

## অনুশীলনী - ৯.২

### আদর্শ কোণসমূহের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ

মনে রাখার কৌশল	কোণ অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
0, 1, 2, 3 এবং 4 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\sin 0^\circ$ , $\sin 30^\circ$ , $\sin 45^\circ$ , $\sin 60^\circ$ এবং $\sin 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়।	<b>sin</b>	$\sqrt{\frac{0}{4}} = 0$	$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{4}{4}} = 1$
$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$ সম্পর্ক ব্যবহার করে	<b>cosec</b>	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
4, 3, 2, 1, 0 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\cos 0^\circ$ , $\cos 30^\circ$ , $\cos 45^\circ$ , $\cos 60^\circ$ এবং $\cos 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়।	<b>cos</b>	$\sqrt{\frac{4}{4}} = 1$	$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{0}{4}} = 0$
$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ সম্পর্ক ব্যবহার করে	<b>sec</b>	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
0, 1, 3 এবং 9 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 3 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\tan 0^\circ$ , $\tan 30^\circ$ , $\tan 45^\circ$ এবং $\tan 60^\circ$ মান পাওয়া যায়। উল্লেখ্য, $\tan 90^\circ$ এর অসংজ্ঞায়িত।	<b>tan</b>	$\sqrt{\frac{0}{3}} = 0$	$\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{3}{3}} = 1$	$\sqrt{\frac{9}{3}} = \sqrt{3}$	—
$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$ সম্পর্ক ব্যবহার করে	<b>cot</b>	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

বি.দ্র: শূন্য দ্বারা কোনো কিছুকে ভাগ করা যায় না বিধায়  $\operatorname{cosec} 0^\circ$ ,  $\sec 90^\circ$ ,  $\tan 90^\circ$  ও  $\cot 0^\circ$  সংজ্ঞায়িত করা যায় না।



### অনুশীলনীর সমাধান

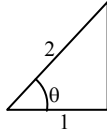


১  $\cos \theta = \frac{1}{2}$  হলে  $\cot \theta$  এর মান কোনটি?

- (ক)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (খ) 1 (গ)  $\sqrt{3}$  (ঘ) 2

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা:  $\cos \theta = \frac{1}{2} = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ বাহু}}$   
 বিপরীত বাহু =  $\sqrt{\text{অতিভুজ}^2 - \text{সন্নিহিত বাহু}^2}$   
 $= \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$   
 $\therefore \cot \theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{বিপরীত বাহু}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$



২  $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{3}$  হলে,  $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta$  এর মান কত?

- (ক) 3 (খ) 2 (গ) 1 (ঘ)  $\frac{1}{3}$

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: এখানে,  $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{3}$   
 বা,  $(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = \frac{1}{3}(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$   
 বা,  $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{1}{3} \cdot 1$   
 $\therefore \cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{1}{3}$

৩  $\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  হলে,  $\sin \theta =$  কত?

- (ক)  $\frac{1}{2}$  (খ) 0 (গ) 1 (ঘ)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: এখানে,  $\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা,  $\cot(\theta - 30^\circ) = \cot 60^\circ$ ; [ $\because \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ]

$\therefore \theta - 30^\circ = 60^\circ$

বা,  $\theta = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\therefore \sin \theta = \sin 90^\circ = 1$

৪  $\tan(3A) = \sqrt{3}$  হলে,  $A =$  কত?

- (ক)  $45^\circ$  (খ)  $30^\circ$  (গ)  $20^\circ$  (ঘ)  $15^\circ$

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: এখানে,  $\tan 3A = \sqrt{3}$

বা,  $\tan 3A = \tan 60^\circ$ ; [ $\because \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ]

বা,  $3A = 60^\circ$

বা,  $A = \frac{60^\circ}{3}$

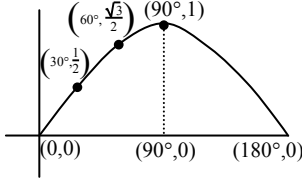
$\therefore A = 20^\circ$

৫  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  এর জন্য  $\sin\theta$  এর সর্বোচ্চ মান কত?

