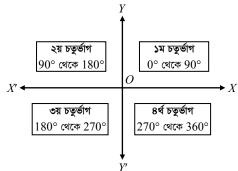
# DELLA DE LEGERO

# <u> ত্রিকোণমিতি</u>

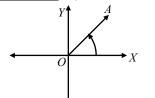
# অনুশীলনী - ৮.১

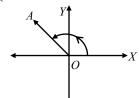
বিভিন্ন চতুর্ভাগে কোণের অবস্থান: একজোড়া লম্ব সরলরেখা কোনো বিন্দুতে মিলিত হলে যে চারটি সমকোণ উৎপন্ন হয় তাদের প্রত্যেককে একটি চতুর্ভাগ বলা হয়।

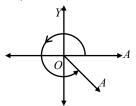


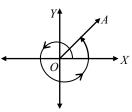
OX রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরিয়ে প্রত্যেক সমকোণের অভ্যন্তরকে পর্যায়ক্রমে ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ চতুর্ভাগ হিসেবে চিহ্নিত করা হয়। এ থেকে বোঝা যায়- ত্রিকোণমিতিক কোণের মান ধনাত্মক হলে, রশ্মিকে OX হতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরাতে হবে এবং ঋণাত্মক কোণ হলে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরাতে হবে।

ধনাত্মক কোণ: স্থির রশ্মির সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান রশ্মি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরলে উৎপন্ন কোণ ধনাত্মক কোণ।

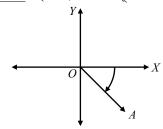


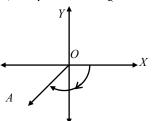


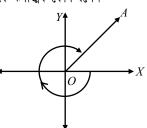




**ঋণাত্মক কোণ:** স্থির রশ্মির সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরালে উৎপন্ন কোণকে ঋণাত্মক কোণ বলে।



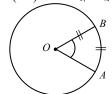




কোণ পরিমাপের একক: কোনো কোণের পরিমাণ নির্ণয়ে দুই প্রকার একক পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।

- i. ষাটমূলক পদ্ধতি (Sexagesimal system)
- ii. বৃত্তীয় পদ্ধতি (Circular system)
- <u>ষাটমূলক পদ্ধতি</u>: এ পদ্ধতিতে কোণ পরিমাপের একক সমকোণ। এই পদ্ধতিতে এক সমকোণ বা 90° কে সমান 90 ভাগে বিভক্ত করে প্রতিভাগকে এক ডিগ্রী (1°) ধরা হয়।
  - ♦ 60" (সেকেন্ড) = 1' (মিনিট)
  - ♦ 60' (মিনিট) = 1°
  - ♦ 90° = 1 সমকোণ

 $\blacksquare$  বৃত্তীয় পদ্ধতি: কোণ পরিমাপের একক রেডিয়ান। আবার এক রেডিয়ান হলো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান চাপ কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ। নিম্নে ব্যাসার্ধের সমান চাপ (AB) দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ (AOB)।



এখানে চাপ AB= ব্যাসার্ধ। তাই কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ  $\angle AOB=$  রেডিয়ান কোণ

#### ডিগ্রি ও রেডিয়ান পরিমাপের সম্পর্ক:

$$\pi$$
 রেডিয়ান  $=180^\circ=2$  সমকোণ

উপরোক্ত সম্পর্কটি ব্যবহার করে নিম্নোক্ত রূপান্তরসমূহে পৌছানো সম্ভব:

$$180^\circ = \pi$$
 রেডিয়ান

বা, 
$$1^\circ = \frac{\pi}{180}$$
 রেডিয়ান =  $0.01745$  রেডিয়ান (প্রায়)

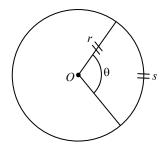
$$\pi$$
 রেডিয়ান =  $180^{\circ}$ 

বা, 
$$1$$
 রেডিয়ান  $=$   $\frac{180}{\pi}$  ডিগ্রি  $=$  57.29578 ডিগ্রি

ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে একটি কোণের পরিমাপ  $D^\circ$  ও  $R^c$  হলে পাই,  $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ 

#### oxdots বি.দ্র: $\pi$ এর আসন্ন মান সাধারণ 3.1416 ব্যবহার করা হয়।

#### বৃত্তচাপ, কেন্দ্রস্থ কোণ ও ব্যাসার্ধের মধ্যে সম্পর্ক:



 $|s=r\theta|$ 

এখানে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের,

r = বৃত্তের ব্যসার্ধ

heta= চাপ s কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ

#### ঘড়ির ঘণ্টা ও মিনিটের কাঁটা সম্পর্কিত বিষয়:

মনেকরি, একটি ঘড়িতে ক্ষুদ্রাকৃতির 60টি ঘর বিদ্যমান।

অর্থাৎ ঘড়িতে 1 থেকে  $2,\,2$  থেকে  $3,\,...\,,\,11$  থেকে 12 প্রত্যেকটির মধ্যে 5টি করে ছোট ঘর বিদ্যমান।

(প্রতি ঘন্টায়) 60 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা 5 ঘর অতিক্রম করে।

 $\therefore \ 1$  মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা  $\dfrac{5}{60} = \dfrac{1}{12}$  ঘর অতিক্রম করে।

