

অনুশীলনী- ১১.৪

ঢাল নির্ণয়:

- i. কোনো সরলরেখা দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) দিয়ে গমন করলে ঐ সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ।
- ii. কোনো সরলরেখার সমীকরণ দেওয়া থাকলে, প্রথমেই সেটাকে $y = mx + c$ আকারে পরিণত করে নিতে হবে। $y = mx + c$ আকারের সমীকরণে x এর সহগ তথা m -ই প্রদত্ত সরলরেখার ঢাল। (c হলো y অক্ষ দ্বারা কর্তিত অংশের পরিমাণ)

সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়:

- i. যদি কোনো সরলরেখার ঢাল m হয় এবং তা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু (x_1, y_1) দিয়ে গমন করে, তবে সরলরেখার সমীকরণ, $(y - y_1) = m(x - x_1)$
- ii (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ । দুটি বিন্দু দেওয়া থাকলে তা থেকে ঢাল নির্ণয় করে নিয়ে (i) নং পদ্ধতিতেও সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করা যায়।

সরলরেখা সম্পর্কিত নিম্নোক্ত তথ্যাবলি লক্ষ কর:

- i. $y = mx$ মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ।
- ii. $y = mx + c$ সমীকরণে c হলো y অক্ষের কর্তিত অংশের পরিমাণ।
- iii. $y = mx + c$ রেখাটি y অক্ষকে $(0, c)$ বিন্দুতে ছেদ করে।
- iv. দুটি রেখার ঢাল সমান হলে, তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- v. দুটি সরলরেখার সমীকরণ দেওয়া থাকলে, তাদের সাধারণ সমীকরণ সমাধান করলেই রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক পাওয়া যায়।
- vi. কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনো সরলরেখার সমীকরণকে সিদ্ধ করলে ঐ বিন্দুটি উক্ত সরলরেখার উপর দিয়ে অবস্থিত। অন্যভাবে বলা যায়, সরলরেখাটি ঐ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।
- vii. x অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$
- viii. x অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $y = b$
- ix. y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$
- x. y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $x = a$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

তিনটি বিন্দু (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) কে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করলে, বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল:

চারটি বিন্দু (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , (x_4, y_4) কে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বিবেচনা করলে বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল:

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

অনুরূপভাবে, বহুভুজের স্থানাঙ্ক দেওয়া থাকলেও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।



অনুশীলনীর সমাধান

১ $A(-1, 3)$ এবং $B(2, 5)$ হলে AB এর

- i. দৈর্ঘ্য $\sqrt{13}$ একক
- ii. ঢাল $\frac{2}{3}$
- iii. সমীকরণ $2x - 3y = 11$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i, ii (খ) i, iii (গ) ii, iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: (i) নং সঠিক, AB এর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(\text{ভূজদ্বয়ের অন্তর})^2 + (\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর})^2}$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

(ii) নং সঠিক কারণ, AB এর ঢাল $= \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভূজদ্বয়ের অন্তর}}$

$$= \frac{3 - 5}{-1 - 2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

(iii) নং সঠিক কারণ, AB রেখাটি $A(-1, 3)$ বিন্দুগামী এবং ঢাল, $m = \frac{2}{3}$

$\therefore AB$ রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\text{বা, } y - 3 = \frac{2}{3}(x + 1)$$

$$\text{বা, } 3y - 9 = 2x + 2$$

$$\text{বা, } 3y - 2x - 9 - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 3y - 2x - 11 = 0$$

$$\therefore 2x - 3y = 11$$

২ $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ এ s দ্বারা বুঝায়

- (ক) ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল (খ) বৃত্তের ক্ষেত্রফল
(গ) ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা (ঘ) বৃত্তের অর্ধ পরিধি

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: s দ্বারা semiperimeter বা অর্ধপরিসীমা বুঝায়।

☒ **লক্ষণীয়:** ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c হলে এর পরিসীমা $= a + b + c$

$$\therefore \text{অর্ধপরিসীমা, } s = \frac{a + b + c}{2}$$

$$\text{এবং ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

৩

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল
(ক) 12 বর্গ একক (খ) 15 বর্গ একক
(গ) 6 বর্গ একক (ঘ) 60 বর্গ একক

উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$
 $= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ একক

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AB \times BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \text{ বর্গ একক} = 6 \text{ বর্গ একক}$$

৪

$A(1,1)$ $B(3,-3)$
 AB রেখার ঢাল
 (ক) 2 (খ) -2 (গ) 0 (ঘ) 6

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $\therefore A(1, 1)$ ও $B(3, -3)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল $= \frac{-3 - 1}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$

৫ $x - 2y - 10 = 0$ এবং $2x + y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল
 (ক) -2 (খ) 2 (গ) -3 (ঘ) -1

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $y = [m]x + c$ আকারের সরলরেখার ঢাল $= m$

$$\text{এখন } x - 2y - 10 = 0 \text{ বা, } y = \left[\frac{1}{2}\right]x - 5 \therefore \text{ঢাল} = \frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } 2x + y - 3 = 0 \text{ বা, } y = \left[-2\right]x + 3 \therefore \text{ঢাল} = -2$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল} = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

