

অনুশীলনী - ৩.২

সূত্র ও অনুসিদ্ধান্তসমূহ

- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$



অনুশীলনীর সমাধান



১ সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর:

- (ক) $2x^2 + 3y^2$ (খ) $7m^2 - 2n$ (গ) $2a - b - 3c$

সমাধান:

ক $(2x^2 + 3y^2)$ এর ঘন
 $= (2x^2 + 3y^2)^3$
 $= (2x^2)^3 + 3 \cdot (2x^2)^2 \cdot 3y^2 + 3 \cdot 2x^2 \cdot (3y^2)^2 + (3y^2)^3$
 $= 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6$ (Ans.)

খ $(7m^2 - 2n)$ এর ঘন
 $= (7m^2 - 2n)^3$
 $= (7m^2)^3 - 3 \cdot (7m^2)^2 \cdot 2n + 3 \cdot 7m^2 \cdot (2n)^2 - (2n)^3$
 $= 343m^6 - 294m^4n + 84m^2n^2 - 8n^3$ (Ans.)

গ $(2a - b - 3c)$ এর ঘন
 $= \{(2a - b) - 3c\}^3$
 $= (2a - b)^3 - 3 \cdot (2a - b)^2 \cdot (3c) + 3 \cdot (2a - b) \cdot (3c)^2 - (3c)^3$
 $= (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot b^2 - b^3 - 3(4a^2 - 4ab + b^2) \cdot 3c$
 $\quad + 3 \cdot (2a - b) \cdot (3c)^2 - 27c^3$
 $= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c$
 $\quad + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3$
 $= 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b - 36a^2c + 6ab^2 + 54ac^2$
 $\quad - 9b^2c - 27bc^2 + 36abc$ (Ans.)

২ সরল কর:

- (ক) $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$
(খ) $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\}$
(গ) $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$
(ঘ) $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$
(ঙ) $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$

সমাধান:

ক $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$
 $= (7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 3 \cdot 2x \cdot (7x + 3b)(5x + 3b)$
ধরি, $7x + 3b = m$ এবং $5x + 3b = n$
 $\therefore m - n = (7x + 3b) - (5x + 3b)$
 $= 7x + 3b - 5x - 3b$
 $= 2x$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= m^3 - n^3 - 3 \cdot (m - n) \cdot m \cdot n$
 $= m^3 - n^3 - 3mn(m - n)$
 $= (m - n)^3$
 $= \{7x + 3b - (5x + 3b)\}^3$
 $= (7x + 3b - 5x - 3b)^3$
 $= (2x)^3$
 $= 8x^3$ (Ans.)

খ $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\}$
 $= (a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 3 \cdot 2(b + c)(a + b + c)(a - b - c)$
ধরি, $a + b + c = x$ এবং $a - b - c = y$
 $\therefore x - y = (a + b + c) - (a - b - c)$
 $= a + b + c - a + b + c$
 $= 2b + 2c$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= x^3 - y^3 - 3 \cdot (x - y) \cdot x \cdot y$
 $= x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$
 $= (x - y)^3$
 $= \{(a + b + c) - (a - b - c)\}^3$
 $= \{a + b + c - a + b + c\}^3$
 $= (2b + 2c)^3$
 $= \{2(b + c)\}^3$
 $= 8(b + c)^3$ (Ans.)

গ $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$
 $= \{(m + n)^2\}^3 - \{(m - n)^2\}^3 - 3 \cdot 4mn\{(m + n)(m - n)\}^2$
 $= \{(m + n)^2\}^3 - \{(m - n)^2\}^3 - 3 \cdot 4mn(m + n)^2(m - n)^2$
ধরি, $(m + n)^2 = x$ এবং $(m - n)^2 = y$
 $\therefore x - y = (m + n)^2 - (m - n)^2$
 $= 4mn$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= x^3 - y^3 - 3 \cdot (x - y) \cdot x \cdot y$
 $= x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$
 $= (x - y)^3$
 $= \{(m + n)^2 - (m - n)^2\}^3$
 $= \{(m^2 + 2mn + n^2) - (m^2 - 2mn + n^2)\}^3$
 $= \{m^2 + 2mn + n^2 - m^2 + 2mn - n^2\}^3$
 $= (4mn)^3$
 $= 64m^3n^3$ (Ans.)