ঘড়ির কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ =  $360^\circ$ 

$$\therefore$$
 প্রতিটি ঘর কেন্দ্রে  $\frac{360^{\circ}}{60}=6^{\circ}$  কোণ উৎপন্ন করে।

#### একটি উদাহরণ লক্ষ করি:

#### প্রশ্ন: 12 টা 15 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণ কত ডিগ্রী?

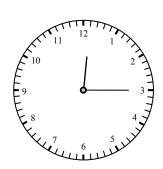
উত্তর: পাশের ঘড়িটি লক্ষ কর: 12 ও 3 এর মধ্যে 15 টি ক্ষুদ্রাকৃতির ঘর বিদ্যমান।

কিন্তু 1 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা  $\frac{1}{12}$  ঘর সরে যায়।

 $\therefore 15$  মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা  $15 imes \frac{1}{12} = \frac{5}{4}$  ঘর সরে যাবে ।

সুতরাং ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রাকৃতির ঘরের সংখ্যা =  $15-\frac{5}{4}=\frac{60-5}{4}=\frac{55}{4}$  টি

 $\therefore$  ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্ভুক্ত কোণ  $= \frac{55}{4} \times 6^\circ = 82.5^\circ$ 





# অনুশীলনীর সমাধান

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নের সমস্যাগুলোর সমাধান নির্ণয় কর। সমস্ত ক্ষেত্রে  $\pi$  এর আসনু মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত ব্যবহার কর ( $\pi = 3.1416$ )।

্রি (ক) রেডিয়ানে প্রকাশ কর:

(iii) 33°22′11"

সমাধানঃ

 $=\left(75\frac{30}{60}\right)^{\circ} \quad [\because 1$  ডিথী  $(1^{\circ}) = 60$  মিনিট (60')] $=\left(75\frac{1}{2}\right)^{\circ}$  $=\left(\frac{151}{2}\right)^{\circ}$  $=\left(\frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180}\right)$  রেডিয়ান  $[\because 1]$  ডিগ্রী  $(1^\circ)=\frac{\pi}{180}$  রেডিয়ান]  $=\frac{151\pi}{360}$  রেডিয়ান  $=\frac{151 \times 3.1416}{360}$  রেডিয়ান (প্রায়) = 1.3177 রেডিয়ান (প্রায়) ∴ 75°30′ = 1·3178° (প্রায়) (Ans.)

♠ দৃষ্টি আকর্ষণ: একটি উদাহরণ লক্ষ কর: 10 টাকা 50 পয়সা

= 10 টাকা + 50 পয়সা  $=\left(10 + \frac{50}{100}\right)$  টাকা = 10.50 টাকা যেহেতু  $75\frac{1}{2} = 75 + \frac{1}{2}$  লিখা যায়, তাই নিম্নোক্ত পদ্ধতি অনুসরণ করে প্রশ্নটির সমাধান করা যেতে পারে।

#### (i) এর দ্বিতীয় পদ্ধতি

$$75^{\circ}30'$$
=  $75^{\circ} + 30'$ 
=  $\left(75 + \frac{30}{60}\right)^{\circ}$ 
=  $\left(75 + \frac{1}{2}\right)^{\circ}$ 
=  $\left(\frac{151}{2}\right)^{\circ}$ 
=  $\left(\frac{151}{2} \times \frac{\pi}{180}\right)$  রেডিয়ান [:1 ডিম্মী (1°) =  $\frac{\pi}{180}$  রেডিয়ান]
=  $1.3178^{c}$  (প্রায়) (Ans.)

টা 
$$55^{\circ}54'53''$$

$$= 55^{\circ} \left(54 \frac{53}{60}\right)' \quad [\because 1' = 60'']$$

$$= 55^{\circ} \left(\frac{3293}{60}\right)'$$

$$= \left(55 \frac{3293}{60 \times 60}\right)^{\circ} \left[\because 1 \text{ [wall } (1^{\circ}) = 60 \text{ মিনিট } (60')]\right]$$

= 
$$\left(\frac{201293}{3600}\right)^{\circ}$$
=  $\left(\frac{201293}{3600} \times \frac{\pi}{180}\right)$  রেডিয়ান [  $\because$  1 ডিফ্রী ( $1^{\circ}$ ) =  $\frac{\pi}{180}$  রেডিয়ান]
=  $\frac{201293\pi}{648000}$  রেডিয়ান
=  $\frac{201293 \times 3.1416}{648000}$  রেডিয়ান (প্রায়)
=  $0.9759$  রেডিয়ান (প্রায়)
 $\therefore 55^{\circ}54'53'' = 0.976^{c}$  (প্রায়) (Ans.)

#### (ii) এর দিতীয় পদ্ধতি

$$55^{\circ} + \left(54 + \frac{53}{60}\right)'$$
 [ $\because 1$  মিনিট (1') =  $60$  সেকেন্ড ( $60''$ )]
$$= 55^{\circ} + \left(\frac{3293}{60}\right)'$$

$$= 55^{\circ} + \left(\frac{3293}{60 \times 60}\right)^{\circ}$$
 [ $\because 1$  ডিগ্রী ( $1^{\circ}$ ) =  $60$  মিনিট ( $60'$ )]
$$= \left(55 + \frac{3293}{3600}\right)^{\circ}$$

$$= \left(\frac{201293}{3600}\right)^{\circ}$$

$$= \left(\frac{201293}{3600} \times \frac{\pi}{180}\right)$$
 রেডিয়ান [ $\because 1$  ডিগ্রী ( $1^{\circ}$ ) =  $\frac{\pi}{180}$  রেডিয়ান]
$$= \frac{201293\pi}{648000}$$
 রেডিয়ান
$$= 0.9759$$
 রেডিয়ান (প্রায়)
$$\therefore 55^{\circ}54'53'' = 0.976^{\circ}$$
 (প্রায়) (Ans.)