❗ দৃষ্টি আকর্ষণ: দুইটি সরলরেখার ঢালের গুণফল -1 হলে রেখা দুইটি পরস্পরের উপর লম্ব।

৬ $y = \frac{x}{2} + 2$ এবং $5x - 10y + 20 = 0$ সমীকরণদ্বয়
 (ক) দুটি ভিন্ন রেখা নির্দেশ করে (খ) একই রেখা নির্দেশ করে
 (গ) রেখাদ্বয় সমান্তরাল (ঘ) রেখাদ্বয় পরস্পরস্পর্শ

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা: এখানে, $y = \frac{x}{2} + 2 \dots \dots (i)$

$$\text{আবার, } 5x - 10y + 20 = 0$$

$$\text{বা, } -10y = -5x - 20$$

$$\text{বা, } y = \frac{-5}{-10}x - \frac{20}{-10}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 2 \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে এটা স্পষ্ট যে, এরা একই রেখা নির্দেশ করে।

৭ $y = x - 3$ এবং $y = -x + 3$ এর ছেদবিন্দু
 (ক) (0, 0) (খ) (0, 3) (গ) (3, 0) (ঘ) (-3, 3)

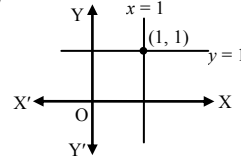
উত্তর: (গ)

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত রেখাদ্বয় $y = x - 3 \dots \dots (i)$ নং
 $\text{ও } y = -x + 3 \dots \dots (ii)$ নং
 (i) নং ও (ii) নং হতে পাই, $x - 3 = -x + 3$
 বা, $2x = 6 \therefore x = 3$
 $x = 3$ হলে $y = 3 - 3 = 0 \therefore y = 0$
 \therefore প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু (3, 0)

৮ $x = 1, y = 1$ রেখাদ্বয় যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক
 (ক) (0, 1) (খ) (1, 0) (গ) (0, 0) (ঘ) (1, 1)

উত্তর: (ঘ)

ব্যাখ্যা:

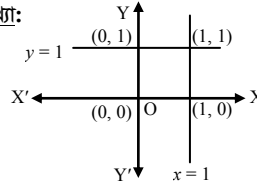


$x = 1$ হলো y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা। অর্থাৎ এ রেখাতে যেকোনো বিন্দুর x স্থানাঙ্ক 1।
 এবং $y = 1$ হলো x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা। অর্থাৎ এ রেখাতে যেকোনো বিন্দুর y স্থানাঙ্ক 1।
 তাই যে বিন্দুতেই $x = 1$ এবং $y = 1$ রেখাদ্বয় ছেদ করুকনা কেন তার স্থানাঙ্ক অবশ্যই (1, 1) হবে।

৯ $x = 1, y = 1$ রেখাদ্বয় অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ক্ষেত্রটি তৈরি করে তার ক্ষেত্রফল
 (ক) $\frac{1}{2}$ বর্গ একক (খ) 1 বর্গ একক
 (গ) 2 বর্গ একক (ঘ) 4 বর্গ একক

উত্তর: (খ)

ব্যাখ্যা:



লক্ষণীয়: রেখাদ্বয় অক্ষদ্বয়ের সাথে একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি করে।
 বর্গক্ষেত্রটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 একক।
 \therefore ক্ষেত্রফল $= 1^2 = 1$ বর্গ একক

চিত্র হতে মান নিয়ে নিম্নে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হলো:

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (0 + 1 + 1 + 0 - 0 - 0 - 0 - 0) = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ বর্গ একক}$$

১০ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (2, -1) বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার ঢাল 2।

সমাধান: আমরা জানি, (x_1, y_1) বিন্দুগামী ও m ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\therefore (2, -1)$ বিন্দুগামী 2 ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ

$$y - (-1) = 2(x - 2)$$

$$\text{বা, } y + 1 = 2x - 4$$

$$\text{বা, } y = 2x - 4 - 1$$

$$\therefore y = 2x - 5 \quad (\text{Ans.})$$

বিকল্প: $y = mx + c$ সমীকরণ থেকে অঙ্কটির সমাধান নিজে নিজে বের কর।

১১ নিম্নোক্ত বিন্দুসমূহ দ্বারা অতিক্রান্ত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
 ক) $A(1, 5), B(2, 4)$ খ) $A(3, 0), B(0, -3)$
 গ) $A(a, 0), B(2a, 3a)$

সমাধান:

ক) প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $A(1, 5)$ ও $B(2, 4)$

আমরা জানি,

$$(x_1, y_1) \text{ ও } (x_2, y_2) \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

∴ $A(1, 5)$ ও $B(2, 4)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\begin{aligned}\frac{y-5}{x-1} &= \frac{5-4}{1-2} \\ \text{বা, } \frac{y-5}{x-1} &= \frac{1}{-1} \\ \text{বা, } -y+5 &= x-1 \\ \text{বা, } -y &= x-1-5 \\ \therefore y &= -x+6 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

এখানে, প্রদত্ত বিন্দু দুইটি $A(1, 5)$ এবং $B(2, 4)$

$$\therefore AB \text{ রেখার ঢাল } m = \frac{4-5}{2-1} = \frac{-1}{1} = -1$$

আমরা জানি, m ঢাল এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -1$ ঢাল এবং $(1, 5)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\begin{aligned}\frac{y-5}{x-1} &= -1(x-1) \\ \text{বা, } y-5 &= -x+1 \\ \text{বা, } y &= -x+1+5 \\ \therefore y &= -x+6 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

