম।
- **সামান্তরিক:** যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল তাই সামান্তরিক।
- **রম্বস:** রম্বস এক প্রকার সামান্তরিক যার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।
- **আয়ত:** আয়ত এক প্রকার সামান্তরিক যার একটি কোণ সমকোণ (90°)।
- **বিদ্র:** সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে সবগুলো কোণই সমকোণ হয়।
- **বর্গ:** বর্গ একটি আয়ত যার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।



সকল সামান্তরিক (আয়ত, বর্গ, রম্বস) ট্রাপিজিয়াম। কিন্তু সকল ট্রাপিজিয়াম সর্বদা সামান্তরিক, আয়ত, বর্গ কিংবা রম্বস নয়।



অনুশীলনীর সমাধান



১ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণ দুইটির পরিমাণ দেওয়া থাকলে নিম্নের কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব?

(ক) 60° ও 36°

(খ) 40° ও 50°

(গ) 30° ও 70°

(ঘ) 80° ও 20°

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত বাকী দুই কোণের সমষ্টি = $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ । এক্ষেত্রে $40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ ।

২ একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৪ সে.মি. ও ৭ সে.মি. হলে তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) ৪

(খ) ৫

(গ) ৬

(ঘ) ১৩

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

প্রশ্নে উল্লিখিত অপশনগুলোর মধ্যে

‘ক’ নং অপশনের ক্ষেত্রে ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হবে ৪, ৭ ও ৪

কিন্তু $4 + 4 = 8 < 9$ হওয়ায় এক্ষেত্রে ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।

‘খ’ নং অপশনের ক্ষেত্রে ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হবে ৪, ৭ ও ৫

কিন্তু $4 + 5 = 9 < 9$ হওয়ায় এক্ষেত্রে ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।

‘গ’ নং অপশনের ক্ষেত্রে ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হবে ৪, ৭ ও ৬

কিন্তু $4 + 6 = 10 > 9$ হওয়ায় এক্ষেত্রে ত্রিভুজ গঠন সম্ভব।

‘ঘ’ নং অপশনের ক্ষেত্রে ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হবে ৪, ৭ ও ১৩

কিন্তু $4 + 9 = 13 < 9$ হওয়ায় এক্ষেত্রে ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।

∴ তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য হবে ৬ সে.মি.।

৩ একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রতিটির দৈর্ঘ্য ১৮ সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) ৩৬

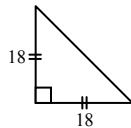
(খ) ৮১

(গ) ১৬২

(ঘ) ৩২৪

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: শর্তানুসারে, চিত্রটি হবে নিম্নরূপ-



$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \left(\frac{1}{2} \times 18 \times 18\right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ = 162 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

৪ নির্দিষ্ট একটি চতুর্ভুজ আঁকা সম্ভব যদি দেয়া থাকে-

- i. চারটি বাহু ও একটি কোণ
- ii. তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ
- iii. দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

(খ) ii

(গ) i, ii

(ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকার জন্য পাঁচটি স্বতন্ত্র উপাত্তের প্রয়োজন হয়। যথা-

i. চারটি বাহু ও একটি কোণ।

ii. তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ।

iii. দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ।

iv. চারটি বাহু ও একটি কর্ণ।

v. তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ।

৫

রম্বসের-

- চারটি বাহু পরস্পর সমান
- বিপরীত কোণ সমান
- কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে

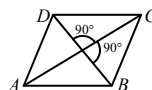
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i, ii (খ) i, iii (গ) ii, iii (ঘ) i, ii ও iii

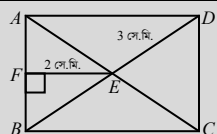
উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: রম্বস এমন এক প্রকার সামান্তরিক যার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। রম্বসের বৈশিষ্ট্য হলো:

- চারটি বাহু পরস্পর সমান।
- বিপরীত কোণ সমান।
- কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



■

চিত্রে ABCD একটি আয়তক্ষেত্র, $EF = 2$ সে.মি. এবং $DE = 3$ সে.মি.। এই তথ্যের আলোক (৬-৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৬

BF এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

- (ক) 1 (খ) $\sqrt{5}$ (গ) $\sqrt{13}$ (ঘ) 5

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: এখানে, $EF = 2$ সে.মি., $BF = ?$

আমরা জানি, আয়তের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

 $\therefore BD$ কর্ণের ক্ষেত্রে, $BE = DE = 3$ সে.মি. [$\because DE = 3$ সে.মি.]এখন, সমকোণী $\triangle BEF$ -এ পাই,

$$BE^2 = BF^2 + EF^2$$

$$\text{বা, } 3^2 = BF^2 + 2^2$$

$$\text{বা, } BF^2 = 9 - 4$$

$$\therefore BF = \sqrt{5}; [\because \text{দৈর্ঘ্য সর্বদা ধনাত্মক}]$$

৭

AB কত সে.মি.?