$$33^{\circ}22'11''$$
 $= 33^{\circ} + \left(22 + \frac{11}{60}\right)'$  [ $\because 1$  মিনিট ( $1'$ )  $= 60$  সেকেন্ড ( $60''$ )]
 $= 33^{\circ} + \left(\frac{1331}{60}\right)'$ 
 $= 33^{\circ} + \left(\frac{1331}{60 \times 60}\right)^{\circ}$  [ $\because 1$  ডিগ্রী ( $1^{\circ}$ )  $= 60$  মিনিট ( $60'$ )]
 $= \left(33 + \frac{1331}{3600}\right)^{\circ}$ 
 $= \left(\frac{120131}{3600}\right)^{\circ}$ 
 $= \left(\frac{120131}{3600} \times \frac{\pi}{180}\right)$  রেডিয়ান [ $\because 1$  ডিগ্রী ( $1^{\circ}$ )  $= \frac{\pi}{180}$  রেডিয়ান]
 $= 0.5824$  রেডিয়ান (প্রায়)
 $\therefore 33^{\circ}22' 11'' = 0.5824^{\circ}$  (প্রায়)

🔰 (খ) ডিগ্রিতে প্রকাশ করঃ

 $(i) \, rac{8\pi}{13}$  রেডিয়ান  $\, (ii) \, 1.3177$  রেডিয়ান  $\, (iii) \, 0.9759$  রেডিয়ান

সমাধান:

া 
$$\frac{8\pi}{13}$$
 রেডিয়ান  

$$= \left(\frac{8\pi}{13} \times \frac{180}{\pi}\right)$$
 ডিছি  $[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}]$ 

$$= \frac{1440}{13}$$
 ডিছি
$$= \left(\frac{1440}{13}\right)^\circ$$

$$= \left(110\frac{10}{13}\right)^\circ$$

$$= 110^\circ \left(\frac{10 \times 60}{13}\right)' \quad [\because 1^\circ = 60']$$

$$= 110^\circ \left(\frac{600}{13}\right)'$$

$$= 110^\circ \left(46\frac{2}{13}\right)'$$

$$= 110^\circ 46' \left(\frac{2 \times 60}{13}\right)'' \quad [\because 1' = 60'']$$

$$= 110^\circ 46'9.23'' \quad (Ans.)$$

1.3177 রেডিয়ান

= 1.3177 × 180 ছিছি [∵ 1° = 180° π]

= 237.186 π ছিছি
= 75.498472 ছিছি [∵ π = 3.1416]
= 75° + 0.498472°
= 75° + (0.498472 × 60)′ [∵ 1° = 60′]
= 75° + 29.90832′
= 75° + 29′ + (0.90832 × 60)″ [∵ 1′ = 60″]
= 75° + 29′ + 54.5″
= 75°29′ 54.5″

*iii* 0.9759 রেডিয়ান

$$= 0.9759 \times \frac{180}{\pi}$$
 ডিছি  $[\because 1^c = \frac{180^\circ}{\pi}]$ 

= 55.91482047 ডিগ্রি

$$=55^{\circ}+0.91482^{\circ}$$

$$=55^{\circ} + (0.91482 \times 60)' \quad [\because 1^{\circ} = 60']$$

 $=55^{\circ}+54.8892'$ 

$$=55^{\circ}+54'+0.8892'$$

$$=55^{\circ} + 54' + (0.8892 \times 60)''$$
 [:: 1' = 60"]

$$=55^{\circ}+54'+53.35''$$

$$=55^{\circ}54' 53.35''$$

 $oxed{2}$  একটি কোণকে ষাটমূলক ও বৃত্তীয় পদ্ধতিতে যথাক্রমে  $D^{
m o}$  ও $oxed{R}^c$  দ্বারা প্রকাশ করা হলে, প্রমাণ কর যে,  $rac{D}{180} = rac{R}{\pi}$  ।

সমাধান: আমরা জানি, 
$$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)^c$$

$$\therefore D^\circ = \left(\frac{D \times \pi}{180}\right)^c$$
প্রশ্নমতে,  $D^\circ = R^c$ 

$$\text{বা, } \left(\frac{\pi}{180} \times D\right)^c = R^c$$

$$\text{বা, } D \times \frac{\pi}{180} = R$$

$$\therefore \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \quad \text{(প্রমাণিত)}$$

ত একটি চাকার ব্যাসার্ধ 2 মিটার 3 সে.মি. হলে, চাকার পরিধির আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে.

