

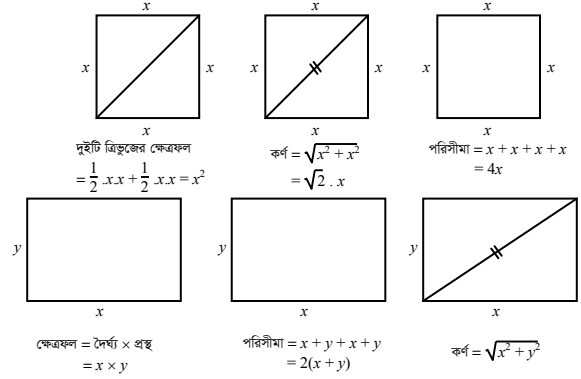
অনুশীলনী - ৫.৫

সহসমীকরণের ধারণা ব্যবহার করে দৈনন্দিন জীবনে বহু সমস্যার সমাধান করা যায়। এ ধরনের সমস্যা সমাধানে নিম্নোক্ত বিষয়গুলো মান রাখা জরুরি:

- প্রদত্ত তথ্য হতে অজ্ঞাত রাশির মাধ্যমে পরস্পর অনির্ভর ও সঙ্গতিপূর্ণ সমীকরণ গঠন করতে হবে।
- গঠিত সমীকরণ জোট সমাধান করে অজ্ঞাত (চলক) রাশির মান নির্ণয় করলেই কাঙ্ক্ষিত সমাধান পাওয়া যায়।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:

- বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক হলে বর্গক্ষেত্রের:
 - ক্ষেত্রফল $= x^2$ বর্গ একক
 - কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}x$ একক
 - পরিসীমা $= 4x$ একক
- আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক হলে আয়তক্ষেত্রের:
 - ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গ একক
 - পরিসীমা $= 2(x + y)$ একক
 - অর্ধ-পরিসীমা $= x + y$ একক
 - কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$ একক
- একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y হলে:
 - সংখ্যাটি $= x + 10y$
 - অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি $= (y + 10x)$
- দুই ধনাত্মক সংখ্যা x ও y হলে:
 - সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি $= x^2 + y^2$
 - সংখ্যা দুইটির গুণফল $= xy$



☒ জেনে রাখা ভালো:

- বাস্তব সংখ্যার বর্গের মান সর্বদাই ধনাত্মক। যেমন: $(5)^2 = 25$, $(-5)^2 = 25$, $(\sqrt{7})^2 = 7$
- বাস্তব সংখ্যার বর্গমূল সর্বদাই ধনাত্মক। যেমন: $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{2} = 1.41 \dots \dots$
- যেকোনো ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, কর্ণের দৈর্ঘ্য, পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল সর্বদাই ধনাত্মক। এদের ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।
- বর্গ এবং আয়ত উভয়ের ক্ষেত্রে কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান। কিন্তু রম্বস এবং সামান্তরিকের ক্ষেত্রে কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান নয়।



অনুশীলনীর সমাধান

১. দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গমিটার। ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 240 বর্গমিটার হলে, বর্গক্ষেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ কত?

সমাধান: মনে করি, একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং অপর বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য y মিটার

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 481 \dots \dots (i)$

এবং $xy = 240 \dots \dots (ii)$

আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$$= 481 + 2.240$$

$$= 481 + 480$$

$$= 961$$

$$\therefore x + y = \pm 31$$

যেহেতু দুইটি দৈর্ঘ্যের সমষ্টি ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং $x + y = -31$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\therefore x + y = 31 \dots \dots (iii)$$

$$\text{আবার, } (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$= 481 - 2.240$$

$$= 481 - 480$$

$$= 1$$

$$\therefore x - y = \pm 1 \dots \dots (iv)$$

(iii) + (iv) করে,

$$x + y + x - y = 31 \pm 1$$

$$\text{বা, } 2x = 31 \pm 1$$

$$\text{বা, } x = \frac{31+1}{2} = \frac{32}{2}, \frac{30}{2} = 16, 15$$

x এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 16 \text{ হলে, } 16 + y = 31$$

$$\text{বা, } y = 31 - 16$$

$$\text{বা, } y = 15$$

$$\text{আবার, } x = 15 \text{ হলে, } 15 + y = 31$$

$$\text{বা, } y = 31 - 15$$

$$\text{বা, } y = 16$$

\therefore বর্গক্ষেত্র দুটির বাহুর পরিমাণ 16 মিটার এবং 15 মিটার। (Ans.)

