অনুশীলনী - ৩.৪

অনুশীলনীর সমাধান

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

১ $3a^3 + 2a + 5$

সমাধান: মনে করি, $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$
$a = -1$ বসিয়ে পাই,
$f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1) + 5$
$= -3 - 2 + 5$
$= -5 + 5 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $\{a - (-1)\}$ বা $(a + 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 3a^3 + 2a + 5$
$= 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5$
$= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1)$
$= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$3a^3 + 2a + 5$
$= 3a^3 + 3 + 2a + 2$
$= 3(a^3 + 1) + 2(a + 1)$
$= 3\{(a + 1)(a^2 - a + 1)\} + 2(a + 1)$
$= (a + 1)(3a^2 - 3a + 3 + 2)$
$= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$ **(Ans.)**

২ $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

সমাধান: ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগের উদ্দেশ্যে এখানে x কে চলক এবং y কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করি।
ধরি, $f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$
তাহলে, $f(-y) = (-y)^3 - 7(-y)y^2 - 6y^3$
$= -y^3 + 7y^3 - 6y^3 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $\{x - (-y)\}$ বা $(x + y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
এখানে, $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$
$= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3$
$= x^2(x + y) - xy(x + y) - 6y^2(x + y)$
$= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2)$
$= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$
$= (x + y)\{x(x - 3y) + 2y(x - 3y)\}$
$= (x + y)(x - 3y)(x + 2y)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 - 7xy^2 - 6y^3$
$= x^3 + y^3 - 7xy^2 - 7y^3$
$= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - 7y^2(x + y)$
$= (x + y)(x^2 - xy + y^2 - 7y^2)$
$= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2)$
$= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$
$= (x + y)\{x(x - 3y) + 2y(x - 3y)$
$= (x + y)(x - 3y)(x + 2y)$ **(Ans.)**

৩ $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

সমাধান: মনে করি, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
$f(-1) = (-1)^3 + 2.(-1)^2 - 5.(-1) - 6$
$= -1 + 2 + 5 - 6 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
$= x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6$
$= x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1)$
$= (x + 1)(x^2 + x - 6)$
$= (x + 1)(x^2 + 3x - 2x - 6)$
$= (x + 1)\{x(x + 3) - 2(x + 3)\}$
$= (x + 1)(x + 3)(x - 2)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
$= x^3 - 8 + 2x^2 - 5x + 2$
$= x^3 - 2^3 + (2x^2 - 4x - x + 2)$
$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + \{2x(x - 2) - 1(x - 2)\}$
$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + (x - 2)(2x - 1)$
$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4 + 2x - 1)$
$= (x - 2)(x^2 + 4x + 3)$
$= (x - 2)(x^2 + 3x + x + 3)$
$= (x - 2)\{x(x + 3) + 1(x + 3)\}$
$= (x - 2)(x + 3)(x + 1)$ **(Ans.)**

৪ $x^3 + 4x^2 + x - 6$

সমাধান:
মনে করি, $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$
$f(1) = (1)^3 + 4.1^2 + 1 - 6$
$= 6 - 6 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(x - 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^3 + 4x^2 + x - 6$
$= x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6$
$= x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1)$
$= (x - 1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x - 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x - 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$
$= (x - 1)(x + 3)(x + 2)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 + 4x^2 + x - 6$
$= x^3 - 1 + 4x^2 + x - 5$
$= (x - 1)(x^2 + x + 1) + (4x^2 + 5x - 4x - 5)$
$= (x - 1)(x^2 + x + 1) + \{x(4x + 5) - 1(4x + 5)\}$
$= (x - 1)(x^2 + x + 1) + (x - 1)(4x + 5)$
$= (x - 1)(x^2 + x + 1 + 4x + 5)$
$= (x - 1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x - 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x - 1)\{(x(x + 3) + 2(x + 3)\}$
$= (x - 1)(x + 2)(x + 3)$ **(Ans.)**

৫ $a^3 + 3a + 36$

সমাধান: মনে করি, $f(a) = a^3 + 3a + 36$
$f(-3) = (-3)^3 + 3.(-3) + 36$
$= -27 - 9 + 36 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(a + 3)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 3a + 36$
$= a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36$
$= a^2(a + 3) - 3a(a + 3) + 12(a + 3)$
$= (a + 3)(a^2 - 3a + 12)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$a^3 + 3a + 36$
$= a^3 + 27 + 3a + 9$
$= a^3 + 3^3 + 3(a + 3)$
$= (a + 3)(a^2 - 3a + 9) + 3(a + 3)$
$= (a + 3)(a^2 - 3a + 9 + 3)$
$= (a + 3)(a^2 - 3a + 12)$ **(Ans.)**

