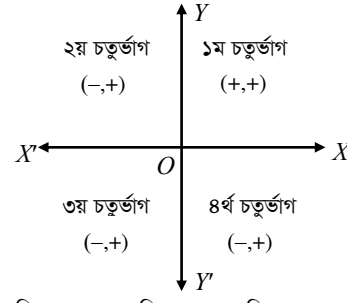
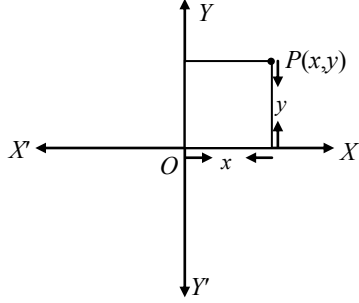


একাদশ অধ্যায়

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী - ১১.১



বিন্দুর স্থানাঙ্কের চিহ্ন অনুসারে বিন্দুর অবস্থান

আয়তাকার কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক: পরস্পর সমকোণে ছেদ করে এরূপ একজোড়া অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ককে আয়তাকার কার্ভেসীয় স্থানাঙ্ক বলে। স্থানাঙ্ক দ্বারা যা বোঝায়: সমতলে বিন্দুর অবস্থান স্থানাঙ্কের মাধ্যমে নির্ধারণ করা হয়।

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y) হলে, i. x কে ভূজ এবং y কে কোটি বলে।

ii. x অক্ষ থেকে P বিন্দুর দূরত্ব y

iii. y অক্ষ থেকে P বিন্দুর দূরত্ব x

দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব: $P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু। তাহলে P ও Q বিন্দুর দূরত্বকে PQ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore P(x_1, y_1)$ ও $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

সূত্র: দুইটি বিন্দুর মধ্যকার দূরত্ব = $\sqrt{(\text{ভূজদ্বয়ের অন্তর})^2 + (\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর})^2}$

জেনে নাও: দূরত্বের মান সর্বদা অঋণাত্মক অর্থাৎ দূরত্বের মান কখনও ঋণাত্মক হয়না।

তিনটি বিন্দু দ্বারা ত্রিভুজ গঠনের শর্ত: যেকোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বড়। তাই যেকোনো তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য এ শর্তটি সিদ্ধ করলে তাদের দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যাবে।

জেনে নাও: ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান হলে বাহুগুলো সমরেখ অর্থাৎ শীর্ষ বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থান করবে। এই তিনটি বাহু দ্বারা কোনো ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।



অনুশীলনীর সমাধান

১ প্রতিক্ষেত্রে প্রদত্ত বিন্দুসমূহের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

ক) $(2, 3)$ ও $(4, 6)$

খ) $(-3, 7)$ ও $(-7, 3)$

গ) (a, b) ও (b, a)

ঘ) $(0, 0)$ ও $(\sin\theta, \cos\theta)$

ঙ) $(-\frac{3}{2}, -1)$ ও $(\frac{1}{2}, 2)$

সমাধান:

ক

আমরা জানি,

(x_1, y_1) বিন্দু থেকে (x_2, y_2) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$\therefore (2, 3)$ ও $(4, 6)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{(4 - 2)^2 + (6 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{4 + 9}$$

$$= \sqrt{13} \text{ একক (Ans.)}$$

খ

আমরা জানি,

(x_1, y_1) বিন্দু থেকে (x_2, y_2) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$\therefore (-3, 7)$ ও $(-7, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{\{-7 - (-3)\}^2 + (3 - 7)^2}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{16 + 16} \\ &= \sqrt{32} \\ &= \sqrt{16 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2} \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

গ

(a, b) ও (b, a) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(b - a)^2 + (a - b)^2} \\ &= \sqrt{b^2 - 2ab + a^2 + a^2 - 2ab + b^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 4ab + 2b^2} \\ &= \sqrt{2(a^2 - 2ab + b^2)} \\ &= \sqrt{2(a - b)^2} \\ &= |a - b|\sqrt{2} \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

☒ জেনে রাখা ভালো: ‘| |’ চিহ্নটিকে মডুলাস বা পরমমান চিহ্ন বলা হয়। যেকোনো বাস্তব সংখ্যা x এর মান শূন্য, ধনাত্মক বা ঋণাত্মক। কিন্তু x এর পরমমান সবসময়ই শূন্য বা ধনাত্মক। x এর পরমমানকে $|x|$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। দূরত্বের মান সর্বদা ধনাত্মক হয় বিধায় এখানে মডুলাস ‘| |’ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

