

চতুর্দশ অধ্যায়

সম্ভাবনা

অনুশীলনী- ১৪

সম্ভাবনা সম্পর্কিত তথ্যাবলি

দৈব পরীক্ষা: যে পরীক্ষা সকল ফলাফল জানা থাকে কিন্তু কোনটি ঘটবে তা বলা যায়না তাই দৈব পরীক্ষা।

উদাহরণ: মুদ্রা নিক্ষেপ, ছক্কা নিক্ষেপ ইত্যাদি।

সমসম্ভাব্য ঘটনার উদাহরণ:

- মুদ্রা নিক্ষেপে H বা T আসার সম্ভাবনা সমান।
- ছক্কা নিক্ষেপে জোড় বা বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা সমান।

অসমসম্ভাব্য ঘটনার উদাহরণ:

একটি খলিতে তিনটি লাল ও দুটি কালো বল থাকলে দৈব চয়নে একটি বল উত্তোলন করলে বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা এবং বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা একই নয়।

নিশ্চিত ঘটনার উদাহরণ [এসব ঘটনার সম্ভাবনার মান 1]:

- সূর্য পূর্ব দিকে উদিত হয়।
- সূর্য পশ্চিম দিকে অস্ত যায়।
- ছক্কা নিক্ষেপে পূর্ণ সংখ্যা পাওয়ার ঘটনা।

অসম্ভব ঘটনার উদাহরণ [এদের সম্ভাবনার মান 0 (শূন্য)]:

- সূর্য পশ্চিম দিকে উঠার ঘটনা বা পূর্ব দিকে অস্ত যাওয়ার ঘটনা।
- ছক্কা নিক্ষেপে 7 পাওয়ার ঘটনা।

নমুনাক্ষেত্র: কোনো পরীক্ষায় সম্ভাব্য ফলাফলগুলো নিয়ে যে, ক্ষেত্র তৈরি করা হয় তাকে নমুনাক্ষেত্র বলে। উল্লেখ্য, সম্ভাবনা tree (Probability tree) এর সাহায্যে নমুনাক্ষেত্র তৈরি ও বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাবনা বের করা যায়। যেমন: একটি মুদ্রা নিক্ষেপের সম্ভাব্য নমুনাক্ষেত্র: {H, T}

সম্ভাবনার সূত্রাবলি:

- কোনো ঘটনার সম্ভাবনা = $\frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$
- কোনো ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা ও না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল 1।

জেনে নাঁও:

- সম্ভাবনার সর্বোচ্চ মান 1 এবং সর্বনিম্ন মান শূন্য (0)।
- যেকোনো ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হবে।
- ইংরেজি মাসের হিসাব:
 - ৩১ দিন → January, March, May, July, August, October, December।
 - ৩০ দিন → April, June, September, November।
 - February মাস 28 দিনে তবে Leap year এর ক্ষেত্রে 29 দিনে হয়।



অনুশীলনীর সমাধান

১ একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে 3 উঠার সম্ভাবনা কোনটি?

- (ক) $\frac{1}{6}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{2}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: একটি ছক্কা নিক্ষেপে মোট সম্ভাব্য ফলাফল: {1, 2, 3, 4, 5, 6} = 6টি
অর্থাৎ 3 উঠার ঘটনা 1টি।

$$\text{সুতরাং 3 উঠার সম্ভাবনা } P(3) = \frac{3 \text{ উঠার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{1}{6}$$

■ নিচের তথ্য থেকে ২ ও ৩ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি খলিতে নীল বল 12টি, সাদা বল 16টি এবং কালো বল 20টি আছে। দৈবভাবে একটি বল নেওয়া হলো।

২ বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{16}$ (খ) $\frac{1}{12}$ (গ) $\frac{1}{8}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: খলিতে নীল বল 12টি, সাদা বল 16টি এবং কালো বল 20টি। মোট বল আছে $(12 + 16 + 20) = 48$ । নীল বলের সংখ্যা = 12টি। অর্থাৎ নীল বলের অনুকূল ফলাফল 12টি।

$$\text{বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{\text{নীল বলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

৩ বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{2}{3}$ (গ) $\frac{1}{16}$ (ঘ) $\frac{1}{48}$

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: মোট বল = 48টি

সাদা নয় এরূপ মোট বল = $(48 - 16)$ টি = 32টি

$$\therefore \text{সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{\text{সাদা না হওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$$

বিকল্প পদ্ধতি

মোট বল $(12 + 16 + 20) = 48$ টি

সাদা বল = 16টি

$$\text{সাদা বল হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{16}{48} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

■ নিচের তথ্য থেকে ৪-৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করা হল।

৪ T অপেক্ষা অধিক বার H আসার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{1}{6}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে: HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT। সুতরাং মোট সম্ভাব্য ক্ষেত্র = ৮ টি।

এগুলোর মধ্যে T অপেক্ষা অধিকবার H আছে এমন ক্ষেত্রগুলো হলো: HHH, HHT, HTH, THH। অর্থাৎ T অপেক্ষা অধিকবার H আছে এমন ক্ষেত্র = ৪টি।

∴ T অপেক্ষা অধিকবার H আসার সম্ভাবনা = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

৫ শূন্য বার T আসার সম্ভাবনা কত?

