পঞ্চম অধ্যায়

এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ

অনুশীলনী - ৫.১

সমীকরণের শ্রেণিবিভাগ (পাঠ্যবই অনুসারে)

এক চলক বিশিষ্ট সমীকরণ

একঘাত সমীকরণ
উদাহরণ: (i) $x + 3 = 5$; (ii) $3x + 6 = 0$
মন্তব্য: প্রতিক্ষেত্রে চলকের (x) সর্বোচ্চ ঘাত 1

দ্বিঘাত সমীকরণ
উদাহরণ: (i) $x^2 = 9$; (ii) $z^2 - 5 = 0$; (iii) $x^2 - 3x + 6 = 0$
মন্তব্য: প্রতিক্ষেত্রে চলকের (x) সর্বোচ্চ ঘাত 2

ত্রিঘাত সমীকরণ
উদাহরণ: (i) $x^3 + 3x^2 + 2 = 0$; (ii) $z^3 - 3z = 0$
মন্তব্য: প্রতিক্ষেত্রে চলকের (x) সর্বোচ্চ ঘাত 3

দুই চলক বিশিষ্ট সমীকরণ

একঘাত সমীকরণ
উদাহরণ: (i) $x + y = 5$; (ii) $x - y = 6$; (iii) $z + y = 2$
মন্তব্য: প্রতিক্ষেত্রে চলকের (x) সর্বোচ্চ ঘাত 2

দ্বিঘাত সমীকরণ
উদাহরণ: (i) $x^2 + y^2 = 5$; (ii) $y^2 = z^2 + 3$; (iii) $x^2 - 3y + 6 = 0$
মন্তব্য: প্রতিক্ষেত্রে চলকের (x) সর্বোচ্চ ঘাত 2

ত্রিঘাত সমীকরণ
উদাহরণ: (i) $x^3 + y^3 = 3$; (ii) $y^3 + z^2 = 0$
মন্তব্য: প্রতিক্ষেত্রে চলকের (x) সর্বোচ্চ ঘাত 3

সমীকরণের মূল: অজ্ঞাত রাশি বা চলকের যে মানের জন্য সমীকরণটি সিদ্ধ হয় তাদেরকেই সমীকরণের সমাধান বা মূল বলা হয়।

সমীকরণের চলকের সর্বোচ্চ ঘাত সংখ্যা = মূল সংখ্যা

অনুশীলনীর সমাধান

সমাধান কর (১-৮):

দৃষ্টি আকর্ষণ: বিশেষ কোনো নির্দেশনা না থাকলে প্রচলিত রীতি অনুযায়ী ইংরেজি বর্ণমালার ছোট হাতের শেষের দিকের অক্ষর x, y, z কে চলক হিসেবে এবং প্রথম দিকের অক্ষর a, b, c কে ধ্রুবক হিসেবে ব্যবহার করা হয়।
তাই সমীকরণের সমাধান বলতে সমীকরণে চলক হিসেবে x বা y বা z যেটি থাকে তার মান নির্ণয় করাকে বোঝায়।

১ $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

সমাধান: $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

বা, $y\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) = a^2 - b^2$

বা, $y\left(\frac{a^2 - b^2}{ab}\right) = a^2 - b^2$

বা, $\frac{y}{ab} = 1$; [উভয় পক্ষকে $(a^2 - b^2)$ দিয়ে ভাগ করে]

বা, $y = ab$; [আড়গুণন করে]

বা, $y = ab$

$\therefore$ সমাধান $y = ab$

২ $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

সমাধান: $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

বা, $z^2 - 2z + z - 2 = z^2 + 2z - 4z - 8$

বা, $z^2 - z - 2 = z^2 - 2z - 8$

বা, $-z + 2z = z^2 - 8 - z^2 + 2$; [পক্ষান্তর করে]

বা, $z = -6$

$\therefore$ সমাধান $z = -6$

৩ $\mathbf{\dfrac{4}{2x+1}+\dfrac{9}{3x+2}=\dfrac{25}{5x+4}}$

সমাধান: $\dfrac{4}{2x+1}+\dfrac{9}{3x+2}=\dfrac{25}{5x+4}$

বা, $\dfrac{4(3x+2)+9(2x+1)}{(2x+1)(3x+2)}=\dfrac{25}{5x+4}$

বা, $\dfrac{12x+8+18x+9}{6x^2+4x+3x+2}=\dfrac{25}{5x+4}$

বা, $\dfrac{30x+17}{6x^2+7x+2}=\dfrac{25}{5x+4}$

বা, $25(6x^2+7x+2)=(30x+17)(5x+4)$

বা, $150x^2+175x+50=150x^2+85x+120x+68$

বা, $175x+50=205x+68$

বা, $175x-205x=68-50$

বা, $-30x=18$

বা, $x=-\dfrac{18}{30}$

বা, $x=-\dfrac{3}{5}$

$\therefore$ সমাধান $x=-\dfrac{3}{5}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$\dfrac{4}{2x+1}+\dfrac{9}{3x+2}=\dfrac{25}{5x+4}$

বা, $\dfrac{4}{2x+1}+\dfrac{9}{3x+2}=\dfrac{(10+15)}{5x+4}$

বা, $\dfrac{4}{2x+1}+\dfrac{9}{3x+2}=\dfrac{10}{5x+4}+\dfrac{15}{5x+4}$

বা, $\dfrac{4}{2x+1}-\dfrac{10}{5x+4}=\dfrac{15}{5x+4}-\dfrac{9}{3x+2}$; [পক্ষান্তর করে]

বা, $\dfrac{4(5x+4)-10(2x+1)}{(2x+1)(5x+4)}=\dfrac{15(3x+2)-9(5x+4)}{(5x+4)(3x+2)}$

বা, $\dfrac{20x+16-20x-10}{(2x+1)(5x+4)}=\dfrac{45x+30-45x-36}{(5x+4)(3x+2)}$

বা, $\dfrac{6}{(2x+1)(5x+4)}=\dfrac{-6}{(5x+4)(3x+2)}$

বা, $\dfrac{1}{2x+1}=\dfrac{-1}{3x+2}$; [উভয়পক্ষকে অশূন্য রাশি $\dfrac{5x+4}{6}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $3x+2=-2x-1$

