

# তৃতীয় অধ্যায়

## বীজগাণিতিক রাশি

### অনুশীলনী - ৩.১

#### সূত্র ও অনুসিদ্ধান্তসমূহ

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a - b)^2 + 4ab$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a + b)^2 - 4ab$
- $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = (a - b)^2 + 2ab = \frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2}$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$
- $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$
- $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$
- $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
- $2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$



#### অনুশীলনীর সমাধান



১ সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর:

- (ক)  $2a + 3b$       (খ)  $x^2 + \frac{2}{y^2}$       (গ)  $4y - 5x$       (ঘ)  $5x^2 - y$       (ঙ)  $3b - 5c - 2a$       (চ)  $ax - by - cz$   
(ছ)  $2a + 3x - 2y - 5z$       (জ) 1007

সমাধান:

ক  $(2a + 3b)$  এর বর্গ  
 $= (2a + 3b)^2$   
 $= (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2$   
 $= 4a^2 + 12ab + 9b^2$  (Ans.)

খ  $\left(x^2 + \frac{2}{y^2}\right)$  এর বর্গ  
 $= \left(x^2 + \frac{2}{y^2}\right)^2$   
 $= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{2}{y^2} + \left(\frac{2}{y^2}\right)^2$   
 $= x^4 + \frac{4x^2}{y^2} + \frac{4}{y^4}$  (Ans.)

গ  $(4y - 5x)$  এর বর্গ  
 $= (4y - 5x)^2$   
 $= (4y)^2 - 2 \cdot 4y \cdot 5x + (5x)^2$   
 $= 16y^2 - 40xy + 25x^2$  (Ans.)

ঘ  $(5x^2 - y)$  এর বর্গ  
 $= (5x^2 - y)^2$   
 $= (5x^2)^2 - 2 \cdot 5x^2 \cdot y + y^2$   
 $= 25x^4 - 10x^2y + y^2$  (Ans.)

ঙ  $(3b - 5c - 2a)$  এর বর্গ  
 $= (3b - 5c - 2a)^2$   
 $= \{3b + (-5c) + (-2a)\}^2$   
 $= (3b)^2 + (-5c)^2 + (-2a)^2 + 2 \cdot 3b \cdot (-5c) + 2 \cdot (-5c) \cdot (-2a) + 2 \cdot (-2a) \cdot 3b$   
 $= 9b^2 + 25c^2 + 4a^2 - 30bc + 20ca - 12ab$  (Ans.)

চ  $(ax - by - cz)$  এর বর্গ  
 $= (ax - by - cz)^2$   
 $= \{ax + (-by) + (-cz)\}^2$   
 $= (ax)^2 + (-by)^2 + (-cz)^2 + 2 \cdot ax \cdot (-by) + 2 \cdot (-by) \cdot (-cz) + 2 \cdot (-cz) \cdot ax$   
 $= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 - 2abxy + 2bcyz - 2cazx$  (Ans.)

ছ  $(2a + 3x - 2y - 5z)$  এর বর্গ  
 $= \{(2a + 3x) - (2y + 5z)\}^2$   
 $= (2a + 3x)^2 - 2(2a + 3x)(2y + 5z) + (2y + 5z)^2$   
 $= (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3x + (3x)^2 - 2(4ay + 10az + 6xy + 15xz)$   
 $+ (2y)^2 + 2 \cdot 2y \cdot 5z + (5z)^2$   
 $= 4a^2 + 12ax + 9x^2 - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 4y$   
 $+ 20yz + 25z^2$   
 $= 4a^2 + 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12ax - 8ay - 20az - 12xy$   
 $- 30xz + 20yz$  (Ans.)

বি.দ্র: শেষের লাইনটি না লিখলেও চলে।

জ 1007 এর বর্গ  
 $= (1000 + 7)^2$   
 $= (1000)^2 + 2 \cdot 1000 \cdot 7 + (7)^2$   
 $= 1000000 + 14000 + 49$   
 $= 1014049$  (Ans.)