- (ক) 0 (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) 1 (ঘ) $\frac{1}{8}$

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: একটি মুদ্রাকে তিনবার নিক্ষেপ করলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে: HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT। সুতরাং মোট সম্ভাব্য ক্ষেত্র = ৮ টি।

একটিও T আসেনি অর্থাৎ শূন্য বার T এসেছে এমন ক্ষেত্র হলো HHH।

অর্থাৎ শূন্য বার T আসার ক্ষেত্র = ১টি

∴ শূন্যবার T আসার সম্ভাবনা = $\frac{1}{8}$

৬ দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের ক্ষেত্রে

- i. বড়জোড় একটি H পাওয়ার সম্ভাবনা = 0.75
ii. কমপক্ষে একটি H পাওয়ার সম্ভাবনা = 0.75
iii. HH একটি নমুনা বিন্দু।

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i, ii (খ) i, iii (গ) ii, iii (ঘ) i, ii, iii

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাবিন্দু হলো: {HH, HT, TH, TT}

∴ মোট নমুনাবিন্দু = ৪টি

(i) নং সঠিক, বড়জোড় একটি H পাওয়ার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = {HT, TH, TT}

[HH' নমুনাবিন্দুতে ২টি H আছে বলে নেওয়া যাবে না]

∴ বড়জোড় একটি H পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{4} = 0.75$

(ii) নং সঠিক, কমপক্ষে একটি H পাওয়ার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH}

∴ কমপক্ষে একটি H পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{4} = 0.75$

(iii) নং সঠিক, দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপে ৪টি নমুনাবিন্দুর মধ্যে একটি হলো 'HH'।

৭ ৩০টি টিকেটে ১ থেকে ৩০ পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেয়া আছে।
টিকেটগুলো ভালভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেয়া হলো।
টিকেটটির ক্রমিক নম্বর (ক) জোড় সংখ্যা (খ) ৪ দ্বারা বিভাজ্য (গ) ৪ এর
চেয়ে ছোট (ঘ) ২২ এর চেয়ে বড়-হওয়ার সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান: ৩০টি টিকেটে ১ থেকে ৩০ পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেয়া আছে।
অর্থাৎ সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = ৩০ টি।

ক ১ থেকে ৩০ নম্বরের মধ্যে মোট জোড় সংখ্যা ১৫টি অর্থাৎ সংখ্যাটি
জোড় হওয়ার অনুকূল ঘটনা = ১৫ টি

∴ টিকেটটি জোড় সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা,

$$P(\text{জোড় সংখ্যা}) = \frac{\text{জোড় সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} \\ = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \quad (\text{Ans.})$$

খ ১ থেকে ৩০ এর মধ্যে ৪ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলো হলো:

{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28} = ৭টি

∴ ৪ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার অনুকূল ফলাফল = ৭

∴ টিকেটটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{30}$ (Ans.)

গ ১ থেকে ৩০ এর মধ্যে ৪ এর চেয়ে ছোট সংখ্যাগুলো হলো:

{1, 2, 3} = ৩টি।

সুতরাং উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল = ৩

৪ এর চেয়ে ছোট সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{30}$ (Ans.)

ঘ ১ থেকে ৩০ এর মধ্যে ২২ এর চেয়ে বড় সংখ্যাগুলো হলো:

{23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30} = ৮ টি

সুতরাং উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল = ৮

∴ ২২ এর চেয়ে বড় সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ (Ans.)

৮ কোনো একটি লটারিতে ৫৭০ টি টিকেট বিক্রি হয়েছে। রহিম
১৫টি টিকেট কিনেছে। টিকেটগুলো ভালোভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট
দৈবভাবে প্রথম পুরস্কারের জন্য তোলা হলো। রহিমের প্রথম পুরস্কার
পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: লটারিতে মোট টিকেট সংখ্যা ৫৭০ টি। সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য
ফলাফল ৫৭০। রহিম সাহেব ১৫টি টিকেট কিনেছে তার প্রথম পুরস্কার
পাওয়ার অনুকূল ফলাফল = ১৫

অতএব রহিম সাহেব ১ম পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{570} = \frac{1}{38}$

Ans: $\frac{1}{38}$

৯ একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে জোড় সংখ্যা অথবা তিন
দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: ছক্কা নিক্ষেপে সম্ভাব্য নমুনাক্ষেত্র: {1, 2, 3, 4, 5, 6} = ৬ টি।

এদের মধ্যে জোড় সংখ্যা {2, 4, 6} এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য {3, 6}

সুতরাং জোড় সংখ্যা অথবা ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলো হলো: {2, 3, 4, 6,}

অর্থাৎ জোড় সংখ্যা অথবা ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার অনুকূল ফলাফল ৪

অতএব জোড় সংখ্যা অথবা ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Ans: $\frac{2}{3}$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

∴ সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 6

জোড় সংখ্যা 2, 4, 6 এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 3, 6

মনে করি, জোড় সংখ্যার ঘটনা A এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার ঘটনা B

তাহলে $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 6\}$ এবং $A \cap B = \{6\}$

অর্থাৎ, $P(A) = \frac{3}{6}$, $P(B) = \frac{2}{6}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

বের করতে হবে P (জোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা)

অর্থাৎ $P(A \cup B)$

আমরা জানি, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{3+2-1}{6} \\ &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

১০ কোনো একটি স্বাস্থ্য কেন্দ্রের রিপোর্ট অনুযায়ী কম ওজনের 155

শিশু, স্বাভাবিক ওজনের 386 শিশু এবং বেশি ওজনের 98টি শিশু জন্ম নেয়। এখন হতে একটি শিশু দৈবভাবে নির্বাচন করলে নির্বাচিত শিশুটি বেশি ওজনের হবে এর সম্ভাবনা কত?