- (ক) 2 (খ) $2\sqrt{5}$ (গ) $5\sqrt{2}$ (ঘ) 10

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, সমদ্বিবাহুর ত্রিভুজের শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্ব ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সমদ্বিবাহু $\triangle ABE$ -এ $EF \perp AB$

$$\therefore BF = AF$$

$$\therefore AB = BF + AF$$

$$= 2BF$$

$$= 2\sqrt{5}$$

বিকল্প: সমকোণী $\triangle AFE$ ও সমকোণী $\triangle BFE$ এর মধ্যেঅতিভুজ $AE =$ অতিভুজ BE [\because আয়তের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ও সমদ্বিখণ্ডিত হয়]এবং $EF = EF$; [সাধারণ বাহু]

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle BFE; [\text{অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য}]$$

অর্থাৎ $AF = BF$

$$\therefore AB = AF + BF; [\text{চিত্রানুসারে}]$$

$$= \sqrt{5} + \sqrt{5}; [\because \text{৬নং হতে পাই, } BF = \sqrt{5}]$$

$$= 2\sqrt{5}$$

৮

ABCD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

- (ক) $8\sqrt{5}$ (খ) 20 (গ) $12\sqrt{5}$ (ঘ) $32\sqrt{5}$

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: এখানে, $BD = 3 + 3 = 6$ সে.মি.

$$AB = 2\sqrt{5} \text{ সে.মি.}; [৭ নং MCQ হতে]$$

সমকোণী $\triangle BAD$ -এ $BD^2 = AB^2 + AD^2$

$$\text{বা, } 6^2 = (2\sqrt{5})^2 + AD^2$$

$$\text{বা, } 36 = 4 \times 5 + AD^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = 36 - 20$$

$$\text{বা, } AD = \sqrt{16} = 4 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore ABCD \text{ আয়তের ক্ষেত্রফল} = AB \times AD$$

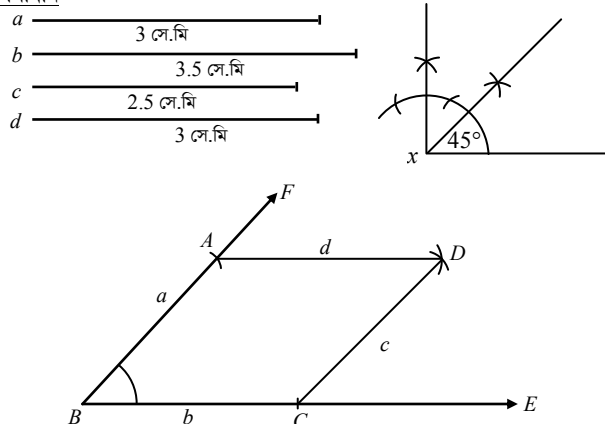
$$= 2\sqrt{5} \times 4 \text{ বর্গ সে.মি.} = 8\sqrt{5} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

৯

নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন কর:

ক. চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং একটি কোণ 45° ।

সমাধান:

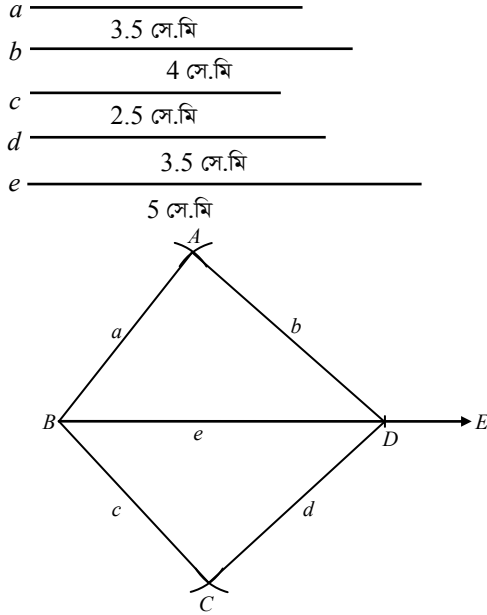
বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 3$ সে.মি., $b = 3.5$ সে.মি., $c = 2.5$ সে.মি. ও $d = 3$ সে.মি. এবং এর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 45^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন:

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = b$ কেটে নিই।(২) এখন B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x = 45^\circ$ আঁকি।(৩) BF থেকে a এর সমান BA কেটে নিই।(৪) C ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।(৫) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, $AB = a = 3$ সে.মি., $BC = b = 3.5$ সে.মি., $CD = c = 2.5$ সে.মি., $DA = d = 3$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \angle x = 45^\circ$ ।অত্রএব $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

খ. চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি., 4 সে.মি., 2.5 সে.মি. ও 3.5 সে.মি. এবং একটি কর্ণ 5 সে.মি.।

