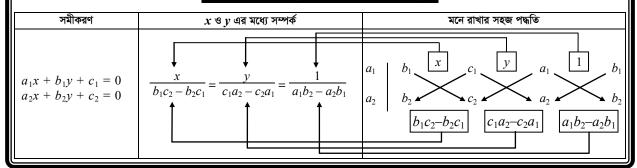
অনুশীলনী - ১২.২

অষ্টম শ্রোণিতে প্রতিস্থাপন ও অপনয়ন পদ্ধতিতে কিভাবে সমাধান করতে হয় তা শেখানো হয়েছে। এখানে সমীকরণ সমাধানের আরেকটি নতন পদ্ধতি। "আডগুণন পদ্ধতি" সংক্ষেপে তুলে ধরা হলো:

আড়গুণন পদ্ধতি (মনে রাখার সহজ পদ্ধতিসহ)





অনুশীলনীর সমাধান



প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১-৩):

$$7x - 3y = 31$$

$$9x - 5y = 41$$

সমাধানঃ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ঃ $7x - 3y = 31 \dots \dots (1)$ $9x - 5y = 41 \dots (2)$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$7x - 3y = 31$$

$$41, 7x = 3y + 31$$

$$41, x = \frac{3y + 31}{7} \dots \dots (3)$$

সমীকরণ (2) এ x এর মান $\frac{3y+31}{7}$ বসিয়ে পাই,

$$9\left(\frac{3y+31}{7}\right)-5y=41$$

 $9\left(\frac{3y+31}{7}\right)-5y=41$ বা, 27y+279-35y=287 [উভয়পক্ষকে 7 দারা গুণ কর] বা, -8y=8

বা,
$$y = \frac{8}{-8} = -1$$

y = -1 সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{3 \times (-1) + 31}{7}$$

$$41, x = \frac{-3 + 31}{7}$$

$$4x = \frac{28}{7} = 4$$

∴ সমাধান (x,y) = (4,-1)

প্রাপ্ত χ ও ν এর মান প্রদত্ত সমীকরণে বসিয়ে পাই,

১ম সমীকরণে, বামপক্ষ = $7x - 3y = 7 \times 4 - 3(-1)$

= 28 + 3 = 31 = ডানপক্ষ

২য় সমীকরণে, বামপক্ষ = $9x - 5y = 9 \times 4 - 5(-1)$ = 36 + 5 = 41 = ডানপক্ষ

∴ সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

📣 বি.দ্র. শুদ্ধি পরীক্ষার মাধ্যমে সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত সমাধান সঠিক কিনা তা দেখানোর জন্য সমীকরণগুলোতে প্রাপ্ত সমাধানের মান বসিয়ে সমাধানের সত্যতা যাচাই করা হয়। প্রশ্নে না চাইলে শুদ্ধি পরীক্ষা দেখানোর প্রয়োজন নেই. তবে ছাত্র ছাত্রীরা প্রাপ্ত সমাধান সঠিক কিনা তা যাচাই করতে খসড়া হিসেবে শুদ্ধি পরীক্ষা করে দেখতে পারে।

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

<u>সমাধান</u>: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \dots \dots (1)$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \dots \dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

বা,
$$\frac{y}{3} = 1 - \frac{x}{2}$$

বা,
$$y = 3\left(1 - \frac{x}{2}\right)$$
 (3)

সমীকরণ (2) এ y এর মান $3\left(1-\frac{x}{2}\right)$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{3} + \frac{1}{2} \cdot 3\left(1 - \frac{x}{2}\right) = 1$$

$$41, \frac{x}{3} + \frac{3}{2} - \frac{3x}{4} = 1$$

$$\frac{x}{3} - \frac{3x}{4} = 1 - \frac{3}{3}$$

ৰা,
$$\frac{x}{3} - \frac{3x}{4} = 1 - \frac{3}{2}$$

ৰা, $\frac{4x - 9x}{12} = \frac{2 - 3}{2}$

$$\sqrt{\frac{-5x}{12}} = \frac{-1}{2}$$

বা,
$$x = \frac{-1}{2} \times \frac{12}{-5}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