- (ক) -1 (খ) 0 (গ)  $\frac{1}{2}$  (ঘ) 1

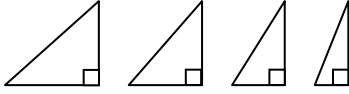
উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা-১:  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  এর সীমায় মধ্যে  $\sin\theta$  এর গ্রাফ হলো



চিত্র হতে দেখা যায়  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  এ সীমায়  $\sin\theta$  এর সর্বোচ্চ মান 1

ব্যাখ্যা-২:



আমরা জানি,  $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ ; অতিভুজ সর্বদা বৃহত্তম বাহু অর্থাৎ অতিভুজ  $>$  লম্ব

হওয়ায়  $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$  অনুপাতের মান সর্বদা 1 থেকে কম। কিন্তু চিত্র হতে দেখা যায়  $\theta$  এর মান ক্রমাগত বৃদ্ধি করলে অতিভুজের দৈর্ঘ্য কমতে থাকে। যখন  $\theta = 90^\circ$  হয় তখন লম্ব = অতিভুজ হয় অর্থাৎ সেক্ষেত্রে অতিভুজ, লম্বের উপর সমপাতিত হয়। সেক্ষেত্রে  $\sin\theta = 1$  হবে।

$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  সীমায়  $\theta = 90^\circ$  এর জন্য  $\sin\theta$  এর মান সর্বোচ্চ এবং তা হলো  $\sin\theta = \sin 90^\circ = 1$

ব্যাখ্যা-৩: আমরা জানি,  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

এখানে, দুইটি অনুপাতের বর্গের সমষ্টি 1। তাই কোনো অনুপাতের মানই 1 অপেক্ষা বড় কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

$\therefore \sin\theta$  ও  $\cos\theta$  উভয় অনুপাতের সর্বোচ্চ মান 1।

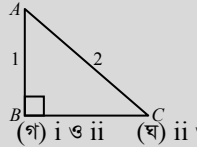
☒ জেনে রাখা ভালো:  $\theta$  এর যেকোনো মানের জন্যই  $\sin\theta$  এবং  $\cos\theta$  সর্বোচ্চ মান 1 এবং সর্বনিম্ন মান -1।

৬  $ABC$  সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ  $AC = 2$ ,  $AB = 1$

- i.  $\angle ACB = 30^\circ$   
ii.  $\tan A = \sqrt{3}$   
iii.  $\sin(A + C) = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) ii (গ) i ও ii (ঘ) ii ও iii



উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: চিত্রে সমকোণী  $\triangle ABC$ -এ  $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

(i) নং সঠিক কারণ,  $\triangle ABC$ -এ  $\sin\angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা,  $\sin\angle ACB = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$

(ii) নং সঠিক কারণ,  $\triangle ABC$ -এ  $\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

(iii) নং সঠিক নয় কারণ,  $\sin(A + C) = \sin(90^\circ) = 1$ ;

[ $\therefore$  সমকোণী ত্রিভুজে সূক্ষকোণদ্বয়ের সমষ্টি  $A + C = 90^\circ$ ]

৭  $ABC$  সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ  $AC = 2$ ,  $AB = 1$

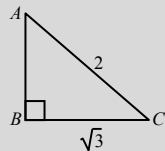
i.  $\cos A = \sin C$

ii.  $\cos A + \sec A = \frac{5}{2}$

iii.  $\tan C = \frac{2}{\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii



উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: সমকোণী  $\triangle ABC$ -এ  $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 - 3} = 1$

(i) নং সঠিক কারণ,  $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$  এবং  $\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$

$\therefore \cos A = \sin C$

(ii) নং সঠিক কারণ,  $\cos A + \sec A = \frac{AB}{AC} + \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2} + 2 = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$

(iii) নং সঠিক নয় কারণ,  $\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

মান নির্ণয় কর (৮-১১):

$$\frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি =  $\frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$   
 $= \frac{1 - (\cot 60^\circ)^2}{1 + (\cot 60^\circ)^2}$   
 $= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$ ; [মান বসিয়ে]  
 $= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  (Ans.)

$$\tan 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি =  $\tan 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$   
 $= (\tan 45^\circ) \cdot (\sin 60^\circ)^2 \cdot (\tan 30^\circ) \cdot (\tan 60^\circ)$   
 $= (1) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3})$ ; [মান বসিয়ে]  
 $= 1 \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}$  (Ans.)