৬ $a^4 - 4a + 3$

সমাধান: মনে করি, $f(a) = a^4 - 4a + 3$

$f(1) = (1)^4 - 4(1) + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$

$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(a - 1)$, $f(a)$-এর একটি উৎপাদক।

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^4 - 4a + 3$
$= a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3$
$= a^3(a-1) + a^2(a-1) + a(a-1) - 3(a-1)$
$= (a-1)(a^3 + a^2 + a - 3)$

মনে করি, $g(a) = a^3 + a^2 + a - 3$
$g(1) = 1^3 + 1^2 + 1 - 3$
$= 3 - 3 = 0$

$\therefore (a-1)$, $g(a)$ এর একটি উৎপাদক

$\therefore (a^3 + a^2 + a - 3) = a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3$
$= \{a^2(a-1) + 2a(a-1) + 3(a-1)\}$
$= (a-1)(a^2 + 2a + 3)$
$= (a-1)^2(a^2 + 2a + 3)$

$\therefore$ নির্ণেয় উৎপাদক (a – 1) (a – 1) $(a^2 + 2a + 3)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$a^4 - 4a + 3$
$= a^4 - a - 3a + 3$
$= a(a^3 - 1) - 3(a-1)$
$= a(a-1)(a^2 + a + 1) - 3(a-1)$
$= (a-1)(a^3 + a^2 + a - 3)$
$= (a-1)(a^3 - 1 + a^2 - 1 + a - 1)$
$= (a-1)\{(a-1)(a^2 + a + 1) + (a+1)(a-1) + 1(a-1)\}$
$= (a-1)(a-1)(a^2 + a + 1 + a + 1 + 1)$
$= (a-1)(a-1)(a^2 + 2a + 3)$ **(Ans.)**

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$a^4 - 4a + 3$
$= a^4 - 1 - 4a + 4$
$= (a^2)^2 - 1 - 4(a-1)$
$= (a^2 + 1)(a^2 - 1) - 4(a-1)$
$= (a-1)\{(a+1)(a^2 + 1) - 4\}$
$= (a-1)(a^3 + a + a^2 + 1 - 4)$
$= (a-1)(a^3 - 1 + a + 1 + a^2 - 1)$
$= (a-1)\{(a-1)(a^2 + a + 1) + 1(a-1) + (a+1)(a-1)\}$
$= (a-1)(a-1)(a^2 + a + 1 + 1 + a + 1)$
$= (a-1)(a-1)(a^2 + 2a + 3)$ **(Ans.)**

৭ $a^3 - a^2 - 10a - 8$

সমাধান: মনে করি, $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$
$= -1 - 1 + 10 - 8 = 0$

$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(a + 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^3 - a^2 - 10a - 8$
$= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8$
$= a^2(a+1) - 2a(a+1) - 8(a+1)$
$= (a+1)(a^2 - 2a - 8)$
$= (a+1)(a^2 + 2a - 4a - 8)$
$= (a+1)\{a(a+2) - 4(a+2)\}$
$= (a+1)(a+2)(a-4)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$a^3 - a^2 - 10a - 8$
$= a^3 + 1 - a^2 - 10a - 9$
$= (a^3 + 1) - (a^2 + 10a + 9)$
$= (a+1)(a^2 - a + 1) - (a^2 + a + 9a + 9)$
$= (a+1)(a^2 - a + 1) - \{a(a+1) + 9(a+1)\}$
$= (a+1)(a^2 - a + 1) - (a+1)(a+9)$
$= (a+1)(a^2 - a + 1 - a - 9)$
$= (a+1)(a^2 - 2a - 8)$
$= (a+1)(a^2 - 4a + 2a - 8)$
$= (a+1)\{a(a-4) + 2(a-4)\}$
$= (a+1)(a-4)(a+2)$ **(Ans.)**

৮ $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

সমাধান: মনে করি, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$\therefore f(2) = (2)^3 - 3(2)^2 + 4\cdot(2) - 4$
$= 8 - 12 + 8 - 4 = 0$

$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(x - 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 3x^2 + 4x - 4$
$= x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4$
$= x^2(x-2) - x(x-2) + 2(x-2)$
$= (x-2)(x^2 - x + 2)$ **(Ans.)**