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 3.5$ সে.মি., $b = 4$ সে.মি., $c = 2.5$ সে.মি. ও $d = 3.5$ সে.মি. এবং এর একটি কর্ণ $e = 5$ সে.মি.। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন:

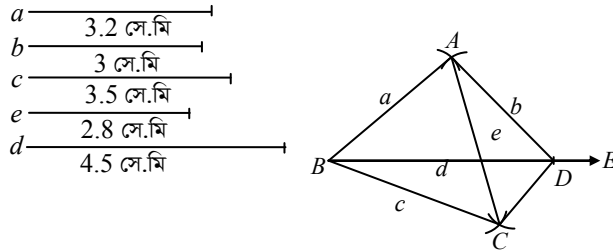
- (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ কেটে নিই।
- (২) B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে কোনো এক পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৩) আবার B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে পাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৪) $A, B; A, D; B, C;$ এবং C, D যোগ করি।

তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, $AB = a = 3.5$ সে.মি., $AD = b = 4$ সে.মি., $BC = c = 2.5$ সে.মি., $DC = d = 3.5$ সে.মি. এবং $BD = e = 5$ সে.মি.। সুতরাং $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ. তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণ 2.8 সে.মি. ও 4.5 সে.মি.।

সমাধান: বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু $a = 3.2$ সে.মি., $b = 3$ সে.মি., $c = 3.5$ সে.মি., এবং দুইটি কর্ণ $e = 2.8$ সে.মি. ও $d = 4.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

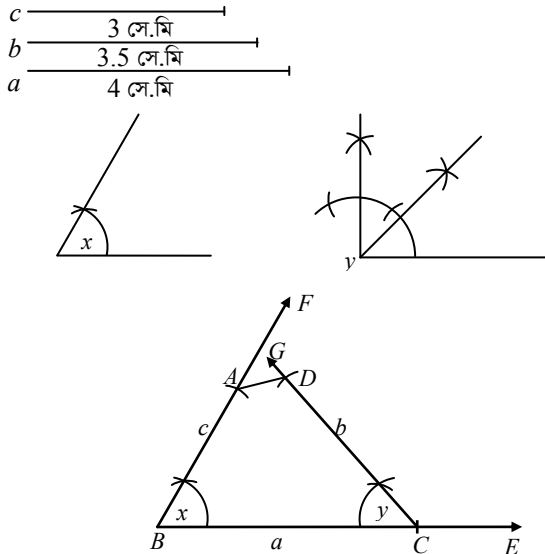
- (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = d$ কেটে নিই।
- (২) B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে কোনো এক পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৩) B ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে পাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৪) $A, B; A, D; B, C$ এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, $AB = a = 3.2$ সে.মি., $DA = b = 3$ সে.মি., $BC = c = 3.5$ সে.মি., $BD = d = 4.5$ সে.মি. এবং $AC = e = 2.8$ সে.মি.। অতএব $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

ঘ. তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 4 সে.মি. এবং দুইটি কোণ 60° ও 45° ।

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিন বাহু যথাক্রমে, $a = 4$ সে.মি., $b = 3.5$ সে.মি., $c = 3$ সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং $\angle y = 45^\circ$ দেওয়া আছে, চতুর্ভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কন:

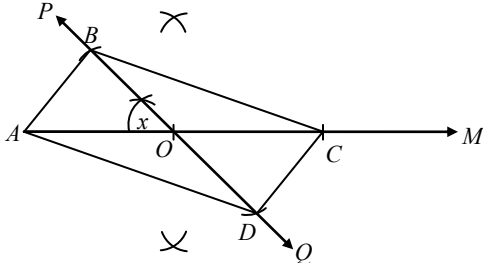
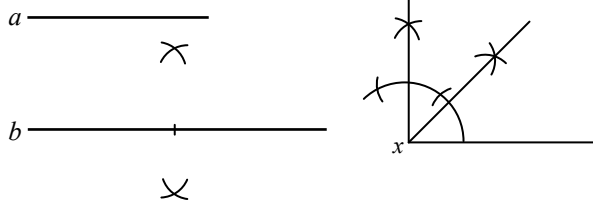
- (১) যেকোনো রশ্মি BE নিই।
- (২) BE হতে a এর সমান করে BC কেটে নিই।
- (৩) BC এর B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x$ আঁকি।
- (৪) BF হতে c এর সমান করে BA কেটে নিই। যা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৫) BC এর C বিন্দুতে $\angle BCG = \angle y$ আঁকি।
- (৬) CG হতে b এর সমান করে CD কেটে নিই। যা CG কে D বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৭) A, D যোগ করি। তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, $BC = a = 4$ সে.মি., $AB = c = 3$ সে.মি., $CD = b = 3.5$ সে.মি., $\angle ABC = \angle x = 60^\circ$ এবং $\angle BCD = \angle y = 45^\circ$ । অতএব $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