বা, $3x+2x=-1-2$

বা, $5x=-3$ $x=\dfrac{-3}{5}$

$\therefore$ সমাধান $x=-\dfrac{3}{5}$

বি.দ্র: কোনো সমীকরণের উভয়পক্ষকে সাধারণত কোনো চলক যুক্ত রাশি দ্বারা গুণ বা ভাগ করা হয় না, সেক্ষেত্রে একটি মূল বাদ যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। কিন্তু এক্ষেত্রে ডানপক্ষের হরের চলক যুক্ত রাশি $(5x+4)$ দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করা হলেও এখানে যৌক্তিক কোনো মূল বাদ পড়ার সম্ভাবনা নেই। এর নির্দিষ্ট কারণ রয়েছে, যা নিচে উল্লেখ করা হলো:
আমরা জানি কোনো ভগ্নাংশের হর সর্বদা অশূন্য রাশি। কেননা হর $=0$ হলে ভগ্নাংশটির মান অসংজ্ঞায়িত হয়। প্রদত্ত সমীকরণের ডানপক্ষের ভগ্নাংশের হর $(5x+4)$ একটি অশূন্য রাশি। তাই $(5x+4)=0$ ধরে x এর মান নির্ণয় যৌক্তিক নয় কেননা এভাবে x এর মান নির্ণয় করলে $(x=-\dfrac{4}{5})$ সেই মানের জন্য ডানপক্ষের ভগ্নাংশের মান হয় $=\dfrac{25}{5x+4}=\dfrac{25}{0}$, যা অসংজ্ঞায়িত। তাই চলকযুক্ত রাশি হওয়া সত্ত্বেও এ রাশি দ্বারা সমীকরণের উভয়পক্ষকে গুণ করা হলেও কোনো যৌক্তিক মূল বাদ যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

৪ $\mathbf{\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+4}=\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+3}}$

সমাধান: $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+4}=\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+3}$

বা, $\dfrac{x+4+x+1}{(x+1)(x+4)}=\dfrac{x+3+x+2}{(x+2)(x+3)}$

বা, $\dfrac{2x+5}{x^2+4x+x+4}=\dfrac{2x+5}{x^2+3x+2x+6}$

বা, $\dfrac{2x+5}{x^2+5x+4}=\dfrac{2x+5}{x^2+5x+6}$

দুই পক্ষের ভগ্নাংশ দুইটির মান সমান। আবার দুই পক্ষের লব সমান, কিন্তু হর অসমান। এক্ষেত্রে একমাত্র লবের মান শূন্য হলেই দুই পক্ষ সমান হবে।

$\therefore 2x+5=0$

বা, $2x=-5$

বা, $x=-\dfrac{5}{2}$

$\therefore$ সমাধান $x=-\dfrac{5}{2}$

৫ $\dfrac{a}{x-a}+\dfrac{b}{x-b}=\dfrac{a+b}{x-a-b}$

সমাধান: $\dfrac{a}{x-a}+\dfrac{b}{x-b}=\dfrac{a+b}{x-a-b}$

বা, $\dfrac{a}{x-a}+\dfrac{b}{x-b}=\dfrac{a}{x-a-b}+\dfrac{b}{x-a-b}$

বা, $\dfrac{a}{x-a}-\dfrac{a}{x-a-b}=\dfrac{b}{x-a-b}-\dfrac{b}{x-b}$; [পক্ষান্তর করে]

বা, $\dfrac{a(x-a-b)-a(x-a)}{(x-a)(x-a-b)}=\dfrac{b(x-b)-b(x-a-b)}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\dfrac{ax-a^2-ab-ax+a^2}{(x-a)(x-a-b)}=\dfrac{bx-b^2-bx+ab+b^2}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\dfrac{-ab}{(x-a)(x-a-b)}=\dfrac{ab}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\dfrac{-1}{(x-a)(x-a-b)}=\dfrac{1}{(x-b)(x-a-b)}$

[উভয়পক্ষকে অশূন্য ধ্রুবক ab দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(x-a)(x-a-b)=-(x-b)(x-a-b)$ [আড়গুণন করে]

বা, $(x-a)(x-a-b)+(x-b)(x-a-b)=0$

বা, $(x-a-b)(x-a+x-b)=0$

বা, $(x-a-b)(2x-a-b)=0$

আমরা জানি, দুইটি রাশির গুণফল শূন্য হলে রাশিদ্বয়ের যে কোনোটি অথবা উভয় রাশি শূন্য হবে।

$\therefore x-a-b=0$ অথবা $2x-a-b=0$

কিন্তু $(x-a-b)=0$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের ডানপক্ষ অসংজ্ঞায়িত হয়। সুতরাং $(x-a-b)$ একটি অশূন্য রাশি অর্থাৎ $(x-a-b)\neq 0$

আবার $2x-a-b=0$ হলে, $2x=a+b$ বা, $x=\dfrac{a+b}{2}$

$\therefore$ সমাধান $x=\dfrac{a+b}{2}$

৬ $\dfrac{x-a}{b}+\dfrac{x-b}{a}+\dfrac{x-3a-3b}{a+b}=0$

সমাধান: $\dfrac{x-a}{b}+\dfrac{x-b}{a}+\dfrac{x-3a-3b}{a+b}=0$

বা, $\dfrac{x-a}{b}+\dfrac{x-b}{a}+\dfrac{x-3(a+b)}{a+b}=0$

বা, $\dfrac{x-a}{b}+\dfrac{x-b}{a}+\dfrac{x}{a+b}-\dfrac{3(a+b)}{a+b}=0$

বা, $\dfrac{x-a}{b}+\dfrac{x-b}{a}+\dfrac{x}{a+b}-3=0$

বা, $\left(\dfrac{x-a}{b}-1\right)+\left(\dfrac{x-b}{a}-1\right)+\left(\dfrac{x}{a+b}-1\right)=0$

বা, $\left(\dfrac{x-a-b}{b}\right)+\left(\dfrac{x-b-a}{a}\right)+\left(\dfrac{x-a-b}{a+b}\right)=0$

বা, $(x-a-b)\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a+b}\right)=0$

আমরা জানি, দুইটি রাশির গুণফল শূন্য হলে রাশিদ্বয়ের যে কোনোটি অথবা উভয় রাশি শূন্য হবে।

$\therefore \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{a}{a+b}=0$ অথবা, $x-a-b=0$ হবে।

অশূন্য ধ্রুব রাশি হওয়ায় $\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{a}{a+b}\neq 0$ ধরা হয়।

$\therefore x-a-b=0$

বা, $x=a+b$

$\therefore$ সমাধান $x=a+b$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$\dfrac{x-a}{b}+\dfrac{x-b}{a}+\dfrac{x-3a-3b}{a+b}=0$

বা, $\left(\dfrac{x-a}{b}-1\right)+\left(\dfrac{x-b}{a}-1\right)+\left(\dfrac{x-3a-3b}{a+b}+2\right)=0$

বা, $\dfrac{x-a-b}{b}+\dfrac{x-b-a}{a}+\dfrac{x-3a-3b+2a+2b}{a+b}=0$

বা, $\dfrac{x-a-b}{b}+\dfrac{x-b-a}{a}+\dfrac{x-a-b}{a+b}=0$

বা, $(x-a-b)\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a+b}\right)=0$

বা, $x-a-b=0$; $\left[\begin{array}{l}\text{অশূন্য ধ্রুব রাশি } \left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a+b}\right) \\ \text{দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে}\end{array}\right]$

বা, $x=a+b$

$\therefore$ সমাধান $x=a+b$

৭ $\dfrac{x-a}{a^2-b^2}=\dfrac{x-b}{b^2-a^2}$

সমাধান: $\dfrac{x-a}{a^2-b^2}=\dfrac{x-b}{b^2-a^2}$

বা, $\dfrac{x-a}{a^2-b^2}=\dfrac{x-b}{-(a^2-b^2)}$

বা, $x-a=-(x-b)$; $\left[\begin{array}{l}\text{অশূন্য ধ্রুবক হওয়ায় } (a^2-b^2) \\ \text{দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে}\end{array}\right]$

