

অনুশীলনী - ১৪.৩

প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ

- i. n বাহু দ্বারা আবদ্ধ বহুভুজের মোট কোণের পরিমাণ $= (n - 2) \times 180^\circ$
যেমন: ■ 3 বাহু দ্বারা আবদ্ধ বহুভুজের (ত্রিভুজের) মোট কোণের পরিমাণ $= (3 - 2) \times 180^\circ = 180^\circ$
■ 4 বাহু দ্বারা আবদ্ধ বহুভুজের (চতুর্ভুজের) মোট কোণের পরিমাণ $= (4 - 2) \times 180^\circ = 360^\circ$
- ii. n বাহু দ্বারা আবদ্ধ সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ $= \frac{(n - 2) \times 180^\circ}{n}$
যেমন: ■ 3 বাহু দ্বারা আবদ্ধ সুষম বহুভুজের (সমবাহু ত্রিভুজের) প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ $= \frac{(3 - 2) \times 180^\circ}{3} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
■ 4 বাহু দ্বারা আবদ্ধ সুষম বহুভুজের (বর্গক্ষেত্রের) প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ $= \frac{(4 - 2) \times 180^\circ}{4} = \frac{2 \times 180^\circ}{4} = 90^\circ$
- iii. ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা $= \frac{360^\circ}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ}} \Rightarrow \text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ} = \frac{360^\circ}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা}}$
যেমন: ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ 60° হলে, ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা $= \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$

প্রতিসাম্য রেখা, ঘূর্ণন কেন্দ্র, ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা, ঘূর্ণন কোণ নির্ণয়

1. ইংরেজি বর্ণমালা: বড় হাতের বর্ণমালা (Upper Case) এবং ছোট হাতের বর্ণমালা (Lower Case):

| বর্ণ | প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ $= \frac{360^\circ}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা}}$ | বর্ণ | প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ $= \frac{360^\circ}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা}}$ |
|------|-------------------------|--------------------------|--|------|-------------------------|--------------------------|--|
| A | 1 | 1 | 360° | a | 0 | 1 | 360° |
| B | 1 | 1 | 360° | b | 0 | 1 | 360° |
| C | 1 | 1 | 360° | c | 1 | 1 | 360° |
| D | 1 | 1 | 360° | d | 0 | 1 | 360° |
| E | 1 | 1 | 360° | e | 0 | 1 | 360° |
| F | 0 | 1 | 360° | f | 0 | 1 | 360° |
| G | 0 | 1 | 360° | g | 0 | 1 | 360° |
| H | 2 | 2 | 180° | h | 0 | 1 | 360° |
| I | 2 | 2 | 180° | i | 1 | 1 | 360° |
| J | 0 | 1 | 360° | j | 0 | 1 | 360° |
| K | 0 | 1 | 360° | k | 0 | 1 | 360° |
| L | 0 | 1 | 360° | l | 2 | 2 | 180° |
| M | 1 | 1 | 360° | m | 0 | 1 | 360° |
| N | 0 | 2 | 180° | n | 0 | 1 | 360° |
| O | 2 | 2 | 180° | o | 2 | 2 | 180° |
| P | 0 | 1 | 360° | p | 0 | 1 | 360° |
| Q | 0 | 1 | 360° | q | 0 | 1 | 360° |
| R | 0 | 1 | 360° | r | 0 | 1 | 360° |
| S | 0 | 2 | 180° | s | 0 | 2 | 180° |
| T | 1 | 1 | 360° | t | 0 | 1 | 360° |
| U | 1 | 1 | 360° | u | 0 | 1 | 360° |
| V | 1 | 1 | 360° | v | 1 | 1 | 360° |
| W | 1 | 1 | 360° | w | 1 | 1 | 360° |
| X | 2 | 2 | 180° | x | 2 | 2 | 180° |
| Y | 1 | 1 | 360° | y | 0 | 1 | 360° |
| Z | 0 | 2 | 180° | z | 0 | 2 | 180° |

2. বাংলা বর্ণমালা

- বাংলা বর্ণমালায় দুইটি বর্ণ রয়েছে যাদের প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। সেগুলো হলো: বিসর্গ (ঃ) এবং চন্দ্রবিন্দু (ঁ)। ‘ঃ’ এর দুটি এবং ‘ ঁ ’ এর একটি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে।
- ‘ঃ’ এর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 2 এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ 180° । অন্য সকল বর্ণের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 1 এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ 360° ।

3. জ্যামিতিক চিত্রসমূহ

| জ্যামিতিক চিত্র | প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার কেন্দ্র | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ = $\frac{360^\circ}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা}}$ |
|--------------------|-------------------------|--|--------------------------|---|
| সামান্তরিক | 0 | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 2 | 180° |
| রম্বস | 2 | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 2 | 180° |
| আয়ত | 2 | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 2 | 180° |
| বর্গ | 4 | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 4 | 90° |
| ট্রাপিজিয়াম | সর্বোচ্চ 1 | ভরকেন্দ্র | 1 | 360° |
| সমবাহু ত্রিভুজ | 3 | মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু / ভরকেন্দ্র | 3 | 120° |
| সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ | 1 | মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু / ভরকেন্দ্র | 1 | 360° |
| বিষমবাহু ত্রিভুজ | 0 | মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু / ভরকেন্দ্র | 1 | 360° |
| পঞ্চভুজ (অসম) | সর্বোচ্চ 1 | কোণগুলোর অন্তর্দ্বিখন্ডকের ছেদবিন্দু / ভরকেন্দ্র | 1 | 360° |
| সুষম পঞ্চভুজ | 5 | কোণগুলোর অন্তর্দ্বিখন্ডকের ছেদবিন্দু / ভরকেন্দ্র | 5 | 72° |
| সুষম ষড়ভুজ | 6 | ভরকেন্দ্র | 6 | 60° |
| বৃত্ত | অসংখ্য | বৃত্তের কেন্দ্র | অসীম | $0^\circ < \text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ} \leq 360^\circ$ |
| অর্ধবৃত্ত | 1 | অর্ধবৃত্তের কেন্দ্র | 1 | 360° |



অনুশীলনীর সমাধান



১ সমতলীয় জ্যামিতিতে-

- ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ
 - চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ হলো রম্বস
 - সুষম পঞ্চভুজের বাহুগুলো সমান হলেও কোণগুলো অসমান
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: (i) নং সঠিক। কারণ, বহুভুজ হলো কতগুলো রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র। ন্যূনতম তিনটি রেখা না হলে বহুভুজ গঠন করা যায় না। ন্যূনতম তিনটি রেখা দ্বারা আবদ্ধ চিত্র হলো ত্রিভুজ। সুতরাং ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ।

(ii) নং সঠিক নয়। কারণ, কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহু এবং চারটি কোণের সবগুলোই পরস্পর সমান হলে সেটি চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ হবে। রম্বসের চারটি বাহু সমান হলেও চারটি কোণ পরস্পর সমান নয়।

উল্লেখ্য, চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ হলো বর্গক্ষেত্র।

(iii) নং সঠিক নয়। কারণ, যে কোনো সুষম বহুভুজের বাহু ও কোণগুলো সমান। তাই সুষম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রে বাহুগুলো সমান কিন্তু কোণগুলো অসমান কথাটি সঠিক নয়।

২ বিষমবাহু ত্রিভুজের মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

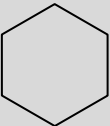
- (ক) শূন্যটি (খ) একটি (গ) তিনটি (ঘ) অসংখ্য

উত্তর: (ক)

ব্যাখ্যা: বিষম-বাহু ত্রিভুজের সুনির্দিষ্ট কোনো আকার নেই। সুনির্দিষ্ট আকার না থাকায় এর কোনো প্রতিসাম্য রেখা পাওয়া যায় না। সুতরাং বিষমবাহু ত্রিভুজের প্রতিসাম্য রেখা শূন্য।



- নিচের চিত্র হতে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও। বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি।

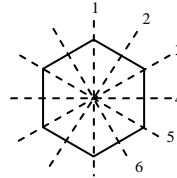


৩ বহুভুজটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

- (ক) 3টি (খ) 6টি (গ) 7টি (ঘ) অসংখ্য

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: চিত্রে বহুভুজটি একটি সুষম ষড়ভুজ নির্দেশ করে।



∴ সুষম ষড়ভুজের প্রতিসাম্য রেখা ৬ টি

৪ বহুভুজটির-

- ঘূর্ণন মাত্রা 4
 - ঘূর্ণন কোণ 60°
 - প্রতিটি কোণ সমান
- নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: ■ সুষম ষড়ভুজটির একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক ছয়টি অবস্থানে (60° , 120° , 180° , 240° , 300° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) সুষম ষড়ভুজটি দেখতে হুবহু একই রকম। তাই এর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 6 এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ 60° । তাই (ii) নং সঠিক হলেও (i) নং সঠিক নয়।

■ যে কোনো সুষম বহুভুজের সবগুলো বাহু সমান এবং সবগুলো কোণ পরস্পর সমান হয়। তাই সুষম ষড়ভুজটির প্রতিটি কোণ সমান। তাই (iii) নং সঠিক।

জেনে নাও:

(i) আমরা জানি, n বাহু দ্বারা আবদ্ধ বহুভুজের মোট কোণের পরিমাণ

$$= (n - 2) \times 180^\circ$$

∴ ষড়ভুজের মোট কোণের পরিমাণ $= (6 - 2) \times 180^\circ = 720^\circ$

∴ সুষম ষড়ভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ $= \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$

(ii) সুষম ষড়ভুজটির ঘূর্ণন কোণ $= \frac{360^\circ}{\text{প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা}} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

(iii) ঘূর্ণন মাত্রা $= \frac{360^\circ}{\text{ঘূর্ণন কোণ}} = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$

৫ নিচের কোনটির প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে?