১০ নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে সামান্তরিক অঙ্কন কর:

ক. দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি., ৬.৫ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° ।

সমাধান: বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ $a = 4$ সে.মি., $b = 6.5$ সে.মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle x = 45^\circ$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

- (১) যেকোনো রশ্মি AM থেকে a এর সমান AC রেখাংশ কেটে নিই।
- (২) AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(৩) O বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle AOP$ আঁকি।

(৪) OP এর বিপরীত রশ্মি OQ অঙ্কন করি।

(৫) OP ও OQ রশ্মিদ্বয় থেকে $\frac{1}{2}b$ এর সমান করে যথাক্রমে OB ও OD নিই।

(৬) $A, B; A, D; C, B$ ও C, D যোগ করি।

তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ: $\triangle AOB$ ও $\triangle COD$ এ $OA = OC = \frac{1}{2}a$, $OB = OD = \frac{1}{2}b$

[অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle COD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, $\triangle AOB \cong \triangle COD$

সুতরাং, $AB = CD$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABO =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDO$ [একান্তর কোণ]

$\therefore AB$ ও CD সমান ও সমান্তরাল। অনুরূপভাবে, AD ও BC সমান ও সমান্তরাল।

সুতরাং, $ABCD$ একটি সামান্তরিক যার কর্ণদ্বয় $AC = AO + OC = \frac{1}{2}a$

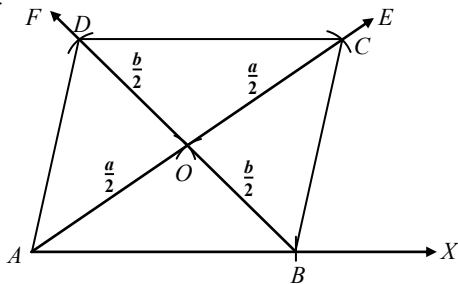
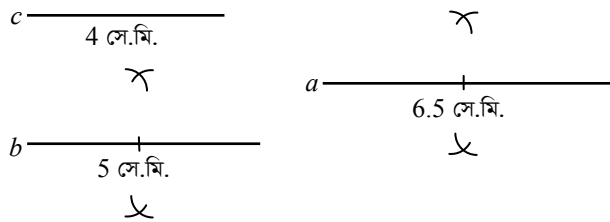
$+ \frac{1}{2}a = a = 4$ সে.মি. ও $BD = BO + OD = \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}b = b =$

6.5 সে.মি. এবং কর্ণ দুইটির অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB = \angle x = 45^\circ$ ।

অতএব, $ABCD$ -ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

খ. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি., ৬.৫ সে.মি.।

সমাধান: বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ $a = 6.5$ সে.মি. ও $b = 5$ সে.মি. এবং একটি বাহু $c = 4$ সে.মি. দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

- (১) a ও b কর্ণদ্বয়কে সমান দুইভাগে বিভক্ত করি।
- (২) যে কোনো রশ্মি AX থেকে c এর সমান AB নিই।

(৩) A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{a}{2}$ ও $\frac{b}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, O ও O, B যোগ করি।

(৫) AO কে AE বরাবর এবং BO কে BF বরাবর বর্ধিত করি।

(৬) OE থেকে $OC = \frac{a}{2}$ এবং OF থেকে $OD = \frac{b}{2}$ নিই।

(৭) $A, D; D, C$ ও B, C যোগ করি।

তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ: $\triangle AOB$ ও $\triangle COD$ এ $OA = OC = \frac{a}{2}$; $OB = OD = \frac{b}{2}$ [অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle COD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$

$\therefore AB = CD$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABO =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ODC$ [একান্তর কোণ]

$\therefore AB$ ও CD সমান ও সমান্তরাল। অনুরূপভাবে, AD ও BC সমান ও সমান্তরাল।

এক্ষেত্রে $AB = c = 4$ সে.মি., $AC = AO + OC = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = a = 5$

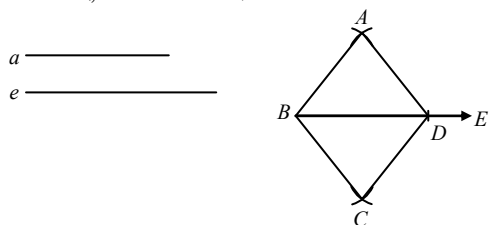
সে.মি. ও $BD = BO + OD = \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}b = b = 6.5$ সে.মি.।

অতএব, $ABCD$ -ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

১৪ রম্বসের একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: রম্বসের একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