সমাধান: রিপোর্ট অনুযায়ী 155 শিশু কম ওজনের, 386 শিশু স্বাভাবিক ওজনের এবং 98টি শিশু বেশি ওজনের জন্ম নেয়।

মোট শিশু $(155 + 386 + 98) = 639$ টি

অর্থাৎ সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 639

বেশি ওজনের শিশুর সংখ্যা = 98টি।

সুতরাং দৈবভাবে একটি শিশু নির্বাচন করলে শিশুটি বেশি ওজনের হওয়ার

$$\text{সম্ভাবনা} = \frac{98}{639}$$

$$\text{Ans: } \frac{98}{639}$$

১১ কোনো একটি ফ্যাক্টরীতে নিয়োগকৃত লোকদের কাজের ধরন অনুযায়ী নিম্নভাবে শ্রেণিকৃত করা যায়:

শ্রেণিকরণ	সংখ্যা
ব্যবস্থাপনায়	157
পরিদর্শক হিসেবে	52
উৎপাদন কাজে	1473
অফিসিয়াল কাজে	215

একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে লোকটি-

ক) ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত এর সম্ভাবনা কত?

খ) ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত এর সম্ভাবনা কত?

গ) উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় এর সম্ভাবনা কত?

সমাধান:

ক ফ্যাক্টরীতে নিয়োগকৃত মোট লোক সংখ্যা $= (157 + 52 + 1473 + 215)$
 $= 1897$ জন।

ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত লোকের সংখ্যা = 157 জন

দৈবভাবে নির্বাচন করলে একজন লোক ব্যবস্থাপনায় নিয়োজিত

$$\text{হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{157}{1897} \quad (\text{Ans.})$$

খ

আবার,

ব্যবস্থাপনা অথবা উৎপাদন কাজে নিয়োজিত লোকের সংখ্যা $= (157 + 1473)$
 $= 1630$ জন

দৈবভাবে নির্বাচন করলে একজন লোক ব্যবস্থাপনায় অথবা উৎপাদন

$$\text{কাজে নিয়োজিত হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{1630}{1897} \quad (\text{Ans.})$$

গ

আবার, উৎপাদন কাজে নিয়োজিত নয় এরকম লোকের সংখ্যা

$$= (1897 - 1473) = 424 \text{ জন}$$

দৈবভাবে নির্বাচনে লোকটি উৎপাদন কাজে নিয়োজিত না হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{424}{1897}$

(Ans.)

১২ দুই হাজার লাইসেন্স প্রাপ্ত ড্রাইভার এক বছরে নিম্নলিখিত সংখ্যক বার ট্রাফিক আইন ভঙ্গ করে।

ট্রাফিক আইন ভঙ্গের সংখ্যা	ড্রাইভারের সংখ্যা
0	1910
1	46
2	18
3	12
4	9
4 এর অধিক	5

(ক) একজন ড্রাইভারকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে ড্রাইভারটির 1 বার আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত?

(খ) ড্রাইভারটির 4 এর অধিক বার আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা কত?

সমাধান:

মোট লাইসেন্স প্রাপ্ত ড্রাইভারের সংখ্যা $= (1910 + 46 + 18 + 12 + 9 + 5)$
 $= 2000$

ক 1 টি আইন ভঙ্গ করে এরকম ড্রাইভারের সংখ্যা = 46।

সুতরাং, একজন ড্রাইভারকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে ড্রাইভারটি 1টি

$$\text{আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা} = \frac{46}{2000} = \frac{23}{1000} \quad (\text{Ans.})$$

খ

আবার, 4 এর অধিক আইন ভঙ্গ করে এমন ড্রাইভারের সংখ্যা = 5।

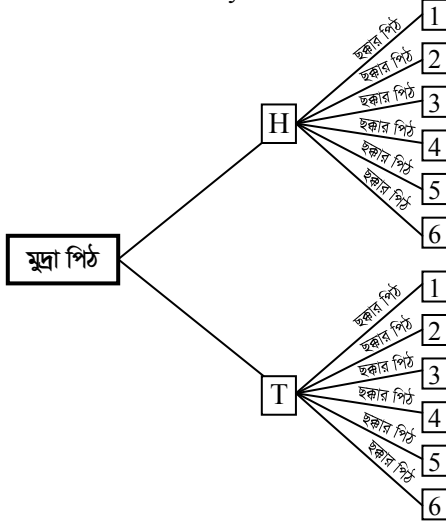
∴ একজন ড্রাইভারকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে ড্রাইভারটি 4 এর

$$\text{অধিক আইন ভঙ্গ করার সম্ভাবনা} = \frac{5}{2000} = \frac{1}{400} \quad (\text{Ans.})$$

১৩ 1টি মুদ্রা ও 1টি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree তৈরি কর।