চাকার ব্যাসার্ধ, r = 2 মিটার 3 সে.মি.

$$=2$$
 মিটার  $+\frac{3}{100}$  মিটার  $[\because 1$  মিটার  $=100$  সে.মি.]  $=(2+0.03)$  মিটার  $=2.03$  মিটার

আমরা জানি, চাকার পরিধি  $= 2\pi r$ 

 $= 2 \times 3.1416 \times 2.03$  মিটার (প্রায়)

= 12.754896 মিটার (প্রায়)

= 12.7549 মিটার (প্রায়) [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত]

Ans: 12.7549 মিটার (প্রায়)

8 একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে। গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাস = 0.84 মিটার

তাহলে ব্যাসার্ধ, 
$$r = \frac{0.84}{2}$$
 মিটার = 0.42 মিটার

 $\therefore$  চাকাটির পরিধি =  $2\pi r = (2\pi imes 0.42)$  মিটার

 $= (2 \times 3.1416 \times 0.42)$  মিটার

= 2.6389 মিটার (প্রায়)

আমরা জানি, চাকাটি একবার ঘুরলে গাড়িটি চাকার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

চাকাটি 1 বার ঘুরলে গাড়িটি দূরত্ব অতিক্রম করে 2.6389 মিটার

∴ চাকাটি 6 বার ঘুরলে গাড়িটি দূরত্ব অতিক্রম করে = 6 × 2.6389 মিটার = 15.8334 মিটার

যেহেতু চাকাটি 1 সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে,

সুতরাং, 1 সেকেন্ডে গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব = 15.8334 মিটার আমরা জানি, 1 ঘন্টা = 3600 সেকেন্ড

 $\therefore$  গাড়িটির 3600 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরতু =  $(15.8334 \times 3600)$  মিটার

= 57000.24 মিটার

∴ গাড়িটির গতিবেগ = 57 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

Ans: 57 কি.মি./ঘণ্টা (প্রায়)

### ♦♦ অনুশীলনীর ৩ ও ৪নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর ♦♦

একটি গাড়ি ঢাকা থেকে খুলনায় যাওয়ার সময় গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে 720 বার ঘুরে। চাকার ব্যাসার্ধ 0.25 মিটার।

- क. চাকার পরিধি নির্ণয় কর।
- খ. গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।
- গ. ঢাকা থেকে খুলনার দূরত্ব পৃথিবীর কেন্দ্রে 2 °কোণ উৎপন্ন করলে ঢাকা থেকে খুলনায় পৌছাতে গাড়িটির কত সময় লাগবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি]

নিজে নিজে চেষ্ট কর। (ক) 1.5708 মিটার; (খ) 67.858 কিমি (গ) 3.31 ঘণ্টা

#### 🕜 কোনো ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2:5:3 ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের বৃত্তীয় মান কত?

<u>সমাধান</u>: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত = 2:5:3 ধরি, কোণ তিনটি যথাক্রমে  $2x^c$ ,  $5x^c$  এবং  $3x^c$ 

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি  $\pi^c$ 

প্রামতে, 
$$2x^c + 5x^c + 3x^c = \pi^c$$

বা, 
$$10x^c = \pi^c$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{10}$$

$$\therefore$$
 ক্ষুদ্রতম কোণটির বৃত্তীয়মান =  $2x^c = \left(2 \times \frac{\pi}{10}\right)^c = \frac{\pi^c}{5}$ 
বৃহত্তম কোণটির বৃত্তীয়মান =  $5x^c = \left(5 \times \frac{\pi}{10}\right)^c = \frac{\pi^c}{2}$ 

Ans: 
$$\frac{\pi^c}{5}$$
,  $\frac{\pi^c}{2}$ 

সমাধান (দিতীয় পদ্ধতি) মাছে. ত্রিভজের কোণ তিনটির অনপাত 2 ·

দেওয়া আছে, ত্রিভুজের কোণ তিনটির অনুপাত 2:5:3 মনে করি, কোণ তিনটি যথাক্রমে  $2x^\circ$ ,  $5x^\circ$  এবং  $3x^\circ$  জানা আছে,

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°

$$\therefore 2x + 5x + 3x = 180$$

বা, 
$$10x = 180$$

বৃহত্তম কোণটি = 
$$5 \times 18^\circ = 90^\circ = \left(90 \times \frac{\pi}{180}\right)^c = \frac{\pi^c}{2}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

#### 🕒 একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত এবং বৃহত্তম কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণের দ্বিগুণ। কোণগুলোর রেডিয়ান পরিমাপ কত?

সমাধান: মনে করি, ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম কোণ  $x^c$  সুতরাং, ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ  $2x^c$  রেডিয়ান

যেহেতু ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত, সেহেতু ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম

কোণের মধ্যবর্তী কোণটি হবে  $\left(\frac{2x+x}{2}\right)^c = \frac{3x^c}{2}$ 

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি  $\pi^c$ 

প্রমতে, 
$$x + \frac{3x}{2} + 2x = \pi$$

বা 
$$9x = 2\pi$$

$$\therefore x = \frac{2\pi}{9}$$
 রেডিয়ান

 $\therefore$  ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম কোণ =  $x^c = \frac{2\pi^c}{9}$ 

বৃহত্তম কোণটি = 
$$2x^c = 2 \times \frac{2\pi^c}{9} = \frac{4\pi^c}{9}$$

এবং অপর কোণটি 
$$=\frac{3}{2}x^c = \frac{3}{2} \times \frac{2\pi^c}{9} = \frac{\pi^c}{3}$$

$$\therefore$$
 গ্রিভুজের কোণ তিনটি যথাক্রমে  $\frac{2\pi^c}{9}$  ,  $\frac{\pi^c}{3}$  , এবং  $\frac{4\pi^c}{9}$  (Ans.)