ঘ (0, 0) ও $(\sin\theta, \cos\theta)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{(\sin\theta - 0)^2 + (\cos\theta - 0)^2}$$

$$= \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta}$$

$$= \sqrt{1} = 1 \text{ একক (Ans.)}$$

ঙ $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$ ও $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{\left\{\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2 + \{2 - (-1)\}^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)^2 + (2 + 1)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1+3}{2}\right)^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 3^2}$$

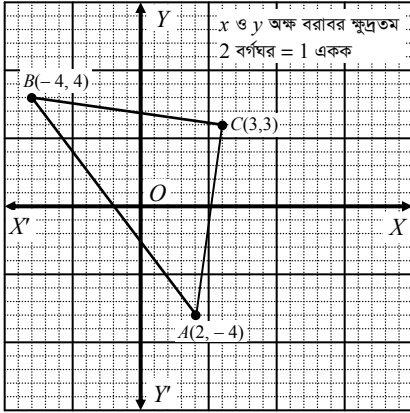
$$= \sqrt{2^2 + 9}$$

$$= \sqrt{4 + 9}$$

$$= \sqrt{13} \text{ একক (Ans.)}$$

২ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় যথাক্রমে $A(2, -4)$, $B(-4, 4)$ ও $C(3, 3)$ । ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, এটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান: দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয় যথাক্রমে $A(2, -4)$, $B(-4, 4)$ ও $C(3, 3)$ । XY সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান দেখানো হলো এবং $A, B; B, C; C, A$ যোগ করে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো:



এখন, ABC ত্রিভুজের

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4 - 2)^2 + \{4 - (-4)\}^2}$

$$= \sqrt{(-6)^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= 10 \text{ একক}$$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\{3 - (-4)\}^2 + (3 - 4)^2}$

$$= \sqrt{7^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 1}$$

$$= \sqrt{50} \text{ একক}$$

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(3 - 2)^2 + \{3 - (-4)\}^2}$

$$= \sqrt{1^2 + 7^2}$$

$$= \sqrt{1 + 49}$$

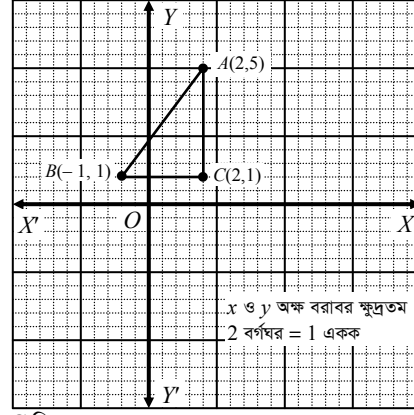
$$= \sqrt{50} \text{ একক}$$

$\therefore ABC$ ত্রিভুজ BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= AC$ বাহুর দৈর্ঘ্য

\therefore ত্রিভুজ ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। (Ans.)

৩ $A(2, 5)$, $B(-1, 1)$ ও $C(2, 1)$ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং দেখাও যে এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সমাধান: দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় $A(2, 5)$, $B(-1, 1)$ ও $C(2, 1)$ । xy সমতলে বিন্দুত্রয়ের অবস্থান দেখানো হলো এবং $A, B; B, C$ ও A, C থেকে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



এখন, ABC ত্রিভুজের

AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-1 - 2)^2 + (1 - 5)^2}$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ একক}$$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\{2 - (-1)\}^2 + (1 - 1)^2}$

$$= \sqrt{3^2 + 0^2}$$

$$= \sqrt{9}$$

$$= 3 \text{ একক}$$

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(2 - 2)^2 + (1 - 5)^2}$

$$= \sqrt{0^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= 4 \text{ একক}$$

এখন, $AB^2 = 5^2 = 25$

আবার, $AC^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = AB^2$

অর্থাৎ, ABC ত্রিভুজের, $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$\therefore \triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

৪ $A(1, 2)$, $B(-3, 5)$ ও $C(5, -1)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কিনা যাচাই কর।

সমাধান: আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

সুতরাং $A(1, 2)$, $B(-3, 5)$ ও $C(5, -1)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যাবে যদি AB, BC ও CA বাহুর যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

$\therefore AB$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-3 - 1)^2 + (5 - 2)^2}$

$$= \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ একক}$$

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\{5 - (-3)\}^2 + (-1 - 5)^2}$

$$= \sqrt{8^2 + (-6)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 36}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