সমাধান: একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপের পরীক্ষাকে দুই ধাপে বিবেচনা করি। প্রথম ধাপে মুদ্রা নিক্ষেপের ফলাফল $\{H, T\} = 2$ টি এবং ২য় ধাপে ছক্কা নিক্ষেপের ফলাফল $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$ টি।

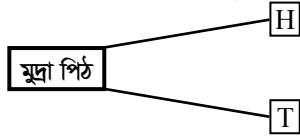
পরীক্ষার মোট ফলাফল Probability tree সাহায্যে দেখানো হলো:



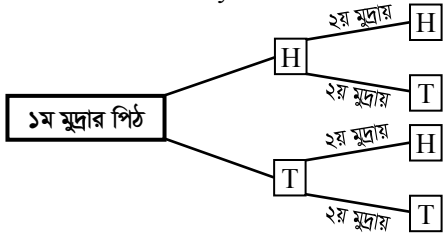
১৪ Probability tree এর সাহায্যে নিচের ছকটি পূরণ কর:

মুদ্রা নিক্ষেপ	সকল সম্ভাব্য ফলাফল	সম্ভাবনা
একবার মুদ্রা নিক্ষেপ		$P(T) =$
দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ		$P(1H) =$ $P(HT) =$
তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ		$P(HHT) =$ $P(2H) =$

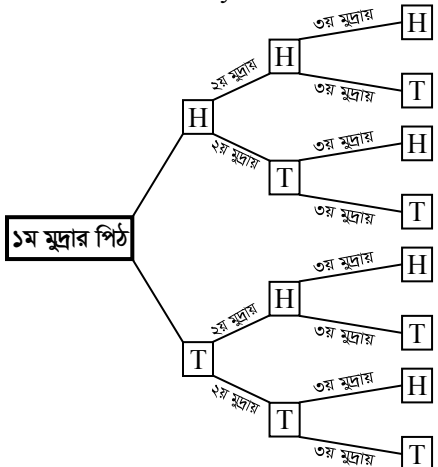
সমাধান: একবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে:



দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে:



তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে:



উপরোক্ত Probability Tree ব্যবহার করে নিম্নে ছকটি পূরণ করা হলো:

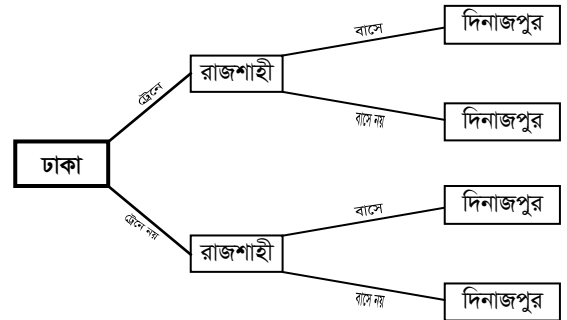
মুদ্রা নিক্ষেপ	সকল সম্ভাব্য ফলাফল	সম্ভাবনা
একবার মুদ্রা নিক্ষেপ	$\{H, T\} = 2$	$P(T) = \frac{1}{2}$
দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ	$\{HH, HT, TH, TT\} = 4$	$P(1H) = \frac{3}{4}$ $P(HT) = \frac{1}{4}$
তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ	$\{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\} = 8$ 2টি H আছে এমন নমুনা বিন্দু: $\{HHH, HHT, HTH, THH\} = 4$	$P(HHT) = \frac{1}{8}$ $P(2H) = \frac{4}{8}$

১৫ কোনো একজন লোকের ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{9}$ এবং রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$ ।

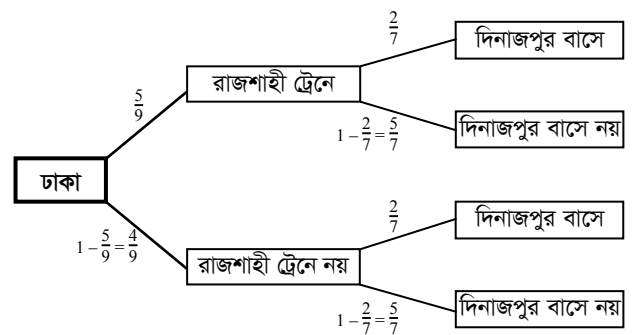
Probability tree ব্যবহার করে-

- ক) লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা কত বের কর।
খ) লোকটি রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু দিনাজপুর বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

সমাধান: ট্রেন ও বাসে যাওয়ার Probability tree নিম্নরূপ:



সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree হবে:



ক) লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{9}$ এবং

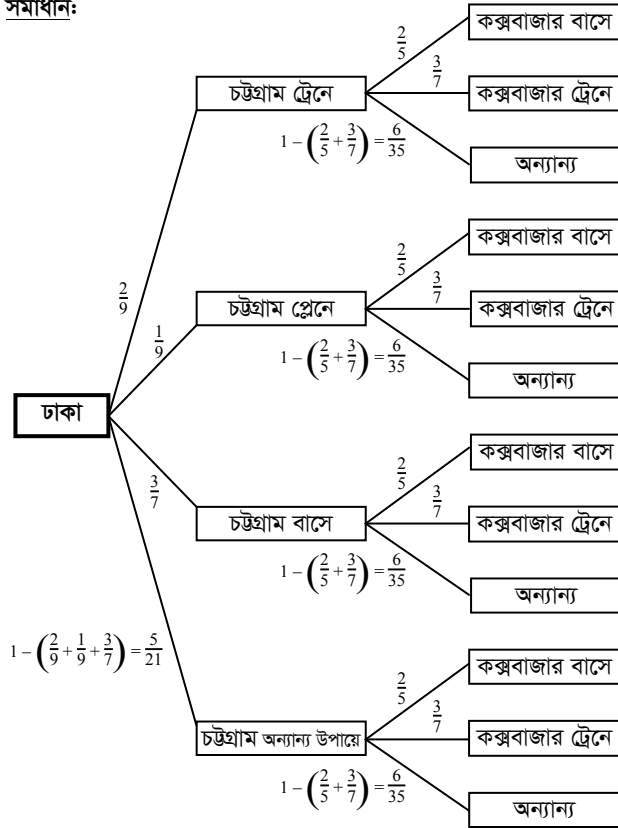
রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$,

$\therefore P[\text{রাজশাহী ট্রেনে নয়, দিনাজপুর বাসে}] = \frac{4}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{63}$ (Ans.)

- খ. আবার লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহীতে ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{9}$
 কিন্তু রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{7}$
 $\therefore P[\text{রাজশাহী ট্রেনে, দিনাজপুর বাসে নয়}] = \frac{5}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{63}$ (Ans.)

১৬. একজন লোক ঢাকা হতে চট্টগ্রাম ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{9}$,
 বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$, প্লেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{9}$ । লোকটির
 চট্টগ্রাম হতে কক্সবাজার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং গাড়িতে
 যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$ । Probability tree ব্যবহার করে লোকটি
 চট্টগ্রাম ট্রেনে এবং কক্সবাজার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর।

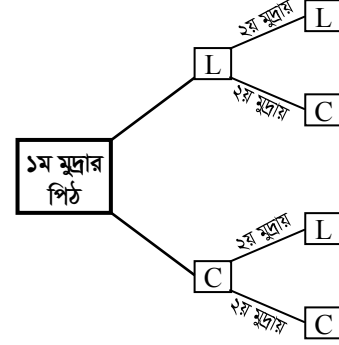
সমাধান:



১৭. একটি দুই টাকার মুদ্রা চার বার নিক্ষেপ করা হলো। (এর শাপলার পিঠকে L এবং প্রাথমিক শিক্ষার শিশুর পিঠকে C বিবেচনা কর)
 ক. যদি মুদ্রাটিকে চারবারের পরিবর্তে দুইবার নিক্ষেপ করা হয় তবে একটি L আসার সম্ভাবনা এবং একটি C না আসার সম্ভাবনা কত?
 খ. সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ।
 গ. দেখাও যে, মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সংঘটিত ঘটনা সংখ্যা 2^n হয়।

সমাধান:

- ক. দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষাকে দুই ধাপ হিসেবে বিবেচনা করা যায়। প্রতি ধাপে একটি মুদ্রা নিক্ষেপে ২টি ফলাফল L অথবা C আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে অপর মুদ্রা নিক্ষেপে ২টি ফলাফল L বা C আসতে পারে। তাই পরীক্ষার মোট ফলাফলকে Probability tree এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যায়।



নমুনা ক্ষেত্রটি {LL, LC, CL, CC}

একটি L আসার অনুকূল ফলাফল = {LC, CL} অর্থাৎ ২টি।

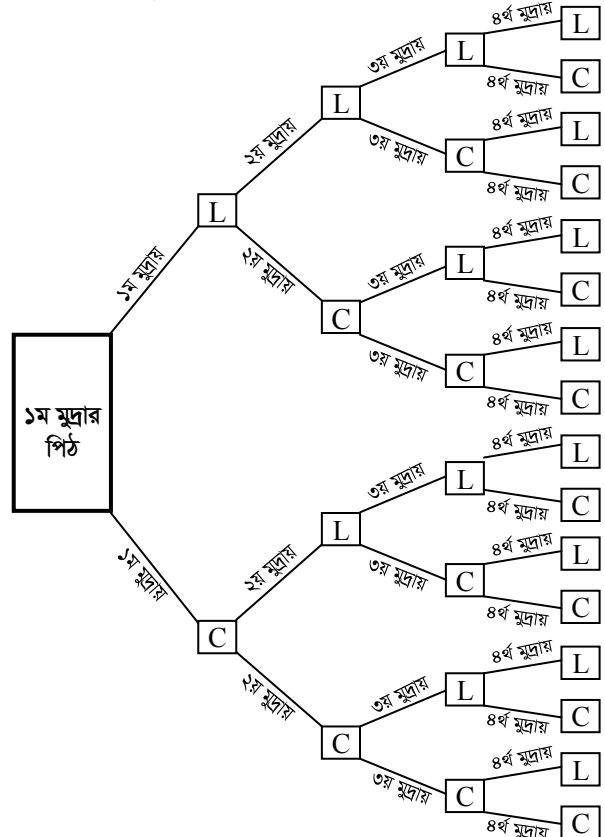
সুতরাং একটি L আসার সম্ভাবনা $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

একটি C আসার অনুকূল ফলাফল = {LC, CL} অর্থাৎ ২টি।

আবার, একটি C আসার অনুকূল ফলাফল $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