☑ বি.দ্র: যেকোনো সমান্তর ধারার একটি পদের মান তার পূর্বপদ ও পরবর্তী পদের গড়ের সমান। মনে করি, ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতম কোণটি  $\chi^\circ$ 

∴ বৃহত্তম কোণটি 2x°

যেহেতু ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত

সেহেতু অপর কোণটি হবে 
$$\left(\frac{2x+x}{2}\right)^\circ = \frac{3x^\circ}{2}$$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°

$$\therefore x + \frac{3x}{2} + 2x = 180$$

$$4x + \frac{2x + 3x + 4x}{2} = 180$$

$$4x + 3x + 4x = 360$$

বা, 
$$9x = 360$$

বা, 
$$x = \frac{360}{9}$$

$$v = 40$$

ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতর কোণটি = 
$$40^\circ = 40 \times \frac{\pi^c}{180} = \frac{2\pi^c}{9}$$

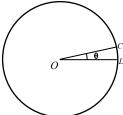
বৃহত্তম কোণটি = 
$$2 \times 40^\circ = 80^\circ = 80 \times \frac{\pi^c}{180} = \frac{4\pi^c}{9}$$

এবং অপর কোণটি = 
$$\frac{3 \times 40^\circ}{2}$$
 =  $60^\circ$  =  $60 \times \frac{\pi^c}{180}$  =  $\frac{\pi^c}{3}$ 

$$\therefore$$
 ত্রিভুজের কোণ তিনটি যথাক্রমে  $\frac{2\pi^c}{9}$  ,  $\frac{\pi^c}{3}$  এবং  $\frac{4\pi^c}{9}$ 

#### <u>ি ৭</u> পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। ঢাকা ও চউ্টগ্রাম পৃথিবীর কেন্দ্রে 5° কোণ উৎপন্ন করে। ঢাকা ও চউ্টগ্রামের দূরত কত?

সমাধানঃ



ধরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট পৃথিবীর উপরস্থ দুটি স্থান ঢাকা (D) ও চট্টগ্রাম (C)যা পৃথিবীর কেন্দ্রে  $5^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব s । পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, r = 6440 কি.মি.

পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ  $\theta = \angle COD = 5^\circ = 5 \times \frac{\pi^\circ}{180} = \frac{\pi^\circ}{36}$ এখন, ঢাকা ও চউগ্রামের দূরত্ব, s= চাপ CD

$$= r\theta = 6440 \times \frac{\pi}{36}$$
 কি.মি.  
= 561.997 কি.মি. (প্রায়)  
= 562 কি.মি. (প্রায়)

Ans: 562 কি.মি. (প্রায়)

📣 দ্রষ্টব্যঃ পৃথিবী গোলাকার। তাই যেকোনো দুইটি স্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব, রৈখিক দূরত্ব নয় বরং দূরত্ব হবে চাপ আকৃতির।

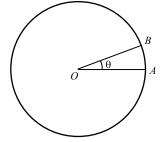
<u>♦ ♦ অনুশীলনীর ৭নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ♦ ♦</u> ঢাকা ও দুবাই স্থান দুইটি পৃথিবীর কেন্দ্রে  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব S।

- ক. দেখাও যে, পৃথিবীর পরিধি  $2\pi R$  [পৃথিবীকে বৃত্ত মনে করে]
- খ. S ও R এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।
- গ. যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 ক্রি.মি. হয় এবং ঢাকা ও দুবাই পৃথিবীর কেন্দ্রে 32°35′7″কোণ উৎপন্ন করে তবে স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

নিজে নিজে চেষ্ট কর। (খ)  $S = R\theta$ ; (গ) 3662.43 কিমি (প্রায়)

#### পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। টেকনাফ ও তেতুলিয়া পৃথিবীর কেন্দ্রে 10°6'3" কোণ উৎপন্ন করে। টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধান:



ধরি, পৃথিবীর কেন্দ্র O এবং এর উপরস্থ দুইটি স্থান টেকনাফ ও তেঁতুলিয়া। চিত্রে স্থান দুইটিকে যথাক্রমে A ও B দারা চিহ্নিত করা হয়েছে। দেওয়া আছে.

A ও B স্থান দুটি পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ  $\angle AOB = \theta = 10^\circ 6'3''$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = r = 6440 কি.মি.

A ও B এর মধ্যবর্তী দূরত্ব, AB = s = ?

পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta = 10^{\circ}6'3''$ 

$$= 10^{\circ} \left( 6 \frac{3}{60} \right)' \quad [\because 60'' = 1']$$

$$= 10^{\circ} \left( 6 \frac{1}{20} \right)'$$

$$= 10^{\circ} \left( \frac{121}{20} \right)'$$

$$= \left( 10 \frac{121}{20 \times 60} \right)^{\circ} \quad [\because 60' = 1^{\circ}]$$

$$= \left( \frac{12121}{1200} \right)^{\circ} = \left( \frac{12121}{1200} \times \frac{\pi}{180} \right)^{\circ}$$

$$= 0.17629$$
 রেডিয়ান

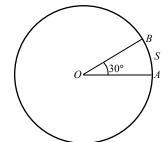
 $\therefore$  টেকনাফ ও তেতুলিয়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব,  $s=r\theta$ 

 $= 6440 \times 0.17629$ = 1135.3 কি.মি. (প্রায়)

Ans: 1135.3 কি.মি. (প্রায়)

 $oxedsymbol{oxedsymbol{eta}}$  শাহেদ একটি সাইকেলে চড়ে বৃত্তাকার পথে 11 সেকেন্ড একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 201 মিটার হয়, তবে শাহেদের গতিবেগ কত?