◆◆ অনুশীলনীর ১নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি ৪৮১ বর্গমিটার। ঐ দুইটি বর্গক্ষেত্রের দুই বাহু দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২৪০ বর্গমিটার।
ক. বর্গক্ষেত্র দুইটির বাহুর সমষ্টি কত?
খ. বর্গক্ষেত্র দুইটির বাহু পরিমাণ নির্ণয় কর।
গ. দেখাও যে, বর্গক্ষেত্র দুইটির পরিসীমার সমষ্টি আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমার দ্বিগুণ।

নিজে নিজে চেষ্টা কর।
(ক) ৩১; (খ) ১৬ মিটার, ১৫ মিটার

২. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি ২৫০। সংখ্যা দুইটির গুণফল ১১৭, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 250 \dots \dots (i)$

এবং $xy = 117 \dots \dots (ii)$

আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
 $= 250 + 2 \cdot 117$
 $= 250 + 234$
 $= 484$

$\therefore x + y = \pm 22$

যেহেতু দুটি ধনাত্মক সংখ্যার সমষ্টি ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং $x + y = -22$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore x + y = 22 \dots \dots (iii)$

আবার, $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$
 $= 250 - 2 \cdot 117$
 $= 250 - 234$
 $= 16$

$\therefore x - y = \pm 4 \dots \dots (iv)$

(iii) + (iv) করে,

$2x = 22 \pm 4$

$\therefore x = \frac{2(11 \pm 2)}{2} = 11 \pm 2 = 13 \text{ বা } 9$

x এর মান (iii) এ বসিয়ে,

$x = 13$ হলে, $13 + y = 22$

বা, $y = 22 - 13$

বা, $y = 9$

আবার, $x = 9$ হলে, $9 + y = 22$

বা, $y = 22 - 9$

বা, $y = 13$

\therefore সংখ্যা দুটি ১৩ এবং ৯ (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, সংখ্যা দুটি x ও y

প্রথম শর্তানুসারে, $x^2 + y^2 = 250 \dots \dots (i)$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $xy = 117 \dots \dots (ii)$

আমরা জানি, $(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$
 $= (x^2 + y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (250)^2 - (2 \times 117)^2$ [(i) ও (ii) থেকে]
 $= (250)^2 - (234)^2$
 $= (250 + 234)(250 - 234)$
 $= 484 \times 16$
 $= (22)^2 \times 4^2$

$\therefore x^2 - y^2 = \pm \sqrt{(88)^2}$

$\therefore x^2 - y^2 = \pm 88 \dots \dots (iii)$

(i) + (iii) করে,

$x^2 + y^2 + x^2 - y^2 = 250 \pm 88$

বা, $2x^2 = 250 \pm 88$

বা, $x^2 = \frac{250 \pm 88}{2}$

বা, $x^2 = 125 \pm 44$

বা, $x^2 = 125 + 44$; $125 - 44$

বা, $x^2 = 169$; 81

$\therefore x^2 = 169$ অথবা, $x^2 = 81$

বা, $x = \pm \sqrt{169}$ বা, $x = \pm \sqrt{81}$

বা, $x = \pm 13$ বা, $x = \pm 9$

যেহেতু সংখ্যাদ্বয় ধনাত্মক সেহেতু x এর ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore x = 13$ বা, 9

(ii) এ $x = 13$ বসিয়ে পাই, $y = \frac{117}{13} = 9$

এবং $x = 9$ বসিয়ে পাই, $y = \frac{117}{9} = 13$

\therefore সংখ্যাদ্বয় ১৩, ৯ (Ans.)