খ এখানে, প্রদত্ত বিন্দু দুইটি $A(3, 0)$ এবং $B(0, -3)$
আমরা জানি,

(x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

∴ $A(3, 0)$ ও $B(0, -3)$ বিন্দুগামী AB সরলরেখার সমীকরণ

$$\begin{aligned}\frac{y-0}{x-3} &= \frac{0-(-3)}{3-0} \\ \text{বা, } \frac{y}{x-3} &= \frac{3}{3} \\ \text{বা, } \frac{y}{x-3} &= 1 \\ \therefore y &= x-3 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

গ এখানে প্রদত্ত বিন্দু দুইটি $A(a, 0)$ এবং $B(2a, 3a)$
আমরা জানি,

(x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$A(a, 0)$ এবং $B(2a, 3a)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\begin{aligned}\frac{y-0}{x-a} &= \frac{0-3a}{a-2a} \\ \text{বা, } \frac{y}{x-a} &= \frac{-3a}{-a} \\ \text{বা, } \frac{y}{x-a} &= 3 \\ \therefore y &= 3x-3a \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

১২ নিম্নোক্ত প্রতিক্ষেপে সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

- ক) ঢাল ৩ এবং y ছেদক ৫ খ) ঢাল ৩ এবং y ছেদক -5
গ) ঢাল -3 এবং y ছেদক ৫ ঘ) ঢাল -3 এবং y ছেদক -5

উপরোক্ত চাররেখা একই সমতলে আছে দেখাও।

[এই রেখাসমূহের মাধ্যমে বুঝা যাবে ঢাল এবং y ছেদকের চিহ্নের জন্য রেখা কোন চতুর্ভাগে অবস্থান করবে]

সমাধান:

ক এখানে, সরলরেখাটির ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = 5$
আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটির y ছেদক c
হলে সরলরেখার সমীকরণ: $y = mx + c$
∴ নির্ণেয় সমীকরণ $y = 3x + 5$ (Ans.)

খ এখানে, সরলরেখাটির ঢাল $m = 3$ এবং y ছেদক $c = -5$
আমরা জানি, কোনো সরল রেখার ঢাল m এবং রেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদক c হলে সরল রেখাটির সমীকরণ: $y = mx + c$
∴ নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ: $y = 3x + (-5)$
 $= 3x - 5$ (Ans.)

গ এখানে, সরলরেখাটির ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = 5$
আমরা জানি, কোন সরলরেখার ঢাল m এবং রেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদক c হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ: $y = mx + c$
∴ নির্ণেয় সরলরেখাটির সমীকরণ: $y = -3x + 5$ (Ans.)

ঘ এখানে, সরলরেখাটির ঢাল $m = -3$ এবং y ছেদক $c = -5$
আমরা জানি, কোনো সরলরেখার ঢাল m এবং y ছেদক c হলে সরলরেখাটির সমীকরণ $y = mx + c$
∴ নির্ণেয় সমীকরণ $y = -3x - 5$ (Ans.)

উপরোক্ত রেখা চারটি একই সমতলে অঙ্কন:

(ক) x অক্ষে $y = 0$ তাই $y = 3x + 5$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = -\frac{5}{3}$

y অক্ষে $x = 0$ তাই $y = 3x + 5$ এ $x = 0$ বসিয়ে পাই $y = 5$

রেখাটি x অক্ষকে $(-\frac{5}{3}, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(খ) x অক্ষে $y = 0$ তাই $y = 3x - 5$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = \frac{5}{3}$

y অক্ষে $x = 0$ তাই $y = 3x - 5$ এ $x = 0$ বসিয়ে পাই $y = -5$

রেখাটি x অক্ষকে $(\frac{5}{3}, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(গ) x অক্ষে $y = 0$ তাই $y = -3x + 5$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = \frac{5}{3}$

y অক্ষে $x = 0$ তাই $y = -3x + 5$ এ $x = 0$ বসিয়ে পাই $y = 5$

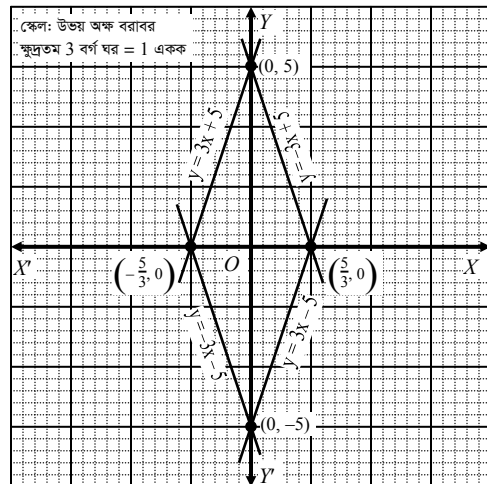
রেখাটি x অক্ষকে $(\frac{5}{3}, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, 5)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

(ঘ) x অক্ষে $y = 0$ তাই $y = -3x - 5$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = -\frac{5}{3}$

y অক্ষে $x = 0$ তাই $y = -3x - 5$ এ $x = 0$ বসিয়ে পাই $y = -5$

রেখাটি x অক্ষকে $(-\frac{5}{3}, 0)$ এবং y অক্ষকে $(0, -5)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