২ সরল কর:

(ক)  $(7p + 3q - 5r)^2 - 2(7p + 3q - 5r)(8p - 4q - 5r) + (8p - 4q - 5r)^2$   
(খ)  $(2m + 3n - p)^2 + (2m - 3n + p)^2 - 2(2m + 3n - p)(2m - 3n + p)$   
(গ)  $6.35 \times 6.35 + 2 \times 6.35 \times 3.65 + 3.65 \times 3.65$   
(ঘ)  $\frac{2345 \times 2345 - 759 \times 759}{2345 - 759}$

সমাধান:

ক  $(7p + 3q - 5r)^2 - 2(7p + 3q - 5r)(8p - 4q - 5r) + (8p - 4q - 5r)^2$   
ধরি,  $7p + 3q - 5r = a$  এবং  $8p - 4q - 5r = b$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 - 2ab + b^2$   
 $= (a - b)^2$   
 $= \{(7p + 3q - 5r) - (8p - 4q - 5r)\}^2$   
 $[a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$   
 $= (7p + 3q - 5r - 8p + 4q + 5r)^2$   
 $= (7q - p)^2$   
 $= (7q)^2 - 2 \cdot 7q \cdot p + p^2$   
 $= 49q^2 - 14pq + p^2$  (Ans.)

খ  $(2m + 3n - p)^2 + (2m - 3n + p)^2 - 2(2m + 3n - p)(2m - 3n + p)$   
ধরি,  $2m + 3n - p = a$  এবং  $2m - 3n + p = b$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 + b^2 - 2ab$   
 $= (a - b)^2$   
 $= (2m + 3n - p - 2m + 3n - p)^2$   
 $[a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$

$$= (6n - 2p)^2$$

$$= (6n)^2 - 2 \cdot 6n \cdot 2p + (2p)^2$$

$$= 36n^2 - 24np + 4p^2$$
 (Ans.)

গ  $6.35 \times 6.35 + 2 \times 6.35 \times 3.65 + 3.65 \times 3.65$   
 $= (6.35)^2 + 2 \times 6.35 \times 3.65 + (3.65)^2$   
 $= (6.35 + 3.65)^2$   
 $= (10)^2$   
 $= 100$  (Ans.)

ঘ  $\frac{2345 \times 2345 - 759 \times 759}{2345 - 759}$   
 $= \frac{(2345)^2 - (759)^2}{2345 - 759}$   
 $= \frac{(2345 + 759)(2345 - 759)}{2345 - 759}$   
 $= 2345 + 759$   
 $= 3104$  (Ans.)

৩  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$  হলে,  $a + b$  এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$   
 $\therefore$  আমরা জানি,  $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$   
 $= (4)^2 + 4 \times 60$  [মান বসিয়ে]  
 $= 16 + 240$   
 $= 256$   
 $\therefore (a + b) = \pm 16$  (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $a - b = 4$   
বা,  $(a - b)^2 = (4)^2$   
বা,  $(a + b)^2 - 4ab = 16$   
বা,  $(a + b)^2 - 4 \times 60 = 16$

বা,  $(a + b)^2 = 16 + 240$

বা,  $(a + b)^2 = 256$

$\therefore a + b = \pm 16$  (Ans.)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

আমরা জানি,  $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$

বা,  $4 \times 60 = (a + b)^2 - (4)^2$

বা,  $240 = (a + b)^2 - 16$

বা,  $(a + b)^2 = 240 + 16$

বা,  $(a + b)^2 = 256$

$\therefore a + b = \pm 16$  (Ans.)

৪  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$  হলে,  $a - b$  এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$   
 $\therefore$  আমরা জানি,  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$   
 $= (9m)^2 - 4 \times 18m^2$  [মান বসিয়ে]  
 $= 81m^2 - 72m^2$   
 $= 9m^2$   
 $\therefore a - b = \pm 3m$  (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

আমরা জানি,  $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$   
 বা,  $4 \times 18m^2 = (9m)^2 - (a - b)^2$   
 বা,  $72m^2 = 81m^2 - (a - b)^2$   
 বা,  $(72 - 81)m^2 = -(a - b)^2$   
 বা,  $(a - b)^2 = 9m^2$   
 $\therefore a - b = \pm 3m$  (Ans.)

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $a + b = 9m$   
 বা,  $(a + b)^2 = (9m)^2$   
 বা,  $a^2 + b^2 + 2ab = 81m^2$   
 বা,  $a^2 + b^2 + 2 \cdot 18m^2 = 81m^2$   
 বা,  $a^2 + b^2 = 81m^2 - 36m^2$   
 বা,  $(a - b)^2 + 2ab = 45m^2$   
 বা,  $(a - b)^2 + 2 \cdot 18m^2 = 45m^2$   
 বা,  $(a - b)^2 = 45m^2 - 36m^2$   
 বা,  $(a - b)^2 = 9m^2$   
 $\therefore a - b = \pm 3m$  (Ans.)