AC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5 - 1)^2 + (-1 - 2)^2}$

$$= \sqrt{4^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25} = 5 \text{ একক}$$

এখানে, $AB + AC = 5 + 5 = 10 = BC$

অর্থাৎ দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান।

\therefore বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থান করে সুতরাং A, B ও C বিন্দুগুলো দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় না।

৫ মূলবিন্দু থেকে $(-5, 5)$ ও $(5, k)$ বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, (x_1, y_1) বিন্দু থেকে (x_2, y_2) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মূলবিন্দু } (0, 0) \text{ থেকে } (-5, 5) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} \\ &= \sqrt{(-5-0)^2 + (5-0)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{25 + 25} \\ &= \sqrt{50} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং মূলবিন্দু থেকে } (5, k) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} &= \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + k^2} \\ &= \sqrt{25 + k^2} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{25 + k^2} &= \sqrt{50} \\ \text{বা, } 25 + k^2 &= 50 \\ \text{বা, } k^2 &= 25 \\ \text{বা, } k &= \pm \sqrt{25} \\ \therefore k &= \pm 5. \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় মান $k = 5, -5$ (Ans.)

৬ দেখাও যে, $A(2, 2)$, $B(-2, -2)$ এবং $C(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ নীচের একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। এর পরিসীমা তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: $A(2, 2)$, $B(-2, -2)$ এবং $C(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ নীচের বিন্দুগুলো দ্বারা সমবাহু ত্রিভুজ গঠিত হবে যদি $AB = BC = CA$ হয়।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-2)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{16 + 16} \\ &= \sqrt{2 \times 16} = 4\sqrt{2} \text{ একক।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{\{-2\sqrt{3} - (-2)\}^2 + \{2\sqrt{3} - (-2)\}^2} \\ &= \sqrt{(2-2\sqrt{3})^2 + (2+2\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{4 - 8\sqrt{3} + 4 \cdot 3 + 4 + 8\sqrt{3} + 4 \cdot 3} \\ &= \sqrt{4 + 12 + 4 + 12} \\ &= \sqrt{32} = \sqrt{2 \times 16} = 4\sqrt{2} \text{ একক} \end{aligned}$$

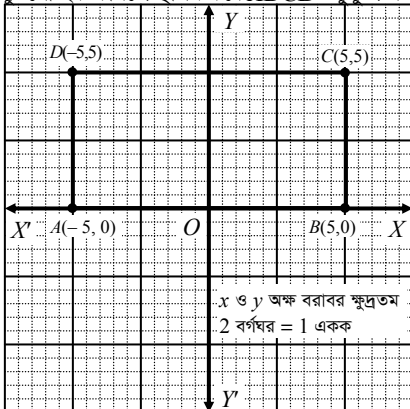
$$\begin{aligned} AC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-2\sqrt{3}-2)^2 + (2\sqrt{3}-2)^2} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{3}+2)^2 + (2\sqrt{3}-2)^2} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2^2} \\ &= \sqrt{4 \cdot 3 + 8\sqrt{3} + 4 + 4 \cdot 3 - 8\sqrt{3} + 4} \\ &= \sqrt{12 + 4 + 12 + 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = AC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য}$$

$$\begin{aligned} \therefore ABC \text{ একটি সমবাহু ত্রিভুজ,} \\ ABC \text{ ত্রিভুজের পরিসীমা} &= AB + BC + AC \\ &= 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= 12\sqrt{2} \\ &= 16.97056 \\ &= 16.971 \text{ একক (প্রায়)} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

৭ দেখাও যে, $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, $C(5, 5)$ ও $D(-5, 5)$ একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু।

সমাধান: বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে $ABCD$ চতুর্ভুজ গঠন করা হলো:



$ABCD$ চতুর্ভুজের

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{5 - (-5)\}^2 + (0-0)^2} = \sqrt{(10)^2} = 10 \text{ একক}$$

$$CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{-5 - 5\}^2 + (5-5)^2} = \sqrt{(-10)^2 + 0^2} = 10 \text{ একক}$$

$$AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{-5 - (-5)\}^2 + (5-0)^2} = \sqrt{0^2 + 5^2} = 5 \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(5-5)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{0^2 + 5^2} = 5 \text{ একক}$$

$$\therefore AB = CD \text{ এবং } AD = BC$$

সুতরাং $ABCD$ চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের কর্ণগুলো পরস্পর সমান।