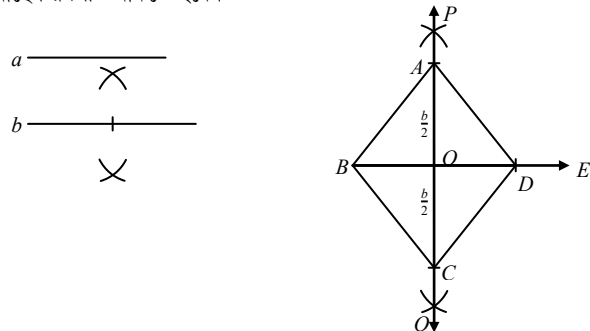
- (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে e এর সমান BD অংশ কাটি।
- (২) B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।
- (৩) আবার, D বিন্দুকে কেন্দ্র করে a সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পার্শ্বে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৪) $A, B; B, C; C, D$ এবং D, A যোগ করি। তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে $AB = BC = CD = AC = a$ এবং $BD = e$ অতএব, $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট রম্বস হবে।

১৫ রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য a ও b দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



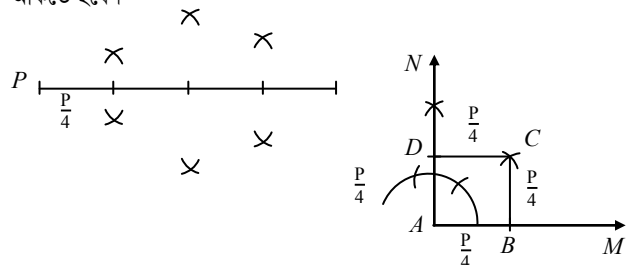
অঙ্কন:

- (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান BD অংশ কেটে নিই।
- (২) BD কে O বিন্দুতে PQ রেখা দ্বারা সমদ্বিখলিত করি।
- (৩) এবার O বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{b}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় PQ কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৪) $A, B; B, C; C, D$ এবং D, A যোগ করি। তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রমাণ: $BO = OD, OA = OC$ এবং $AC \perp BD$ হওয়ায় $ABCD$ চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখলিত করেছে। অতএব, $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

১৬ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা দেওয়া আছে। বর্গক্ষেত্রটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা দেওয়া আছে। বর্গক্ষেত্রটি আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা P দেওয়া আছে, বর্গক্ষেত্রটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন:

- (১) যেকোনো রশ্মি AM হতে $AB = \frac{P}{4}$ নিই।
 - (২) AB রেখার A বিন্দুতে AN লম্ব আঁকি।
 - (৩) AN হতে $AD = \frac{P}{4}$ কেটে নিই।
 - (৪) এখন B ও D কে কেন্দ্র করে $\frac{P}{4}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
 - (৫) C, D ও C, B যোগ করি। তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।
- প্রমাণ:** অঙ্কন অনুসারে, $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের $\angle BAD =$ এক সমকোণ
- $$AB + BC + CD + AD = \frac{P}{4} + \frac{P}{4} + \frac{P}{4} + \frac{P}{4} = P$$
- অতএব, $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

১৭ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ৫ সে.মি. ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি.।

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

ক. ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)

সমাধান:

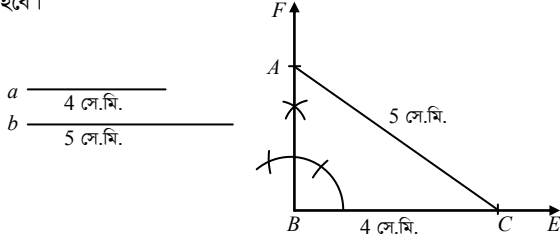
- ক** মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 5$ সে.মি.; ভূমি $b = 4$ সে.মি.; লম্ব c সে.মি.
 পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই, $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2$
 বা, $(\text{লম্ব})^2 = (\text{অতিভুজ})^2 - (\text{ভূমি})^2$

$$\text{বা, } c^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\therefore c = \sqrt{9} = 3$$

\therefore ত্রিভুজের অপর বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ সে.মি. (প্রায়)

- খ) বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $AC = 5$ সে.মি. এবং ভূমি $BC = 4$ সে.মি.। ABC সমকোণী ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

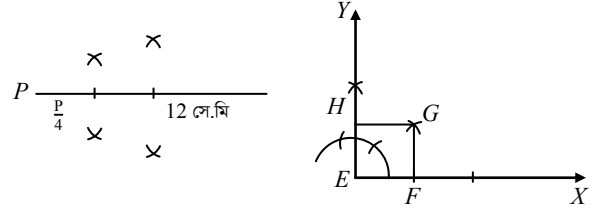


অঙ্কন:

- (১) BE রশ্মি থেকে $BC = 4$ সে.মি. কেটে নিই।
- (২) BC এর B বিন্দুতে $BF \perp BC$ অঙ্কন করি।
- (৩) C কে কেন্দ্র করে ৫ সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে BF রেখার উপর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি তা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৪) A, C যোগ করি। তাহলে $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

- গ) এক্ষেত্রে ABC ত্রিভুজের সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করতে হবে।

ABC এর পরিসীমা $P = BC + CA + AB = 4 + 5 + 3 = 12$ সে.মি.
[‘ক’ নং হতে পাই, $AB = c = 3$ সে.মি.]