সমাধানঃ



দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস = 201 মিটার

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, 
$$r = \frac{201}{2}$$
 মিটার  $= 100.5$  মিটার

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta=30^\circ$ 

$$=30 imesrac{\pi^c}{180}$$
 রেডিয়ান $=rac{\pi}{6}$  রেডিয়ান

ধরি, অতিক্রান্ত বৃত্তচাপটির দৈর্ঘ্য = AB = Sআমরা জানি,  $s = r\theta$ 

$$= 100.5 \times \frac{\pi}{6}$$
 মিটার  $= 52.62$  মিটার (প্রায়)
$$52.62$$

∴ শাহেদের গতিবেগ 
$$=\frac{52.62}{11}$$
 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)  $=4.78$  মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)

Ans: 4.78 মিটার/সেকেন্ড (প্রায়)।

### 🔷 🔷 অনুশীলনীর ৯নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর 🔷 🔷

শিপলু একটি সাইকেলে চড়ে বুত্তাকার পথে 20 সেকেন্ডে একটি বুত্তচাপ অতিক্রম করে। চাপটি কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 204 মিটার।

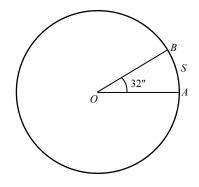
ক. 30° কোর্ণকে বৃত্তীয় পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। খ. শিপলুর গতিবেগ নির্ণয় কর।

গ. কেন্দ্রে 720° কোণ উৎপন্ন করতে শিপলু বৃত্তাকার পথে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে এবং ঐ পথ অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

নিজে নিজে চেষ্ট কর।  $(\pi) \left(\frac{\pi}{6}\right)$ ; (খ) 9.6138 কিমি/ঘণ্টা (গ) 1.282 কিমি, ৪ মিনিট

#### 🔼 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। পৃথিবীর উপরের যে দুইটি স্থান কেন্দ্রে 32" কোণ উৎপন্ন করে তাদের দূরত্ব কত?

#### সমাধান:



ধরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট পৃথিবীর উপরস্থ দুটি স্থান A ও B কেন্দ্রে  $\angle AOB = 32''$  কোণ উৎপন্ন করেছে।

পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ  $\angle AOB = 0$  $=\left(\frac{32}{60}\right)'$  $=\left(\frac{32}{60\times60}\right)^{\circ}$  $= \left( rac{32 imes \pi}{60 imes 60 imes 180} 
ight)$ রেডিয়ান

স্থান দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব= চাপ  $AB=S=r\Theta$  $= 6440 \times \frac{32 \times \pi}{60 \times 60 \times 180}$  কি.মি. = 0.9991 কি.মি. = 1 কি.মি. (প্রায়)

Ans: 1 কি.মি. (প্রায়)

### 🔷 🔷 অনুশীলনীর ৮ ও ১০নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর 🔷 🔷

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কি.মি.। পঞ্চগড়ের তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয় পর্বতের শীর্ষ বিন্দুতে উন্লতি কোণ  $\dot{ heta} = 0.04$  রেডিয়ান এবং হিমালয়ের উচ্চতা 8.848 কি.মি.।

ক. *θ* কে ডিগ্রিতে প্রকাশ কর।

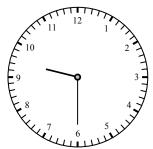
খ. তেঁতুলিয়া থেকে হিমালয়ের দূরত্ব কত কি.মি.?

গ. তেঁতুলিয়া ও হিমালয় পৃথিবীর কৈন্দ্রে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে?

নিজে নিজে চেষ্ট কর। (ক)  $0.04^{c}$ ; (খ) 220.29 কিলোমিটার (গ) 1.96° (প্রায়)

 $360^\circ$  সকাল 9:30 টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্গত কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।  $100^\circ$  সংকেতः এক ঘর কেন্দ্রে  $360^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে। 9:30 টায় ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে ব্যবধান  $\left(15+2rac{1}{2}
ight)$  বা,  $17rac{1}{2}$  ঘর]

#### সমাধান:



মনেকরি, একটি ঘড়িতে ক্ষুদ্রাকৃতির 60টি ঘর বিদ্যমান। (প্রতি ঘণ্টায়) 60 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা 5 ঘর অতিক্রম করে।

 $\therefore 1$  মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা  $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$  ঘর অতিক্রম করে।

ঘড়ির কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ =  $360^\circ$ 

 $\therefore$  প্রতিটি ঘর কেন্দ্রে  $\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে।

9 টা 30 মিনিটে ঘড়িতে মিনিটের কাঁটা 6 বরাবর এবং ঘণ্টার কাঁটা 9 ও 10 মাঝ বরাবর অবস্থান করে।

ঘড়িতে 6 ও 9 এর মধ্যে 15 টি ক্ষুদ্রাকৃতির ঘর বিদ্যমান।

কিন্তু 1 মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা  $\frac{1}{12}$  ঘর সরে যায়

 $\therefore 30$  মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা  $30 \times \frac{1}{12} = \frac{5}{2}$  ঘর সরে যাবে।