৩. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ১০ মিটার। ইহার বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুদ্বয় দ্বারা অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২৮ বর্গমিটার হলে, প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি,

প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x মিটার ও y মিটার।

\therefore প্রথম আয়তক্ষেত্রটির কর্ণ $= \sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

প্রশ্নমতে, $\sqrt{x^2 + y^2} = 10$

বা, $x^2 + y^2 = 100 \dots \dots (i)$ [বর্গ করে]

এবং অপর আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $(x + y)$ মিটার এবং প্রস্থ $(x - y)$ মিটার।

প্রশ্নমতে, $(x + y)(x - y) = 28$

বা, $x^2 - y^2 = 28 \dots \dots (ii)$

(i) + (ii) করে,

$x^2 + y^2 + x^2 - y^2 = 100 + 28$

বা, $2x^2 = 128$

বা, $x^2 = \frac{128}{2} = 64$

বা, $x = \pm \sqrt{64} = \pm 8$

$\therefore x = 8$ [\therefore দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না]

x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$8^2 + y^2 = 100$

বা, $y^2 = 100 - 8^2 = 36$

বা, $y = \pm \sqrt{36} = \pm 6$

$\therefore y = 6$ [\therefore প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]

\therefore প্রথম আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ৮ মিটার এবং প্রস্থ = ৬ মিটার (Ans.)

৪. দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি ১৮১ এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল ৯০, সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 181 \dots \dots (i)$

এবং $xy = 90 \dots \dots (ii)$

সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর $x^2 - y^2$ অথবা, $y^2 - x^2$

আমরা জানি, $(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$
 $= (181)^2 - 4 \cdot (90)^2$
 $= 32761 - 32400$
 $= 361$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - y^2 &= \pm \sqrt{361} = \pm 19 \\ \text{আবার, } (y^2 - x^2)^2 &= (y^2 + x^2)^2 - 4y^2x^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - 4(xy)^2 \\ &= (181)^2 - 4(90)^2 \\ &= 32761 - 32400 \\ &= 361\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore y^2 - x^2 &= \pm \sqrt{361} = \pm 19 \\ \text{যেহেতু সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর অর্থাৎ শুধুমাত্র মান চাওয়া হয়েছে।} \\ \therefore \text{সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর} &= 19 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

মনে করি, সংখ্যাদ্বয় x ও y এবং $x > y$
 প্রথম শর্তানুসারে, $x^2 + y^2 = 181 \dots \dots \dots$ (i)
 দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $xy = 90 \dots \dots \dots$ (ii)
 আমরা জানি, $(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4y^2x^2$
 $= (x^2 + y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (181)^2 - (180)^2$ [(i) ও (ii) হতে]
 $= (181 + 180)(181 - 180)$
 $= 361 \times 1$
 $\therefore x^2 - y^2 = \pm 19$
 কিন্তু ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয় কারণ $x > y$ ।
 সুতরাং সংখ্যাদ্বয়ের বর্গের অন্তর 19।

৫ একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার। অপর একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ অপেক্ষা যথাক্রমে 4 মিটার এবং 1 মিটার বেশি এবং ক্ষেত্রফল 50 বর্গমিটার। প্রথম আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x মিটার ও y মিটার।
 \therefore ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার।
 প্রশ্নমতে, $xy = 24 \dots \dots \dots$ (i)
 অপর আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে $(x + 4)$ মিটার ও $(y + 1)$ মিটার। তাহলে অপর আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল
 $= (x + 4)(y + 1)$ বর্গমিটার
 $= (xy + x + 4y + 4)$ বর্গমিটার
 প্রশ্নমতে, $xy + x + 4y + 4 = 50$
 বা, $24 + x + 4y = 50 - 4$ [$\because xy = 24$]
 বা, $x + 4y = 46 - 24$
 বা, $x = 22 - 4y \dots \dots \dots$ (ii)
 সমীকরণ (i) এ $x = 22 - 4y$ বসিয়ে পাই,
 $(22 - 4y)y = 24$
 বা, $22y - 4y^2 = 24$
 বা, $-4y^2 + 22y - 24 = 0$
 বা, $2y^2 - 11y + 12 = 0$ [-2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $2y^2 - 8y - 3y + 12 = 0$
 বা, $2y(y - 4) - 3(y - 4) = 0$
 বা, $(y - 4)(2y - 3) = 0$
 $\therefore y - 4 = 0$ অথবা, $2y - 3 = 0$
 বা, $y = 4$ বা, $2y = 3$
 বা, $y = \frac{3}{2}$
 $\therefore y = 1\frac{1}{2}$
 y এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,
 $y = 4$ হলে, $x = 22 - 4 \cdot 4 = 22 - 16 = 6$
 $y = \frac{3}{2}$ হলে, $x = 22 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 22 - 6 = 16$
 \therefore ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 6 মিটার ও 4 মিটার
 অথবা, 16 মিটার ও $1\frac{1}{2}$ মিটার। (Ans.)