 $\therefore x = \frac{6}{5}$ x এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$$y = 3\left(1 - \frac{\frac{6}{5}}{\frac{5}{2}}\right)$$

$$7 = 3\left(1 - \frac{\frac{6}{10}}{\frac{10}{10}}\right)$$

$$4x = 3\left(1 - \frac{6}{10}\right)$$

বা,
$$y = 3\left(1 - \frac{3}{5}\right)$$

বা,
$$y = 3\left(\frac{5-3}{5}\right)$$

বা, $y = 3 \times \frac{2}{5}$
 $\therefore y = \frac{6}{5}$
 \therefore সমাধান $(x,y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

শুদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়:
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \dots \dots (1)$$

$$ax + by = a^2 + b^2 \dots \dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$$

বা,
$$\frac{y}{h} = 2 - \frac{x}{a}$$

বা,
$$y = b\left(2 - \frac{x}{a}\right)$$
 (3)

সমীকরণ (2) এ y এর মান $b\left(2-\frac{x}{a}\right)$ বসিয়ে পাই,

$$4x + 2b^2 - \frac{b^2}{a}x = a^2 + b^2$$

$$ax - \frac{b^2}{a}x = a^2 + b^2 - 2b^2$$

বা,
$$x\left(a - \frac{b^2}{a}\right) = a^2 - b^2$$

বা, $x\left(\frac{a^2 - b^2}{a}\right) = a^2 - b^2$

বা,
$$x = (a^2 - b^2) \times \frac{a}{(a^2 - b^2)}$$

x এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$$y = b\left(2 - \frac{a}{a}\right)$$

বা,
$$y = b (2-1)$$

$$\therefore y = b$$

∴ সমাধান (x,y) = (a,b)

एकि भरीकाः निर्फ कर ।

অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৪-৬):

$$\begin{array}{c|c}
 8 & 7x - 3y = 31 \\
 9x - 5y = 41
 \end{array}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,
$$7x - 3y = 31 \dots (1)$$

 $9x - 5y = 41 \dots (2)$ সমীকরণ (1) এর উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$35x - 15y = 155 \dots (3)$$

$$27x - 15y = 123 \dots (4)$$

সমীকরণ (3) থেকে সমীকরণ (4) বিয়োগ করে পাই,

$$8x = 155 - 123$$

বা,
$$8x = 32$$

বা,
$$x = \frac{32}{8}$$

বা,
$$x=4$$

এখন, সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$7 \times 4 - 3y = 31$$

বা,
$$28 - 3y = 31$$

বা,
$$3y = 28 - 31$$

বা,
$$3y = -3$$

বা,
$$y = -1$$

∴ সমাধান (x,y) = (4,-1)

শুদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

$$7x - 8y = -9$$
$$5x - 4y = -3$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $7x - 8y = -9 \dots \dots (1)$

 $5x - 4y = -3 \dots (2)$ সমীকরণ (1) এর উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে ৪ দারা গুণ করে পাই,

২৬৯

$$28x - 32y = -36 \dots (3)$$

 $40x - 32y = -24 \dots (4)$
সমীকরণ (3) থেকে সমীকরণ (4) বিয়োগ করে পাই,

$$-12x = -36 + 24$$

বা,
$$-12x = -12$$

বা,
$$12x = 12$$

$$\therefore x = \frac{12}{12} = 1$$

এখন, সমীকরণ (2) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$5 \times 1 - 4y = -3$$