ঘ) $(x+y)(x^2-xy+y^2)+(y+z)(y^2-yz+z^2)+(z+x)(z^2-zx+x^2)$
 $= x^3+y^3+z^3+x^3+y^3+z^3+x^3$
 $= 2x^3+2y^3+2z^3$
 $= 2(x^3+y^3+z^3)$ (Ans.)

ঙ) $(2x+3y-4z)^3+(2x-3y+4z)^3+12x\{4x^2-(3y-4z)^2\}$
 $= (2x+3y-4z)^3+(2x-3y+4z)^3+3.4x\{(2x)^2-(3y-4z)^2\}$
 $= (2x+3y-4z)^3+(2x-3y+4z)^3+3.4x(2x+3y-4z)(2x-3y+4z)$
 ধরি, $2x+3y-4z = a$ এবং $2x-3y+4z = b$

$\therefore a+b = (2x+3y-4z) + (2x-3y+4z)$
 $= 2x+3y-4z + 2x-3y+4z$
 $= 4x$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= a^3+b^3+3(a+b).a.b$
 $= a^3+b^3+3ab(a+b)$
 $= (a+b)^3$
 $= (2x+3y-4z+2x-3y+4z)^3$
 $= (4x)^3$
 $= 64x^3$ (Ans.)

৩) $a-b=5$ এবং $ab=36$ হলে, a^3-b^3 এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, $a-b=5$ এবং $ab=36$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= a^3-b^3$
 $= (a-b)^3+3ab(a-b)$
 $= (5)^3+3\times(36)\times(5)$
 $= 125+540$
 $= 665$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $a-b=5$
 বা, $(a-b)^3=5^3$ [ঘন করে]
 বা, $a^3-b^3-3ab(a-b)=125$
 বা, $a^3-b^3-3.36.5=125$ [$\because ab=36$]
 বা, $a^3-b^3=125+540$
 $\therefore a^3-b^3=665$ (Ans.)

৪) যদি $a^3-b^3=513$ এবং $a-b=3$ হয়, তবে ab এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, $a-b=3$

বা, $(a-b)^3=3^3$ [ঘন করে]
 বা, $a^3-b^3-3ab(a-b)=27$
 বা, $513-3ab.3=27$; [$\because a-b=3$]
 বা, $-9ab=27-513$
 বা, $ab=\frac{486}{9}$
 $\therefore ab=54$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $a^3-b^3=513$
 বা, $(a-b)^3+3ab(a-b)=513$
 বা, $3^3+3ab\times(3)=513$; [$\because a-b=3$]
 বা, $27+9ab=513$
 বা, $9ab=513-27$
 বা, $9ab=486$
 বা, $ab=\frac{486}{9}$
 $\therefore ab=54$ (Ans.)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $a^3-b^3=513$... (i)
 এবং $a-b=3$... (ii)
 (i) \div (ii) করে পাই,
 $\frac{a^3-b^3}{a-b}=\frac{513}{3}$
 বা, $\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a-b}=\frac{513}{3}$
 বা, $a^2+b^2+ab=171$
 বা, $(a-b)^2+2ab+ab=171$
 বা, $3^2+3ab=171$
 বা, $3ab=171-9$
 বা, $ab=\frac{162}{9}$
 $\therefore ab=54$ (Ans.)

৫) $x=19$ এবং $y=-12$ হলে, $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $x=19$ এবং $y=-12$

প্রদত্ত রাশি $= 8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$
 $= (2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2+(3y)^3$
 $= (2x+3y)^3$
 $= \{2\times 19+3\times(-12)\}^3$

$= (38-36)^3$
 $= (2)^3$
 $= 8$ (Ans.)