ক) বাড়ির চিত্র

খ) মসজিদের চিত্র

গ) মন্দিরের চিত্র

ঘ) গীর্জার চিত্র

ঙ) প্যাগোডার চিত্র

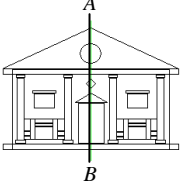

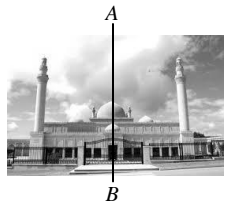

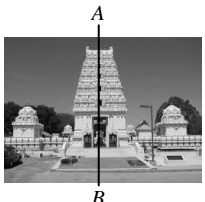





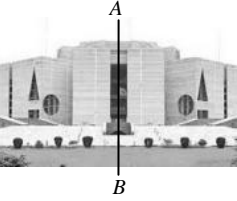

চ) পার্লামেন্ট ভবনের চিত্র

ছ) মুখোশের চিত্র


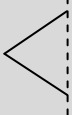
জ) তাজমহলের চিত্র

দৃষ্টি আকর্ষণ: প্রশ্নে যে সব চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা নির্ণয় করতে বলা হয়েছে সেগুলোর প্রত্যেকটিরই চিত্র বিভিন্ন রকম হতে পারে। এছাড়া 'পার্লামেন্ট' বলতে বাংলাদেশের পার্লামেন্ট এবং 'তাজমহল' বলতে ভারতের তাজমহলকে ধরে নিলেও দেখা যায়, বিভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে এদের চিত্রও বিভিন্ন রকম হতে পারে। সামনের দিক থেকে এসব স্থাপনা বা বস্তু দেখলে যেসব চিত্র দেখা যায়, উপর দিক থেকে দেখলে চিত্রগুলো একইরূপ নাও হতে পারে। কেননা প্রতিটি স্থাপনা বা বস্তুই ত্রিমাত্রিক। আর ত্রিমাত্রিক স্থাপনা/বস্তুর চিত্র বিভিন্ন কোণ থেকে বিভিন্ন রকম। তাই নির্দিষ্ট চিত্র না থাকলে সুস্পষ্টভাবে প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ করা সম্ভব নয়। তবে এসকল ক্ষেত্রে প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে কী না, এ বিষয়টি স্পষ্ট করার লক্ষ্যে কিছু নির্দিষ্ট চিত্র বিবেচনা করে তাদের প্রতিসাম্য রেখা নির্ণয় করা হলো:


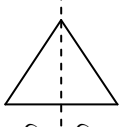
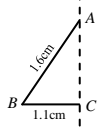
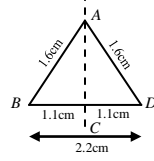
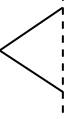
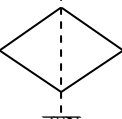
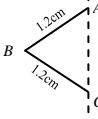
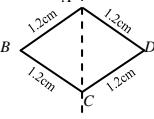

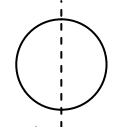
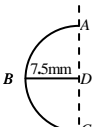
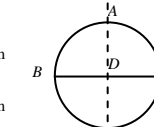
সমাধান:

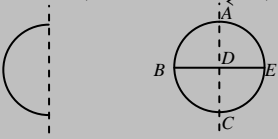
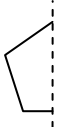
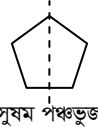
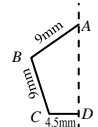
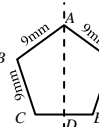

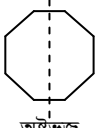
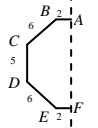
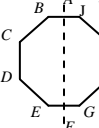
| | | |
|--------------------------------|---|--|
| (ক) বাড়ির চিত্র |  প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে |  প্রতিসাম্য রেখা নেই |
| (খ) মসজিদের চিত্র |  প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে |  প্রতিসাম্য রেখা নেই |
| (গ) মন্দিরের চিত্র |  প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে |  প্রতিসাম্য রেখা নেই |
| (ঘ) গীর্জার চিত্র |  প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে |  প্রতিসাম্য রেখা নেই |
| (ঙ) প্যাগোডার চিত্র |  প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে |  প্রতিসাম্য রেখা নেই |
| (চ) পার্লামেন্ট ভবনের চিত্র |  প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে |  প্রতিসাম্য রেখা নেই |

| | | |
|-----------------------|---|--|
| (ছ) মুখোশের চিত্র |  <p>প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে</p> |  <p>প্রতিসাম্য রেখা নেই</p> |
| (জ) তাজমহলের চিত্র |  <p>প্রতিসাম্য রেখা (AB) আছে</p> |  <p>প্রতিসাম্য রেখা নেই</p> |

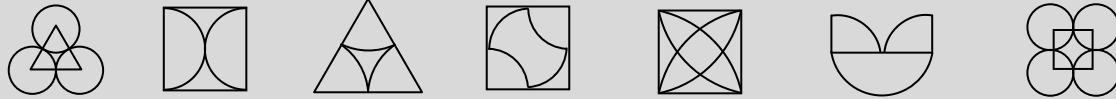
| | |
|--|---|
| ৬ প্রতিসাম্য রেখা দেওয়া আছে (ড্যাশযুক্ত রেখা), জ্যামিতিক চিত্র সম্পূর্ণ কর এবং শনাক্ত কর: | |
|  |  |

সমাধান: প্রতিসাম্য রেখার সাপেক্ষে প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রগুলো সম্পূর্ণ করে তাদের শনাক্ত করা হলো:



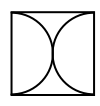
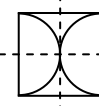

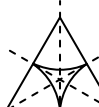
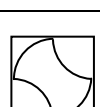

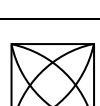
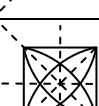
| প্রদত্ত চিত্র (প্রতিসাম্য রেখাযুক্ত) | সম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্র ও শনাক্তকরণ | শনাক্তকরণের পক্ষে যুক্তি (বোঝার সুবিধার্থে এটি দেওয়া হলো। পরীক্ষায় এগুলো লিখতে হবে না) |
|---|--|---|
|  |  <p>সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ</p> |   <p>প্রদত্ত চিত্রটি প্রতিসাম্য রেখা AC এর সাপেক্ষে সম্পূর্ণ করলে এটি $\triangle ABD$ এর রূপ লাভ করবে, যেখানে $AB = AD$ এবং $BC = CD$ হবে। এক্ষেত্রে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু ($AB = AD$) অথবা সমবাহু ($AB = AD = BD$) হতে পারে। কিন্তু প্রদত্ত চিত্রের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য মেপে দেখা যাচ্ছে, $BC = CD = 1.1\text{cm}$ $\therefore BD = BC + CD = (1.1 + 1.1)\text{cm} = 2.2\text{cm}$ কিন্তু $AB = AD = 1.6\text{cm}$ $\therefore AB = AD \neq BD$ তাই ত্রিভুজটি সমবাহু নয় বরং সমদ্বিবাহু।</p> |
|  |  <p>রম্বস</p> |   <p>প্রদত্ত চিত্রটি প্রতিসাম্য রেখার AC এর সাপেক্ষে সম্পূর্ণ করলে এটি ABCD চতুর্ভুজের রূপ লাভ করে। প্রদত্ত চিত্রের বিভিন্ন দৈর্ঘ্য পরিমাপ করে দেখা যায় $AB = BC = 1.2\text{cm}$ আবার, সম্পূর্ণ চিত্রে $AB = AD$ এবং $BC = CD$ হবে। $\therefore AB = AD = BC = CD = 1.2\text{cm}$। চারটি বাহুই সমান হওয়ায় সম্পূর্ণ চিত্রটি রম্বস অথবা বর্গক্ষেত্রের যেকোনো একটি হবে। কিন্তু $\angle ABC \neq 90^\circ$। তাই এটি বর্গক্ষেত্র নয়। অর্থাৎ সম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্রটি একটি রম্বস।</p> |
|  |  <p>উপবৃত্ত</p> |   <p>প্রদত্ত চিত্রটি প্রতিসাম্য রেখা AC এর সাপেক্ষে সম্পূর্ণ করলে এটি ABCE এর রূপ লাভ করে, যেখানে $BD = DE$ সম্পূর্ণ চিত্রটি বৃত্ত অথবা উপবৃত্ত হবে। প্রদত্ত চিত্রের বিভিন্ন দৈর্ঘ্য পরিমাপ করে দেখা যায়, $BD = 7.5\text{mm}$ $AD = DC = 6.5\text{mm}$</p> |