বা, $x-a=-x+b$

বা, $x+x=a+b$; [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x=a+b$

বা, $x=\dfrac{a+b}{2}$

$\therefore$ সমাধান $x=\dfrac{a+b}{2}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$\dfrac{x-a}{a^2-b^2}=\dfrac{x-b}{b^2-a^2}$

বা, $\dfrac{x-a}{a^2-b^2}-\dfrac{x-b}{b^2-a^2}=0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\dfrac{x-a}{a^2-b^2}+\dfrac{x-b}{a^2-b^2}=0$

বা, $\dfrac{x-a+x-b}{a^2-b^2}=0$

বা, $2x-a-b=0$

বা, $2x=a+b$

বা, $x=\dfrac{a+b}{2}$

$\therefore$ সমাধান $x=\dfrac{a+b}{2}$

৮ $(3+\sqrt{3})z+2=5+3\sqrt{3}$

সমাধান: $(3+\sqrt{3})z+2=5+3\sqrt{3}$

বা, $(3+\sqrt{3})z=5-2+3\sqrt{3}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $(3+\sqrt{3})z=3+3\sqrt{3}$

বা, $(3+\sqrt{3})z=\sqrt{3}.\sqrt{3}+3\sqrt{3}$

বা, $z=\dfrac{\sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})}$

বা, $z=\sqrt{3}$

$\therefore$ সমাধান $z=\sqrt{3}$

সমাধান সেট নির্ণয় কর (৯-১৪):

৯ $2x+\sqrt{2}=3x-4-3\sqrt{2}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x+\sqrt{2}=3x-4-3\sqrt{2}$

সুতরাং $2x-3x=-4-3\sqrt{2}-\sqrt{2}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-x=-4-4\sqrt{2}$

বা, $-x=-(4+4\sqrt{2})$

বা, $x=4+4\sqrt{2}$ [উভয় পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x=4\,(1+\sqrt{2})$

$\therefore$ সমাধান $x=4(1+\sqrt{2})$

এবং সমাধান সেট $S=\{4(1+\sqrt{2})\}$

বোঝার সুবিধার্থে:

$-3\sqrt{2}=-\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$\therefore -3\sqrt{2}-\sqrt{2}=(-\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{2})-\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$

১০ $\dfrac{z-2}{z-1}=2-\dfrac{1}{z-1}$

সমাধান: $\dfrac{z-2}{z-1}=2-\dfrac{1}{z-1}$

বা, $\dfrac{z-1-1}{z-1}=2-\dfrac{1}{z-1}$

বা, $\dfrac{(z-1)-1}{z-1}=2-\dfrac{1}{z-1}$

বা, $\dfrac{z-1}{z-1}-\dfrac{1}{z-1}=2-\dfrac{1}{z-1}$

বা, $1-\dfrac{1}{z-1}=2-\dfrac{1}{z-1}$

বা, $1=2-\left(\dfrac{1}{z-1}\right)+\left(\dfrac{1}{z-1}\right)$

বা, $1=2$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণটিই যৌক্তিক নয়।

অর্থাৎ এক্ষেত্রে কোনো সমাধান নেই।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট $S=\{\ \}$ বা, $\varnothing$

১১ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2}{x-1}$

সমাধান: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2}{x-1}$

বা, $\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}$

বা, $\dfrac{1}{x}=\dfrac{2x+2-x+1}{(x+1)(x-1)}$

বা, $\dfrac{1}{x}=\dfrac{x+3}{x^2-1}$

বা, $x^2+3x=x^2-1$

বা, $x^2+3x-x^2=-1$

বা, $3x=-1$

বা, $x=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore$ সমাধান $x=-\dfrac{1}{3}$ এবং সমাধান সেট $S=\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$

১২ $\dfrac{m}{m-x}+\dfrac{n}{n-x}=\dfrac{m+n}{m+n-x}$

সমাধান: $\dfrac{m}{m-x}+\dfrac{n}{n-x}=\dfrac{m+n}{m+n-x}$

বা, $\dfrac{m}{m-x}+\dfrac{n}{n-x}=\dfrac{m}{m+n-x}+\dfrac{n}{m+n-x}$

বা, $\dfrac{m}{m-x}-\dfrac{m}{m+n-x}=\dfrac{n}{m+n-x}-\dfrac{n}{n-x}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\dfrac{m(m+n-x)-m(m-x)}{(m-x)(m+n-x)}=\dfrac{n(n-x)-n(m+n-x)}{(m+n-x)(n-x)}$

বা, $\dfrac{m^2+mn-mx-m^2+mx}{(m-x)(m+n-x)}=\dfrac{n^2-nx-mn-n^2+nx}{(m+n-x)(n-x)}$

বা, $\dfrac{mn}{(m-x)\,(m+n-x)}=\dfrac{-mn}{(n-x)\,(m+n-x)}$

বা, $\dfrac{1}{(m-x)\,(m+n-x)}=\dfrac{-1}{(n-x)\,(m+n-x)}$

বা, $-(m-x)(m+n-x)=(n-x)(m+n-x)$

বা, $(n-x)(m+n-x)+(m-x)(m+n-x)=0$

বা, $(m+n-x)(n-x+m-x)=0$

বা, $(m+n-x)(n+m-2x)=0$

$\therefore m+n-x=0$ অথবা, $n+m-2x=0$

কিন্তু $m+n-x=0$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের ডানপক্ষ অসংজ্ঞায়িত হয়।

তাই $m+n-x\neq 0$

আবার, $n+m-2x=0$ বা, $x=\dfrac{m+n}{2}$

$\therefore$ সমাধান $x=\dfrac{m+n}{2}$

এবং সমাধান সেট $S=\left\{\dfrac{m+n}{2}\right\}$

১৩ $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}$

বা, $\frac{x+5+x+2}{(x+2)(x+5)}=\frac{x+3+x+4}{(x+4)(x+3)}$

বা, $\frac{2x+7}{x^2+7x+10}=\frac{2x+7}{x^2+7x+12}$

দুই পক্ষের ভগ্নাংশ দুইটির মান সমান, এদের লব সমান কিন্তু হর অসমান। এক্ষেত্রে একমাত্র লবের মান শূন্য হলেই দুই পক্ষ সমান হবে

$\therefore 2x+7=0$

বা, $x=-\frac{7}{2}$

$\therefore$ সমাধান $x=-\frac{7}{2}$ এবং সমাধান সেট $S=\left\{-\frac{7}{2}\right\}$

ছাত্র-ছাত্রীদের দৃষ্টি আকর্ষণ: দুইটি ভগ্নাংশের লব সমান কিন্তু হর অসমান এবং ভগ্নাংশ দুইটির মান সমান হলে লব শূন্য হবে। এই ধারণা ব্যবহার করলে কখনও কখনও সমাধান প্রক্রিয়া খুব সহজ হয়।