❖ বি.দ্র: x এর মান প্রদত্ত রাশিতে বসিয়ে ক্যালকুলেটরের সাহায্যে অঙ্কটি সরাসরি করা যায়। কিন্তু এটি লিখিত পরীক্ষায় না করাই শ্রেয়।

৬) যদি $a=15$ হয়, তবে $8a^3+60a^2+150a+130$ এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে, $a=15$

প্রদত্ত রাশি $= 8a^3+60a^2+150a+130$
 $= (2a)^3+3\cdot(2a)^2\cdot 5+3\cdot 2a\cdot(5)^2+(5)^3+5$
 $= (2a+5)^3+5$
 $= (2\times 15+5)^3+5$

$= (30+5)^3+5$
 $= (35)^3+5$
 $= 42875+5$
 $= 42880$ (Ans.)

৭ যদি $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$ ।

সমাধান: দেওয়া আছে, $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= m^3 + 2p^3 \\ &= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3) \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3 \\ &= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \\ &= 3\{a^2(a + b) + b^2(a + b)\} \\ &= 3\{(a + b)(a^2 + b^2)\} \\ &= 3mn \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

অর্থাৎ, $m^3 + 2p^3 = 3mn$ (দেখানো হলো)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } 3mn &= 3(a + b)(a^2 + b^2) \\ &= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3 \\ &= 2a^3 + 2b^3 + a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= 2(a^3 + b^3) + (a + b)^3 \\ &= 2p^3 + m^3 \end{aligned}$$

$\therefore m^3 + 2p^3 = 3mn$ (দেখানো হলো)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} a + b &= m \\ \text{বা, } (a + b)^3 &= m^3 \text{ [ঘন করে]} \\ \text{বা, } a^3 + b^3 + 3ab(a + b) &= m^3 \\ \text{বা, } p^3 + 3mab &= m^3 \\ \text{বা, } p^3 + 3m \cdot \frac{(a + b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} &= m^3 \\ \text{বা, } p^3 + 3m \cdot \frac{m^2 - n}{2} &= m^3 \\ \text{বা, } 2p^3 + 3m^3 - 3mn &= 2m^3 \\ \text{বা, } 2p^3 + 3m^3 - 2m^3 &= 3mn \\ \therefore m^3 + 2p^3 &= 3mn \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

সমাধান (চতুর্থ পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} \text{দেওয়া আছে, } a + b &= m, a^2 + b^2 = n \text{ এবং } a^3 + b^3 = p^3 \\ \text{এখন, } (a + b)(a^2 + b^2) &= mn \\ \text{বা, } a^3 + ab^2 + a^2b + b^3 &= mn \\ \text{বা, } a^3 + b^3 + ab(a + b) &= mn \\ \text{বা, } p^3 + mab &= mn \\ \text{বা, } p^3 + m \cdot \frac{(a + b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} &= mn \\ \text{বা, } p^3 + m \cdot \frac{m^2 - n}{2} &= mn \\ \text{বা, } \frac{2p^3 + m^3 - mn}{2} &= mn \\ \text{বা, } 2p^3 + m^3 - mn &= 2mn \\ \text{বা, } m^3 + 2p^3 &= 2mn + mn \\ \therefore m^3 + 2p^3 &= 3mn \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

সমাধান (পঞ্চম পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} \text{দেওয়া আছে, } a + b &= m, a^2 + b^2 = n \text{ এবং } a^3 + b^3 = p^3 \\ \text{এখন, } a^3 + b^3 &= p^3 \\ \text{বা, } (a + b)^3 - 3ab(a + b) &= p^3 \\ \text{বা, } m^3 - 3mab &= p^3 \\ \text{বা, } m^3 - 3m \cdot \frac{(a + b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} &= p^3 \\ \text{বা, } m^3 - 3m \cdot \frac{m^2 - n}{2} &= p^3 \\ \text{বা, } \frac{2m^3 - 3m^3 + 3mn}{2} &= p^3 \\ \text{বা, } -m^3 + 3mn &= 2p^3 \\ \therefore m^3 + 2p^3 &= 3mn \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