| | | |
|--|--|--|
| | | <p>অর্থাৎ, $AC = AD + DC = (6.5 + 6.5)\text{mm} = 13\text{mm}$ এবং $BE = BD + DE = (7.5 + 7.5)\text{mm} = 15\text{mm}$ চিত্রটি বৃত্ত হলে এর ব্যাসদ্বয় $AC = BE$ হবে। কিন্তু এক্ষেত্রে $AC = 13\text{mm}$ এবং $BE = 15\text{mm}$ অর্থাৎ $AC \neq BE$ \therefore এটি বৃত্ত নয় বরং এটি একটি উপবৃত্ত।</p> <p>☒ জেনে রাখা ভালো: উপবৃত্তের দুইটি অক্ষ থাকে যারা পরস্পর অসমান। এই অক্ষদ্বয় পরস্পর সমান হলে এটি বৃত্তের রূপ লাভ করে। এসম্পর্কে উচ্চতর শ্রেণিতে জানতে পারবে।</p> <p>☒ দৃষ্টি আকর্ষণ: যেহেতু এই পাঠ্যবইতে উপবৃত্তের ধারণা দেওয়া হয়নি, তাই বলা যায় পাঠ্যবইতে প্রদত্ত চিত্রে Printing mistake বশত হয়তো AD এবং BD কে সমান দৈর্ঘ্যের দেখানো হয়নি। AD ও BD সমান দৈর্ঘ্যের হলে চিত্রটি একটি বৃত্ত হতো। সেক্ষেত্রে প্রদত্ত চিত্রটি নিম্নরূপ হতো:</p>  <p>এক্ষেত্রে $AD = DC = BD = 6.5\text{ mm}$ হবে।</p> |
|  |  সুষম পঞ্চভুজ |   <p>$AB = BC = CE = EF = AF = 9\text{mm}$ সম্পূর্ণ চিত্রে প্রাপ্ত পাঁচটি বাহুর সমন্বয়ে $ABCEF$ পঞ্চভুজ গঠিত হয়েছে এবং পঞ্চভুজটির পাঁচটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হওয়ায় এটি সুষম পঞ্চভুজ।</p> |
|  |  অষ্টভুজ (সুষম নয়) |   <p>$AB = EF = 2\text{mm}$; $BC = DF = 6\text{mm}$; $CB = 5\text{mm}$ চিত্র সম্পূর্ণ করে প্রাপ্ত আটটি বাহুর সমন্বয়ে অষ্টভুজ গঠিত হয়েছে। কিন্তু অষ্টভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান না হওয়ায় এটি সুষম অষ্টভুজ নয়।</p> |
| ☒ দ্রষ্টব্য: প্রশ্নে প্রতिसাম্য রেখাকে “ড্যাশযুক্ত রেখা” দ্বারা চিহ্নিত করণের কথা বলা হয়েছে। কিন্তু চিত্রগুলোতে প্রকৃতপক্ষে প্রতিসাম্য রেখাটি “সরল রেখা” দ্বারাই চিহ্নিত করা হয়েছে। | | |

৭ নিচের জ্যামিতিক চিত্রে প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ কর:

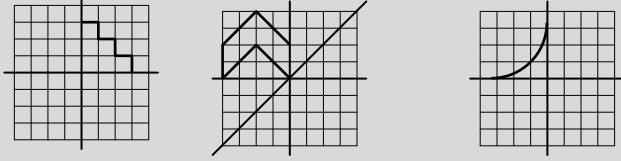


সমাধান: প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রসমূহের প্রতিসাম্যরেখা (ড্যাশযুক্ত রেখা) নির্দেশ করা হলো:

| প্রদত্ত চিত্র | প্রতিসাম্য রেখাযুক্ত চিত্র | প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা |
|---|---|-------------------------|
|  |  | 3 |
|  |  | 2 |
|  |  | 3 |
|  |  | 2 |
|  |  | 4 |

| প্রদত্ত চিত্র | প্রতিসাম্য রেখাযুক্ত চিত্র | প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা |
|---------------|----------------------------|-------------------------|
| | | 1 |
| | | 4 |

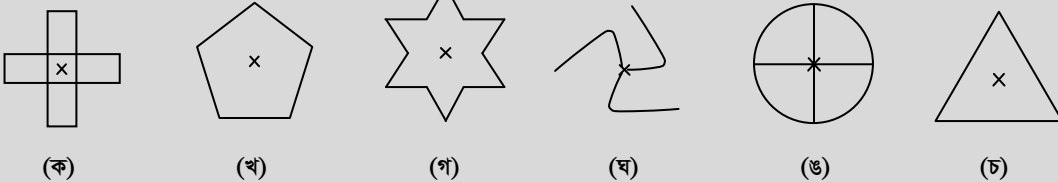
৮ নিচের অসম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্র সম্পূর্ণ কর যেন আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম হয়:



সমাধান: নিম্নে অসম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্রগুলোকে এমনভাবে সম্পূর্ণ করা হলো যেন আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম চিত্রগুলো প্রতিসম হয়:

| প্রদত্ত চিত্র | আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম চিত্র | |
|---------------|---|---|
| | | |
| | (i) উল্লম্ব আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম | (ii) অনুভূমিক আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম |
| | | |
| | (i) উল্লম্ব আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম | (ii) অনুভূমিক আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম |
| | | |
| | (i) উল্লম্ব আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম | (ii) অনুভূমিক আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম |

৯ চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর:

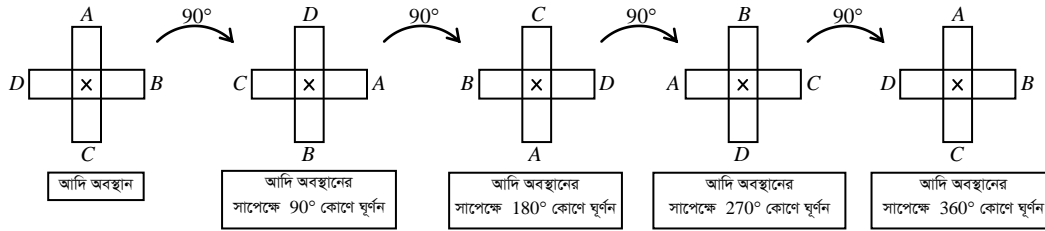


এই প্রশ্নটি সমাধান করার সময়ে নিচের দুটি বিষয় লক্ষ রাখা প্রয়োজন।

- প্রদত্ত প্রায় সব চিত্রের মাঝে 'x' চিহ্ন দ্বারা প্রকৃতপক্ষে ঘূর্ণন কেন্দ্রকে চিহ্নিত করা হয়েছে। চিত্রটি বিভিন্ন কোণে ঘুরলেও ঘূর্ণন কেন্দ্র নির্দেশক 'x' চিহ্নটি স্থির থাকবে। একে স্থির রেখে ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় করতে হবে। নতুবা ভুল উত্তর আসতে পারে।
- ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘূর্ণনকে ধনাত্মক দিক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘূর্ণনকে ঋণাত্মক দিক হিসেবে ধরা হয়। ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয়ে যেকোনো একটি দিক বিবেচনা করে উত্তর দিলেই তা গ্রহণযোগ্য হবে। ১ নং প্রশ্নের 'ক' এবং 'খ' তে দুটি দিকের উভয়টিই (ঘড়ির কাঁটার ঘূর্ণনের দিক এবং ঘড়ির কাঁটার ঘূর্ণনের বিপরীত দিক) বিবেচনা করে বিকল্প পদ্ধতিতে উত্তরদানের মাধ্যমে বিষয়টি বোঝানো হয়েছে। বাকী সব প্রশ্নের উত্তরে শুধুমাত্র একটি দিক (ঘড়ির কাঁটার ঘূর্ণনের দিক) বিবেচনা করা হয়েছে।