১৪ $\frac{2t-6}{9}+\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{4t-15}{18}$

সমাধান: $\frac{2t-6}{9}+\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{4t-15}{18}$

বা, $\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{4t-15}{18}-\frac{2t-6}{9}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{(4t-15)-2(2t-6)}{18}$

বা, $\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{4t-15-4t+12}{18}$

বা, $\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{-3}{18}$

বা, $\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{-1}{6}$

বা, $-(12-5t)=6(15-2t)$ [আড়গুণন করে]

বা, $-12+5t=90-12t$

বা, $5t+12t=90+12$

বা, $17t=102$

বা, $t=\frac{102}{17}$

বা, $t=6$

$\therefore$ সমাধান $t=6$

এবং সমাধান সেট $S=\{6\}$

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (১৫-২৫):

১৫ একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার $\frac{2}{5}$ গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি 98 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, একটি সংখ্যা $= x$

$\therefore$ অপর সংখ্যাটি x এর $\frac{2}{5}$ গুণ অর্থাৎ $\frac{2x}{5}$

প্রশ্নমতে, $x+\frac{2x}{5}=98$

বা, $\frac{5x+2x}{5}=98$

বা, $7x=490$

বা, $x=70$ [উভয় পক্ষে 7 দিয়ে ভাগ করে]

$\therefore$ একটি সংখ্যা $= 70$

এবং অপর সংখ্যাটি $=\frac{2\times 70}{5}=28$

অতএব সংখ্যা 70 ও 28

Ans: 70 ও 28

১৬ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর 1; লব থেকে 2 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তা $\frac{1}{6}$ এর সমান। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ভগ্নাংশটির লব $= x$

আমরা জানি, প্রকৃত ভগ্নাংশের হর > লব।

সুতরাং প্রশ্নানুসারে ভগ্নাংশটির হর $= x+1$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $=\frac{x}{x+1}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x-2}{(x+1)+2}=\frac{1}{6}$

বা, $\frac{x-2}{x+3}=\frac{1}{6}$

বা, $6(x-2)=1(x+3)$; [আড়গুণন করে]

বা, $6x-12=x+3$

বা, $6x-x=3+12$; [পক্ষান্তর করে]

বা, $5x=15$

বা, $x=\frac{15}{5}$

বা, $x=3$

সুতরাং ভগ্নাংশটি $=\frac{3}{3+1}$ [x এর মান বসিয়ে]

$=\frac{3}{4}$

অতএব, নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $=\frac{3}{4}$

বি.দ্র: এখানে উল্লিখিত ভগ্নাংশটি প্রকৃত ভগ্নাংশ অর্থাৎ ভগ্নাংশটির হর > লব তাই ভগ্নাংশটি $\frac{x}{x+1}$। আবার ভগ্নাংশটি অপ্রকৃত হলে হর < লব হতো সেক্ষেত্রে ভগ্নাংশটি $\frac{x+1}{x}$।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশটি হর $= x$

$\therefore$ " " লব $= x - 1$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{x-1}{x}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x-1-2}{x+2} = \frac{1}{6}$

বা, $\frac{x-3}{x+2} = \frac{1}{6}$

বা, $6x - 18 = x + 2$ [আড়গুণ করে]

বা, $6x - x = 2 + 18$

বা, $5x = 20$

বা, $x = \frac{20}{5}$

বা, $x = 4$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \frac{3}{4}$

১৭ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 9; অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 45 কম হবে। সংখ্যাটি কত?

সমাধান: মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্কটি $= x$

যেহেতু সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 9

অতএব দশক স্থানীয় অঙ্কটি $= 9 - x$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times$ দশক স্থানীয় অঙ্ক $+ 1 \times$ একক স্থানীয় অঙ্ক

$= 10(9 - x) + x$

$= 90 - 10x + x$

$= 90 - 9x$

অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি

$= 10 \times$ পূর্ববর্তী একক স্থানীয় অঙ্ক $+ 1 \times$ পূর্ববর্তী দশক স্থানীয় অঙ্ক

$= 10 \times x + (9 - x) = 9x + 9$

প্রশ্নমতে, $9x + 9 = (90 - 9x) - 45$

বা, $9x + 9x = 45 - 9$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $18x = 36$

বা, $x = \frac{36}{18}$

বা, $x = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 90 - 9 \times 2$ [$x = 2$ বসিয়ে]

$= 72$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 72

বি.দ্র: যেহেতু অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে ক্ষুদ্রতর। সুতরাং প্রদত্ত সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি দশক স্থানীয় অঙ্ক অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হবে।
প্রাপ্ত সংখ্যা 72 কে লক্ষ করলে উক্তটির সত্যতা পাওয়া যায়।
এক্ষেত্রে দশক স্থানীয় অঙ্ক (7) > একক স্থানীয় অঙ্ক (2)

১৮ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ। দেখাও যে, সংখ্যাটি অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাতগুণ।

সমাধান: মনেকরি, একক স্থানীয় অঙ্কটি $= x$

সুতরাং দশক স্থানীয় অঙ্কটি $= 2x$

সংখ্যাটি $= 10 \times$ দশক স্থানীয় অঙ্ক $+ 1\times$ একক স্থানীয় অঙ্ক

$= (10 \times 2x) + x$

$= 20x + x = 21x$

সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি $= 2x + x = 3x$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 21x$

$= 7 \times 3x$

$= 7 \times$ (অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি) **(দেখানো হলো)**

◆◆ অনুশীলনীর ১৭ ও ১৮নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 11। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 কম। *ক. একটি সংখ্যা অপরটির $\frac{2}{5}$ গুণ এবং এদের সমষ্টি 98 হলে সংখ্যা দুইটি বের কর।* *খ. প্রদত্ত সংখ্যাটি নির্ণয় কর।* *গ. দেখাও যে, সংখ্যাটি অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাতগুণ অপেক্ষা তিন কম।*	নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) 70 ও 28; (খ) 74

১৯ একজন ক্ষুদ্র ব্যবসায়ী 5600 টাকা বিনিয়োগ করে এক বছর পর কিছু টাকার উপর 5% এবং অবশিষ্ট টাকার উপর 4% লাভ করলেন। মোট 256 টাকা লাভ করলে, তিনি কত টাকার উপর 5% লাভ করলেন।

সমাধান: মনেকরি, ব্যক্তিটি 5% সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করেন x টাকা

$\therefore$ 4% সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করেন $(5600 - x)$ টাকা

আবার, 5% হারে অর্থাৎ

100 টাকায় 1 বছরের মুনাফা = 5 টাকা

$\therefore$ 1 টাকায় 1 বছরের মুনাফা $= \frac{5}{100}$ টাকা।

$\therefore$ x টাকায় 1 বছরের মুনাফা $= \frac{5}{100} \times x = \frac{5x}{100}$ টাকা