বা,
$$4y = 5 + 3$$

বা,
$$4y = 8$$

বা,
$$y = \frac{8}{4} = 2$$

∴ সমাধান $(\underline{x},\underline{y})=(1,2)$ শুদ্দি পরীক্ষা: নিজে কর।

ax + by = c $a^2x + b^2y = c^2$

সমাধান: দেওয়া আছে, $ax + by = c \dots \dots (1)$ $a^2x + b^2y = c^2 \dots \dots (2)$ সমীকরণ (1) কে b দ্বারা গুণ করে পাই,

$$abx + b^2y = bc (3)$$

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা গুণ করে পাই, $abx + b^2y = bc \dots \dots (3)$ সমীকরণ (3) থেকে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই, $(abx + b^2y) - (a^2x + b^2y) = bc - c^2$ বা, $abx - a^2x = bc - c^2$ বা, $x(ab - a^2) = bc - c^2$ বা, $x = \frac{bc - c^2}{ab - a^2}$ বা, $x = \frac{c(b - c)}{a(b - a)}$ সমীকরণে (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই

$$(abx + b^2y) - (a^2x + b^2y) = bc - c^2$$

বা,
$$abx - a^2x = bc - c^2$$

$$\sqrt{ab-a^2} = bc - c^2$$

বা,
$$x = \frac{bc - c^2}{ab}$$

$$ab - a^2$$

$$c(b - c)$$

বা,
$$x = \frac{c(b-c)}{a(b-a)}$$

সমীকরণে (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \times \frac{c(b-c)}{a(b-a)} + by = c$$

বা, $\frac{c(b-c)}{b-a} + by = c$

বা,
$$\frac{c(b-c)}{b-a} + by = 0$$

বা,
$$by = c - \frac{c(b-c)}{b}$$

ৰা,
$$b-a$$
 $b-a$
 $c(c-a)$

বা,
$$by = \frac{c(b-a-b+c)}{b}$$

বা,
$$by = \frac{c(c-a)}{b}$$

$$\therefore y = \frac{c(c-a)}{b(b-a)}$$

ে সমাধান,
$$(x, y) = \left(\frac{c(b-c)}{a(b-a)}, \frac{c(c-a)}{b(b-a)}\right)$$

শুদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৭-১৫):

$$\begin{array}{c}
9 & 2x + 3y + 5 = 0 \\
4x + 7y + 6 = 0
\end{array}$$

সমাধানঃ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $2x+3y+5=0\;;\;4x+7y+6=0$ $\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 6 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই, $\frac{x}{3\times6-7\times5} = \frac{y}{5\times4-6\times2} = \frac{1}{2\times7-4\times3}$ $41, \frac{x}{18-35} = \frac{y}{20-12} = \frac{1}{14-12}$ $41, \frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$ $\therefore \frac{x}{-17} = \frac{1}{2} \qquad \text{at, } x = -\frac{17}{2}$ আবার, $\frac{y}{8} = \frac{1}{2}$ বা, $y = \frac{8}{2} = 4$ ∴ সমাধান $(x, y) = \left(-\frac{17}{2}, 4\right)$ শুদ্ধি পরীকা:

১ম সমীকরণে, বামপক্ষ = $2x + 3y + 5 = 2 \times \left(-\frac{17}{2}\right) + 3 \times 4 + 5$ = -17 + 12 + 5 = -17 + 17 = 0 = ডানপক্ষ ২য় সমীকরণে, বামপক্ষ $=4x+7y+6=4 imes\left(-\frac{17}{2}\right)+7 imes4+6$ =-34+28+6=-34+34=0= ভানপক্ষ ∴ সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