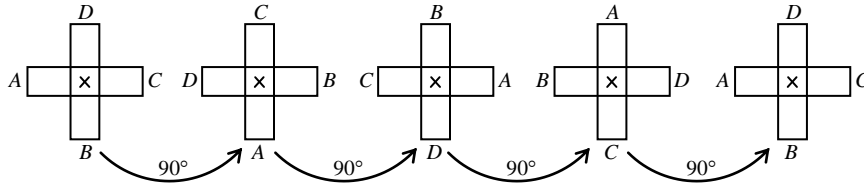
সমাধান:

ক



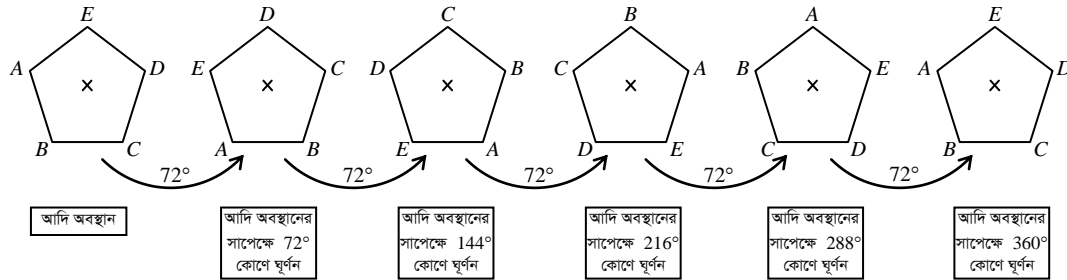
ঘড়ির কাঁটার দিকে একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে, ঠিক চারটি অবস্থানে (90° , 180° , 270° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 4।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)



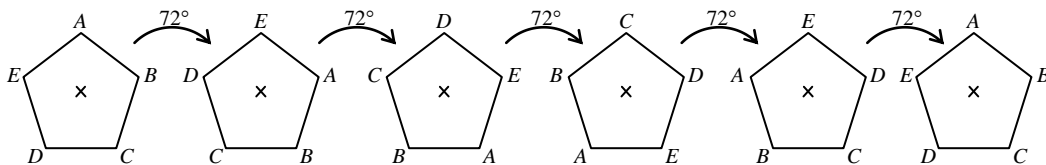
ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে, ঠিক চারটি অবস্থানে (90° , 180° , 270° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 4।

খ



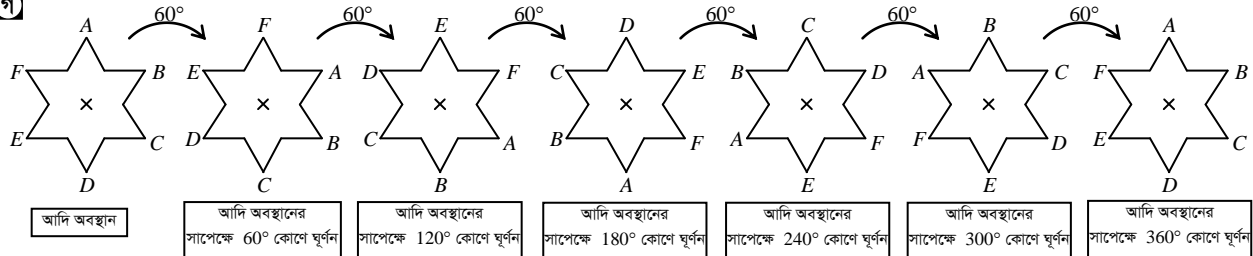
ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে, ঠিক পাঁচটি অবস্থানে (72° , 144° , 216° , 288° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 5।

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)



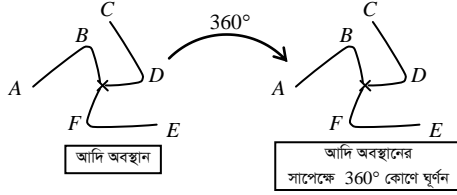
ঘড়ির কাঁটার দিকে একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে, ঠিক পাঁচটি অবস্থানে (72° , 144° , 216° , 288° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 5।

গ



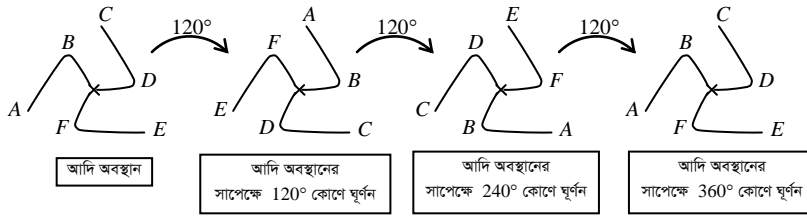
ঘড়ির কাঁটার দিকে একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে, ঠিক ছয়টি অবস্থানে (60° , 120° , 180° , 240° , 300° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 6।

ঘ

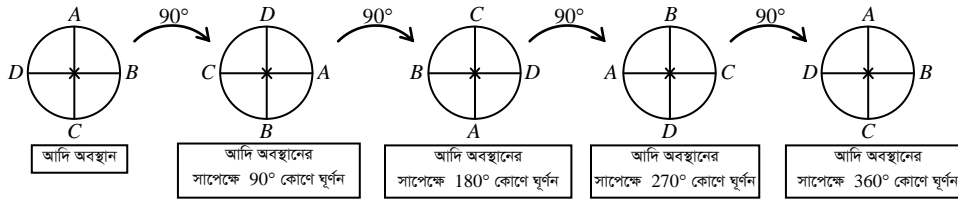


প্রদত্ত চিত্রটিকে A, B, C, D, E, F দ্বারা চিহ্নিত করলে দেখা যায়, $A, F; E, D; C, B$ বিন্দু যুগলত্রয়ের প্রত্যেকের মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব যথাক্রমে $AF = 8.5\text{mm}; ED = 6\text{mm}$ এবং $CB = 4\text{mm}$ । অর্থাৎ $AF \neq ED \neq CB$ । তাই একটি পূর্ণ ঘূর্ণনে শুধুমাত্র একটি অবস্থানেই (360° কোণে) চিত্রটি দেখতে হুবহু আদি অবস্থানের মতো হবে। অন্যান্য অবস্থানে ($120^\circ, 240^\circ$ কোণে) চিত্রটি দেখতে হুবহু আদি অবস্থানের মতো হবে না। অর্থাৎ এক্ষেত্রে ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 1 হবে।

লক্ষণীয়: চিত্রটির প্রতিসমতা নির্ণয়ে এক্ষেত্রে $AF \neq ED \neq CB$ । এ চিত্রটিতেই যদি হতো সেক্ষেত্রে একটি পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক তিনটি অবস্থানে ($120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$ কোণে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম হতো। অর্থাৎ সেক্ষেত্রে ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 3 হতো।

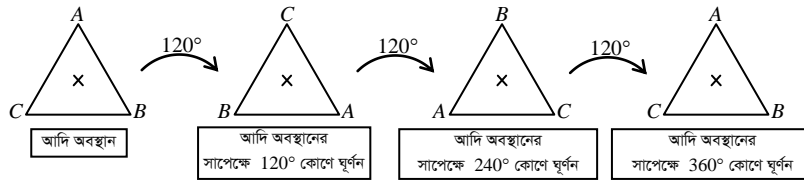
এক্ষেত্রে $AF = ED = CB$

ঙ



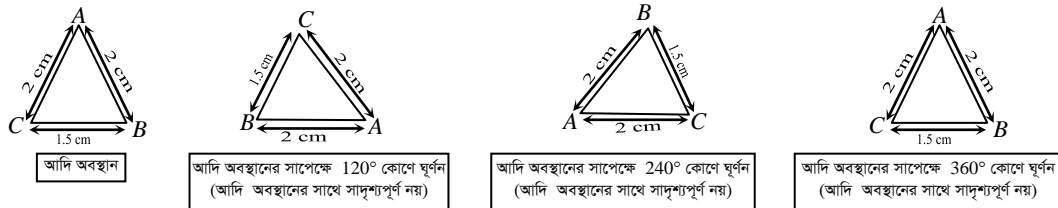
একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক চারটি অবস্থানে ($90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিহ্নটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 4।