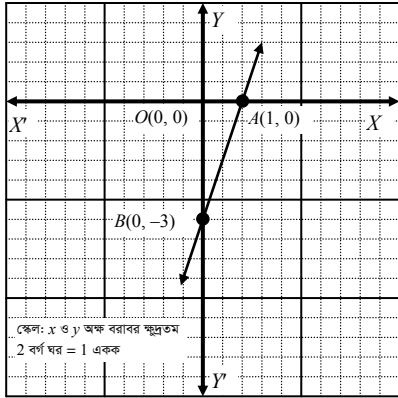
উপরোক্ত চারটি রেখা একই সমতলে অঙ্কন করা হলো।



১৩ নিম্নোক্ত রেখাসমূহ x অক্ষকে ও y অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে নির্ণয় কর। তারপর রেখাসমূহ এঁকে দেখাও।
ক) $y = 3x - 3$ খ) $2y = 5x + 6$ গ) $3x - 2y - 4 = 0$

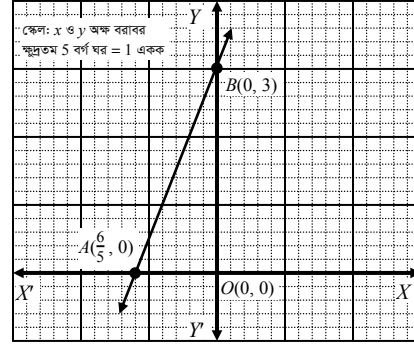
সমাধান:

ক এখানে, প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ $y = 3x - 3 \dots \dots (i)$
আমরা জানি, x অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর কোটি শূন্য।
অর্থাৎ x -অক্ষে $y = 0$
(i) নং সমীকরণে $y = 0$ বসিয়ে পাই, $0 = 3x - 3$
বা, $3x = 3 \therefore x = 1$
 \therefore রেখাটির x অক্ষের ছেদবিন্দুর স্থানাংক $= (1, 0)$
আবার, y অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর ভুজ শূন্য।
অর্থাৎ y -অক্ষে $x = 0$
(i) নং সমীকরণে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 3 \cdot 0 - 3$
 $\therefore y = -3$
 \therefore রেখাটির y অক্ষের ছেদবিন্দুর স্থানাংক $= (0, -3)$
সুতরাং $y = 3x - 3$ রেখাটি x -অক্ষকে $(1, 0)$ বিন্দুতে এবং y -অক্ষকে $(0, -3)$ বিন্দুতে ছেদ করে (Ans.)
রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন: $(1, 0)$ ও $(0, -3)$ বিন্দুকে ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করা হলো।

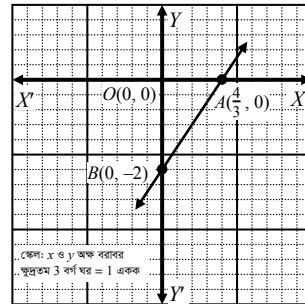


খ এখানে, প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ: $2y = 5x + 6 \dots \dots (i)$
আমরা জানি, x অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর কোটি শূন্য।
অর্থাৎ x -অক্ষে $y = 0$
(i) নং সমীকরণে $y = 0$ বসিয়ে পাই, $2 \cdot 0 = 5x + 6$
বা, $0 = 5x + 6$
বা, $5x = -6 \therefore x = -\frac{6}{5}$
 \therefore রেখাটির x অক্ষের ছেদবিন্দুর স্থানাংক $= (-\frac{6}{5}, 0)$
আবার, y অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর ভুজ শূন্য।
অর্থাৎ y -অক্ষে $x = 0$
(i) নং সমীকরণে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $2y = 5 \times 0 + 6$
বা, $2y = 0 + 6$
বা, $2y = 6 \therefore y = 3$
 \therefore রেখাটির y অক্ষের ছেদবিন্দুর স্থানাংক $= (0, 3)$
সুতরাং $2y = 5x + 6$ রেখাটি x অক্ষকে $(-\frac{6}{5}, 0)$ বিন্দুতে ও y অক্ষকে $(0, 3)$ বিন্দুতে ছেদ করে। (Ans.)

রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন: $(-\frac{6}{5}, 0)$ ও $(0, 3)$ বিন্দুকে ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করা হলো।



গ এখানে, প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ: $3x - 2y - 4 = 0 \dots \dots (i)$
আমরা জানি, x অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর কোটি শূন্য।
অর্থাৎ x -অক্ষে $y = 0$
(i) নং সমীকরণে $y = 0$ বসিয়ে পাই, $3x - 2 \cdot 0 - 4 = 0$
বা, $3x - 4 = 0$
বা, $3x = 4 \therefore x = \frac{4}{3}$
 \therefore রেখাটির x অক্ষের ছেদবিন্দুর স্থানাংক $= (\frac{4}{3}, 0)$
আবার, y অক্ষের উপর যেকোনো বিন্দুর ভুজ শূন্য।
অর্থাৎ y -অক্ষে $x = 0$
(i) নং সমীকরণে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $3 \cdot 0 - 2y - 4 = 0$
বা, $0 - 2y = 4$
বা, $y = -\frac{4}{2} \therefore y = -2$
 \therefore রেখাটির y অক্ষের ছেদবিন্দুর স্থানাংক $= (0, -2)$
সুতরাং $3x - 2y - 4 = 0$ রেখাটি x অক্ষকে $(\frac{4}{3}, 0)$ বিন্দুতে এবং y অক্ষকে $(0, -2)$ বিন্দুতে ছেদ করে। (Ans.)
রেখাটি ছক কাগজে অঙ্কন: $(\frac{4}{3}, 0)$ ও $(0, -2)$ বিন্দুকে ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করা হলো।