$$\frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি =  $\frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$   
 $= \frac{1 - (\cos 60^\circ)^2}{1 + (\cos 60^\circ)^2} + (\sec 60^\circ)^2$   
 $= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + (2)^2$ ; [মান বসিয়ে]  
 $= \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} + 4$   
 $= \frac{\frac{4-1}{4}}{\frac{4+1}{4}} + 4$   
 $= \frac{3}{5} + 4 = \frac{3}{5} + \frac{4}{1} = \frac{3}{5} + \frac{20}{5} = \frac{23}{5}$

(Ans.)

$$১১ \cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি =  $\cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ$

$$= \cos 45^\circ \cdot (\cot 60^\circ)^2 \cdot (\operatorname{cosec} 30^\circ)^2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (2)^2; [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4$$

$$= \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2 \times 2}{3\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ (Ans.)}$$

দেখাও যে, (১২-১৭):

$$১২ \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$$

সমাধান: বামপক্ষ =  $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$

$$= (\cos 30^\circ)^2 - (\sin 30^\circ)^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

ডানপক্ষ =  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$১৩ \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$$

সমাধান: বামপক্ষ =  $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

ডানপক্ষ =  $\sin 90^\circ = 1$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$১৪ \cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ = \cos 30^\circ$$

সমাধান: বামপক্ষ =  $\cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ডানপক্ষ =  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$১৫ \sin 3A = \cos 3A \text{ যদি } A = 15^\circ \text{ হয়।}$$

সমাধান: বামপক্ষ =  $\sin 3A$

$$= \sin(3 \times 15^\circ) \quad [\because A = 15^\circ]$$

$$= \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ডানপক্ষ =  $\cos 3A$

$$= \cos(3 \times 15^\circ) \quad [\because A = 15^\circ]$$

$$= \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$১৬ \sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A} \text{ যদি } A = 45^\circ \text{ হয়।}$$

সমাধান: বামপক্ষ =  $\sin 2A$

$$= \sin(2 \times 45^\circ) \quad [\because A = 45^\circ]$$

$$= \sin 90^\circ = 1$$

ডানপক্ষ =  $\frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$

$$= \frac{2 \tan A}{1 + (\tan A)^2}$$

$$= \frac{2 \tan 45^\circ}{1 + (\tan 45^\circ)^2} \quad [\because A = 45^\circ]$$

$$= \frac{2 \times 1}{1 + (1)^2} = \frac{2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

$$১৭ \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \text{ যদি } A = 30^\circ \text{ হয়।}$$

সমাধান: বামপক্ষ =  $\tan 2A$

$$= \tan(2 \times 30^\circ) \quad [\because A = 30^\circ]$$

$$= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

ডানপক্ষ =  $\frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

$$= \frac{2 \tan A}{1 - (\tan A)^2}$$

$$= \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - (\tan 30^\circ)^2} \quad [\because A = 30^\circ]$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3-1}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

**১৮**  $2\cos(A + B) = 1 = 2\sin(A - B)$  এবং  $A, B$  সূক্ষ্মকোণ  
হলে দেখাও যে,  $A = 45^\circ, B = 15^\circ$ ।

সমাধান: দেওয়া আছে,  $2\cos(A + B) = 1 = 2\sin(A - B)$

$$\therefore 2\cos(A + B) = 1 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } 2\sin(A - B) = 1 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } \cos(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(A + B) = \cos 60^\circ$$

$$\therefore A + B = 60^\circ \dots \dots \dots (iii)$$

$$\text{আবার, } 2\sin(A - B) = 1$$

$$\text{বা, } \sin(A - B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A - B) = \sin 30^\circ$$

$$\therefore A - B = 30^\circ \dots \dots \dots (iv)$$

এখন, সমীকরণ (iii) ও সমীকরণ (iv) যোগ করে পাই,

$$A + B + A - B = 60^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2A = 90^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

আবার, সমীকরণ (iv) হতে (iii) বিয়োগ করে পাই,

$$A + B - A + B = 60^\circ - 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2B = 30^\circ$$

$$\text{বা, } B = \frac{30^\circ}{2}$$

$$\therefore B = 15^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ \text{ এবং } B = 15^\circ \text{ (দেখানো হলো)}$$