$ABCD$ চতুর্ভুজের কর্ণ $AC =$ কর্ণ BD হলে তা অবশ্যই আয়তক্ষেত্র হবে।

$$\text{এখানে, কর্ণ } AC = \sqrt{(-5-5)^2 + (0-5)^2}$$

$$= \sqrt{(10)^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} \text{ একক}$$

$$\text{এবং কর্ণ } BD = \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2}$$

$$= \sqrt{(10)^2 + 25}$$

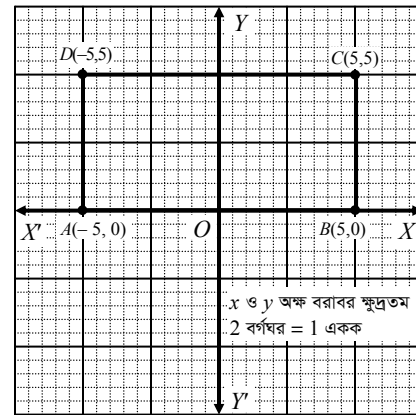
$$= \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} \text{ একক}$$

$$\text{এখানে, কর্ণ } AC = \text{কর্ণ } BD$$

সুতরাং $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র। (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে $ABCD$ চতুর্ভুজ গঠন করা হলো:



$ABCD$ চতুর্ভুজের

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের কর্ণগুলো পরস্পর সমান। বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত

$ABCD$ চতুর্ভুজের কর্ণ $AC =$ কর্ণ BD হলে তা অবশ্যই আয়তক্ষেত্র হবে।

$$\text{যেহেতু, কর্ণ } AC = \sqrt{(-5-5)^2 + (0-5)^2}$$

$$= \sqrt{(10)^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$\text{এবং কর্ণ } BD = \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2}$$

$$= \sqrt{(10)^2 + 25}$$

$$= \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = \sqrt{5 \times 25} = 5\sqrt{5}$$

$$\text{একক}$$

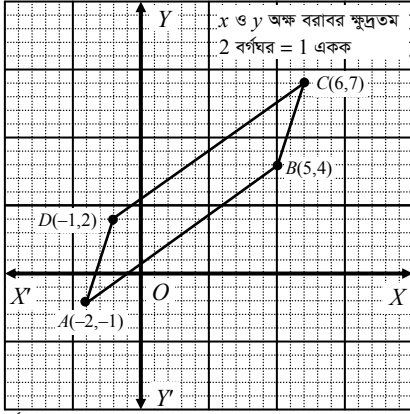
$$\text{এখানে, কর্ণ } AC = \text{কর্ণ } BD$$

$\therefore ABCD$ চতুর্ভুজ একটি আয়তক্ষেত্র।

❖ **বিদ্র:** কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় সমান হলে তা আয়ত বা বর্গ হতে পারে। যেহেতু প্রত্যেকটি বর্গই একটি আয়ত। তাই কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে তা অবশ্যই আয়ত হবে।

৮ $A(-2, -1)$, $B(5, 4)$, $C(6, 7)$ এবং $D(-1, 2)$ দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তক্ষেত্রে তা নির্ণয় কর।

সমাধান: ছক কাগজে A , B , C ও D বিন্দুগুলো স্থাপন করে $ABCD$ চতুর্ভুজ গঠন করা হলো।



$ABCD$ চতুর্ভুজের

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{5 - (-2)\}^2 + \{4 - (-1)\}^2} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} \text{ একক}$$

$$CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{-1 - 6\}^2 + \{2 - 7\}^2} = \sqrt{\{-7\}^2 + \{-5\}^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} \text{ একক}$$

$$\text{আবার, } AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{-1 - (-2)\}^2 + \{2 - (-1)\}^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{6 - 5\}^2 + \{7 - 4\}^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ একক}$$

$$\therefore AB = CD \text{ এবং } AD = BC$$

সুতরাং $ABCD$ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

$\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক।

এখন $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র হবে যদি কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান হয়।

$$AC \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{6 - (-2)\}^2 + \{7 - (-1)\}^2} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{64 + 64} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{এবং } BD \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\{-1 - 5\}^2 + \{2 - 4\}^2} = \sqrt{\{-6\}^2 + \{-2\}^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10} \text{ একক}$$

যেহেতু AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $\neq BD$ কর্ণের দৈর্ঘ্য

সুতরাং $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র নয়।

৯ $A(10, 5)$, $B(7, 6)$, $C(-3, 5)$ বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটি $P(3, -2)$ এর সবচেয়ে নিকটবর্তী ও কোনটি সবচেয়ে দূরবর্তী?