সুতরাং ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রাকৃতির ঘরের সংখ্যা

$$= 15 + \frac{5}{2} = \frac{30+5}{2} = \frac{35}{2} \hat{\mathbb{D}}$$

 $\therefore$  ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার অন্তর্ভুক্ত কোণ  $= \frac{35}{2} \times 6^\circ = 105^\circ$ 

$$=$$
  $\left(105 \times \frac{\pi}{180}\right)$  রেডিয়ান  
= 1.833 রেডিয়ান (প্রায়)

Ans: 1.833 রেডিয়ান (প্রায়)

#### ♦♦ অনুশীলনীর ১১নং প্রশ্নের আলোকে সূজনশীল প্রশ্নোত্তর ♦♦

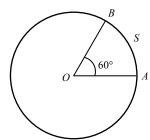
একটি ঘড়িতে সময় সকাল 9 টা 20 মিনিট। ঘড়িটির বৃত্তাকার ডায়ালের ব্যাসার্ধ 10.3 সে.মি.।

- ক. ঘড়িটির ডায়ালের পরিধি কত?
- খ. ঘড়িটির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার ব্যবধান কত ডিগ্রি?
- গ. 9 টা 20 মিনিটে ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটা ডায়ালে যে চাপটি ছিন্ন করে তার দৈর্ঘ্য কত?

নিজে নিজে চেষ্ট কর। (ক) 64.72 সেমি; (খ) 160° (গ) 28.76275 সেমি

ত্রি এক ব্যক্তি বৃত্তাকার পথে ঘণ্টায় 6 কি.মি. বেগে দৌড়ে 36 সেকেন্ডে যে বৃত্তচাপ অতিক্রম করে তা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

সমাধানঃ



ধরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r মিটার আমরা জানি, 1 ঘণ্টা = 3600 সেকেন্ড

আবার, 6 কি.মি. =  $6 \times 1000$  মিটার

সুতরাং, লোকটি 3600 সেকেন্ড অতিক্রম করে  $6 \times 1000$  মিটার পথ

∴ লোকটি 
$$36$$
 সেকেন্ড অতিক্রম করে  $= \frac{6 \times 1000 \times 36}{3600}$  মিটার পথ  $= 60$  মিটার পথ

যদি 36 সেকেন্ডে উৎপন্ন বৃত্তচাপটি AB চাপ হয় তাহলে AB চাপের দৈর্ঘ্য, s=60 মিটার

কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ,  $\theta=60^\circ$ 

$$=60 imesrac{\pi}{180}$$
 রেডিয়ান  $[\because 1^\circ=rac{\pi^c}{180}]$   $=rac{\pi}{3}$  রেডিয়ান

আমরা জানি,  $s = r\theta$ 

বা, 
$$60 = r \times \frac{\pi}{3}$$

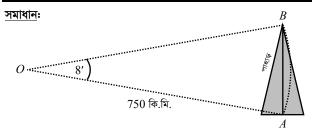
বা,  $r = \frac{60 \times 3}{\pi}$ 
 $60 \times 3$ 

$$41, r = \frac{60 \times 3}{3.1416}$$

∴ নির্ণেয় ব্যাস = 114.59 মিটার (প্রায়)

Ans: 114.59 মিটার (প্রায়)

্র স্বিত্ত বিজ্ঞানিটার দূরে একটি বিন্দুতে কোনো পাহাড় 8' কোণ উৎপন্ন করে। পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় কর।



আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্রে s চাপ  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করলে,  $s=r\theta$  এখন, উৎপন্ন কোণ  $\theta=8'=\left(\frac{8}{60}\right)^\circ=\left(\frac{8}{60}\times\frac{\pi}{180}\right)$  রেডিয়ান এবং r=750 কি.মি.

∴ পাহাড়ের উচ্চতা,  $s=r\theta$ 

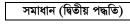
$$=750 \times \frac{8}{60} \times \frac{\pi}{180}$$
 কি.মি.  
= 1.745 কি.মি. (প্রায়)

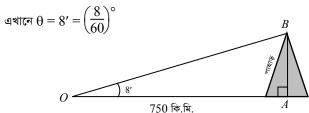
∴ নির্ণেয় উচ্চতা = 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

[1 কি.মি. = 1000 মিটার]

Ans: 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)

ৢ দৃষ্টি আকর্ষণ: পাহাড় থেকে বিন্দুটির দূরত্ব পাহাড়ের উচ্চতার
তুলনায় অনেক বেশি হওয়ায় পাহাড়ের উচ্চতাকে চাপ হিসেবে
বিবেচনা করা যায়।





ধরি, পাহাড়ের উচ্চতা = AB

এবং নির্দিষ্ট বিন্দু হতে পাহাড়ের দূরত্ব OA = 750 কি.মি.

$$\therefore \tan\theta = \frac{AB}{OA}$$

বা, 
$$AB = OA \times \tan\theta$$

ৰা, 
$$AB = 750 \times \tan\left(\frac{8}{60}\right)^{\circ}$$

∴ পাহাড়ের উচ্চতা = 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)।

Ans: 1.745 কি.মি. (প্রায়) বা 1745 মিটার (প্রায়)



# পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান



কাজ

> পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৪৯

#### $330^{\circ}, 535^{\circ}, 777^{\circ}$ ও $1045^{\circ}$ কোণসমূহ কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করে তা চিত্রসহ দেখাও।