১৪ $(k, 0)$ বিন্দুগামী ও k ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ k এর মাধ্যমে নির্ণয় কর। যদি রেখাটি $(5, 6)$ বিন্দুগামী হয় তবে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি,
 (x_1, y_1) বিন্দুগামী ও m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $\therefore k$ ঢাল বিশিষ্ট ও $(k, 0)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ
 $y - 0 = k(x - k)$
বা, $y = k(x - k) \dots \dots (i)$

আবার, রেখাটি (5, 6) বিন্দুগামী হলে সমীকরণটি $x = 5$ এবং $y = 6$ দ্বারা সিদ্ধ হবে।

$$\begin{aligned}\therefore (i) \text{ থেকে পাই, } 6 &= k(5 - k) \\ \text{বা, } 6 &= 5k - k^2 \\ \text{বা, } k^2 - 5k + 6 &= 0 \\ \text{বা, } k^2 - 3k - 2k + 6 &= 0 \\ \text{বা, } k(k - 2) - 3(k - 2) &= 0 \\ \text{বা, } (k - 2)(k - 3) &= 0 \\ \text{হয়, } k - 2 &= 0 \quad \text{অথবা } k - 3 = 0 \\ \therefore k &= 2 \quad \quad \quad \therefore k = 3\end{aligned}$$

সুতরাং k এর মান 2, 3

১৫ $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{1}{k}$ ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। যদি রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দু দ্বারা অতিক্রম করে তবে k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান: রেখার সমীকরণ নির্ণয়:

আমরা জানি,

(x_1, y_1) বিন্দুগামী ও m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\therefore \frac{1}{k}$ ঢাল বিশিষ্ট ও $(k^2, 2k)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\begin{aligned}y - 2k &= \frac{1}{k}(x - k^2) \\ \text{বা, } y - 2k &= \frac{1}{k}x - k \\ \text{বা, } y &= \frac{1}{k}x - k + 2k \\ \text{বা, } y &= \frac{1}{k}x + k \\ \therefore y &= \frac{1}{k}(x + k^2)\end{aligned}$$

k এর সম্ভাব্য মান নির্ণয়:

$y = \frac{x}{k} + k$ রেখাটি $(-2, 1)$ বিন্দুদিয়ে অতিক্রম করলে,

$$\begin{aligned}1 &= \frac{1}{k}(-2) + k \\ \text{বা, } k &= -2 + k^2 \quad [\text{উভয়পক্ষে } k \text{ দ্বারা গুণ করে}] \\ \text{বা, } k^2 - k - 2 &= 0 \\ \text{বা, } k^2 - 2k + k - 2 &= 0 \\ \text{বা, } k(k - 2) + 1(k - 2) &= 0 \\ \text{বা, } (k - 2)(k + 1) &= 0 \\ \text{হয়, } k - 2 &= 0 \quad \text{অথবা, } k + 1 = 0 \\ \text{বা, } k &= 2 \quad \quad \quad \therefore k = -1 \\ \therefore k \text{ এর মান } -1, 2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

১৬ একটি রেখা $A(-2, 3)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার ঢাল $\frac{1}{2}$ । রেখাটি যদি $(3, k)$ বিন্দু দিয়েও যায় তবে k এর মান কত?

সমাধান: আমরা জানি,

(x_1, y_1) বিন্দুগামী ও m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\therefore \frac{1}{2}$ ঢাল বিশিষ্ট ও $(-2, 3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\begin{aligned}y - 3 &= \frac{1}{2}\{x - (-2)\} \\ \text{বা, } y - 3 &= \frac{1}{2}(x + 2) \\ \text{বা, } y - 3 &= \frac{1}{2}x + 1 \\ \text{বা, } y &= \frac{1}{2}x + 1 + 3 \\ \therefore y &= \frac{1}{2}x + 4 \dots \dots (i)\end{aligned}$$

আবার, (i) নং রেখাটি $(3, k)$ বিন্দুগামী হলে, সমীকরণটি $x = 3$ এবং $y = k$ দ্বারা সিদ্ধ হবে। তাহলে (i) সমীকরণটি হতে পাই,

$$\begin{aligned}k &= \frac{1}{2} \times 3 + 4 \\ &= \frac{3}{2} + 4 \\ &= \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2}\end{aligned}$$

$\therefore k$ এর মান $\frac{11}{2}$ (Ans.)