\therefore একটি C না আসার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

- খ. প্রথমে মুদ্রা চারটিকে চার ধাপ হিসেবে বিবেচনা করা এবং প্রতি ধাপে ২টি ফলাফল L অথবা C আসতে পারে। সুতরাং মোট ফলাফলকে Probability tree এর সাহায্যে দেখানো হলো:



নমুনা ক্ষেত্রটি হলো:

{LLLL, LLLC, LLCL, LLCC, LCLL, LCLC, LCCL, LCCC, CLLL, CLLC, CLCL, CLCC, CCLL, CCLC, CCCL, CCCC} = 16 টি

গ 'খ' নং এর Probability tree হতে,

একবার মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = $2 = 2^1$

দুইবার মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = $4 = 2^2$

তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = $8 = 2^3$

চারবার মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = $16 = 2^4$

.....

.....

∴ n বার মুদ্রা নিক্ষেপে সংঘটিত ঘটনা / নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = 2^n

(দেখানো হলো)

১৮ একটি ঝুড়িতে ৪ টি লাল, ১০ টি সাদা ও ৭ টি কালো মার্বেল আছে। দৈবভাবে একটি মার্বেল নেয়া হলো।

ক. সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল নির্ণয় কর।

খ. মার্বেলটি (১) লাল হওয়ার সম্ভাবনা এবং (২) সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

গ. যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর চারটি মার্বেল তুলে নেয়া হয় তবে সবগুলো মার্বেল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, ঝুড়িতে ৪ টি লাল, ১০ টি সাদা ও ৭ টি কালো মার্বেল আছে।

সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = $8 + 10 + 7 = 25$

খ এখানে মোট মার্বেল ২৫ টি

(১) লাল মার্বেলের সংখ্যা = ৪

দৈবভাবে একটি মার্বেল নেওয়া হলে মার্বেলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা,

$$P(\text{লাল মার্বেল}) = \frac{8}{25}$$

(২) সাদা মার্বেলের সংখ্যা = ১০

∴ দৈবভাবে একটি মার্বেল নেওয়া হলে মার্বেলটি সাদা হওয়ার

$$\text{সম্ভাবনা, } P(\text{সাদা মার্বেল}) = \frac{10}{25}$$

$$\therefore \text{মার্বেলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা} = 1 - \frac{10}{25}$$

$$= \frac{25 - 10}{25}$$

$$= \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

গ দৈবভাবে একটি মার্বেল তুলে নিলে মার্বেলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা:

$$P(\text{১ম সাদা মার্বেল}) = \frac{10}{25}$$

মার্বেলটি প্রতিস্থাপন না করলে পাই, মোট মার্বেল = ২৪ টি

সাদা মার্বেল = ৯ টি

$$\therefore P(\text{২য় সাদা মার্বেল}) = \frac{9}{24}$$

অনুরূপভাবে, প্রতিস্থাপন না করে ৩য় মার্বেলের ক্ষেত্রে

$$P(\text{৩য় সাদা মার্বেল}) = \frac{8}{23}$$

$$8\text{র্থ ক্ষেত্রে, } P(\text{৪র্থ সাদা মার্বেল}) = \frac{7}{22}$$

$$\therefore P(\text{পরপর ৪টি সাদা মার্বেল}) = \frac{10}{25} \times \frac{9}{24} \times \frac{8}{23} \times \frac{7}{22}$$

$$= \frac{42}{2530} = \frac{21}{1265}$$



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩০৯

১। একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হল। নিম্নলিখিত সম্ভাবনাগুলো বের কর।

(i) ৪ আসা (ii) বিজোড় সংখ্যা আসা (iii) ৪ অথবা ৪ এর বেশি সংখ্যা আসা (iv) ৫ এর কম সংখ্যা আসা।

সমাধান:

i একটি ছক্কা নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হচ্ছে: ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬।

ছক্কাটি নিরপেক্ষ হলে প্রত্যেকটি আসার সম্ভাবনা সমান হবে।

এখানে সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল ৬টি এবং ৪ আসার অনুকূল ফলাফল ১টি

উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল

$$\therefore 4 \text{ আসার সম্ভাবনা, } P(4) = \frac{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}$$

$$= \frac{1}{6}$$

ii নিরপেক্ষ ছক্কাটিতে বিজোড় সংখ্যা ১, ৩, ৫। অর্থাৎ বিজোড় সংখ্যার অনুকূল ফলাফল ৩ টি

∴ বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা হলো:

$$P(\text{বিজোড় সংখ্যা}) = \frac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

iii নিরপেক্ষ ছক্কাটিতে ৪ অথবা ৪ এর চেয়ে বড় সংখ্যা হলো ৫, ৬। অর্থাৎ ৪ অথবা ৪ এর চেয়ে বেশি সংখ্যার অনুকূল ফলাফল ৩।

∴ ৪ অথবা ৪ এর চেয়ে বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা

$$= \frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- iv) নিরপেক্ষ ছক্কাটিতে 5 এর কম সংখ্যাগুলো হলো 1, 2, 3, 4। অর্থাৎ 5 এর চেয়ে ছোট সংখ্যার অনুকূল ফলাফল 4।

$$\therefore 5 \text{ এর কম সংখ্যা আসার সম্ভাবনা} = \frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