অঙ্কন:

- (১) EX যেকোনো রশ্মি হতে $\frac{P}{4} = \frac{12}{4} = 3$ সে.মি. এর সমান করে EF অংশ কেটে নিই।
- (২) EF এর E বিন্দুতে $EY \perp EF$ অঙ্কন করি।
- (৩) EY থেকে $\frac{P}{4} = 3$ সে.মি. এর সমান করে EH অংশ কেটে নিই।
- (৪) F ও H কে কেন্দ্র করে $\frac{P}{4} = 3$ সে.মি. এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle FEH$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করি, মনে করি তারা পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৫) F, G ও H, G যোগ করি।
তাহলে $EFGH$ -ই হবে উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

১৮ $ABCD$ চতুর্ভুজের $AB = 4$ সে.মি., $BC = 5$ সে.মি., $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ এবং $\angle C = 95^\circ$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও

ক. $\angle D$ এর মান নির্ণয় কর।

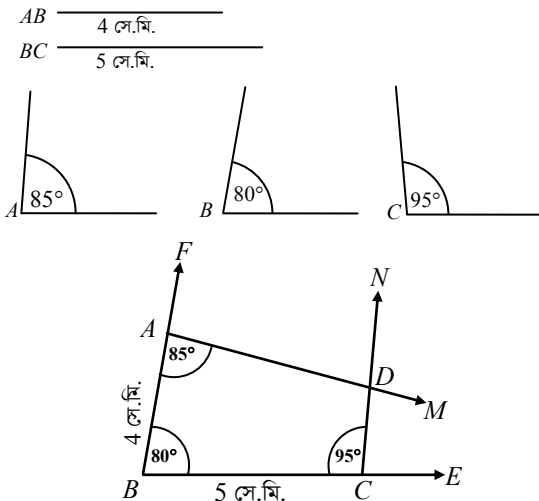
খ. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী $ABCD$ চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)

গ. প্রদত্ত বাহু দুইটিকে একটি সামান্তরিকের বাহু এবং $\angle B = 80^\circ$ ধরে সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যিক)

সমাধান:

- ক) আমরা জানি, চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ
 $\therefore ABCD$ চতুর্ভুজে $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4 \times 90^\circ$
 বা, $85^\circ + 80^\circ + 95^\circ + \angle D = 360^\circ$
 বা, $\angle D = 360^\circ - 260^\circ$
 $\therefore \angle D = 100^\circ$

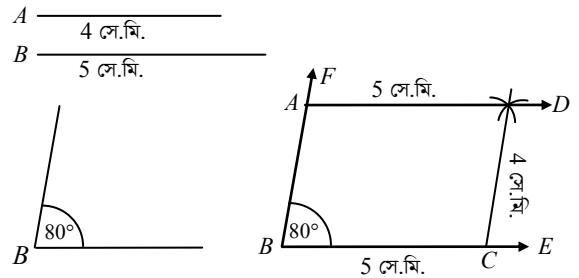
- খ) বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ চতুর্ভুজের দুইটি বাহু $AB = 4$ সে.মি.; $BC = 5$ সে.মি. এবং $\angle A = 85^\circ$; $\angle B = 80^\circ$ এবং $\angle C = 95^\circ$ তিনটি কোণ দেওয়া আছে। $ABCD$ চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন:

- (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = 5$ সে.মি. অংশ কেটে নিই।
- (২) B বিন্দুতে $\angle CBF = 80^\circ$ আঁকি।
- (৩) BF থেকে $BA = 4$ সে.মি. কেটে নিই।
- (৪) A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\angle BAM = 85^\circ$ এবং $\angle BCN = 95^\circ$ আঁকি যাতে AM ও CN পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

- গ) বিশেষ নির্বচন: মনে করি $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = 4$ সে.মি., $BC = 5$ সে.মি. এবং $\angle B = 80^\circ$ । সামান্তরিকটি অঙ্কন করতে হবে।



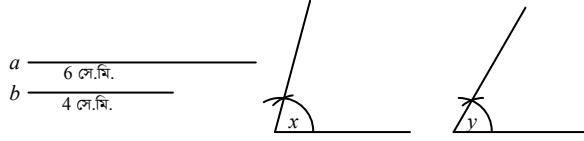
অঙ্কন:

- (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = 5$ সে.মি. কেটে নিই।
- (২) BC -এর B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle B = 80^\circ$ আঁকি।
- (৩) BF থেকে $BA = 4$ সে.মি. কেটে।
- (৪) A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে ৫ সে.মি. ও ৪ সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৫) A, D ও C, D যোগ করি।
তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