১৭ 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা $A(-1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অন্য একটি রেখা x অক্ষকে $C(2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।
ক) AB ও AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
খ) $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক আমরা জানি,

(x_1, y_1) বিন্দুগামী ও m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\therefore (-1, 6)$ বিন্দুগামী ও 3 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$$\begin{aligned}y - 6 &= 3\{x - (-1)\} \\ \text{বা, } y - 6 &= 3(x + 1) \\ \text{বা, } y - 6 &= 3x + 3 \\ \text{বা, } y &= 3x + 3 + 6 \\ \therefore y &= 3x + 9 \dots \dots (i)\end{aligned}$$

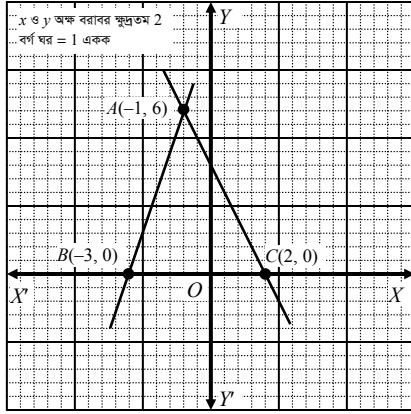
$\therefore AB$ রেখার সমীকরণ $y = 3x + 9$ (Ans.)

আবার C বিন্দুর স্থানাংক $(2, 0)$

$\therefore AC$ রেখার অর্থাৎ $A(-1, 6)$ ও $C(2, 0)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ:

$$\begin{aligned}\frac{y - 6}{x - (-1)} &= \frac{6 - 0}{-1 - 2} \\ \text{বা, } \frac{y - 6}{x + 1} &= \frac{6}{-3} \\ \text{বা, } \frac{y - 6}{x + 1} &= -2 \\ \text{বা, } y - 6 &= -2x - 2 \\ \text{বা, } y &= -2x - 2 + 6 \\ \therefore y &= -2x + 4 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

- যেহেতু রেখাটি x অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, তাহলে B বিন্দুতে $y = 0$
 (i) নং সমীকরণে $y = 0$ বসিয়ে পাই, $0 = 3x + 9$
 বা, $3x = -9 \therefore x = -3$
 $\therefore B$ বিন্দুর স্থানাংক $(-3, 0)$



এখন, $A(-1, 6)$, $B(-3, 0)$ এবং $C(2, 0)$ শীর্ষ তিনটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নেওয়া হলো।

$$\begin{aligned} \therefore \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (0 + 0 + 12 + 18 - 0 + 0) \\ &= \frac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

১৮ দেখাও যে, $y - 2x + 4 = 0$ এবং $3y = 6x + 10$ রেখা দুটির পরস্পর ছেদ করে না। রেখা দুটির চিত্র আঁকে ব্যাখ্যা কর কেন সমীকরণ দুইটির সমাধান নাই।

সমাধান: আমরা জানি, কোনো সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c$ যেখানে, m = ঢাল এবং c = y অক্ষের ছেদক

এখানে, ১ম রেখার সমীকরণ, $y - 2x + 4 = 0 \therefore y = 2x - 4$

\therefore রেখাটির ঢাল $m = 2$ এবং y অক্ষের ছেদক $c = -4$

আবার, ২য় রেখার সমীকরণ, $3y = 6x + 10 \therefore y = 2x + \frac{10}{3}$

\therefore রেখাটির ঢাল $m = 2$ এবং y অক্ষের ছেদক $c = \frac{10}{3}$

যেহেতু রেখা দুইটির ঢাল সমান কিন্তু y অক্ষের ছেদক ভিন্ন,

\therefore রেখা দুটিকে xy সমতলে আঁকলে পরস্পর সমান্তরালভাবে অবস্থান করবে। তাই রেখা দুটির পরস্পর ছেদ করবে না। (Ans.)

রেখা দুটির চিত্র অঙ্কন:

মনে করি, ১ম রেখাটির x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

x অক্ষে $y = 0$ তাই $y - 2x + 4 = 0$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = 2$

y অক্ষে $x = 0$ তাই $y - 2x + 4 = 0$ এ $x = 0$ বসিয়ে $y = -4$

সুতরাং A বিন্দুর স্থানাংক $(2, 0)$ এবং B বিন্দুর স্থানাংক $(0, -4)$

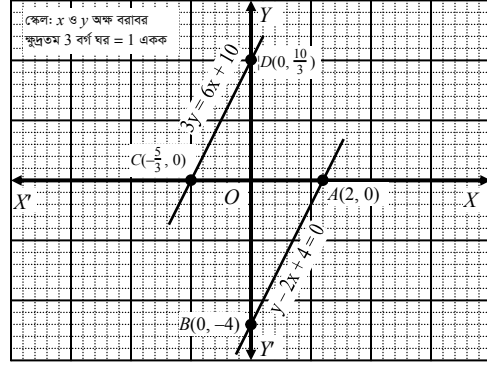
আবার, ২য় রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে।

x অক্ষে $y = 0$ তাই $3y = 6x + 10$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = -\frac{5}{3}$

y অক্ষে $x = 0$ তাই $3y = 6x + 10$ এ $x = 0$ বসিয়ে পাই $y = \frac{10}{3}$

সুতরাং C বিন্দুর স্থানাংক $(-\frac{5}{3}, 0)$ এবং D বিন্দুর স্থানাংক $(0, \frac{10}{3})$

এখন xy সমতলে AB ও CD রেখা দুইটি আঁকে দেখানো হলো।



যেহেতু রেখা দুইটি সমান্তরাল। তাই রেখা দুটির পরস্পরকে ছেদ করে না।

\therefore প্রদত্ত সমীকরণ দুইটির সমাধান নাই। (Ans.)