আবার, 4% হারে, অর্থাৎ

100 টাকায় 1 বছরের মুনাফা = 4 টাকা

$\therefore$ 1 টাকায় 1 বছরের মুনাফা $= \frac{4}{100}$ টাকা

$\therefore$ $(5600 - x)$ টাকায় 1 বছরের মুনাফা $= \frac{4(5600-x)}{100}$ টাকা

$= \frac{22400 - 4x}{100}$ টাকা

প্রশ্নমতে, x টাকার উপর মুনাফা $+ (5600 - x)$ টাকার উপর মুনাফা $= 256$

বা, $\frac{5x}{100} + \frac{22400 - 4x}{100} = 256$

বা, $\frac{5x + 22400 - 4x}{100} = 256$

বা, $x + 22400 = 25600$ [আড়গুণন করে]

বা, $x = 25600 - 22400$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore$ $x = 3200$

অতএব, ব্যক্তি 5% হারে বিনিয়োগ করেছেন 3200 টাকা।

Ans: 3200 টাকা

◆◆ অনুশীলনীর ১৯নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একজন ক্ষুদ্র ব্যবসায়ী 5600 টাকা বিনিয়োগ করে এক বছর পর কিছু টাকার উপর 5% এবং অবশিষ্ট টাকা উপর 4% লাভ করলে। বছর শেষে তিনি 256 টাকা মুনাফা পেলেন। ক. $-3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণের সমাধান কত? খ. তিনি কত টাকার উপর 5% এবং কত টাকার উপর 4% লাভ করলেন? গ. তিনি যদি 5% মুনাফার পরিবর্তে 10% মুনাফা পেতো তাহলে মোট মুনাফা কত হত?	নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) $-1, -3$; (খ) 3200 টাকার ও 2400 টাকার (গ) 416 টাকা

২০ **একটি বালিকা বিদ্যালয়ের একটি শ্রেণিকক্ষে প্রতিবেঞ্চে 6 জন করে ছাত্রী বসালে 2টি বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে 5 জন করে ছাত্রী বসালে 6 জন ছাত্রীকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। ঐ শ্রেণির বেঞ্চের সংখ্যা কয়টি?**

সমাধানঃ
মনে করি, শ্রেণিতে বেঞ্চ সংখ্যা x
প্রতি বেঞ্চে 6 জন করে বসালে,
x সংখ্যক বেঞ্চে বসবে = 6x জন ছাত্রী
আবার, খালি বেঞ্চে দুইটিতে বসতে পারত = $(6 \times 2) = 12$ জন
$\therefore$ এক্ষেত্রে ছাত্রী সংখ্যা = $6x - 12$
আবার, প্রতিবেঞ্চে 5 জন করে বসলে,
x সংখ্যক বেঞ্চে বসবে = 5x জন ছাত্রী
এক্ষেত্রে, 6 জন ছাত্রী দাড়িয়ে থাকায় ছাত্রী সংখ্যা = $5x + 6$
$\therefore$ আমরা পাই, $6x - 12 = 5x + 6$
বা, $6x - 5x = 6 + 12$
বা, $x = 18$
$\therefore$ বেঞ্চের সংখ্যা 18 **(Ans.)**

◆◆ অনুশীলনীর ২০ ও উদারহরণ ৬নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

একটি শ্রেণির প্রতি বেঞ্চে 5 জন করে ছাত্র বসলে 2 খানা বেঞ্চ খালি থাকে কিন্তু প্রতি বেঞ্চে 4 জন করে বসলে 8 জন ছাত্রের দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। ক. $\frac{3}{q} + \frac{4}{q+1} = 2$ সমীকরণের সমাধান কত? খ. শর্তানুসারে সমীকরণ গঠন করে ছাত্র সংখ্যা নির্ণয় কর। গ. কিন্তু ছাত্র 6 টাকা এবং অন্যরা 2 টাকা করে চাঁদা দেওয়ায় মোট চাঁদার পরিমাণ ছাত্র সংখ্যার 4 গুণের সমান হয়। কতজন ছাত্র 6 টাকা এবং কতজন ছাত্র 2 টাকা করে চাঁদা দিয়েছে।	নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) $3, -\frac{1}{2}$; (খ) 80; (গ) 40 জন ও 40 জন

২১ **একটি লঞ্চে যাত্রী সংখ্যা 47। মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 30 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 1680 টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা কত?**

সমাধানঃ মনে করি, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = x
$\therefore$ ডেকের যাত্রী সংখ্যা = $47 - x$
দেওয়া আছে, ডেকের মাথাপিছু ভাড়া 30 টাকা এবং কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ
$\therefore$ কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া = $30 \times 2 = 60$ টাকা।
সুতরাং, কেবিন থেকে প্রাপ্ত ভাড়া = $60x$ টাকা।
এবং ডেক থেকে প্রাপ্ত মোট ভাড়া = $30(47 - x)$ টাকা
প্রশ্নমতে, $60x + 30(47 - x) = 1680$
বা, $60x + 1410 - 30x = 1680$
বা, $30x = 1680 - 1410$
বা, $30x = 270$
বা, $x = \frac{270}{30} = 9$
অতএব, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা 9। **(Ans.)**

২২ **মোট 120 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট 35 টাকা হলে, কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি?**

সমাধানঃ মনে করি, পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা x
$\therefore$ পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা $(120 - x)$
$\therefore$ পঁচিশ পয়সার x টি মুদ্রার মান $25\,x$ পয়সা
$\therefore$ পঞ্চাশ পয়সার $(120 - x)$ টি মুদ্রার মান $50 \times (120 - x)$ পয়সা
এখন, মোট মুদ্রার মান = 35 টাকা
= 35×100 পয়সা
= 3500 পয়সা
প্রশ্নমতে, $25x + 50(120 - x) = 3500$
বা, $25x + 6000 - 50x = 3500$
বা, $-25x = 3500 - 6000$
বা, $-25x = -2500$ [উভয়পক্ষে -25 দিয়ে ভাগ করি]
বা, $x = 100$
$\therefore$ পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = 100
$\therefore$ পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = $(120 - 100) = 20$
সুতরাং পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা 100 এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা 20। **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)
মনেকরি, পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা x
$\therefore$ পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা $(120 - x)$
x টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা = $\frac{x}{4}$ টাকা
আবার $(120 - x)$ টি পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা = $\frac{120 - x}{2}$ টাকা
শর্তমতে, $\frac{x}{4} + \frac{120 - x}{2} = 35$
বা, $\frac{x + 240 - 2x}{4} = 35$
বা, $\frac{240 - x}{4} = 35$
বা, $240 - x = 140$
বা, $-x = 140 - 240 = -100$
বা, $x = 100$
পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা 100
এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা $(120 - 100) = 20$
পঁচিশ পয়সার মুদ্রার 100 টি এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা 20টি **(Ans.)**

◆◆ অনুশীলনীর ২২নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

120 টি পঁচিশ পয়সায় মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট 35 টাকা হয়। ক. $\frac{1}{z} + \frac{1}{z+1} = \frac{2}{z-1}$ এর সমাধান নির্ণয় কর। খ. কোন প্রকার মুদ্রার সংখ্যা কতটি? গ. মোট টাকা নির্দিষ্ট রেখে যদি পঞ্চাশ পয়সার সংখ্যা দ্বিগুণ করা হয়, তাহলে পঁচিশ পয়সার মুদ্রা কতটি কমাতে হবে।	নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) $-1, -\frac{1}{3}$; (খ) 100টি ও 20টি; (গ) 40টি

২৩ একটি গাড়ি ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কিছু পথ এবং ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলো। গাড়িটি মোট 5 ঘণ্টায় 240 কি.মি. পথ অতিক্রম করলে, ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কতদূর গিয়েছে?