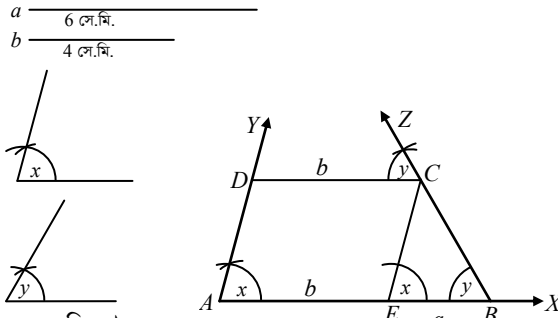
- ১৯ একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. ও ৬ সে.মি. এবং বৃহত্তম বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং $\angle y = 50^\circ$ ।
 ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।
 খ. ট্রাপিজিয়ামটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)
 গ. উদ্দীপকের বাহু দুইটিকে সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ ও $\angle y$ কে অন্তর্ভুক্ত কোণ বিবেচনা করে সামান্তরিকটি আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)

সমাধান:

- ক একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. ও ৬ সে.মি. এবং বৃহত্তম বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এবং $\angle y = 50^\circ$ । তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো:



খ



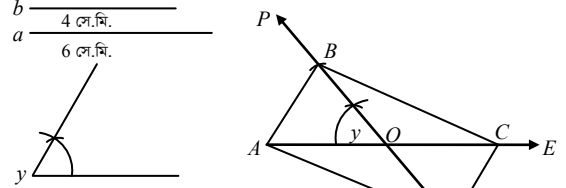
অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো রশ্মি AX থেকে $AB = a$ নিই।
- (২) BA রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁক।
- (৩) এবার AB রেখাংশ থেকে $AE = b$ কেটে নিই।

- (৪) E বিন্দুতে $EC \parallel AY$ আঁক যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৫) এবার $CD \parallel BA$ আঁক। CD রেখাংশ AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

গ

- প্রশ্নমতে, সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি $a = 6$ ও $b = 4$ এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle y = 60^\circ$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে a এর সমান AC রেখাংশ নিই।
- (২) AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি। O বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান $\angle AOP$ আঁক।
- (৩) OP এর বিপরীত রশ্মি OQ অঙ্কন করি।
- (৪) OP ও OQ রশ্মিদ্বয় থেকে $\frac{1}{2}b$ এর সমান যথাক্রমে OB ও OD রেখাংশদ্বয় নিই।
- (৫) $A, B; A, D; C, B$ ও C, D যোগ করি।
তাহলে $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

☑ দৃষ্টি আকর্ষণ: পাঠ্যবইয়ে মুদ্রণজনিত ত্রুটির কারণে ২০ ও ২১ নং প্রশ্ন দুটি অনুশীলনী-৭.২ এর পরিবর্তে অনুশীলনী-৭.১ এ সংযোজন করা হয়েছে।

- ২০ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি., $b = 5$ সে.মি., $c = 6$ সে.মি.।

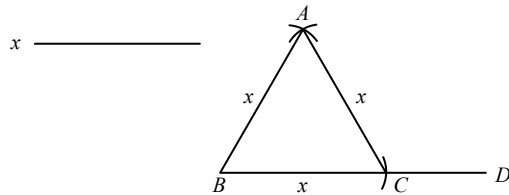
ক. একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)

গ. এমন একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন কর যেন সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় a ও b এর সমান হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক)

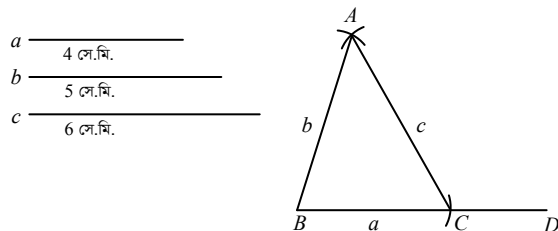
সমাধান:

- ক সমবাহু ত্রিভুজ ABC অঙ্কন করা হলো যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক।



খ

ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 4$ সে.মি., $b = 5$ সে.মি. এবং $c = 6$ সে.মি.। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে $BC = a$ একক নিই।

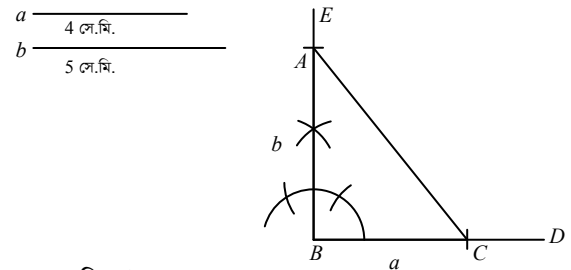
- (২) B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD রেখার একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁক। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