$$\begin{array}{c|c}
 & 3x - 5y + 9 = 0 \\
 & 5x - 3y - 1 = 0
\end{array}$$

সমাধানঃ প্রদত্ত সমীকরণছয়, 3x-5y+9=0; 5x-3y-1=0আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই, $\frac{x}{(-5)\times(-1)-9\times(-3)} = \frac{y}{9\times5-3\times(-1)} = \frac{1}{3\times(-3)-(-5)\times5}$ $\boxed{41, \frac{x}{5+27} = \frac{y}{45+3} = \frac{1}{-9+25}}$ বা, $\frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$ $\therefore \frac{x}{32} = \frac{1}{16}$ বা, $x = \frac{32}{16} = 2$ আবার, $\frac{y}{48} = \frac{1}{16}$ বা, $y = \frac{48}{16} = 3$ \therefore সমাধান (x, y) = (2, 3)ভূদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়. $\begin{cases}
 x + 2y - 7 = 0 \\
 2x - 3y + 0 = 0
 \end{cases}$ $\overline{x+2y}=7$ 2x - 3y = 0আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই, $\frac{x}{2 \times 0 - (-7) \times (-3)} = \frac{y}{(-7) \times 2 - 1 \times 0} = \frac{1}{1 \times (-3) - 2 \times 2}$ $\forall 1, \ \frac{x}{0 - 21} = \frac{y}{-14 - 0} = \frac{1}{-3 - 4}$ আবার, $\frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$ বা, $y = \frac{-14}{-7} = 2$ ∴ সমাধান (x, y) = (3, 2)

$$\begin{array}{c} 30 \ 4x + 3y = -12 \\ 2x = 5 \end{array}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

ৰিমন
$$\frac{4x+3y=-12}{2x=5}$$
 বা, $\frac{4x+3y+12=0}{2x+0.y-5=0}$ আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,
$$\frac{x}{3\times(-5)-0\times12} = \frac{y}{12\times2-(-5)\times4} = \frac{1}{4\times0-3\times2}$$
 বা, $\frac{x}{-15-0} = \frac{y}{24+20} = \frac{1}{0-6}$ বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$ বা, $x = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$ আবার, $\frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$ বা, $y = \frac{44}{-6} = -\frac{22}{3}$

 \therefore সমাধান $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3}\right)$ শুদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

5x - 4y = -3

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

আবার, $\frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$ বা, $y = \frac{-12}{-12} = 2$ \therefore সমাধান (x, y) = (1, 2)ভদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

3x - y - 7 = 02x + y - 3 = 0

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ হতে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়, 3x-y-7=0আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই, $\frac{x}{(-1)\times(-3)-1\times(-7)} = \frac{y}{(-7)\times(2-(-3)\times3)} = \frac{1}{3\times(1-2\times(-1))}$ $41, \frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$ $\therefore \frac{x}{10} = \frac{1}{5}$ বা, $x = \frac{10}{5} = 2$ আবার, $\frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$ বা, $y = \frac{-5}{5} = -1$ \therefore সমাধান (x, y) = (2, -1) শুদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

$$ax + by = a^2 + b^2$$
$$2bx - ay = ab$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$ax + by = a^2 + b^2$$
$$2bx - ay = ab$$

at,
$$ax + by - (a^2 + b^2) = 0$$

 $2bx - ay - ab = 0$

আডগুণন পদ্ধতিতে পাই.

$$\frac{x}{b \times (-ab) - (-a) \times \{-(a^2 + b^2)\}} = \frac{y}{-(a^2 + b^2) \times 2b - a \times (-ab)} = \frac{1}{a \times (-a) - b \times 2b}$$

$$\overline{A}, \frac{x}{-ab^2 - a^3 - ab^2} = \frac{y}{-2a^2b - 2b^3 + a^2b} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

$$\overline{41}, \frac{x}{-a^3 - 2ab^2} = \frac{y}{-a^2b - 2b^3} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

$$\overrightarrow{a}, \frac{x}{-a(a^2+2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2+2b^2)} = \frac{1}{-(a^2+2b^2)}$$

$$\therefore \frac{x}{-a(a^2+2b^2)} = \frac{1}{-(a^2+2b^2)} \qquad \text{at, } x = \frac{-a(a^2+2b^2)}{-(a^2+2b^2)} = a$$

$$\text{and at, } \frac{y}{-b(a^2+2b^2)} = \frac{1}{-(a^2+2b^2)} \qquad \text{at, } y = \frac{-b(a^2+2b^2)}{-(a^2+2b^2)} = b$$

 \therefore সমাধান (x, y) = (a, b)

শুদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

$$y(3+x) = x(6+y)$$
$$3(3+x) = 5(y-1)$$

সমাধানঃ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, y(3+x)=x(6+y) (1) $3(3+x) = 5(y-1) \dots \dots (2)$