খ) একটি থলেতে একই ধরনের 6টি কালো, 5টি লাল, 8টি সাদা মার্বেল আছে। থলে হতে একটি মার্বেল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো। নিম্নলিখিত সম্ভাবনাগুলো বের কর। নির্বাচিত মার্বেলটি (i) লাল (ii) কালো (iii) সাদা (iv) কালো নয়

সমাধান: থলেটিতে 6টি কালো, 5টি লাল, 8টি সাদা মার্বেল আছে। সুতরাং মোট মার্বেল সংখ্যা $6 + 5 + 8 = 19$ । অর্থাৎ সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 19। থলে থেকে একটি মার্বেল দৈবভাবে নির্বাচন করা হলে সেটি 19টি মার্বেলের যেকোনো একটি হবে।

- i) ধরি, লাল হওয়ার ঘটনা R। থলেতে 5টি লাল মার্বেল আছে এই 5টি মার্বেলের যেকোনো একটি আসলে লাল মার্বেল বলে গণ্য হবে। সুতরাং লাল হওয়ার অনুকূল ফলাফল = 5।

$$\therefore P(R) = \frac{\text{লাল মার্বেলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{5}{19}$$

- ii) ধরি কালো মার্বেল হওয়ার ঘটনা B। থলেতে 6টি কালো মার্বেল আছে। এদের যেকোনো একটি আসলে কালো মার্বেল বলে গণ্য হবে। সুতরাং কালো হওয়ার অনুকূল ফলাফল = 6

$$\therefore P(B) = \frac{\text{কালো মার্বেলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{6}{19}$$

- iii) ধরি সাদা মার্বেল হওয়ার ঘটনা W।

যেহেতু থলেতে 8টি সাদা মার্বেল আছে,

সুতরাং সাদা মার্বেলের অনুকূল ফলাফল = 8

$$\therefore P(W) = \frac{\text{সাদা মার্বেলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{8}{19}$$

- iv) আমরা জানি, সমগ্র ঘটনার মোট সম্ভাবনা 1।

সুতরাং মার্বেলটি কালো না হওয়ার সম্ভাবনা

$$\begin{aligned} &= 1 - \text{কালো মার্বেল পাওয়া সম্ভাবনা} \\ &= 1 - \frac{\text{কালো মার্বেলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র মার্বেলের সম্ভাব্য ফলাফল}} \\ &= 1 - \frac{6}{19} \quad [(ii) \text{ নং হতে}] \\ &= \frac{19 - 6}{19} \\ &= \frac{13}{19} \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

ধরি, মার্বেলটি কালো না হওয়ার ঘটনা NB।

মার্বেলটি কালো না হলে লাল অথবা সাদার যেকোনো একটি হবে।

লাল ও সাদা মার্বেলের সংখ্যা $5 + 8 = 13$ ।

সুতরাং কালো নয় এমন মার্বেলের অনুকূল ঘটনা = 13

$$\therefore P(NB) = \frac{\text{কালো নয় এমন মার্বেলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{13}{19}$$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩১০

একটি জরীপের দেখা গেল কোন বিশ্ববিদ্যালয়ে প্রথম বর্ষে 284 জন ছাত্র অর্থনীতিতে, 106 জন ছাত্র ইতিহাসে, 253 জন ছাত্র সমাজবিজ্ঞানে, 169 জন ছাত্র ইংরেজিতে ভর্তি হয়েছে। এদের একজন ছাত্রকে দৈবভাবে নির্বাচিত করলে নির্বাচিত ছাত্রটি সমাজবিজ্ঞানের ছাত্র হবে না এর সম্ভাবনা কত?

সমাধান: বিশ্ববিদ্যালয়ে 1ম বর্ষে 284 জন ছাত্র অর্থনীতিতে, 106 জন ছাত্র ইতিহাসে, 253 জন ছাত্র সমাজবিজ্ঞানে এবং 169 জন ছাত্র ইংরেজিতে ভর্তি হয়। সুতরাং মোট ভর্তিকৃত ছাত্র সংখ্যা

$$= (284 + 106 + 253 + 169) = 812$$

সমাজবিজ্ঞানে ভর্তিকৃত ছাত্র সংখ্যা = 253

সমাজবিজ্ঞানে নির্বাচিত বা ভর্তিকৃত নয় এমন ছাত্র সংখ্যা

$$= (812 - 253) = 559$$

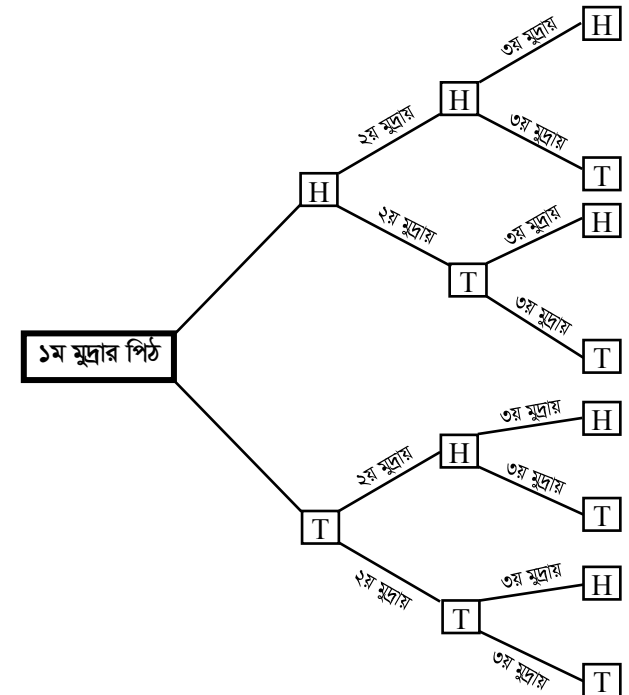
দৈবভাবে নির্বাচিত ছাত্রটি সমাজবিজ্ঞানের ছাত্র না হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{559}{812}$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৩১২