Note: প্রদত্ত রাশির ধ্রুবপদ -4 এর উৎপাদকগুলো হচ্ছে $\pm1, \pm2, \pm4$। $x = 1, -1$ বসালে, $f(x)$-এর মান শূন্য হয় না। $x = 2$ বসিয়ে $f(2) = 0$ হয়।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 - 3x^2 + 4x - 4$
$= x^3 - 8 - 3x^2 + 4x + 4$
$= x^3 - 2^3 - (3x^2 - 4x - 4)$
$= (x-2)(x^2 + 2x + 4) - (3x^2 - 6x + 2x - 4)$
$= (x-2)(x^2 + 2x + 4) - \{3x(x-2) + 2(x-2)\}$
$= (x-2)(x^2 + 2x + 4) - (x-2)(3x+2)$
$= (x-2)(x^2 + 2x + 4 - 3x - 2)$
$= (x-2)(x^2 - x + 2)$ **(Ans.)**

৯ $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

সমাধান: এখানে a কে চলক এবং b কে আক্ষরিক সহগ বা ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করি।

মনে করি, $f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$
$f(b) = b^3 - 7.b^2.b + 7.b.b^2 - b^3$
$= b^3 - 7b^3 + 7b^3 - b^3 = 0$

$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(a - b)$, $f(a)$ এর উৎপাদক।

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$
$= a^3 - a^2b - 6a^2b + 6ab^2 + ab^2 - b^3$
$= a^2(a-b) - 6ab(a-b) + b^2(a-b)$
$= (a-b)(a^2 - 6ab + b^2)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$
$= a^3 - b^3 - 7a^2b + 7ab^2$
$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) - 7ab(a-b)$
$= (a-b)(a^2 + ab + b^2 - 7ab)$
$= (a-b)(a^2 - 6ab + b^2)$ **(Ans.)**

১০ $x^3 - x - 24$

সমাধান: মনে করি, $f(x) = x^3 - x - 24$

$f(3) = (3)^3 - 3 - 24 = 27 - 27 = 0$

$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(x - 3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - x - 27$
$= x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24$
$= x^2(x-3) + 3x(x-3) + 8(x-3)$
$= (x-3)(x^2 + 3x + 8)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 - x - 24$
$= x^3 - 27 - x + 3$
$= x^3 - 3^3 - 1(x-3)$
$= (x-3)(x^2 + 3x + 9) - 1(x-3)$
$= (x-3)(x^2 + 3x + 9 - 1)$
$= (x-3)(x^2 + 3x + 8)$ **(Ans.)**

১১ $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

সমাধান:
মনেকরি, $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
এখানে, $f(-1) = (-1)^3 + 6.(-1)^2 + 11.(-1) + 6$
$= -1 + 6 - 11 + 6 = 12 - 12 = 0$
$\therefore x - (-1) = x + 1$
অর্থাৎ $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$= x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6$
$= x^2(x + 1) + 5x(x + 1) + 6(x + 1)$
$= (x + 1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x + 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x + 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)$
$= (x + 1)(x + 3)(x + 2)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$= x^3 + 3.x^2.2 + 3.x.2^2 + 2^3 - x - 2$
$= (x + 2)^3 - 1(x + 2)$
$= (x + 2)\{(x + 2)^2 - 1\}$
$= (x + 2)(x + 2 + 1)(x + 2 - 1)$
$= (x + 2)(x + 3)(x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$= x^3 + 1 + 6x^2 + 11x + 5$
$= (x^3 + 1^3) + (6x^2 + 6x + 5x + 5)$
$= (x^3 + 1^3) + \{6x(x + 1) + 5(x + 1)\}$
$= (x + 1)(x^2 - x + 1 + 6x + 5)$
$= (x + 1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x + 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x + 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$
$= (x + 1)(x + 3)(x + 2)$ **(Ans.)**

১২ $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

সমাধান: মনে করি, $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$
$\therefore f(2) = 2\cdot 2^4 - 3\cdot 2^3 - 3\cdot 2 - 2$
$= 32 - 24 - 6 - 2 = 32 - 32 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(x - 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$
$= 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2$
$= 2x^3(x - 2) + x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + 1(x - 2)$
$= (x - 2)(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$
$= (x - 2)\{x^2(2x + 1) + 1(2x + 1)\}$
$= (x - 2)(x^2 + 1)(2x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$
$= 2x^4 - 2 - 3x^3 - 3x$
$= 2(x^4 - 1) - 3x(x^2 + 1)$
$= 2(x^2 + 1)(x^2 - 1) - 3x(x^2 + 1)$
$= (x^2 + 1)(2x^2 - 2 - 3x)$
$= (x^2 + 1)(2x^2 - 4x + x - 2)$
$= (x^2 + 1)\{2x(x - 2) + 1(x - 2)\}$
$= (x^2 + 1)(2x + 1)(x - 2)$ **(Ans.)**