◆◆ অনুশীলনীর ১৬ ও ১৮নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$2\cos(A + B) = 1 = 2\sin(A - B)$  এবং  $A$  ও  $B$  উভয়ই সূক্ষ্মকোণ।

ক. তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর।

খ.  $A$  ও  $B$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে,  $\sin 2A = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

উত্তর: (ক)  $2\cos(A + B) = 1$ ;  $2\sin(A - B) = 1$

(খ)  $45^\circ$  ও  $15^\circ$

**১৯**  $\cos(A - B) = 1, 2\sin(A + B) = \sqrt{3}$  এবং  $A, B$  সূক্ষ্মকোণ হলে,  $A$  এবং  $B$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,  $\cos(A - B) = 1$

$$\text{বা, } \cos(A - B) = \cos 0^\circ$$

$$\therefore A - B = 0^\circ \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } 2\sin(A + B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A + B) = \sin 60^\circ$$

$$\therefore A + B = 60^\circ \dots \dots \dots (ii)$$

এখন সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$A - B + A + B = 0^\circ + 60^\circ$$

$$\text{বা, } 2A = 60^\circ$$

$$\text{বা, } A = \frac{60^\circ}{2}$$

$$\therefore A = 30^\circ$$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে সমীকরণ (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$A + B - (A - B) = 60^\circ - 0^\circ$$

$$\text{বা, } 2B = 60^\circ$$

$$\text{বা, } B = \frac{60^\circ}{2}$$

$$\therefore B = 30^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } A = 30^\circ \text{ ও } B = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

◆◆ অনুশীলনীর ১৯নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$\cos(A - B) = 1, 2\sin(A + B) = \sqrt{3}$  এবং  $A$  ও  $B$  সূক্ষ্মকোণ।

ক.  $\tan 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ =$  কত?

খ.  $A$  ও  $B$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. খ নং এ প্রাপ্ত  $A$  এর মানের জন্য  $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$  সত্য।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

উত্তর: (ক)  $\frac{3}{4}$ ; (খ)  $30^\circ$  ও  $30^\circ$

২০ সমাধান কর:  $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

সমাধান:

দেওয়া আছে,  $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

বা,  $\frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা,  $\frac{2\cos A}{-2\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

বা,  $-\frac{\cos A}{\sin A} = -\sqrt{3}$

বা,  $\frac{\cos A}{\sin A} = \sqrt{3}$  [উভয়পক্ষকে  $(-1)$  দ্বারা গুণ করে]

বা,  $\cot A = \sqrt{3}$

বা,  $\cot A = \cot 30^\circ$

$\therefore A = 30^\circ$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান,  $A = 30^\circ$  (Ans.)

২১  $A$  ও  $B$  সূক্ষ্মকোণ এবং  $\cot(A + B) = 1$ ,  $\cot(A - B) = \sqrt{3}$  হলে,  $A$  ও  $B$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,  $\cot(A + B) = 1$

বা,  $\cot(A + B) = \cot 45^\circ$

$\therefore A + B = 45^\circ \dots \dots \dots$  (i)

আবার,  $\cot(A - B) = \sqrt{3}$

বা,  $\cot(A - B) = \cot 30^\circ$

$\therefore A - B = 30^\circ \dots \dots \dots$  (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$A + B + A - B = 45^\circ + 30^\circ$

বা,  $2A = 75^\circ$

বা,  $A = \frac{75^\circ}{2}$

$\therefore A = 37\frac{1}{2}^\circ$

আবার, সমীকরণ (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$A + B - (A - B) = 45^\circ - 30^\circ$

বা,  $2B = 15^\circ$

বা,  $B = \frac{15^\circ}{2}$

$\therefore B = 7\frac{1}{2}^\circ$

$\therefore$  নির্ণেয় মান,  $A = 37\frac{1}{2}^\circ$ ,  $B = 7\frac{1}{2}^\circ$  (Ans.)