চ



চিত্রটি একটি সমবাহু ত্রিভুজের। একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক তিনটি অবস্থানে ($120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$ কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিহ্নটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 3।

লক্ষণীয়: এসব ক্ষেত্রে প্রথমেই বাহুর দৈর্ঘ্য মাপে ত্রিভুজটি কোন প্রকারের তা নির্ণয় করে নিতে হবে। অতঃপর প্রতিসমতার মাত্রা নির্ণয় করতে হবে। প্রদত্ত সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিসমতার মাত্রা 3। কিন্তু নিচের চিত্রটি লক্ষ কর:



$AB = AC = 2\text{ cm}$ কিন্তু $BC = 1.5\text{ cm}$ অর্থাৎ এটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। আর সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রতিসমতার মাত্রা 1, কেননা একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে কেবলমাত্র একটি অবস্থানেই (360° কোণে ঘূর্ণনে) চিত্রটি হুবহু একই হয়। 120° বা 240° ঘূর্ণনের ফলে প্রাপ্ত চিত্রটি আদি অবস্থানের সাথে সাদৃশ্যপূর্ণ হয় না; যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

❖ **দৃষ্টি আকর্ষণ:** ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা নির্ণয়: প্রদত্ত চিত্র থেকে ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা নির্ণয়ে চিত্রটিকে বিভিন্ন কোণে এরূপভাবে ঘুরিয়ে দেখতে হয় যে, এটি আদি অবস্থানের সাথে হুবহু একই রকম হয় কিনা। একই রকম হলে ধরে নেওয়া হয়, চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা রয়েছে অন্যথায় নয়। কিন্তু এক্ষেত্রে প্রশ্ন হতে পারে, প্রদত্ত চিত্রটি দেখেই কীভাবে বুঝা যাবে যে, এটিকে কত কোণে ঘুরালে ঘূর্ণন প্রতিসমতা পাওয়া যাবে। প্রদত্ত চিত্র দেখেই প্রতিসমতা নির্ণয়ের জন্য কিছু বিষয় খেয়াল রাখলেই অনেক সুবিধা হয়। যথা:

প্রদত্ত চিত্রটিকে ঘূর্ণন বিন্দুর সাপেক্ষে কতগুলো সমজাতীয় অংশে বিভক্ত করা যায় প্রথমেই সেটি খেয়াল রাখতে হবে।

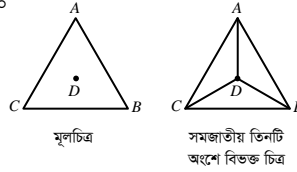
অতঃপর যতটি সমজাতীয় অংশে চিত্রটি বিভক্ত করা যায় সেই সংখ্যা দ্বারা 360° ভাগ করে উদ্দিষ্ট ঘূর্ণন কোণটি নির্ণয় করা যায়।

অর্থাৎ ঘূর্ণন কোণ = $\frac{360^\circ}{n}$; যেখানে n হলো চিত্রকে যতগুলো সমজাতীয় অংশে বিভক্ত করা যায় তার সংখ্যা।

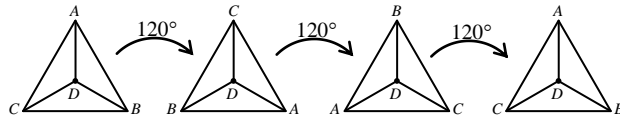
অতঃপর এই ঘূর্ণন কোণে চিত্রটিকে একবার ঘুরিয়ে প্রাপ্ত চিত্র যদি আদি অবস্থানের চিত্রের মতো হুবহু একই হয় তবে চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 1 ধরা হয়। এভাবে ঐ নির্দিষ্ট কোণে ঘুরিয়ে ঘুরিয়ে একবার পূর্ণ আবর্তন সম্পূর্ণ করা হয়। একবার পূর্ণ আবর্তনে, চিত্রটি যতবার আদি অবস্থানের চিত্রের মতো একই রকম হয়, সেই সংখ্যাকে চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা বলে। যেমন:

প্রদত্ত $\triangle ABC$ কে ঘূর্ণন বিন্দু D এর সাপেক্ষে তিনটি সমজাতীয় ($\triangle ADC$, $\triangle CDB$, $\triangle ADB$) অংশে বিভক্ত করা যায়।

অতএব উদ্দিষ্ট ঘূর্ণন কোণ = $\frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$



এখন 120° কোণে চিত্রটিকে ঘুরিয়ে একবার পূর্ণ আবর্তন সম্পূর্ণ করা হলো।



চিত্রটি 120° কোণে তিনবার ঘুরে একবার আবর্তন সম্পূর্ণ করে। অর্থাৎ মূল চিত্রের মতো হুবহু একই রকম হয়। এ পদ্ধতি অবলম্বন যেকোনো চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা নির্ণয় অধিকতর সহজ হয়।

১০ ইংরেজি বর্ণমালার যে সকল বর্ণের:

ক) অনুভূমিক আয়না

খ) উল্লম্ব আয়না

গ) অনুভূমিক ও উল্লম্ব উভয় আয়না

সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে সেগুলো আঁক।

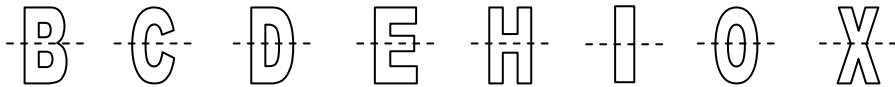
সমাধান: ইংরেজি বর্ণমালার বর্ণসমূহ মূলত দুই ধরনের।

i. Capital letters/Upper case (বড় হাতের বর্ণমালা)

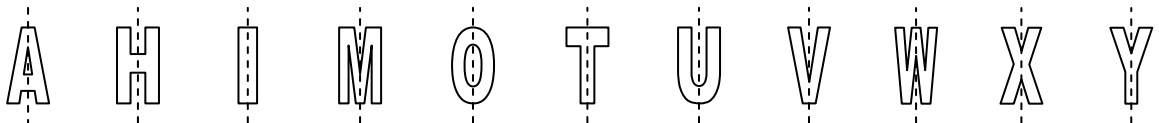
ii. Small letters/Lower case (ছোট হাতের বর্ণমালা)

i. বড় হাতের বর্ণমালা:

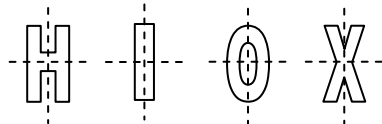
(ক) ইংরেজি বর্ণমালার ৪ (আট) টি বর্ণের অনুভূমিক আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে। এগুলো প্রতীকসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:



(খ) ইংরেজি বর্ণমালার 11টি বর্ণের উল্লম্ব আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে। এগুলো প্রতীকসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:

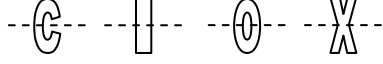


(গ) ইংরেজি বর্ণমালার 4টি বর্ণের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উভয় আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে। এগুলো প্রতীকসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:

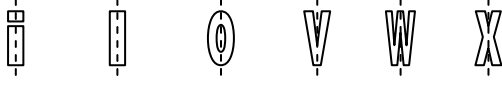


(২) ছোট হাতের বর্ণমালা:

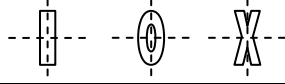
(ক) ইংরেজি বর্ণমালার ৪টি বর্ণের অনুভূমিক আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে। এগুলো প্রতিসাম্য রেখাসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:



(খ) ইংরেজি বর্ণমালার ৬টি বর্ণের উল্লম্ব আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে। এগুলো প্রতিসাম্য রেখাসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:



(গ) ইংরেজি বর্ণমালার ৩টি বর্ণের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উভয় আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে। এগুলো প্রতিসাম্য রেখাসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:



❖ **বিঃদ্র:** আপাতদৃষ্টিতে 'K' এবং 'k' কে প্রতিসম বর্ণ মনে হলেও সূক্ষ্মভাবে খেয়াল করলে দেখা যায় যে বর্ণটি প্রতিসম নয়।

☒ **জেনে রাখা ভালো:**

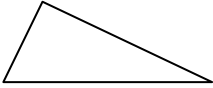
১। ইংরেজি বর্ণমালার বর্ণগুলোকে বিভিন্নভাবে (বিভিন্ন 'font'-এ) লিখা যায়। তাই এক্ষেত্রে সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য আন্তর্জাতিক সংস্থা ISO (International Organization of Standardization) কর্তৃক স্বীকৃত 'ISO Basic Latin Alphabet' এর ইংরেজি বর্ণমালাকে প্রতিসাম্যতার ভিত্তিতে প্রতিসম রেখা দিয়ে দেখানো হয়েছে।