৫  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 4$   
 বামপক্ষ  $= x^4 + \frac{1}{x^4}$   
 $= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$   
 $= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$   
 $= \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$   
 $= \{(4)^2 + 2\}^2 - 2$  [মান বসিয়ে]  
 $= (16 + 2)^2 - 2 = (18)^2 - 2 = 324 - 2 = 322$   
 $\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$  (প্রমাণিত)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 4$   
 বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2$  [বর্গ করে]  
 বা,  $x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 16$   
 বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 + 2$   
 বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$   
 বা,  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (18)^2$  [পুনরায় বর্গ করে]  
 বা,  $x^4 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = 324$   
 বা,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 324 - 2$   
 $\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$  (প্রমাণিত)

৬  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,  $2x + \frac{2}{x} = 3$   
 বা,  $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$   
 $\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$   
 প্রদত্ত রাশি  $= x^2 + \frac{1}{x^2}$   
 $= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$   
 $= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = \frac{9}{4} - 2$   
 $= \frac{9 - 8}{4}$   
 $= \frac{1}{4}$  (Ans.)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $2x + \frac{2}{x} = 3$   
 বা,  $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$   
 বা,  $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$   
 বা,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$  [বর্গ করে]  
 বা,  $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4}$   
 বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4} - 2$   
 বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9 - 8}{4}$   
 $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$  (Ans.)

৭  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে, দেখাও যে,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ .

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= a^2 + \frac{1}{a^2} \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \\ &= (2)^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= a^4 + \frac{1}{a^4} \\ &= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\ &= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} \\ &= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \\ &= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (4 - 2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$  (দেখানো হলো)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 2$

বা,  $\frac{a^2 + 1}{a} = 2$

বা,  $a^2 + 1 = 2a$

বা,  $a^2 - 2a + 1 = 0$

বা,  $(a - 1)^2 = 0$

∴  $a = 1$

বামপক্ষ  $= a^2 + \frac{1}{a^2} = 1^2 + \frac{1}{1^2} = 1 + 1 = 2$

ডানপক্ষ  $= a^4 + \frac{1}{a^4} = 1^4 + \frac{1}{1^4} = 1 + 1 = 2$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

∴  $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$  (দেখানো হলো)

◆◆ অনুশীলনী ৫.৬ ও ৭ নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>(i) <math>p^2 - 1 = 4p</math> হলে -</p> <p>ক. <math>\left(p + \frac{1}{p}\right)^2</math> এর মান নির্ণয় কর।</p> <p>খ. <math>\frac{p^3 + 5p}{p^4 + 4p^2 - 5} \times \sqrt[3]{64}</math> এর মান নির্ণয় কর।</p> <p>গ. দেখাও যে, <math>p^4 = 322 - \frac{1}{p^4}</math></p>	<p>[সি. বো.-১৫]</p> <p>নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) 20; (খ) 1</p>
<p>(ii) <math>x = 9 + 4\sqrt{5}</math></p> <p>ক. <math>x</math> এর বর্গ নির্ণয় কর।</p> <p>খ. <math>\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2</math> এর মান নির্ণয় কর।</p> <p>গ. দেখাও যে, <math>x^4 - 322x^2 + 1 = 0</math></p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর (ক) <math>161 + 72\sqrt{5}</math>; (খ) 16</p>

৮  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $8ab(a^2 + b^2) = 24$

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 8ab(a^2 + b^2) \\ &= 4ab \cdot 2(a^2 + b^2) \\ &= \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\} \\ &= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (7 - 5)(7 + 5) \\ &= 2 \times 12 \\ &= 24 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

অর্থাৎ,  $8ab(a^2 + b^2) = 24$  (প্রমাণিত)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$

$$ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

∴  $8ab(a^2 + b^2)$

$$= 8ab \{(a + b)^2 - 2ab\}$$

$$= 8 \times \frac{1}{2} \left\{(\sqrt{7})^2 - 2 \times \frac{1}{2}\right\}$$

$$= 4 \times (7 - 1) = 4 \times 6 = 24$$

সুতরাং,  $8ab(a^2 + b^2) = 24$  (প্রমাণিত)

## সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$

এখানে,  $8ab(a^2 + b^2)$

$$= 8 \left\{ \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 - \left( \frac{a-b}{2} \right)^2 \right\} \left\{ \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2} \right\}$$

$$= 8 \left\{ \left( \frac{\sqrt{7}}{2} \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{5}}{2} \right)^2 \right\} \left\{ \frac{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2}{2} \right\}$$

$$= 8 \left( \frac{7}{4} - \frac{5}{4} \right) \left( \frac{7+5}{2} \right)$$

$$= 8 \times \frac{2}{4} \times \frac{12}{2} = 24$$

$$\therefore 8ab(a^2 + b^2) = 24 \text{ (প্রমাণিত)}$$

## ◆◆ অনুশীলনী ৮ নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>(i) <math>a + b = \sqrt{3}</math>, <math>a - b = \sqrt{2}</math>  ক. <math>x = 1 + \sqrt{3}</math>, <math>y = \sqrt{3} - 1</math> হলে <math>4xy</math> এর মান নির্ণয় কর।  খ. প্রমাণ কর যে, <math>8ab(a^2 + b^2) = 5</math>  গ. দেখাও যে, <math>4a - \frac{1}{b} = 0</math></p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর।  (ক) 8</p>
<p>(ii) <math>2a = \sqrt{7} + \sqrt{5}</math> ও <math>2b = \sqrt{7} - \sqrt{5}</math>  ক. <math>a + b</math> ও <math>a - b</math> এর মান কত?  খ. প্রমাণ কর যে, <math>8ab(a^2 + b^2) = 24</math>.  গ. দেখাও যে, <math>ab(a^4 - b^4) = 3\sqrt{35}</math></p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর  (ক) <math>\sqrt{7}</math>, <math>\sqrt{5}</math></p>

৯  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$  হলে,  $a^2 + b^2 + c^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$   
আমরা জানি,  $(a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$   
বা,  $(9)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2 \times 31$

বা,  $81 = (a^2 + b^2 + c^2) + 62$  [মান বসিয়ে]  
বা,  $81 - 62 = (a^2 + b^2 + c^2)$   
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 19$  (Ans.)

১০  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 8$  হলে,  $(a + b + c)^2$  মান কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 8$   
আমরা জানি,  $(a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$   
বা,  $(a + b + c)^2 = 9 + 2 \times 8$  [মান বসিয়ে]

বা,  $(a + b + c)^2 = 9 + 16$   
 $\therefore (a + b + c)^2 = 25$  (Ans.)

১১  $a + b + c = 6$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$  হলে,  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 =$  কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,  $a + b + c = 6$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$   
আমরা জানি,  $(a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$   
বা,  $(6)^2 = 14 + 2(ab + bc + ca)$  [মান বসিয়ে]  
বা,  $36 - 14 = 2(ab + bc + ca)$   
বা,  $2(ab + bc + ca) = 22$   
বা,  $ab + bc + ca = \frac{22}{2}$   
 $\therefore ab + bc + ca = 11$

প্রদত্ত রাশি  $= (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$   
 $= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2$   
 $= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$   
 $= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$   
 $= 2 \times 14 - 2 \times 11$  [মান বসিয়ে]  
 $= 28 - 22$   
 $= 6$  (Ans.)

## ◆◆ অনুশীলনী ১০ ও ১১নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p><math>x + y + z = 9</math> এবং <math>xy + yz + zx = 15</math>.  ক. <math>x^2 + y^2 + z^2 =</math> কত?  খ. <math>(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2</math> এর মান নির্ণয় কর।  গ. দেখাও যে, <math>(x + y - z)^2 + (x - y + z)^2 - 4xy - 4xz = 42</math></p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর  (ক) 51; (খ) 72</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------

১২  $x = 3$ ,  $y = 4$  এবং  $z = 5$  হলে,  $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx =$  কত?

সমাধান: দেওয়া আছে,  $x = 3$ ,  $y = 4$  এবং  $z = 5$   
প্রদত্ত রাশি  $= 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$   
 $= (3x)^2 + (-4y)^2 + (2z)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-4y) + 2 \cdot (-4y) \cdot 2z + 2 \cdot 2z \cdot 3x$

$= (3x - 4y + 2z)^2$   
 $= (3 \times 3 - 4 \times 4 + 2 \times 5)^2$   
 $= 3^2$   
 $= 9$  (Ans.)