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুগুলো যথাক্রমে $A(10, 5)$, $B(7, 6)$, $C(-3, 5)$ এখন, $P(3, -2)$ হতে যথাক্রমে A , B , C বিন্দুগুলোর দূরত্ব নির্ণয় করি:

$$A(10, 5) \text{ বিন্দু থেকে } P(3, -2) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{\{10 - 3\}^2 + \{5 - (-2)\}^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{49 + 49} = \sqrt{98} \text{ একক} = 9.899 \text{ একক}$$

$$B(7, 6) \text{ বিন্দু থেকে } P(3, -2) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{\{7 - 3\}^2 + \{6 - (-2)\}^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} \text{ একক} = 8.944 \text{ একক}$$

$$C(-3, 5) \text{ বিন্দু থেকে } P(3, -2) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{\{-3 - 3\}^2 + \{5 - (-2)\}^2} = \sqrt{\{-6\}^2 + 7^2} = \sqrt{36 + 49} = \sqrt{85} = 9.2020 \text{ একক}$$

এখানে বিন্দুগুলোর মধ্যে P বিন্দু হতে B বিন্দুর দূরত্ব সবচেয়ে কম এবং A বিন্দুর দূরত্ব সবচেয়ে বেশি।

\therefore বিন্দুগুলোর মধ্যে B বিন্দু P থেকে সবচেয়ে নিকটবর্তী এবং A বিন্দু P থেকে সবচেয়ে দূরবর্তী।

১০ $P(x, y)$ বিন্দু থেকে y -অক্ষের দূরত্ব এবং $Q(3, 2)$ বিন্দুর দূরত্ব সমান। প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$ ।

সমাধান: এখানে, $P(x, y)$ বিন্দু থেকে y -অক্ষের দূরত্ব $= x$

আবার, $P(x, y)$ বিন্দু থেকে $Q(3, 2)$ বিন্দুর দূরত্ব

$$= \sqrt{(3-x)^2 + (2-y)^2} = \sqrt{9-6x+x^2+4-4y+y^2} = \sqrt{x^2+y^2-6x-4y+13}$$

প্রশ্নমতে, $P(x, y)$ বিন্দু থেকে y -অক্ষের দূরত্ব এবং $Q(3, 2)$ বিন্দু দূরত্ব সমান,

$$\therefore x = \sqrt{x^2+y^2-6x-4y+13}$$

$$\text{বা, } x^2 = x^2+y^2-6x-4y+13$$

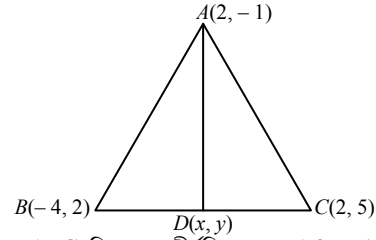
$$\text{বা, } x^2 - x^2 - y^2 + 6x + 4y - 13 = 0$$

$$\text{বা, } -y^2 + 6x + 4y - 13 = 0$$

$$\therefore y^2 - 4y - 6x + 13 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

১১ ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ $A(2, -1)$, $B(-4, 2)$, $C(2, 5)$ । ত্রিভুজটির মধ্যমা AD এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ $A(2, -1)$, $B(-4, 2)$, $C(2, 5)$ এবং AD মধ্যমা।

আমরা জানি, ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে।

এখন, AD মধ্যমা হওয়ায়, D , BC এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore D \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } x = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\text{এবং } y = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\therefore D \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-1, \frac{7}{2}\right)$$

এখন, $A(2, -1)$ ও $D\left(-1, \frac{7}{2}\right)$ বিন্দুর সংযোজক রেখাংশই হচ্ছে ত্রিভুজটির মধ্যমা AD ।

$$\therefore AD = \sqrt{\{(-1-2)\}^2 + \left\{\frac{7}{2} - (-1)\right\}^2}$$

$$= \sqrt{\{-3\}^2 + \left(\frac{7}{2} + 1\right)^2}$$

$$= \sqrt{9 + \left(\frac{7+2}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{9 + \left(\frac{9}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{9 + \frac{81}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{36+81}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{117}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{9 \times 13}{4}}$$

$$= \frac{3}{2} \sqrt{13} \text{ একক}$$

\therefore ত্রিভুজটির মধ্যমা AD এর মান $\frac{3}{2} \sqrt{13}$ (Ans.)