২২ দেখাও যে,  $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$  যদি  $A = 30^\circ$  হয়।

সমাধান: বামপক্ষ =  $\cos 3A$

=  $\cos(3 \times 30^\circ)$  [ $\because A = 30^\circ$ ]

=  $\cos 90^\circ$

= 0

ডানপক্ষ =  $4\cos^3 A - 3\cos A$

=  $4(\cos A)^3 - 3\cos A$

=  $4(\cos 30^\circ)^3 - 3\cos 30^\circ$  [ $\because A = 30^\circ$ ]

=  $4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

=  $4 \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3})^2}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

২৩ সমাধান কর:  $\sin \theta + \cos \theta = 1$ ; যখন  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

সমাধান: দেওয়া আছে,  $\sin \theta + \cos \theta = 1$

বা,  $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = (1)^2$  [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা,  $\sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 1$

বা,  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta = 1$

বা,  $1 + 2\sin \theta \cos \theta = 1$

বা,  $2\sin \theta \cos \theta = 0$

$\therefore \sin \theta \cdot \cos \theta = 0$

$\therefore \sin \theta = 0$

অথবা,  $\cos \theta = 0$

বা,  $\sin \theta = \sin 0^\circ$

বা,  $\cos \theta = \cos 90^\circ$

$\therefore \theta = 0^\circ$

$\therefore \theta = 90^\circ$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান,  $\theta = 0^\circ$ ,  $90^\circ$  (Ans.)

◆◆ অনশীলনীর ২০ ও ২৩নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$$\sin\theta = a, \cos\theta = b \text{ এবং } 0^\circ < \theta \leq 90^\circ$$

ক.  $\tan\theta$  এর মান কত?

খ.  $a + b = 1$  হলে  $\theta =$  কত?

গ.  $\frac{b-a}{b+a} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$  হলে দেখাও যে,  $\theta = 30^\circ$

নিজে নিজে চেষ্টা কর

উত্তর: (ক)  $\frac{a}{b}$ ; (খ)  $90^\circ$

**২৪** সমাধান কর:  $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$  যখন  $\theta$  সূক্ষ্মকোণ।

সমাধান:

দেওয়া আছে,  $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2 - 5\cos\theta$

বা,  $\cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) = 2 - 5\cos\theta$

বা,  $\cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta - 2 + 5\cos\theta = 0$ ; [পক্ষান্তর করে]

বা,  $2\cos^2\theta + 5\cos\theta - 3 = 0$

বা,  $2\cos^2\theta + 6\cos\theta - \cos\theta - 3 = 0$

বা,  $2\cos\theta(\cos\theta + 3) - 1(\cos\theta + 3) = 0$

বা,  $(\cos\theta + 3)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore 2\cos\theta - 1 = 0$

অথবা,  $\cos\theta + 3 = 0$

বা,  $2\cos\theta = 1$

বা,  $\cos\theta = -3$

বা,  $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা,  $\cos\theta = \cos 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান,  $\theta = 60^\circ$  (Ans.)

☒ জেনে নাও: আমরা জানি  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$  অর্থাৎ দুইটি

অনুপাতের বর্গের যোগফল 1 তাই  $\sin\theta$  ও  $\cos\theta$  উভয়েরই মান  $-1$

অপেক্ষা ছোট কিরূপ  $+1$  অপেক্ষা বড় হতে পারে না।

**২৫** সমাধান কর:  $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$ ,  $\theta$  সূক্ষ্মকোণ।

সমাধান: দেওয়া আছে,  $2\sin^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা,  $2(1 - \cos^2\theta) + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা,  $2 - 2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 3 = 0$

বা,  $-2\cos^2\theta + 3\cos\theta - 1 = 0$

বা,  $2\cos^2\theta - 3\cos\theta + 1 = 0$

বা,  $2\cos^2\theta - 2\cos\theta - \cos\theta + 1 = 0$

বা,  $2\cos\theta(\cos\theta - 1) - 1(\cos\theta - 1) = 0$

বা,  $(\cos\theta - 1)(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \cos\theta - 1 = 0$

বা,  $\cos\theta = 1$

বা,  $\cos\theta = \cos 0^\circ$

$\therefore \theta = 0^\circ$

কিন্তু  $\theta = 0^\circ$  গ্রহণযোগ্য নয়

কারণ  $\theta$  সূক্ষ্মকোণ

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান,  $\theta = 60^\circ$  (Ans.)