১৩  $(a + 2b)(3a + 2c)$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান: ধরি,  $a + 2b = x$  এবং  $3a + 2c = y$

∴ প্রদত্ত রাশি =  $xy$

$$= \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{a+2b+3a+2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a+2b-3a-2c}{2}\right)^2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \left(\frac{4a+2b+2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{2b-2a-2c}{2}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{2(2a+b+c)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2(b-a-c)}{2}\right\}^2$$

$$= (2a+b+c)^2 - (b-a-c)^2 \text{ (Ans.)}$$

১৪  $x^2 + 10x + 24$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান:  $x^2 + 10x + 24$

$$= x^2 + 6x + 4x + 24$$

$$= x(x+6) + 4(x+6)$$

$$= (x+6)(x+4)$$

$$= \left(\frac{x+6+x+4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+6-x-4}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2x+10}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2(x+5)}{2}\right)^2 - 1^2$$

$$= (x+5)^2 - 1^2 \text{ (Ans.)}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$x^2 + 10x + 24$$

$$= x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + (5)^2 - 1^2$$

$$= (x+5)^2 - 1^2 \text{ (Ans.)}$$

১৫  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4$  হলে, (ক)  $a^2 + b^2$ , (খ)  $ab$  -এর মান কত?

সমাধান:

ক দেওয়া আছে,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8 \dots \dots \dots$  (i)  
এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4 \dots \dots \dots$  (ii)

$$\text{এখন, } a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 = 8$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 8$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 8$$

$$\text{বা, } 4 \times (a^2 + b^2 - ab) = 8$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2 - ab) = \frac{8}{4}$$

$$\therefore a^2 - ab + b^2 = 2 \dots \dots \dots$$
 (iii)

সমীকরণ (ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই

$$a^2 + ab + b^2 + a^2 - ab + b^2 = 4 + 2$$

$$\text{বা, } 2(a^2 + b^2) = 6$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2) = \frac{6}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 3 \text{ (Ans.)}$$

খ  $(a^2 + b^2)$  এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই

$$3 + ab = 4$$

$$\text{বা, } ab = 4 - 3$$

$$\therefore ab = 1 \text{ (Ans.)}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8 \dots \dots \dots$  (i)

এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4 \dots \dots \dots$  (ii)

(i) ÷ (ii) প্রয়োগ করে পাই,  $\frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{a^2 + ab + b^2} = \frac{8}{4}$

$$\text{বা, } \frac{(a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2}{a^2 + ab + b^2} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2}{a^2 + ab + b^2} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} = 2$$

$$\therefore a^2 - ab + b^2 = 2 \dots \dots \dots$$
 (iii)

(ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$$a^2 + ab + b^2 + a^2 - ab + b^2 = 4 + 2$$

$$\text{বা, } 2(a^2 + b^2) = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 3 \text{ (Ans.)}$$

$a^2 + b^2$  এর মান (ii) নং বসিয়ে পাই,

$$a^2 + ab + b^2 = 4$$

$$\text{বা, } 3 + ab = 4$$

$$\text{বা, } ab = 4 - 3 = 1 \text{ (Ans.)}$$

◆◆ অনুশীলনী ১৫ ও উদাহরণ ৭নং প্রশ্নের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ◆◆

<p>(i) <math>a^4 + a^2b^2 + b^4 = 21</math> এবং <math>a^2 + ab + b^2 = 7</math>, যেখানে <math>a, b</math> ধনাত্মক এবং <math>a &gt; b</math>। ক. <math>a^2 - ab + b^2</math> এর মান নির্ণয় কর। [ব.বো.-'১৬] খ. প্রমাণ কর যে, <math>8ab(a^2 + b^2) = 80</math>. গ. <math>a</math> ও <math>b</math> এর মান নির্ণয় কর।</p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর। (ক) 3; (গ) <math>a = 2</math> এবং <math>b = 1</math></p>
<p>(ii) <math>a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8</math> এবং <math>a^2 + ab + b^2 = 4</math> ক. <math>a^2 + ab + b^2</math> কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর। খ. (i) <math>a^2 + b^2</math> এবং (ii) <math>ab</math> এর মান কত? গ. প্রমাণ কর যে, <math>8(a^4 - b^4) = \pm 24\sqrt{5}</math></p>	<p>নিজে নিজে চেষ্টা কর (ক) <math>(a+b)^2 - (\sqrt{ab})^2</math></p>



## পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৪৬

সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর:

ক)  $3xy + 2ax$     খ)  $4x - 3y$     গ)  $x - 5y + 2z$

সমাধান:

ক

$$\begin{aligned} & (3xy + 2ax) \text{ এর বর্গ} \\ &= (3xy + 2ax)^2 \\ &= (3xy)^2 + 2 \times (3xy) \times (2ax) + (2ax)^2 \\ &= 9x^2y^2 + 12ax^2y + 4a^2x^2 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ

$$\begin{aligned} & (4x - 3y) \text{ এর বর্গ} \\ &= (4x - 3y)^2 \\ &= (4x)^2 - 2 \times (4x) \times (3y) + (3y)^2 \\ &= 16x^2 - 24xy + 9y^2 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ

$$\begin{aligned} & (x - 5y + 2z) \text{ এর বর্গ} \\ &= (x - 5y + 2z)^2 \\ &= \{x + (-5y) + 2z\}^2 \\ &= x^2 + (-5y)^2 + (2z)^2 + 2x \cdot (-5y) + 2(-5y) \cdot 2z + 2 \cdot 2z \cdot x \\ &= x^2 + 25y^2 + 4z^2 - 10xy - 20yz + 4zx \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & (x - 5y + 2z) \text{ এর বর্গ} \\ &= (x - 5y + 2z)^2 \\ &= \{(x - 5y) + 2z\}^2 \\ &= (x - 5y)^2 + 2 \cdot (x - 5y) \cdot 2z + (2z)^2 \\ &= (x - 5y)^2 + 4z(x - 5y) + 4z^2 \\ &= (x - 5y)^2 + 4zx - 20yz + 4z^2 \\ &= x^2 - 2x \cdot (5y) + (5y)^2 + 4zx - 20yz + 4z^2 \\ &= x^2 - 10xy + 25y^2 + 4zx - 20yz + 4z^2 \\ &= x^2 + 25y^2 + 4z^2 - 10xy - 20yz + 4zx \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-৪৮

ক) সরল কর:  $(4x + 3y)^2 + 2(4x + 3y)(4x - 3y) + (4x - 3y)^2$

সমাধান:

ক

$$\begin{aligned} & (4x + 3y)^2 + 2(4x + 3y)(4x - 3y) + (4x - 3y)^2 \\ & \text{ধরি, } 4x + 3y = a \text{ এবং } 4x - 3y = b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= (a + b)^2 \\ &= (4x + 3y + 4x - 3y)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (8x)^2 \\ &= 64x^2 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & (4x + 3y)^2 + 2(4x + 3y)(4x - 3y) + (4x - 3y)^2 \\ &= ((4x + 3y) + (4x - 3y))^2 \quad [\because a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2] \\ &= (8x)^2 \\ &= 64x^2 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমাধান (তৃতীয় পদ্ধতি)

$$\begin{aligned} & (4x + 3y)^2 + 2(4x + 3y)(4x - 3y) + (4x - 3y)^2 \\ &= (4x + 3y)^2 + (4x - 3y)^2 + 2(4x + 3y)(4x - 3y) \\ &= (4x + 3y + 4x - 3y)^2 - 2(4x + 3y)(4x - 3y) \\ & \quad + 2(4x + 3y)(4x - 3y) ; [\because a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab] \\ &= (8x)^2 \\ &= 64x^2 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ)  $x + y + z = 12$  এবং  $x^2 + y^2 + z^2 = 50$  হলে  
 $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:

খ

$$\begin{aligned} & \text{দেওয়া আছে, } x + y + z = 12 \text{ এবং } x^2 + y^2 + z^2 = 50 \\ & \text{আমরা জানি, } (x + y + z)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx) \\ & \text{বা, } (12)^2 = 50 + 2(xy + yz + zx) \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ & \text{বা, } 144 - 50 = 2(xy + yz + zx) \\ & \text{বা, } 94 = 2(xy + yz + zx) \\ & \text{বা, } 2(xy + yz + zx) = 94 \\ & \text{বা, } (xy + yz + zx) = \frac{94}{2} \\ & \therefore xy + yz + zx = 47 \\ & \text{প্রদত্ত রাশি} = (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2 \\ &= 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx \\ &= 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) \\ &= 2 \times 50 - 2 \times 47 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 100 - 94 = 6 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$