#### সমাধানঃ

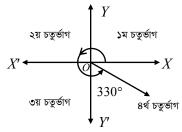
$$330^{\circ} = 3 \times 90^{\circ} + 60^{\circ}$$

$$90) 330 (3)$$

$$270$$

$$60$$

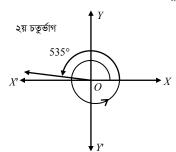
এখানে,  $330^\circ$  কোণটি ধনাত্মক এবং 3 সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু 4 সমকোণ অপেক্ষা ছোট।  $330^\circ$  কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 3 সমকোণ ঘুরার পর আরও  $60^\circ$  বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, 330° কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

$$535^{\circ} = 5 \times 90^{\circ} + 85^{\circ} \qquad \qquad \begin{vmatrix} 90 & 535 & (5) \\ 450 & \hline 85 & \end{vmatrix}$$

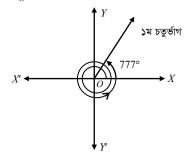
এখানে, 535° কোণটি ধনাত্মক এবং 5 সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু 6 সমকোণ অপেক্ষা ছোট। 535° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 5 সমকোণ বা একবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরো এক সমকোণের চেয়ে 85° বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, 535° কোণটি দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

$$777^{\circ}$$
=  $8 \times 90^{\circ} + 57^{\circ}$ 
 $90) 777 (8)$ 
 $720$ 
 $57$ 

777° কোণটি ধনাত্মক এবং ৪ সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু 9 সমকোণ অপেক্ষা ছোট। 777° কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে ৪ সমকোণ বা দুইবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরও 57° বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, 777° কোণটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

$$1045^{\circ} = 11 \times 90^{\circ} + 55^{\circ}$$

$$= 11 \times 90^{\circ} + 55^{\circ}$$

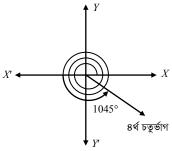
$$= 90$$

$$145$$

$$= 90$$

$$55$$

এখানে,  $1045^\circ$  কোণটি ধনাত্মক এবং 11 সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু 12 সমকোণ অপেক্ষা ছোট।  $1045^\circ$  কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 11 সমকোণ বা দুইবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি অবস্থানে আসার পর আরও তিন সমকোণের চেয়ে  $55^\circ$  বেশি ঘুরতে হয়েছে।



সুতরাং, 1045° কোণটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে।

কাজ

> পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-১৪৯

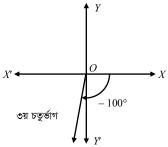
#### – $100^\circ, -365^\circ, -720^\circ$ ও $1320^\circ$ কোণসমূহ কোন চতুর্ভাগে আছে, চিত্রসহ নির্ণয় কর।

#### সমাধান:

$$-100^{\circ}$$

$$= -1 \times 90^{\circ} - 10^{\circ}$$

এখানে,  $-100^\circ$  কোণটি ঋণাত্মক এবং কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে এক সমকোণ ঘুরার পর একই দিকে আরও  $10^\circ$  ঘুরতে হয়েছে।

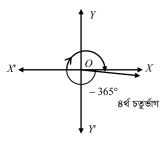


সুতরাং, –  $100^\circ$  কোণটির অবস্থান তৃতীয় চতুর্ভাগে।

$$-365^{\circ}$$

$$= -4 \times 90^{\circ} - 5^{\circ}$$

এখানে,  $-365^\circ$  কোণটি ঋণাত্মক।  $-365^\circ$  কোণ উৎপন্ন করতে কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে একবার সম্পূর্ণ (4 সমকোণ) ঘুরার পর একই দিকে আরও  $5^\circ$  ঘুরতে হয়েছে।

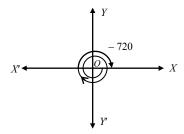


সুতরাং, – 365° কোণটির অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে।

$$-720^{\circ}$$

$$= -8 \times 90^{\circ}$$

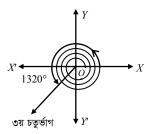
এখানে,  $-720^\circ$  কোণটি ঋণাত্মক।  $-720^\circ$  কোণটি উৎপন্ন করতে কোনো রশ্মিকে ঘড়ির কাঁটার দিকে দুইবার সম্পূর্ণ (8 সমকোণ) ঘুরার পর আর না ঘুরে অক্ষের উপরই অবস্থান করে।



সুতরাং, —  $720^\circ$  কোণটির অবস্থান প্রথম বা চতুর্থ চতুর্ভাগে যেকোনোটাতে হতে পারে।

$$\begin{array}{c|c}
1320^{\circ} & 90) \ 1320 \ (14) \\
= 14 \times 90^{\circ} + 60^{\circ} & 90 \\
\hline
 & 420 \\
\hline
 & 360 \\
\hline
 & 60
\end{array}$$

এখানে,  $1320^\circ$  কোণটি ধনাত্মক। কোণটি 14 সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু 15 সমকোণ অপেক্ষা ছোট।  $1320^\circ$  কোণটি উৎপন্ন করতে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোনো রশ্মিকে 14 সমকোণ বা তিনবার সম্পূর্ণ ঘুরে আদি বস্থানে আসার পর আরও দুই সমকোণের চেয়ে  $60^\circ$  বেশি ঘুরে তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।



সুতরাং, 1320° কোণটি তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করে।