◆◆ অনুশীলনীর ৭নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>(i) $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$, $a + b + c = m$; $a^2 + b^2 + c^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ [চ.বো.-'১৭]</p> <p>ক. x এর মান নির্ণয় কর।</p> <p>খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^8 + 1}{x^4} = 98$</p> <p>গ. যদি $c = 0$ হয় তবে দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর।</p> <p>(ক) $\pm(\sqrt{3} + \sqrt{2})$</p>
<p>(ii) $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হলে -</p> <p>ক. ab কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর।</p> <p>খ. $a^6 - b^6 + a^3 - b^3 - 3(a^2 + b^2)$ এর মান নির্ণয় কর।</p> <p>গ. দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর।</p> <p>(ক) $\frac{m^2 - n}{2}$; (খ) 789</p>

৮ $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে,
(ক) $a^2 - ab + b^2$ এবং (খ) $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, $a + b = 3$ এবং $ab = 2$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 - ab \\ &= (a + b)^2 - 2ab - ab \\ &= (3)^2 - 3ab \\ &= 9 - 3 \times 2 \\ &= 9 - 6 \\ &= 3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে, $a + b = 3$ এবং $ab = 2$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 \\ &= 27 - 18 \\ &= 9 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

- ক দেওয়া আছে, $a + b = 3$
 বা, $(a + b)^2 = 3^2$ [বর্গ করে]
 বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 9$
 বা, $a^2 - ab + b^2 + 3ab = 9$
 বা, $a^2 - ab + b^2 = 9 - 3ab$
 বা, $a^2 - ab + b^2 = 9 - 3.2$ [$\because ab = 2$]
 $\therefore a^2 - ab + b^2 = 3$ (Ans.)

- খ দেওয়া আছে, $a + b = 3$
 বা, $(a + b)^3 = 3^3$
 বা, $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = 27$
 বা, $a^3 + b^3 + 3.2.3 = 27$
 বা, $a^3 + b^3 = 27 - 18$
 $\therefore a^3 + b^3 = 9$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

- দেওয়া আছে, $a + b = 3 \dots \dots (i)$
 $ab = 2 \dots \dots (ii)$
 $(i) \times (ii) (a + b)(ab) = 3.2$
 বা, $(a + b)^2 \cdot (ab)^2 = 6^2$ [বর্গ করে]
 বা, $(a^2 + 2ab + b^2) \cdot (ab)^2 = 36$
 বা, $(a^2 - ab + b^2 + 3ab) \cdot 2^2 = 36$
 বা, $4(a^2 - ab + b^2) + 12ab = 36$
 বা, $4(a^2 - ab + b^2) + 12.2 = 36$
 বা, $4(a^2 - ab + b^2) = 36 - 24$
 বা, $a^2 - ab + b^2 = \frac{12}{4}$
 $\therefore a^2 - ab + b^2 = 3$ [(ক) নং প্রশ্নের সমাধান]
 আবার, $a + b = 3$
 $a^2 - ab + b^2 = 3$
 $\therefore (a + b)(a^2 - ab + b^2) = 3 \times 3$
 বা, $a^3 + b^3 = 9$ [(খ) নং প্রশ্নের সমাধান]

৯ $a - b = 5$ এবং $ab = 36$ হলে,
 (ক) $a^2 + ab + b^2$ এবং (খ) $a^3 - b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

- ক দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$
 প্রদত্ত রাশি $= a^2 + ab + b^2$
 $= a^2 + b^2 + ab$
 $= (a - b)^2 + 2ab + ab$
 $= (5)^2 + 3 \times 36$
 $= 25 + 108 = 133$ (Ans.)

- খ দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$
 প্রদত্ত রাশি $= a^3 - b^3$
 $= (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
 $= (5)^3 + 3 \times 36 \times 5$
 $= 125 + 540$
 $= 665$ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

- ক দেওয়া আছে, $a - b = 5$
 বা, $(a - b)^2 = 5^2$ [বর্গ করে]
 বা, $a^2 - 2ab + b^2 = 25$
 বা, $a^2 + ab + b^2 - 3ab = 25$
 বা, $a^2 + ab + b^2 - 3.36 = 25$
 বা, $a^2 + ab + b^2 = 25 + 108$
 বা, $a^2 + ab + b^2 = 133$ (Ans.)