অথবা,  $2\cos\theta - 1 = 0$

বা,  $2\cos\theta = 1$

বা,  $\cos\theta = \frac{1}{2}$

বা,  $\cos\theta = \cos 60^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$

**২৬** সমাধান কর:  $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে,  $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা,  $\tan^2\theta - \tan\theta - \sqrt{3}\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা,  $\tan\theta(\tan\theta - 1) - \sqrt{3}(\tan\theta - 1) = 0$

বা,  $(\tan\theta - 1)(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

$\therefore \tan\theta - 1 = 0$

অথবা,  $\tan\theta - \sqrt{3} = 0$

বা,  $\tan\theta = 1$

বা,  $\tan\theta = \sqrt{3}$

বা,  $\tan\theta = \tan 45^\circ$

বা,  $\tan\theta = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান:  $\theta = 45^\circ, 60^\circ$  (Ans.)

**২৭** মান নির্ণয় কর:

$3\cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ + 5\sin^2 45^\circ - 4\cos^2 60^\circ$

সমাধান:

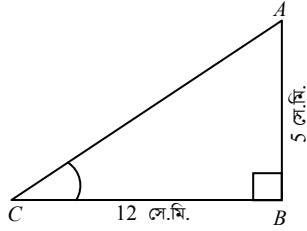
$$\begin{aligned}
 & 3\cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ + 5\sin^2 45^\circ - 4\cos^2 60^\circ \\
 &= 3(\cot 60^\circ)^2 + \frac{1}{4} (\operatorname{cosec} 30^\circ)^2 + 5(\sin 45^\circ)^2 - 4(\cos 60^\circ)^2 \\
 &= 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot 2^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 3 \cdot \frac{1}{3} + 1 + 5 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{4} \\
 &= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1 \\
 &= 1 + \frac{5}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2} \\
 \therefore \text{নির্ণেয় মান} &= \frac{7}{2} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

২৮  $\triangle ABC$  এর  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 5$  সে.মি.,  $BC = 12$  সে.মি.ক.  $AC$  এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।খ.  $\angle C = \theta$  হলে  $\sin \theta + \cos \theta$  এর মান নির্ণয় কর।গ.  $\angle A = 30^\circ$  হলে দেখাও যে,  $\sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A = \sec^2 A \cdot \operatorname{cosec}^2 A$ 

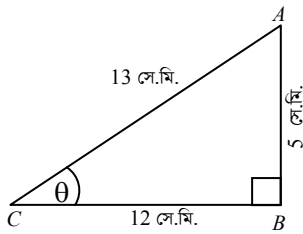
সমাধান:

ক দেওয়া আছে,  $\triangle ABC$  এর  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 5$  সে.মি.  
এবং  $BC = 12$  সে.মি.



$$\text{সমকোণী } \triangle ABC \text{-এ } AC^2 = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{বা, } AC &= \sqrt{5^2 + (12)^2} \text{ সে.মি.} \\
 &= \sqrt{25 + 144} \text{ সে.মি.} \\
 &= \sqrt{169} \text{ সে.মি.} = 13 \text{ সে.মি.}
 \end{aligned}$$

 $\therefore AC$  এর দৈর্ঘ্য 13 সে.মি. (Ans.)খ দেওয়া আছে,  $\angle C = \theta$  সুতরাং  $\triangle ABC$  এর চিত্রটি হবে নিম্নরূপ:

$$\sin \theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$$

$$\text{এবং } \cos \theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \sin \theta + \cos \theta &= \frac{5}{13} + \frac{12}{13} \\
 &= \frac{5+12}{13} = \frac{17}{13}
 \end{aligned}$$

 $\therefore$  নির্ণেয় মান  $\frac{17}{13}$  (Ans.)গ দেওয়া আছে,  $\angle A = 30^\circ$ 

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A \\
 &= \sec^2 30^\circ + \operatorname{cosec}^2 30^\circ \\
 &= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + (2)^2 = \frac{4}{3} + 4 = \frac{4+12}{3} = \frac{16}{3} \\
 \text{ডানপক্ষ} &= \sec^2 A \cdot \operatorname{cosec}^2 A \\
 &= \sec^2 30^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ \\
 &= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \times (2)^2 = \frac{4}{3} \times 4 = \frac{16}{3}
 \end{aligned}$$