১৯ $y = x + 5$, $y = -x + 5$ এবং $y = 2$ সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে। ত্রিভুজটির চিত্র আঁক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখা দুটির সমীকরণ:

$$y = x + 5 \dots \dots \dots (i)$$

$$y = -x + 5 \dots \dots \dots (ii)$$

$$y = 2 \dots \dots \dots (iii)$$

(i) ও (ii) নং থেকে পাই, $x + 5 = -x + 5$ বা, $2x = 0 \therefore x = 0$

(i) নং সমীকরণে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 0 + 5 = 5$

\therefore (i) ও (ii) সমাধান করে পাই, $A(x, y) = (0, 5)$

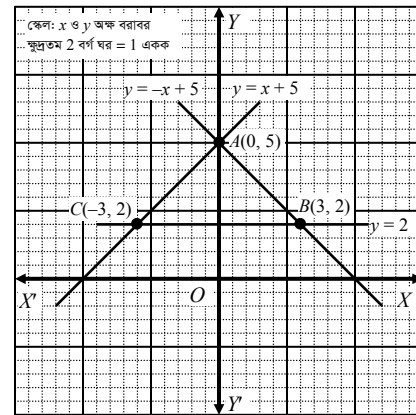
(ii) ও (iii) নং থেকে পাই, $-x + 5 = 2 \therefore x = 3$

\therefore (ii) ও (iii) সমাধান করে পাই, $B(x, y) = (3, 2)$

(i) ও (iii) নং থেকে পাই, $x + 5 = 2 \therefore x = -3$

\therefore (i) ও (iii) সমাধান করে পাই, $C(x, y) = (-3, 2)$

প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকে স্থাপন করা হলো এবং স্থাপনকৃত বিন্দুগুলো যোগ করে ABC ত্রিভুজ অঙ্কন করা হলো।



এখন, শীর্ষবিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে স্থাপন করা হলো।

$$\begin{aligned} \therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (15 + 0 - 6 - 0 + 15 - 6) \\ &= \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

২০ $y = 3x + 4$ এবং $3x + y = 10$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। রেখাদ্বয়ের চিত্র আঁক এবং x অক্ষ সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সমীকরণ, $y = 3x + 4$... (i)
 $3x + y = 10$... (ii)

(ii) হতে পাই, $3x + y = 10$

বা, $y = 10 - 3x$... (iii)

(i) ও (iii) হতে পাই, $3x + 4 = 10 - 3x$

বা, $3x + 3x = 10 - 4$

বা, $6x = 6$

$\therefore x = 1$

(i) নং x এর মান বসিয়ে পাই, $y = 3 \times 1 + 4$

বা, $y = 3 + 4$

$\therefore y = 7$

\therefore রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 7)$

আবার, x -অক্ষে $y = 0$ তাই $y = 3x + 4$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = -\frac{4}{3}$

y -অক্ষে $x = 0$ তাই $y = 3x + 4$ এ $x = 0$ বসিয়ে পাই $y = 4$

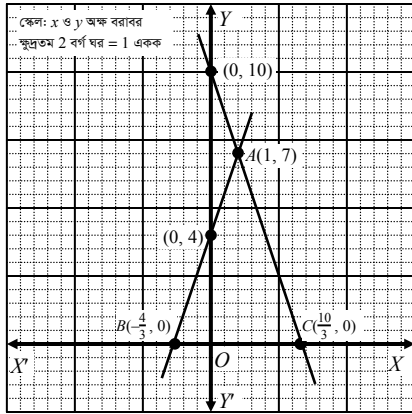
(i) নং রেখা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে $(-\frac{4}{3}, 0)$ ও $(0, 4)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

x -অক্ষে $y = 0$ তাই $3x + y = 10$ এ $y = 0$ বসিয়ে পাই $x = \frac{10}{3}$

y -অক্ষে $x = 0$ তাই $3x + y = 10$ এ $x = 0$ বসিয়ে পাই $y = 10$

(ii) নং রেখা x ও y অক্ষকে যথাক্রমে $(\frac{10}{3}, 0)$ ও $(0, 10)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

xy সমতলে রেখা দুইটি অঙ্কন করা হলো:



চিত্র থেকে দেখা যায় যে, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 7)$ আবার সরলরেখাদ্বয় x অক্ষকে $B(-\frac{4}{3}, 0)$

এবং $C(\frac{10}{3}, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে $\triangle ABC$ উৎপন্ন করে।

এখন, শীর্ষবিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে স্থাপন করা হলো।

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & \frac{10}{3} \\ 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left(0 + 0 + \frac{70}{3} + \frac{28}{3} - 0 - 0 \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{98}{3} \\ &= \frac{49}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

২১ প্রমাণ কর যে, $2y - x = 2$, $y + x = 7$ এবং $y = 2x - 5$ রেখা তিনটি সমবিন্দু (concurrent) অর্থাৎ একই বিন্দু দ্বারা অতিক্রম করে।

সমাধান: রেখা তিনটির সমীকরণ, $2y - x = 2$... (i)

$y + x = 7$... (ii)

$y = 2x - 5$... (iii)

(ii) নং হতে পাই, $y + x = 7$

$\therefore y = 7 - x$... (iv)