১৩ $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

সমাধান: মনে করি, $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$
$\therefore f(-1) = 4(-1)^4 + 12(-1)^3 + 7(-1)^2 - 3(-1) - 2$
$= 4 - 12 + 7 + 3 - 2 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

প্রদত্ত রাশি $= 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$
$= 4x^4 + 4x^3 + 8x^3 + 8x^2 - x^2 - x - 2x - 2$
$= 4x^3(x + 1) + 8x^2(x + 1) - x(x + 1) - 2(x + 1)$
$= (x + 1)(4x^3 + 8x^2 - x - 2)$
$= (x + 1)\{4x(x + 2) - 1(x + 2)\}$
$= (x + 1)(x + 2)(4x^2 - 1)$
$= (x + 1)(x + 2)\{(2x)^2 - 1\}$
$= (x + 1)(x + 2)(2x + 1)(2x - 1)$ **(Ans.)**

১৪ $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$
$= x(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$
এখন, মনে করি, $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$
$x = 1$ বসালে পাই,
$f(1) = (1)^5 - (1)^4 + (1)^3 - (1)^2 + (1) - 1$
$= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = 0$
$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে $(x - 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$
$= x^4(x - 1) + x^2(x - 1) + 1(x - 1)$
$= (x - 1)(x^4 + x^2 + 1)$
$= (x - 1)\{(x^2)^2 + 2\cdot x^2\cdot 1 + (1)^2 - x^2\}$
$= (x - 1)\{(x^2 + 1)^2 - (x)^2\}$
$= (x - 1)\{(x^2 + 1) + x\}\{(x^2 + 1) - x\}$
$= (x - 1)(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$
$= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
$= x(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$
$= x^5(x - 1) + x^3(x - 1) + x(x - 1)$
$= (x - 1)(x^5 + x^3 + x)$
$= x(x - 1)(x^4 + x^2 + 1)$
$= x(x - 1)\{(x^2)^2 + 2.x^2.1 + 1 - x^2\}$
$= x(x - 1)\{(x^2 + 1)^2 - x^2\}$
$= x(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$
$= x(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$
$= x\{x^4(x - 1) + x^2(x - 1) + 1(x - 1)\}$
$= x(x - 1)(x^4 + x^2 + 1)$
$= x(x - 1)\{(x^2)^2 + 2.x^2.1 + 1 - x^2\}$
$= x(x - 1)\{(x^2 + 1)^2 - x^2\}$
$= x(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (চতুর্থ পদ্ধতি)

$x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$
$= x^6 - x^3 - x^5 + x^2 + x^4 - x$
$= x^3(x^3 - 1) - x^2(x^3 - 1) + x(x^3 - 1)$
$= (x^3 - 1)(x^3 - x^2 + x)$
$= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + x)$
$= (x^3 - 1)x(x^2 - x + 1)$
$= x(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ **(Ans.)**

১৫ $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

সমাধান: মনেকরি, $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$
$\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{4}\right) - 1$
$= 4\times\frac{1}{64} - 5\times\frac{1}{16} + \frac{5}{4} - 1$
$= \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1$
$= \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16}$
$= \frac{21 - 21}{16} = 0$

$\therefore x - \frac{1}{4} = 0$ বা, $(4x - 1) = 0$ অর্থাৎ $(4x - 1)$ রাশিটির একটি উৎপাদক।

$\therefore 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$
$= 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1$
$= x^2(4x - 1) - x(4x - 1) - 1(4x - 1)$
$= (4x - 1)(x^2 - x + 1)$ **(Ans.)**

১৬ $\mathbf{18x^3 + 15x^2 - x - 2}$

সমাধানঃ মনেকরি, $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 18 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + 15.\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2$
$= \frac{-18 + 30 + 4 - 16}{8} = 0$

$\therefore x + \frac{1}{2} = 0$ বা $(2x + 1) = 0$ অর্থাৎ $(2x + 1)$ রাশিটির একটি সাধারণ উৎপাদক।