সমাধান: দেওয়া আছে, গাড়িটি মোট 5 ঘণ্টা যাবত চলে মোট 240 কি.মি. পথ অতিক্রম করে।
মনেকরি, গাড়িটি ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কিছু পথ চলে x ঘণ্টা যাবত
অতএব গাড়িটি ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে বাকি পথ চলে $(5 - x)$ ঘণ্টা যাবত
এখন, গাড়িটি ঘণ্টায় 60কি.মি. বেগে চলে
অর্থাৎ 1 ঘণ্টায় অতিক্রম করে 60 কি.মি.
$\therefore$ x ঘণ্টায় অতিক্রম করে $= (60 \times x)$ কি.মি.
$= 60x$ কি.মি.
আবার, গাড়িটি ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে চলে
অর্থাৎ গাড়িটি 1 ঘণ্টায় অতিক্রম করে 40 কি.মি.
$\therefore$ $(5 - x)$ " " " $40(5 - x)$ কি.মি.
প্রশ্নমতে, $60x + 40(5 - x) = 240$
বা, $60x + 200 - 40x = 240$
বা, $20x = 240 - 200$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $20x = 40$
$\therefore x = 2$
$\therefore$ গাড়িটি 60 কি.মি. বেগে x ঘণ্টায় অতিক্রম করেন $60x$ কি.মি.
" 60 কি.মি. " 2 " " " $= 60 \times 2$ " $= 120$ কি.মি.
$\therefore$ গাড়িটি 60 কি.মি. বেগে 120 কি.মি. গিয়েছিল। **(Ans.)**

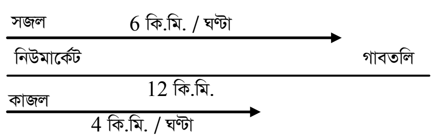
জেনে রাখা ভালো: কোন কিছুর বেগ বা গতিবেগ ঘণ্টায় 60 কি.মি. বলতে বুঝায় প্রতি ঘণ্টায় তা অতিক্রম করে 60 কি.মি.।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, 60 কি.মি. বেগে অতিক্রম করে x কি.মি.
$\therefore$ 40 কি.মি. বেগে অতিক্রম করে $(240 - x)$ কি.মি.
ঘন্টায় 60 কি.মি. বেগে x কি.মি. অতিক্রম করতে সময় লাগে $\frac{x}{60}$
আবার, ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে $(240 - x)$ কি.মি. অতিক্রম করতে সময় লাগে $\frac{240 - x}{40}$ ঘণ্টা
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{60} + \frac{240 - x}{40} = 5$
বা, $\frac{2x + 720 - 3x}{120} = 5$
বা, $\frac{720 - x}{120} = 5$
বা, $720 - x = 600$
বা, $-x = 600 - 720$
বা, $-x = -120$
বা, $x = 120$
$\therefore$ 60 কি.মি. বেগে গিয়েছে 120 কি.মি.
Ans: 120 কি.মি.

২৪ ঢাকার নিউমার্কেট থেকে গাবতলির দূরত্ব 12 কি.মি.। সজল নিউমার্কেট থেকে রিক্সায় ঘণ্টায় 6 কি.মি. বেগে এবং কাজল একই স্থান থেকে পায়ে হেঁটে ঘণ্টায় 4 কি.মি. বেগে গাবতলির দিকে রওনা হলো। সজল গাবতলি পৌছে সেখানে 30 মিনিট বিশ্রাম নিয়ে আবার নিউমার্কেটের দিকে একই বেগে রওনা হলো। তারা নিউমার্কেট থেকে কতদূরে মিলিত হবে?

সমাধান:



এখানে সজলের বেগ ঘণ্টায় 6 কি.মি.
$\therefore$ সজলের 12 কি.মি. দূরত্ব তথা গাবতলি পৌছতে সময় লাগে $(12 \div 6)$
$= 2$ ঘণ্টা
সজল বিশ্রাম নেয় 30 মিনিট
$\therefore$ সজলের মোট অতিক্রান্ত সময় = (2 ঘণ্টা + 30 মিনিট)
$= \left(2 \text{ ঘণ্টা} + \frac{1}{2}\right) = 2\frac{1}{2} \text{ ঘণ্টা} = 2.5$ ঘণ্টা
2.50 ঘণ্টায় কাজলের অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (4 \times 2.5) = 10$ কি.মি.
অবশিষ্ট রাস্তা $= (12 - 10)$ কি.মি. $= 2$ কি.মি.

মনে করি, সজল ও কাজল অবশিষ্ট রাস্তায় x ঘণ্টা পর মিলিত হয়েছে
সজলের x ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব = 6x কি.মি.
কাজলের x " " " = 4x কি.মি.
শর্তমতে, $6x + 4x = 2.00$
বা, $10x = 2.00$
বা, $x = 0.2$
0.2 ঘণ্টায় কাজলের অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (0.2 \times 4)$ কি.মি.
$= 0.8$ কি.মি.
$\therefore$ নিউমার্কেট থেকে উভয়ে মিলিত হয়েছে $(10.00 + 0.8)$ কি.মি. দূরে
$= 10.80$ কি.মি. দূরে
$= 10\frac{4}{5}$ কি.মি. **(Ans.)**

বি.দ্র: সজল ও কাজল উভয়ই $(2.50 + 0.2) = 2.70$ ঘণ্টা পরে মিলিত হয়েছে।

২৫ একটি স্টিমারে যাত্রী সংখ্যা 376 জন। ডেকের যাত্রীর সংখ্যা কেবিনের যাত্রীর সংখ্যার তিনগুণ। ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 33840 টাকা।
ক. ডেকের যাত্রী সংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ তৈরি কর।
খ. ডেকের যাত্রী ও কেবিনের যাত্রীর সংখ্যা কত?
গ. কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া কত?

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, ডেকের যাত্রীর সংখ্যা x
$\therefore$ কেবিনের যাত্রীসংখ্যা $= \frac{1}{3} \times$ ডেকের যাত্রী সংখ্যা $= \frac{x}{3}$
স্টিমারে মোট যাত্রী সংখ্যা 376
$\therefore x + \frac{x}{3} = 376$
বা, $3x + x = 376 \times 3$
বা, $4x = 1128$ ... ... (1)

খ 'ক' হতে পাই, $4x = 1128$
বা, $x = 282$
$\therefore$ কেবিনের যাত্রীসংখ্যা $= \frac{1}{3} \times 282 = 94$
ডেকের যাত্রীসংখ্যা 282 এবং কেবিনের যাত্রীসংখ্যা 94 **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই,
ডেকের যাত্রী সংখ্যা 282
এবং ডেকের মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা
$\therefore$ ডেকের মোট ভাড়া $= (282 \times 60)$ টাকা
$= 16920$ টাকা
$\therefore$ অবশিষ্ট ভাড়া $= (33840 - 16920)$ টাকা
$= 16920$ টাকা
অবশিষ্ট 16920 টাকা প্রদান করতে হবে কেবিনের 94 জন যাত্রীকে
$\therefore$ কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া $= \frac{16920}{94}$ টাকা
$= 180$ টাকা
উত্তর: 180 টাকা

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৯৫

ক) নিচের সমীকরণগুলোর কোনটির ঘাত কত ও মূল কয়টি?