- খ দেওয়া আছে, $a - b = 5$
 বা, $(a - b)^3 = 5^3$ [ঘন করে]
 বা, $a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = 125$
 বা, $a^3 - b^3 - 3.36.5 = 125$
 বা, $a^3 - b^3 = 125 + 540$
 $\therefore a^3 - b^3 = 665$ (Ans.)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

- দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$
 $\therefore (a - b)(ab) = 5 \times 36$
 বা, $\{(a - b)(ab)\}^2 = (180)^2$ [বর্গ করে]
 বা, $(a - b)^2 \cdot (ab)^2 = 32400$
 বা, $(a^2 - 2ab + b^2) \cdot (36)^2 = 32400$
 বা, $(a^2 + ab + b^2 - 3ab) = \frac{32400}{1296}$
 বা, $a^2 + ab + b^2 - 3.36 = 25$
 বা, $a^2 + ab + b^2 = 25 + 108$
 $\therefore a^2 + ab + b^2 = 133$ [(ক) নং প্রশ্নের সমাধান]
 আবার, $a - b = 5$
 এবং $a^2 - ab + b^2 = 133$
 $\therefore (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 5 \times 133$
 বা, $a^3 - b^3 = 665$ [(খ) নং প্রশ্নের সমাধান]

◆◆ অনুশীলনীর ৮ ও ৯নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

যদি $p + q = 6$ এবং $pq = 3$ হয়, যেখানে $p > q$

[দি.বো.-১৫]

ক. $p^2q + pq^2$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $p^3 - q^3 - 5(p^2 - q^2)$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, $p^5 + q^5 = 4806$

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(ক) 18; (খ) $6\sqrt{6}$

১০ $m + \frac{1}{m} = a$ হলে, $m^3 + \frac{1}{m^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = a$

প্রদত্ত রাশি $= m^3 + \frac{1}{m^3}$

$$= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3.m.\frac{1}{m}\left(m + \frac{1}{m}\right)$$

$$= a^3 - 3a \quad (\text{Ans.})$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = a$

বা, $\left(m + \frac{1}{m}\right)^3 = a^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $m^3 + \frac{1}{m^3} + 3.m.\frac{1}{m}\left(m + \frac{1}{m}\right) = a^3$

বা, $m^3 + \frac{1}{m^3} + 3.a = a^3$

$\therefore m^3 + \frac{1}{m^3} = a^3 - 3a \quad (\text{Ans.})$

১১ $x - \frac{1}{x} = p$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = p$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \frac{1}{x^3}$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= p^3 + 3p \quad (\text{Ans.})$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = p$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = p^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]

বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right) = p^3$

বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3.p = p^3$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = p^3 + 3p \quad (\text{Ans.})$

১২ যদি $a - \frac{1}{a} = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ ।

সমাধান: দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 1$

বামপক্ষ $= a^3 - \frac{1}{a^3}$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= (1)^3 + 3.1$$

$$= 1 + 3$$

$$= 4$$

= ডানপক্ষ

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ (দেখানো হলো)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 1$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = 1^3$ [ঘন করে]

বা, $a^3 - \frac{1}{a^3} - 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right) = 1$

বা, $a^3 - \frac{1}{a^3} - 3.1 = 1$

বা, $a^3 - \frac{1}{a^3} = 1 + 3$

$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ (দেখানো হলো)

◆◆ অনুশীলনী ১০, ১১ ও ১২নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>(i) $x^2 - 2\sqrt{30} - 11 = 0, x > 0$ ক. $\frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর। খ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 42\sqrt{6}$ গ. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর (ক) $\sqrt{6} + \sqrt{5}$; (গ) $\pm 1012\sqrt{5}$</p>
<p>(ii) $x^3 = 26 + 15\sqrt{3}$ ক. x এর মান নির্ণয় কর। খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? গ. দেখাও যে, $x^6 - \frac{1}{x^6} = \pm 1560\sqrt{3}$.</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর (ক) $2 + \sqrt{3}$; (খ) 52</p>