৬ একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার।
 \therefore আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার
 প্রশ্নানুসারে, $xy = 600 \dots \dots \dots$ (i)
 এবং $2y = x + 23$
 বা, $x = 2y - 23 \dots \dots \dots$ (ii)
 সমীকরণ (i) এ $x = 2y - 23$ বসিয়ে পাই,
 $y(2y - 23) = 600$
 বা, $2y^2 - 23y - 600 = 0$
 বা, $2y^2 - 48y + 25y - 600 = 0$
 বা, $2y(y - 24) + 25(y - 24) = 0$
 বা, $(y - 24)(2y + 25) = 0$

$\therefore y - 24 = 0$ অথবা, $2y + 25 = 0$
 বা, $y = 24$ বা, $2y = -25$
 বা, $y = -\frac{25}{2}$
 কিন্তু প্রস্থ $y = -\frac{25}{2}$ গ্রহণযোগ্য নহে। কারণ প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।
 $\therefore y = 24$
 y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,
 $x = 2y - 23$
 বা, $x = 2 \cdot 24 - 23$
 বা, $x = 48 - 23$
 বা, $x = 25$
 \therefore আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 25 মিটার এবং প্রস্থ 24 মিটার। (Ans.)

৭ একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 8 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার
 তাহলে, আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা $= 2(x + y)$ মিটার
 এবং ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার
 একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$
 \therefore দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $= 2\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার
 প্রশ্নমতে, $2\sqrt{x^2 + y^2} + 8 = 2(x + y)$
 বা, $\sqrt{x^2 + y^2} + 4 = x + y$ [2 দ্বারা ভাগ করে]
 বা, $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 4 \dots \dots \dots$ (i)
 আবার প্রশ্নানুসারে, $xy = 48 \dots \dots \dots$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে,
 $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 4$
 বা, $(\sqrt{x^2 + y^2})^2 = (x + y - 4)^2$ [বর্গ করে]
 বা, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2(x + y) \cdot 4 + 4^2$
 বা, $x^2 + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 8(x + y) + 16$
 বা, $8(x + y) = x^2 + 2.48 + y^2 + 16 - x^2 - y^2$ [$\because xy = 48$]
 বা, $8(x + y) = 96 + 16$
 বা, $x + y = \frac{112}{8}$
 বা, $x + y = 14$
 বা, $y = 14 - x \dots \dots \dots$ (iii)

সমীকরণ (ii) এ $y = 14 - x$ বসিয়ে,

$$x(14 - x) = 48$$

$$\text{বা, } 14x - x^2 - 48 = 0$$

$$\text{বা, } -x^2 + 14x - 48 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x - 6x + 48 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 8) - 6(x - 8) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 8)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x - 8 = 0$$

$$\text{অথবা, } x - 6 = 0$$

$$\text{বা, } x = 8$$

$$\text{বা, } x = 6$$

x এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 8 \text{ হলে, } y = 14 - 8 = 6$$

$$x = 6 \text{ হলে, } y = 14 - 6 = 8$$

$x = 6$ এবং $y = 8$ গ্রহণযোগ্য নহে। কারণ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বড় হতে পারে না।

$\therefore x = 8$ এবং $y = 6$ গ্রহণযোগ্য হবে।

অতএব, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রস্থ ৬ মিটার। (Ans.)