- (৩) A, B ও A, C যোগ করি।

তাহলে, ABC -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ

সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে $a = 4$ সে.মি. ও $b = 5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

- (১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ নিই।
- (২) B বিন্দুতে $\angle CBE = 90^\circ$ আঁক।
- (৩) BE রশ্মি থেকে b এর সমান করে BA অংশ কাটি।
- (৪) A, C যোগ করি।
তাহলে $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

২১ AB ও CD দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা। PQ রেখাটি AB ও CD রেখাকে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর।

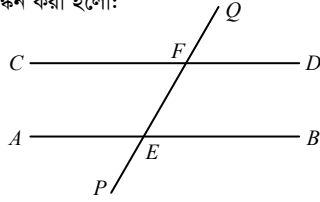
খ. দেখাও যে, $\angle AEP = \angle CFE$ ।

গ. দেখাও যে, $\angle AEF + \angle CFE = 2$ সমকোণ।

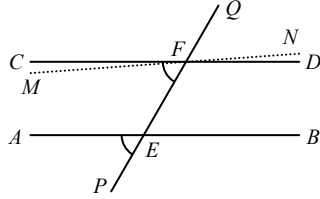
সমাধান:

ক এখানে, $AB \parallel CD$ এবং PQ ছেদক AB ও CD রেখাকে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন করা হলো:



খ প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AEP = \angle CFE$



যদি $\angle AEP \neq \angle CFE$ হয় তবে F বিন্দুতে $\angle AEP$ এর সমান $\angle MFE$ আঁকি। MN রেখা CD কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

তাহলে $\angle AEP = \angle MFE$ পরস্পর অনুরূপ কোণ।

$\therefore AB \parallel MN$

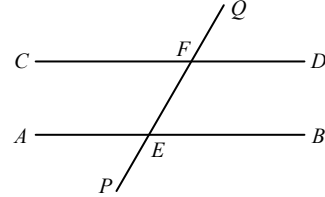
কিন্তু $AB \parallel CD$ দেওয়া আছে।

সুতরাং দুইটি পরস্পরছেদী সমরলরেখা MN ও CD প্রত্যেকটি তৃতীয় রেখা AB এর সমান্তরাল হতে পারে না।

$\therefore \angle AEP \neq \angle CFE$ হতে পারে না।

সুতরাং $\angle AEP = \angle CFE$ (দেখানো হলো)

গ তথ্যানুসারে চিত্রটি হলো



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AEF + \angle CFE = 2$ সমকোণ

চিত্রানুসারে, $\angle AEF = \angle CFQ$ [অনুরূপ কোণ]

বা, $\angle AEF + \angle CFE = \angle CFQ + \angle CFE$

[উভয়পক্ষে $\angle CFE$ যোগ করে]

বা, $\angle AEF + \angle CFE = \angle EFQ$

বা, $\angle AEF + \angle CFE = 180^\circ$ [$\because EFQ$ সরলকোণ]

$\therefore \angle AEF + \angle CFE = 2$ সমকোণ (দেখানো হলো)



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

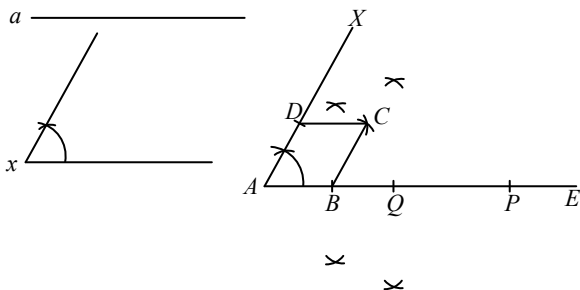
কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৪৮

রম্বসের পরিসীমা ও একটি কোণ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন: রম্বসের পরিসীমা ও একটি কোণ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $ABCD$ রম্বসের পরিসীমা a এবং একটি কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। রম্বসটি অঙ্কন করতে হবে।



অঙ্কন:

(১) যেকোন রশ্মি AE থেকে a -এর সমান AP নেই।

(২) AP -কে Q বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি। যেখানে $AQ = \frac{1}{2}a$, আবার AQ -কে B বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করি যেখানে $AB = \frac{1}{4}a$ । AB -এর A বিন্দুতে $\angle x$ -এর সমান $\angle BAX$ আঁকি।

(৩) AX রশ্মি থেকে $\frac{1}{4}a$ এর সমান AD নেই। এখন B ও D -কে কেন্দ্র করে $\frac{1}{4}a$ -এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ -এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। ধরি, তারা পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) B, C ও D, C যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ -ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রমাণ: $ABCD$ -এ $AB = BC = CD = DA = \frac{1}{4}a$ এবং $\angle BAD = \angle x$

$\therefore ABCD$ -ই নির্ণেয় রম্বস।