ক) Probability tree এর সাহায্যে তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপে সকল সম্ভাব্য ফলাফল লিখ এবং নমুনা ক্ষেত্রটি তৈরি কর। এখান হতে (i) মুদ্রা 3 টিতে একই ফলাফল (ii) কমপক্ষে 2T (iii) বড়জোড় 2T আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান: একটি মুদ্রার তিনবার নিক্ষেপে পরীক্ষাকে তিন ধাপ হিসেবে বিবেচনা করি। প্রথম ধাপে মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। এবং তৃতীয় ধাপে আবার মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। পরীক্ষার মোট ফলাফলকে Probability tree সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যাবে।



তাহলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে

{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}। এখানে মোট নমুনা বিন্দু 8টি।

i মুদ্রা তিনটিতে একই ফলাফল আসার ঘটনা ২ টি। যথা: {HHH, TTT}

$$\therefore P \{3 \text{ টি মুদ্রার একই ফলাফল}\} = \frac{\text{ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ii কমপক্ষে ২টি T আসার অনুকূল ঘটনা গুলো {HTT, THT, TTH, TTT} = ৪টি

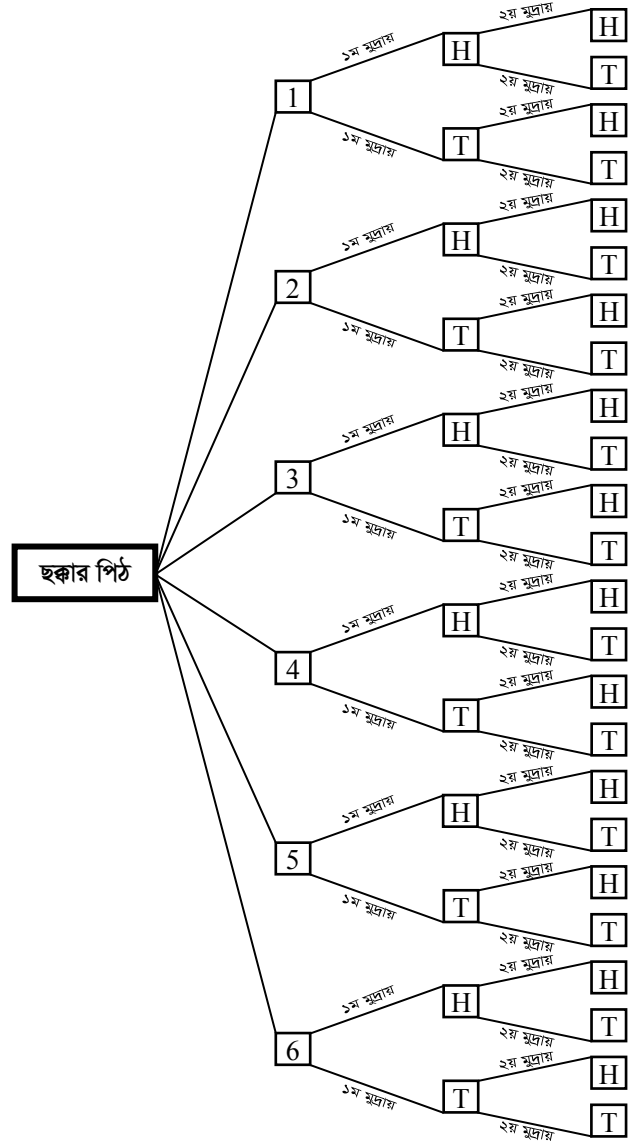
$$\therefore P \{ \text{কমপক্ষে ২T} \} = \frac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

iii বড়জোড় ২T পাওয়ার অনুকূল ঘটনায় {TTT} ঘটনাটি অন্তর্ভুক্ত নয়, কারণ এখানে ৩টি T বিদ্যমান। বড় জোড় ২T পাওয়া অনুকূল ঘটনা {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH} = ৭টি

$$\therefore P \{ \text{বড় জোড় ২T} \} = \frac{\text{ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{7}{8}$$

খ) ১টি ছক্কা ও ২টি মুদ্রা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree তৈরি কর।

সমাধান: একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষাকে তিন ধাপে হিসেব করি। প্রথম ধাপে ছক্কা নিক্ষেপে ৬টি ফলাফল {1, 2, 3, 4, 5, 6} আসতে পারে। পরবর্তী ধাপে ২টি ফলাফল {H, T} আসতে পারে। ৩য় ধাপে {H, T} আসতে পারে। সুতরাং মোট ফলাফলকে Probability tree এর সাহায্যে দেখানো হলো:



নমুনা ক্ষেত্রটি হলো:

{1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT, 6HH, 6HT, 6TH, 6TT} = 24