☒ জেনে রাখা ভালো: কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এর প্রস্থের অপেক্ষা বড় হবে।

◆◆ অনুশীলনীর ৭নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৪৪০ বর্গমিটার এবং অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা ১২ মিটার বেশি। ক. আয়তক্ষেত্রটির x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হলে, ক্ষেত্রটির অর্ধপরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? খ. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। গ. ক্ষেত্রটির কর্ণকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্ত ক্ষেত্রটির চতুর্দিকে ৪ মিটার চওড়া রাস্তা আছে, প্রতি বর্গমিটার ১৫০.০০ টাকা হিসেবে রাস্তাটিতে ঘাস লাগাতে কত খরচ হবে?</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর।</p>
---	-----------------------------

<p>৮ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ২ হয়। সংখ্যাটির সাথে ২৭ যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।</p>

সমাধান: মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10x + y$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{10x + y}{xy} = 2$$

$$\text{বা, } 10x + y = 2xy \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } 10x + y + 27 = 10y + x$$

$$\text{বা, } 10x + y + 27 - 10y - x = 0$$

$$\text{বা, } 9x - 9y + 27 = 0$$

$$\text{বা, } 9(x - y + 3) = 0$$

$$\text{বা, } x - y + 3 = 0 \quad [9 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x = y - 3 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) এ $x = y - 3$ বসিয়ে,

$$10(y - 3) + y = 2y(y - 3)$$

$$\text{বা, } 10y - 30 + y = 2y^2 - 6y$$

$$\text{বা, } 10y + y - 2y^2 + 6y - 30 = 0$$

$$\text{বা, } -2y^2 + 17y - 30 = 0$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 17y + 30 = 0 \quad [-1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 2y^2 - 12y - 5y + 30 = 0$$

$$\text{বা, } 2y(y - 6) - 5(y - 6) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 6)(2y - 5) = 0$$

$$\therefore y - 6 = 0 \quad \text{অথবা, } 2y - 5 = 0$$

$$\text{বা, } y = 6 \quad \text{বা, } 2y = 5$$

$$\text{বা, } y = \frac{5}{2}$$

কিন্তু, $y = \frac{5}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ কোনো পূর্ণসংখ্যার অঙ্ক ভগ্নাংশ হতে পারে না।

$$\therefore y = 6$$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$$x = y - 3 = 6 - 3 = 3 \therefore x = 3$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10x + y$$

$$= 10 \times 3 + 6$$

$$= 30 + 6$$

$$= 36 \quad (\text{Ans.})$$

<p>৯ একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা ৫৬ মিটার এবং একটি কর্ণ ২০ মিটার। ঐ বাগানের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?</p>
--

সমাধান: মনে করি, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার

$$\therefore \text{বাগানের পরিসীমা} = 2(x + y) \text{ মিটার}$$

$$\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ মিটার}$$

এবং ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2(x + y) = 56$$

$$\text{বা, } x + y = 28 \dots \dots \dots (i) \quad [2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{এবং } \sqrt{x^2 + y^2} = 20$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 = 400 \dots \dots \dots (ii) \quad [\text{বর্গ করে}]$$

সমীকরণ (i) হতে,

$$x + y = 28$$

$$\text{বা, } (x + y)^2 = (28)^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2xy = 784$$

$$\text{বা, } 400 + 2xy = 784 \quad [\because x^2 + y^2 = 400]$$

$$\text{বা, } 2xy = 784 - 400$$

$$\text{বা, } 2xy = 384$$

$$\text{বা, } xy = 192 \quad [2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore \text{বাগানের ক্ষেত্রফল} = 192 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = 192 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{192} \text{ মিটার}$$

$$= \sqrt{64 \times 3} \text{ মিটার}$$

$$= 8\sqrt{3} \text{ মিটার} \quad (\text{Ans.})$$

১০ একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার।

\therefore ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধপরিসীমা = $\frac{2(x+y)}{2} = (x+y)$ মিটার

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2+y^2}$ মিটার।

শর্তমতে, $xy = 300 \dots \dots \dots$ (i)

এবং $(x+y) - \sqrt{x^2+y^2} = 10 \dots \dots \dots$ (ii)

এখন, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$(x+y) - 10 = \sqrt{x^2+y^2}$$

বা, $\{(x+y) - 10\}^2 = (\sqrt{x^2+y^2})^2$ [বর্গ করে]

বা, $(x+y)^2 - 2(x+y) \cdot 10 + (10)^2 = x^2+y^2$

বা, $x^2 + 2xy + y^2 - 20x - 20y + 100 - x^2 - y^2 = 0$

বা, $2xy - 20x - 20y + 100 = 0$

বা, $2 \cdot 300 - 20x - 20y + 100 = 0$ [$\because xy = 300$]