Reference: i. Essential Mathematics 6 – DK Bhattacharyya
ii. en.wikipedia.org/wiki/ISO_basic_latin-alphabet
iii. en.wikipedia.org/wiki/English_alphabet

২। বাংলা বর্ণমালায় দুইটি বর্ণ রয়েছে যার প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। সেগুলো হলো: বিসর্গ (ঃ) এবং চন্দ্রবিন্দু (ঃ)। 'ঃ' এর দুটি এবং 'ঃ' এর একটি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে।

১১ প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান: প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র নিম্নে অঙ্কন করা হলো:



বিষমবাহু ত্রিভুজ



সামান্তরিক



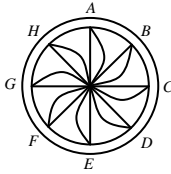
ইংরেজি বর্ণ

১২ একটি লেবু আড়াআড়ি কেটে চিত্রের ন্যায় আকার পাওয়া গেল।

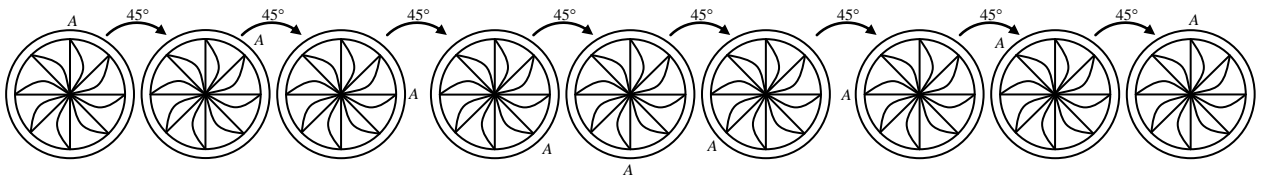
সমতলীয় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর।



সমাধান: লেবুটি আড়াআড়ি কেটে প্রদত্ত চিত্রের ন্যায় আকার পাওয়া যায়। যার সমতলীয় চিত্রটি (কাটা তলের চিত্র) নিম্নরূপ:



সমতলীয় চিত্রটি হতে দেখা যায় লেবুটি ৪ (আট) টি সমজাতীয় অংশে বিভক্ত হয়েছে। যাদেরকে A, B, C, D, E, F, G, H দ্বারা চিহ্নিত করা হলো। ঘূর্ণন বিন্দু 'O' এর সাপেক্ষে সমতলীয় চিত্রটির একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে, ঠিক আটটি অবস্থানে (45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°, 360° কোণে) চিত্রটি ছব্ব একই রকম হয়। তাই সমতলীয় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ৪ (আট)। নিম্নের চিত্রে তা দেখানো হলো:



❖ **লক্ষণীয়:** এসকল গাণিতিক সমস্যায়, 'প্রতি ক্ষেত্রে ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ' বের করতে বলা হতে পারে। সেক্ষেত্রে-

$$\text{প্রতিক্ষেত্রে ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ} = \frac{\text{একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে কোণের পরিমাণ}}{\text{সমজাতীয় অংশের সংখ্যা}} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

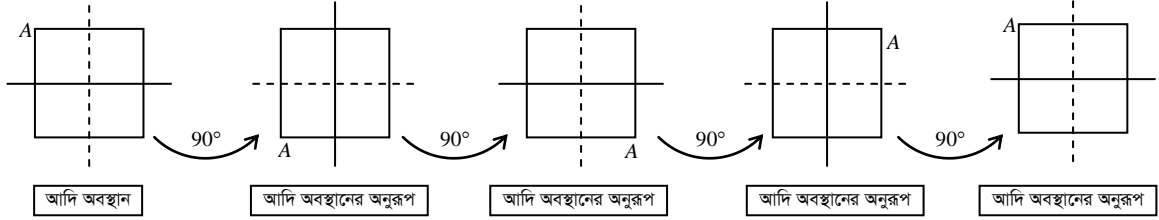
অর্থাৎ প্রত্যেক 45° কোণ ঘুরার পর চিত্রটি ছব্ব একই রকম হবে।

১৩ শূন্যস্থান পূরণ কর:

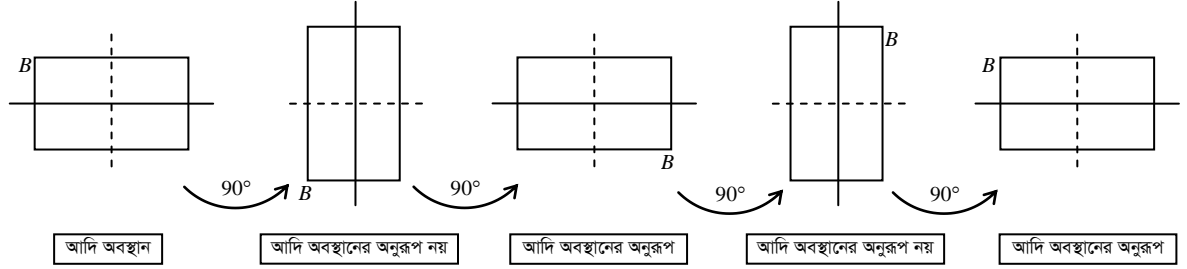
সমাধান:

| চিত্র | ঘূর্ণন কেন্দ্র | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ |
|----------------|--|--------------------------|-----------------------|
| বর্গ | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 4 | 90° |
| আয়ত | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 2 | 180° |
| রম্বস | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 2 | 180° |
| সমবাহু ত্রিভুজ | মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু / ভরকেন্দ্র | 3 | 120° |
| অর্ধবৃত্ত | অর্ধবৃত্তের কেন্দ্র | 1 | 360° |
| সুষম পঞ্চভুজ | কোণগুলোর অন্তর্বিখন্ডকের ছেদবিন্দু / ভরকেন্দ্র | 5 | 72° |

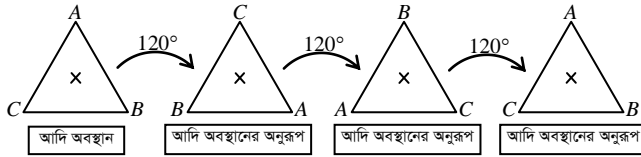
লক্ষণীয়: প্রদত্ত চিত্রগুলোর ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ভালোভাবে বোঝাতে নিম্নোক্ত চিত্রগুলো তুলে ধরা হলো:



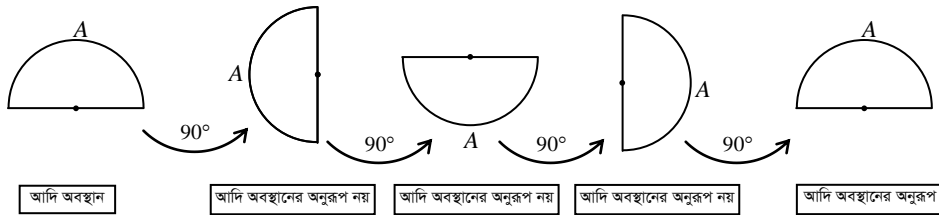
চিত্র: বর্গের ঘূর্ণন



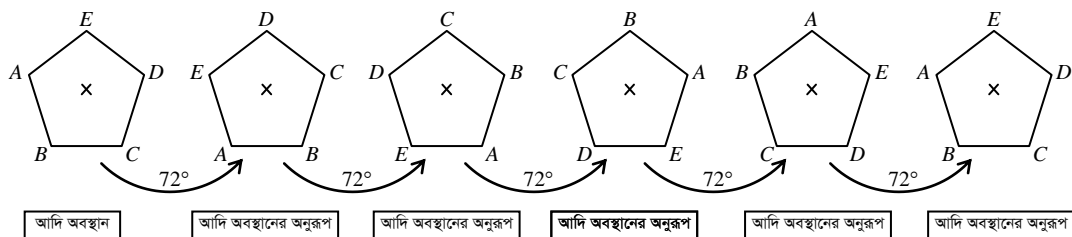
চিত্র: আয়তের ঘূর্ণন



চিত্র: সমবাহু ত্রিভুজের ঘূর্ণন



চিত্র: অর্ধবৃত্তের ঘূর্ণন



চিত্র: সুষম পঞ্চভুজের ঘূর্ণন

১৪ যে সকল চতুর্ভুজের রেখা প্রতিসমতা ও ১ এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে, এদের তালিকা কর।

সমাধান: যেসকল চতুর্ভুজের রেখা প্রতিসমতা ও ১ এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে, এদের তালিকা করা হলো:

| চিত্র | রেখা প্রতিসমতা (প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা) | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা |
|-------|--|--------------------------|
| বর্গ | আছে (৪) | ৪ |
| আয়ত | আছে (২) | ২ |
| রম্বস | আছে (২) | ২ |