(১) $3x + 1 = 5$ (২) $\frac{2y}{5} - \frac{y-1}{3} = \frac{3y}{2}$

সমাধান:

১ $3x + 1 = 5$ অঙ্ক

■ কোনো সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকেই সমীকরণের ঘাত বলা হয়। এক্ষেত্রে সমীকরণটির চলক x এবং সমীকরণটিতে x এর সর্বোচ্চ ঘাত 1 তাই সমীকরণটির ঘাত 1। অর্থাৎ এটি একঘাত সমীকরণ।

■ আবার, কোনো সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাত যত হয়, সমীকরণটিতে মূলের সংখ্যাও তত হয়। যেহেতু এ সমীকরণটির চলক x এর সর্বোচ্চ ঘাত 1, তাই এক্ষেত্রে সমীকরণটির মূলের সংখ্যা হবে 1। অর্থাৎ সমীকরণটি সমাধান করে চলকের একটি মান পাওয়া যাবে।

$\therefore$ সমীকরণটির ঘাত 1 এবং মূল 1

বিশেষ দ্রষ্টব্য:

- চলক এবং ঘাত: $x^{2 \to \text{ঘাত}}_{\to \text{চলক}}$
- সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাত = সমীকরণটির ঘাত
- আবার, সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাতসংখ্যা = সমীকরণটির মূলসংখ্যা
- **তাই অন্যভাবে বলা যায়, সমীকরণের ঘাত = সমীকরণের মূলসংখ্যা**

২ $\frac{2y}{5} - \frac{y-1}{3} = \frac{3y}{2}$

কোনো সমীকরণের পদগুলো ভগ্নাংশ আকারে থাকলে, লবগুলোতে চলকের ঘাত 1 এবং হরগুলো ধ্রুবক হলে সেগুলো এক ঘাত সমীকরণ।

$\frac{2y}{5} - \frac{y-1}{3} = \frac{3y}{2}$ সমীকরণের পদগুলো ভগ্নাংশ আকারে রয়েছে। এক্ষেত্রে লবে চলক y এবং হরগুলো ধ্রুবক। লবগুলোতে চলক y এর সর্বোচ্চ ঘাত 1। তাই সমীকরণটির ঘাত 1 অর্থাৎ এটি একঘাত সমীকরণ।

- আবার, কোনো সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাত যত হয়, সমীকরণটিতে মূলের সংখ্যাও তত হয়। যেহেতু এ সমীকরণটির চলক y এর সর্বোচ্চ ঘাত 1, তাই এক্ষেত্রে সমীকরণটির মূলের সংখ্যা হবে 1। অর্থাৎ সমীকরণটি সমাধান করে চলকের একটি মান পাওয়া যাবে।

$\therefore$ সমীকরণটির ঘাত 1 এবং মূল 1

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\frac{2y}{5} - \frac{y-1}{3} = \frac{3y}{2}$$

বা, $\frac{6y - 5y + 5}{15} = \frac{3y}{2}$

বা, $12y - 10y + 10 = 45y$

বা, $2y + 10 = 45y$

বা, $45y - 2y = 10$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $43y = 10$ ... ... (i)

- কোনো সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকেই সমীকরণের ঘাত বলা হয়। এক্ষেত্রে (i) নং সমীকরণটির চলক y এবং সমীকরণটিতে y এর সর্বোচ্চ ঘাত 1। তাই সমীকরণটির ঘাত 1। অর্থাৎ এটি একঘাত সমীকরণ।
- আবার, কোনো সমীকরণে চলকের সর্বোচ্চ ঘাত যত হয়, সমীকরণটিতে মূলের সংখ্যাও তত হয়। যেহেতু এ সমীকরণটির চলক y এর সর্বোচ্চ ঘাত 1, তাই এক্ষেত্রে সমীকরণটির মূলের সংখ্যা হবে 1। অর্থাৎ সমীকরণটি সমাধান করে চলকের একটি মান পাওয়া যাবে।

$\therefore$ সমীকরণটির ঘাত 1 এবং মূল 1

বিশেষ দ্রষ্টব্য:

- একঘাত সমীকরণে ভগ্নাংশ যুক্ত পদের ক্ষেত্রে হরগুলোকে (বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই) ধ্রুবক হতে হয়। লবগুলোর এবং হরগুলোর উভয়টিতে চলক থাকলে সেটি আর একঘাত সমীকরণ থাকে না (বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই)। দ্বিঘাত বা বহুঘাতযুক্ত সমীকরণে পরিণত হয়।
- তবে কোনো কোনো ক্ষেত্রে একঘাত সমীকরণ রূপেও থাকতে পারে। একঘাত সমীকরণ হতে হলে সেজন্য সমীকরণকে সরলীকরণের মাধ্যমে সমতুল সমীকরণে রূপান্তর করা হয়। এরপর সমীকরণটি $ax = b$ আকারের হলে সেটি একঘাত সমীকরণ হিসেবে বিবেচিত হয়, যেখানে x হলো চলক এবং a, b হলো ধ্রুবক। (i) নং সমীকরণটিও সেরকম একটি সমতুল সমীকরণ।
- এক্ষেত্রে প্রদত্ত সমীকরণটি ভগ্নাংশ আকারে ছিল। তাই সমীকরণটিকে ভগ্নাংশ মুক্ত করে (i) নং সমতুল সমীকরণ ($ax = b$ আকারের) গঠন করা হয়েছে। এরপর সমীকরণটির ঘাত এবং মূল বের করা হয়েছে যাতে শিক্ষার্থীদের বুঝতে সুবিধা হয়।

খ) তিনটি অভেদ লেখ।

সমাধান: তিনটি অভেদ হলো -

i. $a^2 - b^2 \equiv (a + b)(a - b)$

ii. $(a + b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$

iii. $(a - b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

i. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

ii. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

iii. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

জেনে রাখা ভাল:

- অভেদে সমান (=) চিহ্নের পরিবর্তে '≡' চিহ্ন ব্যবহৃত হয়। তবে সকল অভেদই সমীকরণ বলে অভেদের ক্ষেত্রেও সাধারণত সমান (=) চিহ্ন ব্যবহার করা হয়।
- কোনো সমীকরণে সাধারণত চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের সমান সংখ্যক মূল দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়। কিন্তু অভেদ এর ক্ষেত্রে চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের সংখ্যার চেয়েও চলকের অধিক সংখ্যক মানের জন্য অভেদটি সিদ্ধ হয়।
  অভেদ তিনটিতে দেখা যায় a এবং b এর উভয়টির সর্বোচ্চ ঘাত 2। যদি অভেদগুলো সমীকরণ হতো, সেক্ষেত্রে a এবং b উভয়ের শুধুমাত্র 2টি মান দ্বারা সমীকরণগুলো সিদ্ধ হতো। কিন্তু অভেদ তিনটিতে দেখা যায়, এরা a এবং b উভয়ের ক্ষেত্রেই '2' এর অধিক সংখ্যক মান দ্বারা সিদ্ধ হয়। প্রকৃতপক্ষে a, b এর যে কোনো বাস্তব মানের জন্যই উপরের অভেদ তিনটি সিদ্ধ হয়।
- প্রত্যেক বীজগণিতীয় সূত্রই একটি অভেদ।

আরো কিছু অভেদ: *i.* $x + 7 = x + 7$

ii. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

iii. $a^2 \geq 0$

লক্ষণীয়: *i.* $x + 3 = 0 \to$ সমীকরণ

ii. $x + 3 = x + 3 \to$ অভেদ

iii. $x + 3 = x + 2 \to$ সমীকরণ বা অভেদ কোনোটিই নয়।

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৯৭

১। $(\sqrt{5}+1)x+4=4\sqrt{5}$ হলে, দেখাও যে, $x=6-2\sqrt{5}$

সমাধান:

১ দেওয়া আছে, $(\sqrt{5}+1)x+4=4\sqrt{5}$

বা, $(\sqrt{5}+1)x=4\sqrt{5}-4$

বা, $(\sqrt{5}+1)x=4(\sqrt{5}-1)$

বা, $x=\dfrac{4(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)}$

বা, $x=\dfrac{4(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$

[লব ও হরকে $(\sqrt{5}-1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $x=\dfrac{4(\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5})^2-1^2}$

বা, $x=\dfrac{4\{(\sqrt{5})^2-2.\sqrt{5}.1+1^2\}}{5-1}$

বা, $x=\dfrac{4(5-2\sqrt{5}+1)}{4}$

বা, $x=5-2\sqrt{5}+1$

$\therefore x=6-2\sqrt{5}$ (দেখানো হলো)

কাজ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৯৯

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর:

ক) $\dfrac{3}{5}$ ভগ্নাংশটির লব ও হরের সাথে কোন একই সংখ্যা যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\dfrac{4}{5}$ হবে?

সমাধান: মনে করি, $\dfrac{3}{5}$ ভগ্নাংশটির লব ও হরের সাথে x যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\dfrac{4}{5}$ হবে।

এক্ষেত্রে, $\dfrac{3}{5}$ ভগ্নাংশটির লব ও হরের সাথে x যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\dfrac{3+x}{5+x}$

প্রশ্নমতে, $\dfrac{3+x}{5+x}=\dfrac{4}{5}$

বা, $15+5x=20+4x$

বা, $5x-4x=20-15$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $x=5$

$\therefore$ $\dfrac{3}{5}$ ভগ্নাংশটির লব ও হরের সাথে 5 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\dfrac{4}{5}$ হবে।

Ans: 5

খ) দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের অন্তর 151 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যাদ্বয় x এবং $x+1$

প্রশ্নমতে, $(x+1)^2-x^2=151$

বা, $x^2+2.x.1+1^2-x^2=151$

বা, $x^2+2x+1-x^2=151$

বা, $2x+1=151$

বা, $2x=151-1$

বা, $2x=150$

বা, $x=75$

$\therefore$ একটি সংখ্যা $=x=75$

এবং অপর সংখ্যা $=x+1$

$=75+1=76$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 75 এবং 76

দ্রষ্টব্য: যেহেতু ক্রমিক সংখ্যাদ্বয়ের বর্গের অন্তর 151 অর্থাৎ ধনাত্মক। তাই বড় সংখ্যা $(x+1)$ এর বর্গ $\{(x+1)^2\}$ থেকে ছোট সংখ্যা (x) এর বর্গ (x^2) বিয়োগ করা হয়েছে যাতে অন্তরফল ধনাত্মক হয়।

$(x+1)^2-x^2=151$

জেনে রাখা ভাল: অন্তরফল সবসময় ধনাত্মক। তাই অন্তর বলতে বড় সংখ্যা থেকে ছোট সংখ্যা সর্বদা বিয়োগ করতে হবে।

A ও B দুইটি সংখ্যা হলে,

i. অন্তরফল $A-B$ যখন $A>B$

ii. অন্তরফল $B-A$ যখন $B>A$

iii. অন্তরফল $A\sim B$ যখন A ও B কোনটি বৃহত্তর জানা থাকেনা। বিয়োগফল ধনাত্মক কিংবা ঋণাত্মক যেকোনো মান হতে পারে কিন্তু অন্তরফল সর্বদা ধনাত্মক।

গ) 120 টি এক টাকার মুদ্রা ও দুই টাকার মুদ্রায় মোট 180 টাকা হলে, কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি?

সমাধান: মনে করি, এক টাকার মুদ্রার সংখ্যা $=x$

$\therefore$ দুই টাকার মুদ্রার সংখ্যা $=(120-x)$

প্রশ্নমতে, $1\times x+2\times(120-x)=180$

বা, $x+240-2x=180$

বা, $-x+240=180$

বা, $-x=180-240$

বা, $-x=-60$

বা, $x=60$

$\therefore$ এক টাকার মুদ্রার সংখ্যা 60

$\therefore$ দুই টাকার মুদ্রার সংখ্যা $=(120-60)$টি $=60$

উত্তর: এক টাকার মুদ্রার সংখ্যা 60 এবং দুই টাকার মুদ্রার সংখ্যা 60

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, এক টাকর মুদ্রার সংখ্যা $=x$

দুই টাকর মুদ্রার সংখ্যা $=y$

যেহেতু মোট 120 টি মুদ্রা আছে

$\therefore x+y=120$ ... ... (i)

আবার, x টি 1 টাকার মুদ্রা $=x$ টাকা

y টি 2 টাকার মুদ্রা $=2y$ টাকা

$\therefore$ ২য় শর্তমতে, $x+2y=180$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং বিয়োগ করে পাই, $x+y-x-2y=120-180$

বা, $-y=-60$

$\therefore y=60$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $x+60=120$

বা, $x=120-60$

$\therefore x=60$

◆◆ পাঠ্যবই পৃষ্ঠা ৯৯ নং কাজের প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

232 টি পঁচিশ ও পঞ্চাশ পয়সার মোট 83 টাকা হয়। *ক. দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের অন্তর 151 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।* *খ. পঁচিশ পয়সা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা বের কর।* *গ. যদি মোট টাকার পরিমাণ ও পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা একই থাকে তবে বাকি টাকা পূরণ করতে কয়টি 10 পয়সার মুদ্রা লাগবে?*	নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) 75, 76; (খ) 132 টি ও 100 টি; (গ) 500 টি