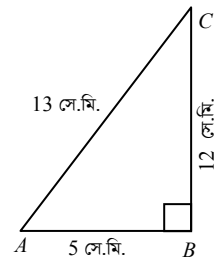
 $\therefore \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A = \sec^2 A \cdot \operatorname{cosec}^2 A$  (দেখানো হলো)দৃষ্টি আকর্ষণ:  $\triangle ABC$  এর  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 5$  সে.মি.,  $BC = 12$  সে.মি. হলে  $\angle A = 30^\circ$  হতে পারে না।কারণ  $\angle A = 30^\circ$  হলে $BC$  ও  $AC$  এর সম্পর্ক নিম্নরূপ:

$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \sin 30^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{BC}{AC}$$

$$\therefore AC = 2BC$$

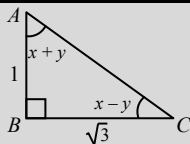
অর্থাৎ  $AC$  হলো  $BC$  এর দ্বিগুণ কিন্তু তথ্যানুসারে,  $AC = 13$ ,  $BC = 12$ ।

২৯ প্রদত্ত চিত্রের আলোকে

ক.  $AC$  এর পরিমাণ কত?

খ.  $\tan A + \tan C$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $x$  ও  $y$  এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান:

ক চিত্র হতে পাই,  $\angle B = 1$  সমকোণ

$$\angle A = x + y$$

$$\angle C = x - y$$

$$AB = 1 \text{ এবং } BC = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{অতিভুজ, } AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}$$

$$= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{1 + 3}$$

$$= 2$$

$$\therefore AC = 2 \text{ (Ans.)}$$

খ চিত্র হতে পাই,  $\tan C = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan A + \tan C = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 + 1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3 + 1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই,

$$\tan A = \tan(x + y) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan(x + y) = \tan 60^\circ$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan C = \tan(x - y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(x - y) = \tan 30^\circ$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \dots \dots \dots (ii)$$

এখন, (i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 60^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 90^\circ$$

$$\therefore x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

আবার, (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$x + y - x + y = 60^\circ - 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2y = 30^\circ$$

$$\therefore y = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান } x = 45^\circ \text{ এবং } y = 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

৩০  $\sin \theta = p$ ,  $\cos \theta = q$ ,  $\tan \theta = r$ , যেখানে  $\theta$  সূক্ষ্মকোণ।

ক.  $r = \sqrt{(3)^{-1}}$  হলে  $\theta$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $p + q = \sqrt{2}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\theta = 45^\circ$ ।

গ.  $7p^2 + 3q^2 = 4$  হলে, দেখাও যে,  $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে,  $\tan \theta = r$ ; যেখানে  $r$  সূক্ষ্মকোণ

$$\text{এখন, } r = \sqrt{(3)^{-1}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$



খ দেওয়া আছে,  $\sin\theta = p$ ,  $\cos\theta = q$

আবার,  $p + q = \sqrt{2}$

বা,  $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$

বা,  $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = (\sqrt{2})^2$

বা,  $\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 2$

বা,  $1 + 2\sin\theta\cos\theta = 2$ ; [ $\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ]

বা,  $2\sin\theta\cos\theta = 2 - 1$

বা,  $2\sin\theta\cos\theta = 1$

বা,  $1 - 2\sin\theta\cos\theta = 0$

বা,  $\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = 0$

বা,  $\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 0$

বা,  $(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 0$

বা,  $\sin\theta - \cos\theta = 0$

বা,  $\sin\theta = \cos\theta$

বা,  $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1 = \tan 45^\circ$

বা,  $\tan\theta = \tan 45^\circ$ ; [ $\because \tan 45^\circ = 1$ ]

$\therefore \theta = 45^\circ$  (প্রমাণিত)

গ এখানে,  $7p^2 + 3q^2 = 4$

বা  $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$

বা  $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

বা  $7\sin^2\theta - 4\sin^2\theta = 4\cos^2\theta - 3\cos^2\theta$

বা  $3\sin^2\theta = \cos^2\theta$

বা  $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{3}$

বা  $\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \frac{1}{3}$

বা,  $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা,  $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ; [ $\theta$  সূক্ষ্মকোণ হওয়ায়  $\sin\theta$  ও  $\cos\theta$  উভয়ই ধনাত্মক, তাই এদের অনুপাতের মানও ধনাত্মক]

$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$  (দেখানো হলো)

৩১  $ABC$  সমকোণী ত্রিভুজের  $\angle B =$  এক সমকোণ এবং  $AB = BC$  হলে প্রমাণ কর যে,  $\frac{BC \cos C - AC \cos B}{BC \cos B - AC \cos A} + \cos C = 0$