১৩ যদি $a + b + c = 0$ হয়, তবে দেখাও যে,

(ক) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ।

(খ) $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$ ।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, $a + b + c = 0$

বা, $a + b = -c$

বা, $(a + b)^3 = (-c)^3$ [ঘন করে]

বা, $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$

বা, $a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$

বা, $a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ (দেখানো হলো)

খ দেওয়া আছে, $a + b + c = 0$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} \\ &= \frac{(-a)^2}{3bc} + \frac{(-b)^2}{3ca} + \frac{(-c)^2}{3ab} \end{aligned}$$

$$= \frac{a^2}{3bc} + \frac{b^2}{3ca} + \frac{c^2}{3ab}$$

$$= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc}$$

$$= \frac{3abc}{3abc}$$

$$= 1$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

১৪ $p - q = r$ হলে, দেখাও যে, $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$ ।

সমাধান: দেওয়া আছে, $p - q = r$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= p^3 - q^3 - r^3 \\ &= (p - q)^3 + 3pq(p - q) - r^3 \\ &= (r)^3 + 3pq \cdot (r) - r^3 \\ &= r^3 + 3pqr - r^3 \\ &= 3pqr \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr \text{ (দেখানো হলো)}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $p - q = r$

বা, $(p - q)^3 = r^3$ [ঘন করে]

বা, $p^3 - q^3 - 3pq(p - q) = r^3$

বা, $p^3 - q^3 - 3pqr = r^3$

$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$ (দেখানো হলো)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $p - q = r$

বা, $p = q + r$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } p^3 - q^3 - r^3 &= (q + r)^3 - q^3 - r^3 \\ &= q^3 + r^3 + 3qr(q + r) - q^3 - r^3 \\ &= 3pqr [\because q + r = p] \end{aligned}$$

$$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr \text{ (দেখানো হলো)}$$

সমাধান (চতুর্থ পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $p - q = r$

$$\begin{aligned} p^3 - q^3 - r^3 &= p^3 - q^3 - (p - q)^3 \\ &= p^3 - q^3 - \{p^3 - q^3 - 3pq(p - q)\} \\ &= p^3 - q^3 - p^3 + q^3 + 3pqr [\because p - q = r] \\ \therefore p^3 - q^3 - r^3 &= 3pqr \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

❖ বিদ্র: $p - q = r$ হতে $q = p - r$ ধরে তৃতীয় পদ্ধতি অথবা চতুর্থ পদ্ধতির মত সমাধান নির্ণয় কর।

১৫ $2x - \frac{2}{x} = 3$ হলে, দেখাও যে, $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$ ।

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x - \frac{2}{x} = 3$

$$\text{বামপক্ষ} = 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= 8x^3 - \frac{8}{x^3}$$

$$= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3$$

$$= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right)$$

$$= (3)^3 + 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$= 27 + 36 = 63 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $2x - \frac{2}{x} = 3$

$$\text{বা, } 2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বামপক্ষ} = 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= 8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}$$

$$= 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2}\right\}$$

$$= 8\left(\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right)$$

$$= 8\left(\frac{27+36}{8}\right)$$

$$= \frac{8 \times 63}{8}$$

$$= 63 = \text{ডানপক্ষ}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ, } 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $2x - \frac{2}{x} = 3$

$$\text{বা, } 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 4x + x - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2x(x-2) + 1(x-2) = 0$$

$$\text{বা, } (x-2)(2x+1) = 0$$

$$\text{হয়, } x-2 = 0 \quad \text{অথবা, } 2x+1 = 0$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{এখন, } x = 2 \text{ হলে, } 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8\left(2^3 - \frac{1}{2^3}\right)$$

$$= 8\left(8 - \frac{1}{8}\right)$$

$$= 8\left(\frac{64-1}{8}\right) = 63$$

$$\text{আবার, } x = -\frac{1}{2} \text{ হলে, } 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3}\right\}$$

$$= 8\left(-\frac{1}{8} + 8\right)$$

$$= 8\left(\frac{-1+64}{8}\right) = 63$$

$$\text{অর্থাৎ, } 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

১৬ $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6 - 1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{5})}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$$