$\therefore 18x^3 + 15x^2 - x - 2$
$= 18x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 3x - 4x - 2$
$= 9x^2(2x + 1) + 3x(2x + 1) - 2(2x + 1)$
$= (2x + 1)(9x^2 + 3x - 2)$
$= (2x + 1)(9x^2 + 6x - 3x - 2)$
$= (2x + 1)\{3x(3x + 2) - 1(3x + 2)\}$
$= (2x + 1)(3x + 2)(3x - 1)$ **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ *পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৬৩*

ক) $\mathbf{x^3 - 21x - 20}$ **খ)** $\mathbf{2x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$
গ) $\mathbf{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}$

সমাধানঃ

ক মনেকরি, $f(x) = x^3 - 21x - 20$
এখানে, $f(-1) = (-1)^3 - 21.(-1) - 20$
$= -1 + 21 - 20 = 21 - 21 = 0$
$\therefore x - (-1) = (x + 1)$
অর্থাৎ $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $x^3 - 21x - 20$
$= x^3 + x^2 - x^2 - x - 20x - 20$
$= x^2(x + 1) - x(x + 1) - 20(x + 1)$
$= (x + 1)(x^2 - x - 20)$
$= (x + 1)(x^2 - 5x + 4x - 20)$
$= (x + 1)\{x(x - 5) + 4(x - 5)\}$
$= (x + 1)(x - 5)(x + 4)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 - 21x - 20$
$= x^3 + 1 - 21x - 21$
$= (x + 1)(x^2 - x + 1) - 21(x + 1)$
$= (x + 1)(x^2 - x + 1 - 21)$
$= (x + 1)(x^2 - x - 20)$
$= (x + 1)(x^2 - 5x + 4x - 20)$
$= (x + 1)\{x(x - 5) + 4(x - 5)\}$
$= (x + 1)(x - 5)(x + 4)$ **(Ans.)**

খ মনেকরি, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
এখানে, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2.\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3.\left(\frac{1}{2}\right) - 1$
$= \frac{2}{8} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 1$
$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 1$
$= \frac{1 - 3 + 6 - 4}{4} = \frac{7 - 7}{4} = 0$
$\therefore x - \left(\frac{1}{2}\right) = 0$ বা, $2x - 1 = 0$
অর্থাৎ $(2x - 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
$= 2x^3 - x^2 - 2x^2 + x + 2x - 1$
$= x^2(2x - 1) - x(2x - 1) + 1(2x - 1)$
$= (2x - 1)(x^2 - x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
$= x^3 + (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$
$= x^3 + (x - 1)^3$
$= (x + x - 1)\{x^2 - x(x - 1) + (x - 1)^2\}$
$= (2x - 1)(x^2 - x^2 + x + x^2 - 2x + 1)$
$= (2x - 1)(x^2 - x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
$= 2x^3 + 2 - 3x^2 + 3x - 3$
$= 2(x^3 + 1) - 3(x^2 - x + 1)$
$= 2(x + 1)(x^2 - x + 1) - 3(x^2 - x + 1)$
$= (x^2 - x + 1)(2x + 2 - 3)$
$= (x^2 - x + 1)(2x - 1)$ **(Ans.)**

গ মনেকরি, $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
এখানে, $f(-1) = (-1)^3 + 6.(-1)^2 + 11.(-1) + 6$
$= -1 + 6 - 11 + 6 = 12 - 12 = 0$
$\therefore x - (-1) = x + 1$
অর্থাৎ $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$= x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6$
$= x^2(x + 1) + 5x(x + 1) + 6(x + 1)$
$= (x + 1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x + 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x + 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$
$= (x + 1)(x + 3)(x + 2)$ **(Ans.)**

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$= x^3 + 3.x^2.2 + 3.x.2^2 + 2^3 - x - 2$
$= (x + 2)^3 - 1(x + 2)$
$= (x + 2)\{(x + 2)^2 - 1\}$
$= (x + 2)(x + 2 + 1)(x + 2 - 1)$
$= (x + 2)(x + 3)(x + 1)$ **(Ans.)**

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$= x^3 + 1 + 6x^2 + 11x + 5$
$= (x^3 + 1^3) + (6x^2 + 6x + 5x + 5)$
$= (x^3 + 1^3) + \{6x(x + 1) + 5(x + 1)\}$
$= (x + 1)(x^2 - x + 1 + 6x + 5)$
$= (x + 1)(x^2 + 5x + 6)$
$= (x + 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$
$= (x + 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$
$= (x + 1)(x + 3)(x + 2)$ **(Ans.)**