সমীকরণ (1) হতে,

$$y(3+x) = x(6+y)$$

বা,
$$3y + xy = 6x + xy$$

বা,
$$6x + xy - 3y - xy = 0$$
 [পক্ষান্তর করে]

বা,
$$6x - 3y = 0$$

বা, $2x - y + 0 = 0 \dots (3)$ [3 দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে] সমীকরণ (2) হতে.

$$3(3+x)=5(y-1)$$

বা,
$$9 + 3x = 5y - 5$$

$$41, 9 + 3x - 5y + 5 = 0$$

$$4x = 3x - 5y + 14 = 0 \dots (4)$$

 \therefore প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় হতে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়, 2x-y+0=0

$$3x - 5y + 14 = 0$$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & | -1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & | -5 & 14 & 3 & -5 \end{vmatrix} = -3$$

$$\therefore \text{ সমাধান: } (x, y) = (-5, -3)$$

$$\frac{x}{(-1)\times 14 - 0\times (-5)} = \frac{y}{0\times 3 - 2\times 14} = \frac{1}{2\times (-5) - (-1)\times 3}$$

$$\text{at}, \frac{x}{-14 - 0} = \frac{y}{0 - 28} = \frac{1}{-10 + 3}$$

$$\text{at}, \frac{x}{-14} = \frac{y}{-28} = \frac{1}{-7}$$

∴
$$\frac{x}{-14} = \frac{1}{-7}$$
 $\frac{1}{\sqrt{14}} = \frac{1}{2}$

আবার,
$$\frac{y}{-28} = \frac{1}{-7}$$
 বা, $y = \frac{-28}{-7} = 4$

∴ সমাধান: (x, y) = (2, 4)

শুদ্ধি পরীক্ষা: নিজে কর।

$$(x+2)(y-3) = y(x-1)$$

5x-11y-8 = 0

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়.

$$(x+2)(y-3) = y(x-1) \dots \dots (i)$$

$$5x - 11y - 8 = 0 \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$(x+2)(y-3) = y(x-1)$$

$$4x + 2y - 3x - 6 = xy - y$$

বা,
$$2y + y - 3x - 6 = xy - xy$$

বা,
$$3y - 3x - 6 = 0$$

বা,
$$-3x + 3y - 6 = 0$$
 (iii)

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় হতে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়, -3x + 3y - 6 = 0

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -3 & 3 & -6 & -3 & 3 \\ 5 & -11 & -8 & 5 & -11 \end{vmatrix}$$

$$\frac{x}{3 \times (-8) - (-6) \times (-11)} = \frac{y}{5 \times (-6) - (-3) \times (-8)} = \frac{1}{(-3) \times (-11) - 5 \times 3}$$

$$\overline{41}, \frac{x}{-24-66} = \frac{y}{-30-24} = \frac{1}{33-15}$$

$$\overline{4}$$
, $\frac{x}{-90} = \frac{y}{-54} = \frac{1}{18}$

$$\therefore \frac{x}{-90} = \frac{1}{18} \qquad \text{at, } x = \frac{-90}{18} = -5$$

আবার,
$$\frac{y}{-54} = \frac{1}{18}$$
 বা, $y = \frac{-54}{18} = -3$

🕍 🕯 পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান

>পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৩২ কাজ

$$\begin{cases} 4x - y - 7 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$
 সমীকরণজোটকে

$$egin{align*} a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \ a_2x + b_2y + c_2 &= 0 \ \end{pmatrix}$$
 সমীকরণজোটের আকারে প্রকাশ করলে

$$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$$
 এর মান বের কর।

$$\begin{cases} 4x - y - 7 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$
 সমীকরণজোটকে

 $a_1x+b_1y+c_1=0$ $a_2x+b_2y+c_2=0$ সমীকরণজোটের আকারে প্রকাশ করলে পাই,

$$a_1 = 4,$$
 $b_1 = -1,$ $c_1 = -7$
 $a_2 = 3,$ $b_2 = 1,$ $c_2 = 0$