✗ জেনে রাখা ভাল:

- সামান্তরিকের রেখা প্রতিসমতা নেই কিন্তু ঘূর্ণন প্রতিসমতা মাত্রা ২।
- ট্রাপিজিয়ামের প্রতিসাম্য রেখা সর্বোচ্চ একটি হতে পারে এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ১।

১৫ ১ এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এরূপ চিত্রের ঘূর্ণন কোণ 18° হতে পারে কি? তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।

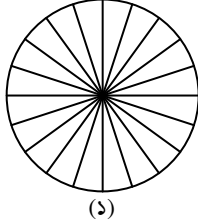
সমাধান: হ্যাঁ। ১ এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এরূপ চিত্রের ঘূর্ণন কোণ 18° হতে পারে। আমরা জানি, একবার ঘূর্ণন বিন্দু সাপেক্ষে একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে যতগুলো অবস্থানে বা কোণে একটি চিত্র দেখতে ছবছ একই রকম হয়, সেই মোট অবস্থান সংখ্যাকে চিত্রটির ‘ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা’ বলে। আর ঘূর্ণনের সময় যে পরিমাণ কোণে ঘুরে চিত্রটি দেখতে ছবছ একই রকম হয় তাকে ঘূর্ণন কোণ বলে।

যেহেতু একটি চিত্রের পূর্ণ ঘূর্ণনে মোট কোণের পরিমাণ 360° ; তাই ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা = $\frac{360^\circ}{\text{ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ বা ঘূর্ণন কোণ}}$

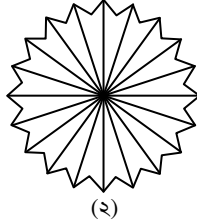
এক্ষেত্রে দেওয়া আছে, ঘূর্ণন কোণ = 18° । \therefore ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা = $\frac{360^\circ}{18^\circ} = 20$

অর্থাৎ যে কোনো চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ২০ হলে তার ঘূর্ণন কোণ 18° হতে পারে।

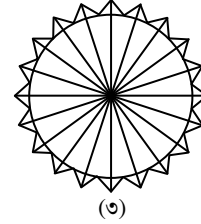
এরূপ অনেক ধরনের চিত্র হতে পারে। যেমন:



(১)



(২)



(৩)



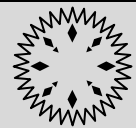
পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৭৯

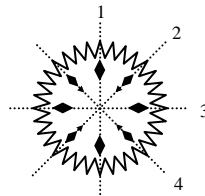
ক) সুমি কাগজ কেটে পাশের চিত্রের ডিজাইন তৈরি করেছে। চিত্রে প্রতিসম রেখাসমূহ চিহ্নিত কর। এর কয়টি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে?

খ) ইংরেজি বর্ণমালার যে সকল বর্ণের প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে সেগুলো লিখে প্রতিসাম্য রেখা চিহ্নিত কর।



সমাধান:

ক) চিত্রে প্রতিসম রেখা সমূহ চিহ্নিত করা হলো:

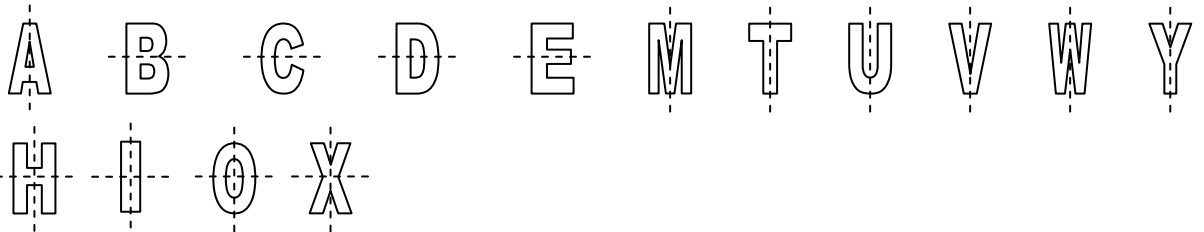


চিত্রে মোট চারটি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে

খ) ইংরেজি বর্ণমালার বর্ণসমূহ মূলত দুই ধরনের।

- Capital Letters/Upper Case (বড় হাতের বর্ণ)
- Small Letters/Lower Case (ছোট হাতের বর্ণ)

i. **Capital Letters/Upper Case (বড় হাতের বর্ণমালা):** বড় হাতের বর্ণমালার মধ্যে ১১টি বর্ণের একটি করে প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। আর ৪টি বর্ণের দুটি করে প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। নিম্নে বর্ণগুলোর প্রতিসাম্য রেখা চিহ্নিত করা হলো।



- ii. **Small Letters/ Lower Case** (ছোট হাতের বর্ণমালা): ছোট হাতের বর্ণমালার মধ্যে ৪টি বর্ণের একটি করে প্রতिसাম্য রেখা রয়েছে। আর ৩টি বর্ণের দুটি করে প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। নিম্নে বর্ণগুলোর প্রতিসাম্য রেখা চিহ্নিত করা হলো।

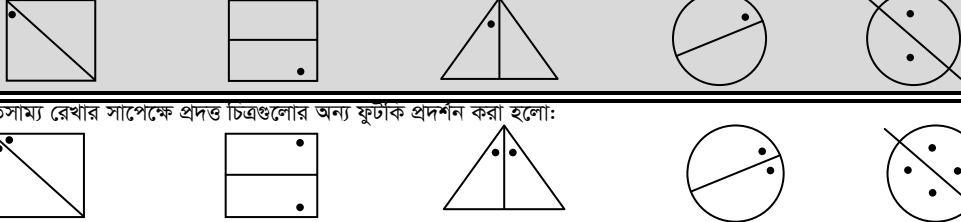


বিদ্র: আপাতদৃষ্টিতে 'K' এবং 'k' কে প্রতিসম বর্ণ মনে হলেও সূক্ষ্মভাবে খেয়াল করলে দেখা যায় যে বর্ণটি প্রতিসম নয়।

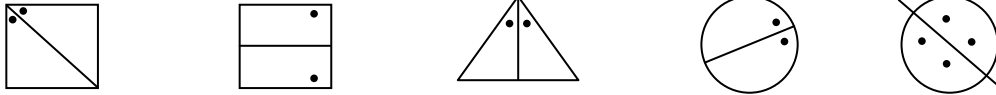
কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৮০

ক প্রতিসাম্য রেখা দেওয়া আছে, অন্য ফোটা প্রদর্শন কর:



সমাধান: প্রতিসাম্য রেখার সাপেক্ষে প্রদত্ত চিত্রগুলোর অন্য ফুটকি প্রদর্শন করা হলো:



দ্রষ্টব্য: ফুটকি অর্থ এক্ষেত্রে 'বিন্দু'।

খ নিচের জ্যামিতিক চিত্রের প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা নির্ণয় কর:

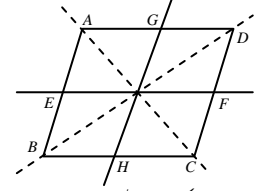
- (১) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (২) বিষমবাহু ত্রিভুজ (৩) বর্গক্ষেত্র (৪) রম্বস (৫) সুষম ষড়ভুজ (৬) পঞ্চভুজ (৭) বৃত্ত

সমাধান:

| প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রের নাম | প্রতিসাম্য রেখাসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) জ্যামিতিক চিত্র | প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা |
|-------------------------------|---|------------------------------|
| (১) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ | | 1 |
| (২) বিষমবাহু ত্রিভুজ | | 0 |
| (৩) বর্গক্ষেত্র | | 4 |
| (৪) রম্বস | | 2 |
| (৫) সুষম ষড়ভুজ | | 6 |
| (৬) পঞ্চভুজ | <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> ক. সুষম পঞ্চভুজ </div> <div style="text-align: center;"> খ. পঞ্চভুজ ($AB = AE$ এবং $BC = ED$) </div> <div style="text-align: center;"> গ. পঞ্চভুজ (চারবাহু সমান অপরটি অসমান) </div> <div style="text-align: center;"> ঘ. পঞ্চভুজ (পাঁচটি বাহুই অসমান) </div> </div> <p>মন্তব্য: পঞ্চভুজ সুষম না হলে সর্বোচ্চ একটি প্রতিসাম্য রেখা পাওয়া যায়।</p> | ক. 5 খ. 1 গ. 1 ঘ. 0 |
| (৭) বৃত্ত | | অসংখ্য |

✗ জেনে রাখা ভালো:

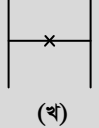
- i. আপাতদৃষ্টিতে রম্বসের প্রতিসাম্য রেখা ৪টি বলে মনে হয় কিন্তু প্রকৃতপক্ষে এর প্রতিসাম্য রেখা ২টি। নিম্নোক্ত চিত্রটি লক্ষ করলে বিষয়টি স্পষ্ট হবে।
রম্বসের প্রতিসাম্য রেখাদ্বয় হলো কর্ণ AC এবং BD । EF এবং GH রেখাদ্বয়কে রম্বসটির প্রতিসাম্য রেখা বলে মনে হলেও প্রকৃতপক্ষে এরা প্রতিসাম্য রেখা নয়।
গাণিতিক ভাবে বলা যায় AC এবং BD এর প্রত্যেকের দুই পার্শ্বের কোণদ্বয় $\angle BAC = \angle CAD$ এবং $\angle ABD = \angle CBD$ হওয়ায় AC এবং BD রম্বসটি প্রতিসাম্য রেখা।
কিন্তু EF রেখার দুই পার্শ্বের কোণদ্বয় $\angle AEF \neq \angle BEF$ হওয়ায় EF প্রতিসাম্য রেখা নয়। অনুরূপভাবে, GH রেখার দুই পার্শ্বের কোণদ্বয় $\angle AGH \neq \angle DGH$ হওয়ায় GH প্রতিসাম্য রেখা নয়।
- ii. সামান্তরিকের ক্ষেত্রে কোনো প্রতিসাম্য রেখা নেই। কেননা এর কর্ণদ্বয়ের কোনোটিরই দুই পার্শ্বের কোণগুলো সমান নয়।
- iii. ট্রাপিজিয়ামের সর্বোচ্চ একটি প্রতিসাম্য রেখা থাকতে পারে।



কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৮১

- ক) তোমার চারপাশের পরিবেশ থেকে ৫ টি সমতলীয় বস্তুর উদাহরণ দাও যাদের ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে।
খ) নিচের চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর।



সমাধান:

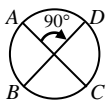
- ক) ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এমন ৫টি সমতলীয় বস্তু যা চারপাশের পরিবেশে রয়েছে সেগুলো হলো:

| ঘূর্ণন প্রতিসম বস্তুর নাম | চিত্র (বোঝার সুবিধার্থে) |
|---|--------------------------|
| ক) আয়তাকার টেবলের উপরের সমতল | |
| খ) বৃত্তাকার টেবলের উপরের সমতল | |
| গ) আয়তাকার বাক্সের উপরের সমতল | |
| ঘ) আয়তাকার সাদা পৃষ্ঠা | |
| ঙ) সিডির (CD = Compact Disc) উপরের সমতল | |

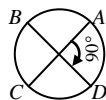
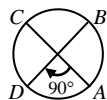
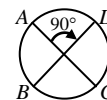
- খ) এই প্রশ্নটি সমাধান করার সময়ে নিচের দুটি বিষয় লক্ষ রাখা প্রয়োজন।

- i. প্রদত্ত প্রায় সব চিত্রের মাঝে 'x' চিহ্ন দ্বারা প্রকৃতপক্ষে ঘূর্ণন কেন্দ্রকে চিহ্নিত করা হয়েছে। চিত্রটি বিভিন্ন কোণে ঘুরলেও ঘূর্ণন কেন্দ্র নির্দেশক 'x' চিহ্নটি স্থির থাকবে। একে স্থির রেখে ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় করতে হবে। নতুবা ভুল উত্তর আসতে পারে।
- ii. ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘূর্ণনকে ধনাত্মক দিক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘূর্ণনকে ঋণাত্মক দিক হিসেবে ধরা হয়। ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয়ে যেকোনো একটি দিক বিবেচনা করে উত্তর দিলেই তা গ্রহণযোগ্য হবে।

ক



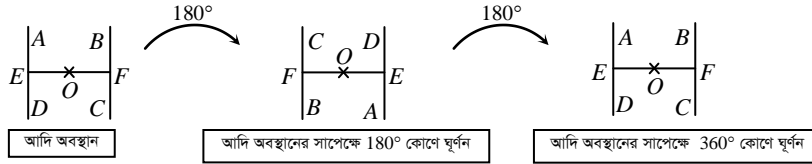
আদি অবস্থান

আদি অবস্থানের
সাপেক্ষে 90° কোণে ঘূর্ণনআদি অবস্থানের
সাপেক্ষে 180° কোণে ঘূর্ণনআদি অবস্থানের
সাপেক্ষে 270° কোণে ঘূর্ণনআদি অবস্থানের
সাপেক্ষে 360° কোণে ঘূর্ণন

একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক চারটি অবস্থানে (90°, 180°, 270°, 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 4।

- ❗ লক্ষণীয়: (i) বোঝানোর সুবিধার্থে চিত্রটিতে A, B, C, D বর্ণ ব্যবহার করা হয়েছে। এছাড়া 90° কোণে ঘূর্ণন বুঝাতে 90° উল্লেখ করা হয়েছে এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘূর্ণন বুঝাতে '↻' এই চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়েছে।
(ii) ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘূর্ণনকে ধনাত্মক দিক এবং ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘূর্ণনকে ঋণাত্মক দিক হিসেবে ধরা হয়।

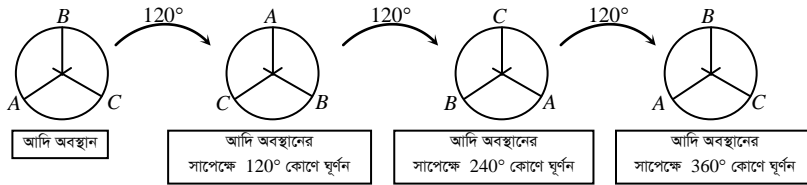
খ



একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক দুইটি অবস্থানে (180° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ২।

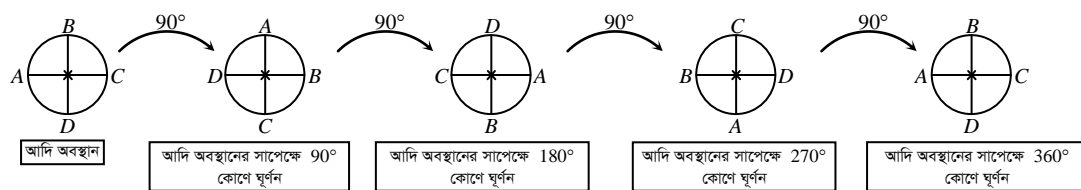
লক্ষণীয়: এক্ষেত্রে $EO \neq OF$ হলে চিত্রটির প্রতিসাম্যের মাত্রা ১ হতো।

গ



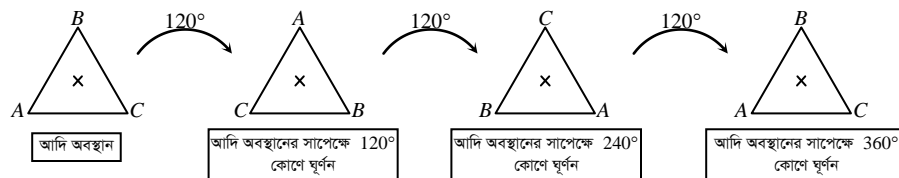
একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক তিনটি অবস্থানে (360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ৩।

ঘ



একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক চারটি অবস্থানে (90° , 180° , 270° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ৪।

ঙ



চিত্রটি একটি সমবাহু ত্রিভুজের। একবার পূর্ণ ঘূর্ণনে ঠিক তিনটি অবস্থানে (120° , 240° , 360° কোণে ঘূর্ণনের ফলে) চিত্রটি দেখতে হুবহু একই রকম। অন্য কোনো অবস্থানের জন্য চিত্রটি হুবহু একই রকম হয় না। তাই বলা যায় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা ৩।

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৮২

ইংরেজি বর্ণমালার কয়েকটি বর্ণের রেখা প্রতিসমতা ও ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ধারণ কর এবং নিচের সারণিটি পূরণ কর: (একটি করে দেখানো হলো)

সমাধান:

| বর্ণ | রেখা প্রতিসমতা | প্রতিসাম্য রেখার সংখ্যা | ঘূর্ণন প্রতিসমতা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা |
|------|----------------|-------------------------|------------------|--------------------------|
| Z | নেই | 0 | হ্যাঁ | 2 |
| H | আছে | 2 | হ্যাঁ | 2 |
| O | আছে | 2 | হ্যাঁ | 2 |
| E | আছে | 1 | হ্যাঁ | 1 |
| C | আছে | 1 | হ্যাঁ | 1 |