বা, $-20x - 20y = -700$

বা, $-20(x+y) = -700$

বা, $x+y = \frac{-700}{-20}$

বা, $x+y = 35 \dots \dots \dots$ (iii)

আবার আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$

বা, $(x-y)^2 = (35)^2 - 4 \times 300$ [$\because xy = 300$]

বা, $(x-y)^2 = 1225 - 1200$

বা, $(x-y)^2 = 25$

বা, $x-y = \pm \sqrt{25}$

বা, $x-y = 5 \dots \dots \dots$ (iv)

[ধনাত্মক মান নিয়ে। কারণ দৈর্ঘ্য $>$ প্রস্থ ধরা হয়।]

(iii) নং ও (iv) নং সমীকরণ যোগ করে,

$$x+y+x-y = 35+5$$

বা, $2x = 40$

বা, $x = 20$

x এর মান (iv) নং এ বসিয়ে,

$$x-y = 5$$

বা, $-y = 5 - x$

বা, $-y = 5 - 20$

বা, $y = 15$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

\therefore আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার। (Ans.)

১১ দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহু x ও y দ্বারা আবদ্ধ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 49। বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি সর্বনিম্ন কত হতে পারে? [সংশোধিত]

সমাধান: দেওয়া আছে, দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহু x ও y এবং এদের দ্বারা আবদ্ধ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 49।

$\therefore xy = 49$

সুতরাং বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি = $x^2 + y^2$

বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি অর্থাৎ $(x^2 + y^2)$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয়:

$$(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2$$

বা, $x^2 + y^2 = \sqrt{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2}$ [দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি ঋণাত্মক হতে পারে না, তাই \pm দেয়া হয়নি]

$$= \sqrt{(x^2 - y^2)^2 + 4(xy)^2}$$

$$= \sqrt{(x^2 - y^2)^2 + 4(49)^2} \quad [\because xy = 49]$$

$$= \sqrt{(x^2 - y^2)^2 + 9604}$$

$(x^2 + y^2)$ এর মান সর্বনিম্ন হবে যদি $(x^2 - y^2)^2$ এর মান সর্বনিম্ন হয়।

$(x^2 - y^2)^2$ এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না। কেননা, কোনো বাস্তব সংখ্যার বর্গের মান সর্বদা অঋণাত্মক। তাই $(x^2 - y^2)^2$ এর সর্বনিম্ন মান = 0

সেক্ষেত্রে $(x^2 + y^2)$ এর সর্বনিম্ন মান = $\sqrt{0 + 9604} = 98$

❖ দৃষ্টি আকর্ষণ: বইয়ে $(x^2 + y^2)$ এর সর্বোচ্চ মান বের করতে বলা হয়েছে, যা প্রকৃতপক্ষে ভুল। কারণ x, y কে বাস্তব সংখ্যা বিবেচনা করলে $(x^2 + y^2)$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় সম্ভব নয়। বিষয়টি নিম্নে তুলে ধরা হলো:

দেওয়া আছে, দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহু x ও y দ্বারা আবদ্ধ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 49।

$\therefore xy = 49$

বা, $y = \frac{49}{x} \dots \dots \dots$ (i)

আমরা জানি, $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

বা, $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2 \cdot 49$; [$\because xy = 49$]

$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 98 \dots \dots \dots$ (ii)

এখন, (ii) নং থেকে বলা যায়, $(x^2 + y^2)$ এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন

$(x+y) = \left(x + \frac{49}{x}\right)$ এর মান সর্বোচ্চ হবে। [\because (i) নং হতে পাই, $y = \frac{49}{x}$]

x , যে কোনো বাস্তব সংখ্যা হলে $(x+y) = \left(x + \frac{49}{x}\right)$ এর সর্বোচ্চ মান

নির্ণয় সম্ভব নয়। কেননা x এর সর্বোচ্চ মান '+ ∞ ' পর্যন্ত হতে পারে।

$\left(x + \frac{49}{x}\right)$ এর সর্বোচ্চ মানের সীমা নির্ণয় সম্ভব না হলে (ii) নং থেকে

বলা যায়, $(x^2 + y^2)$ এরও সর্বোচ্চ মানের সীমা নির্ধারণ সম্ভব নয়।

অর্থাৎ $(x^2 + y^2)$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় সম্ভব নয়।