[ডানপক্ষের লব ও হরকে $(\sqrt{6} - \sqrt{5})$ দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a^6 - 1}{a^3}$$

$$= \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3}$$

$$= a^3 - \frac{1}{a^3}$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= (2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot (2\sqrt{5})$$

$$= 8 \times 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$= 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$= 46\sqrt{5} \quad (\text{Ans.})$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5}$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = (2\sqrt{5})^3 \quad [\text{ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) = 8 \cdot 5\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \cdot 2\sqrt{5} = 40\sqrt{5} \quad [(i) \text{ নং হতে}]$$

$$\text{বা, } \frac{a^6 - 1}{a^3} = 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{a^6 - 1}{a^3} = 46\sqrt{5} \quad (\text{Ans.})$$

◆◆ অনুশীলনী ১৬নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

$$a = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ হলে,}$$

[রা.বো.-১৫]

ক. দেখাও যে, $\frac{1}{a^2} = 11 - 2\sqrt{30}$ এর মান কত?খ. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ মান নির্ণয় কর।গ. $a^6 + \frac{1}{a^6}$ মান নির্ণয় কর।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।

(খ) $42\sqrt{6}$; (গ) 10582

$$[১৭] x - \frac{1}{x} = \sqrt{3} \text{ যেখানে } x \neq 0$$

ক. প্রমাণ কর যে, $x^2 - \sqrt{3}x = 1$ ।খ. প্রমাণ কর যে, $23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$ ।গ. $x^6 + \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ যেখানে, $x \neq 0$

$$\text{বা, } \frac{x^2 - 1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x^2 - 1 = \sqrt{3}x$$

$$\therefore x^2 - \sqrt{3}x = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (\sqrt{3})^2 + 2$$

$$= 3 + 2$$

$$= 5$$

$$\text{বামপক্ষ} = 23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 23 \cdot 5$$

$$= 115$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$$

$$= 5\left\{(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2\right\}$$

$$= 5\left\{\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}\right\}$$

$$= 5\{(5)^2 - 2\}$$

$$= 5(25 - 2)$$

$$= 5 \cdot 23$$

$$= 115$$

 \therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)গ. 'খ' হতে পাই, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$

$$\therefore x^6 + \frac{1}{x^6} = (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= (5)^3 - 3 \cdot 5$$

$$= 125 - 15$$

$$= 110$$

 \therefore নির্ণেয় মান 110।

পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫১

সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর:

ক) $3x + 2y$ খ) $3x - 4y$ গ) 397

সমাধান:

ক. $(3x + 2y)$ এর ঘন

$$= (3x + 2y)^3$$

$$= (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2y + 3 \cdot 3x \cdot (2y)^2 + (2y)^3$$

$$= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3 \text{ (Ans.)}$$

খ. $(3x - 4y)$ এর ঘন

$$= (3x - 4y)^3$$

$$= (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 4y + 3 \cdot 3x \cdot (4y)^2 - (4y)^3$$

$$= 27x^3 - 108x^2y + 144xy^2 - 64y^3 \text{ (Ans.)}$$

গ. 397 এর ঘন

$$= (400 - 3)^3$$

$$= (400)^3 - 3 \times (400)^2 \times 3 + 3 \times 400 \times (3)^2 - (3)^3$$

$$= 64000000 - 1440000 + 10800 - 27$$

$$= (64000000 + 10800) - (1440000 + 27)$$

$$= 64010800 - 1440027$$

$$= 62570773 \text{ (Ans.)}$$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৫৩

ক) $x = -2$ হলে, $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$ এর মান কত?সমাধান: দেওয়া আছে, $x = -2$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 \\
 &= (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot (2)^2 - (2)^3 \\
 &= (3x-2)^3 [\because a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3] \\
 &= \{3(-2) - 2\}^3 [\because x = -2] \\
 &= (-8)^3 \\
 &= -512 \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