সমাধান:

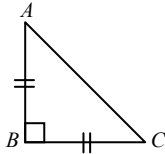
দেওয়া আছে, সমকোণী  $\triangle ABC$ -এ  $\angle B =$  এক সমকোণ এবং  $AB = BC$

তাহলে  $\cos A = \frac{AB}{AC}$  এবং  $\cos C = \frac{BC}{AC}$

বামপক্ষ =  $\frac{BC \cos C - AC \cos B}{BC \cos B - AC \cos A} + \cos C$

$$= \frac{BC \cdot \frac{BC}{AC} - AC \cos 90^\circ}{BC \cos 90^\circ - AC \cdot \frac{AB}{AC}} + \frac{BC}{AC}$$

$$= \frac{\frac{BC^2}{AC} - AC \times 0}{BC \times 0 - AB} + \frac{BC}{AC}$$



$$= -\frac{BC^2}{AB \times AC} + \frac{BC}{AC}$$

$$= -\frac{BC^2}{BC \times AC} + \frac{BC}{AC} \quad [\because AB = BC]$$

$$= \frac{-BC^2 + BC^2}{BC \times AC}$$

$$= \frac{0}{BC \times AC}$$

$$= 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{BC \cos C - AC \cos B}{BC \cos B - AC \cos A} + \cos C = 0 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

◆◆ অনুশীলনীর ৩১নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$\Delta ABC$ -এ $\angle C = 90^\circ$ এবং $\tan 3B = \sqrt{3}$ ক. $B =$ কত? খ. দেখাও যে, $(AC + BC) \times \frac{1}{AC} = \cot 10^\circ$ গ. $AC = BC$ হলে দেখাও যে, $\frac{BC \cos B - AB \cos C}{BC \cos C - AB \cos A} + \cos B = 0$	নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) $20^\circ$
---	--

<b>৩২</b> $ABC$ সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B =$ এক সমকোণ এবং $\cot A + \cot B = 2\cot C$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 + BC^2 = 2AB^2$ ।
--

সমাধান:

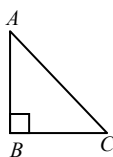
দেওয়া আছে,  $\cot A + \cot B = 2\cot C$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BC} + \cot 90^\circ = 2 \times \frac{BC}{AB}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BC} = \frac{2BC}{AB} ; [\because \cot 90^\circ = 0]$$

$$\text{বা, } AB^2 = 2BC^2$$

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ  $ABC$ -এ  $AC^2 = AB^2 + BC^2$



$$\text{বামপক্ষ} = AC^2 + BC^2$$

$$= AB^2 + BC^2 + BC^2$$

$$= AB^2 + 2BC^2$$

$$= AB^2 + AB^2 ; [\because AB^2 = 2BC^2]$$

$$= 2AB^2 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = 2AB^2 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

◆◆ অনুশীলনীর ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<b>(i)</b> $ABC$ ত্রিভুজে $\angle B = \angle A + \angle C$ ক. $\sin B + \cos B =$ কত? খ. $AB = BC$ হলে দেখাও যে, $\frac{BC \cos C - AC \cos B}{BC \cos B - AC \cos A} + \cos C = 0$ গ. $\cot A + \cot B = 2\cot C$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 + BC^2 = 2AB^2$ .	নিজে নিজে চেষ্টা কর।
<b>(ii)</b> যেকোনো ত্রিভুজ $ABC$ -এ $AD \perp BC$ ক. তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। খ. দেখাও যে, $\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC}$ . গ. $\cot A + \cot B = 2\cot C$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC^2 + BC^2 = 2AB^2$ .	নিজে নিজে চেষ্টা কর।



## পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৮৮

$$\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3} \text{ হলে, } \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

সমাধান: দেওয়া আছে,  $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3} \quad [\because \sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta]$$

$$\text{এখন, } \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \operatorname{cosec} \theta - \sqrt{\operatorname{cosec}^2 \theta - 1}$$

$$= \frac{5}{3} - \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1}$$

$$= \frac{5}{3} - \sqrt{\frac{25-9}{9}}$$

$$= \frac{5}{3} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3} \quad (\text{Ans.})$$