খ) $a + b = 5$ এবং $ab = 6$ হলে, $a^3 + b^3 + 4(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।সমাধান: দেওয়া আছে, $a + b = 5$ এবং $ab = 6$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 4(a-b)^2 \\
 &= \{(a+b)^3 - 3ab(a+b)\} + 4\{(a+b)^2 - 4ab\} \\
 &= \{(5)^3 - 3 \times 6 \times 5\} + 4\{(5)^2 - 4 \times 6\} \\
 &= (125 - 90) + 4(25 - 24) \\
 &= 35 + 4 \times 1 \\
 &= 35 + 4 \\
 &= 39 \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $a + b = 5 \dots \dots \dots$ (i)এবং $ab = 6 \dots \dots \dots$ (ii)

$$\begin{aligned}
 \text{এখন, } (a-b)^2 &= (a+b)^2 - 4ab \\
 &= (5)^2 - 4 \cdot (6) \\
 &= 25 - 24 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

 $\therefore a - b = \pm 1 \dots \dots \dots$ (iii)

(i) নং ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$a + b = 5$$

$$a - b = \pm 1$$

$$2a = 6 \text{ অথবা } 4 \quad [\text{যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } a = \frac{6}{2} = 3 \text{ অথবা } \frac{4}{2} = 2$$

(i) নং এ $a = 3$ বসিয়ে পাই, $3 + b = 5$

$$\text{বা, } b = 5 - 3 = 2$$

(i) নং এ $a = 2$ বসিয়ে পাই, $2 + b = 5$ বা, $b = 5 - 2 = 3$

$$\begin{aligned}
 \text{এখন, প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 4(a-b)^2 \\
 &= (3)^3 + (2)^3 + 4 \times (3-2)^2
 \end{aligned}$$

[$\because a = 3$ এবং $b = 2$ বসিয়ে]

$$= 27 + 8 + 4 \times (1)^2$$

$$= 27 + 8 + 4 = 39 \quad (\text{Ans.})$$

❖ বি.দ্র: $a = 3, b = 2$ হলেও একই উত্তর আসবে।

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &a^3 + b^3 + 4(a-b)^2 \\
 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) + 4(a^2 - 2ab + b^2) \\
 &= 5(a^2 - ab + b^2) + 4\{(a^2 - ab + b^2) - ab\}; [\because a+b=5] \\
 &= 5(a^2 - ab + b^2) + 4(a^2 - ab + b^2) - 4ab \\
 &= 9(a^2 - ab + b^2) - 4ab \\
 &= 9[(a^2 + 2ab + b^2) - 3ab] - 4ab \\
 &= 9\{(a+b)^2 - 3ab\} - 4ab \\
 &= 9(5^2 - 3 \cdot 6) - 4 \cdot 6; [\because a+b=5] \\
 &= 9 \times 7 - 24 = 63 - 24 = 39 \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

সমাধান (চতুর্থ পদ্ধতি)

$$\begin{aligned}
 &a^3 + b^3 + 4(a-b)^2 \\
 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) + 4\{(a+b)^2 - 4ab\} \\
 &= 5(a^2 + b^2 - 6) + 4(5^2 - 4 \cdot 6); [\because a+b=5] \\
 &= 5(a^2 + b^2) - 30 + 4(25 - 24) \\
 &= 5\{(a+b)^2 - 2ab\} - 30 + 4 \cdot 1 \\
 &= 5(5^2 - 2 \cdot 6) - 30 + 4; [\because a+b=5] \\
 &= 5(25 - 12) - 26 = 5 \times 13 - 26 = 65 - 26 = 39 \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

গ) $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।সমাধান: দেওয়া আছে, $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \\
 &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} \\
 &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{2}{x} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$\therefore x + \frac{2}{x} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 + \frac{8}{x^3}$$

$$= (x)^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^3$$

$$= \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{2}{x} \left(x + \frac{2}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{5})^3 - 6(2\sqrt{5}) [\because x + \frac{2}{x} = 2\sqrt{5}]$$

$$= 8 \times 5\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$$

$$= 40\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = 28\sqrt{5} \quad (\text{Ans.})$$