(i) নং এ $y = 7 - x$ বসিয়ে, $2(7 - x) - x = 2$

বা, $14 - 2x - x = 2$

বা, $14 - 3x = 2$

বা, $-3x = 2 - 14$

বা, $-3x = -12$

$\therefore x = 4$

(iv) নং এ x এর মান বসিয়ে, $y = 7 - x$

বা, $y = 7 - 4 \therefore y = 3$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে ছেদ বিন্দু হয় $(x, y) = (4, 3)$ এখন, রেখা তিনটি সমবিন্দু হলে (iii) নং সমীকরণ $(4, 3)$ বিন্দু দ্বারা সিদ্ধ হবে।

(iii) নং এর বামপক্ষ $y = 3$

ডানপক্ষ $= 2x - 5 = 2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

\therefore রেখা তিনটি সমবিন্দু। (প্রমাণিত)

সমাধান (দ্বিতীয় পদ্ধতি)

দেওয়া আছে, $2y - x = 2$... (i)

$y + x = 7$... (ii)

$y = 2x - 5$

বা, $y - 2x = -5$... (iii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$3y = 9 \therefore y = 3$

y এর মান (ii) এর বসিয়ে $x = 7 - 3 = 4$

\therefore (i) ও (ii) নং রেখার ছেদবিন্দু $(4, 3)$

আবার, (ii) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে গুণফলের সাথে (iii) নং যোগ করে পাই,

$2y + y = 14 - 5$

বা, $3y = 9$

$\therefore y = 3$

y এর মান (iii) এ বসিয়ে, $3 - 2x = -5$

বা, $2x = 3 + 5 = 8$

$\therefore x = 4$

\therefore (ii) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু $(4, 3)$

\therefore (i), (ii) ও (iii) তিনটি রেখাই $(4, 3)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে অর্থাৎ রেখা তিনটি সমবিন্দু। (প্রমাণিত)

২২ $y = x + 3$, $y = x - 3$, $y = -x + 3$ এবং $y = -x - 3$ একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে। চতুর্ভুজটি আঁক এবং ক্ষেত্রফল তিনটি ভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ চারটি: $y = x + 3$... (i)

$y = x - 3$... (ii)

$y = -x + 3$... (iii)

$y = -x - 3$... (iv)

x অক্ষে $y = 0$ এবং y অক্ষে $x = 0$ বিবেচনা করে নিচে রেখাসমূহের x ও y অক্ষের ছেদ বিন্দু নির্ণয় করা হলো:

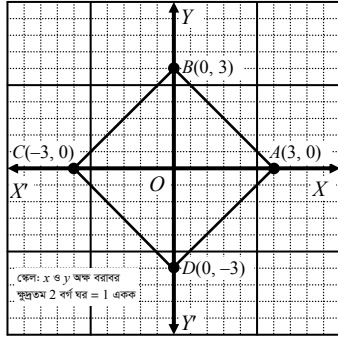
এখন, (i) নং সরলরেখার x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(-3, 0)$ ও $(0, 3)$

আবার, (ii) নং সরলরেখার x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3, 0)$ ও $(0, -3)$

আবার, (iii) নং সরলরেখার x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3, 0)$ ও $(0, 3)$

এবং (iv) নং সরলরেখার x ও y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(-3, 0)$ ও $(0, -3)$

প্রাপ্ত তথ্যানুযায়ী (i) (ii) (iii) ও (iv) রেখার সাহায্যে চতুর্ভুজটি আঁকি।



ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ১ম পদ্ধতি:

চিত্র হতে পাই, উৎপন্ন চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হলো

$A(3, 0), B(0, 3), C(-3, 0), D(0, -3)$

এখন, শীর্ষ বিন্দুগুলোকে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে নেওয়া হলো।

$$\begin{aligned} \therefore ABCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & -3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (9 + 0 + 9 + 0 - 0 + 9 - 0 + 9) \\ &= \frac{1}{2} \times 36 = 18 \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ২য় পদ্ধতি:

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(0+3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-3-0)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3-0)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{কর্ণ } CA = \sqrt{(3+3)^2 + (0+0)^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ একক}$$

$$\text{এবং কর্ণ } BD = \sqrt{0^2 + (3+3)^2} = \sqrt{36} = 6$$

যেহেতু, $ABCD$ চতুর্ভুজের সবগুলো বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং কর্ণ $AC = BD$

$\therefore ABCD$ চতুর্ভুজটির একটি বর্গক্ষেত্র যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $3\sqrt{2}$ একক।

$$ABCD \text{ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = (\text{বাহু})^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ৩য় পদ্ধতি:

$$ABCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC + \Delta \text{ ক্ষেত্র } ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BO + \frac{1}{2} \times AC \times DO$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3$$

$$= 9 + 9 = 18 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

২৩ $A(-4, 13), B(8, 8), C(13, -4)$ এবং $D(1, 1)$ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ক. BD রেখা x অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

খ. $ABCD$ চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

গ. $ABCD$ চতুর্ভুজের যে অংশ x অক্ষের সাথে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, $B(8, 8)$ ও $D(1, 1)$

মনে করি, BD রেখার x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ $= \theta$

এবং BD রেখার ঢাল $= m$

সূত্রানুসারে, $m = \tan \theta$

$$\text{বা, } \frac{8-1}{8-1} = \tan \theta$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{7}{7}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

খ $ABCD$ চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি,

$$AB = \sqrt{(-4-8)^2 + (13-8)^2} = \sqrt{(-12)^2 + (5)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

$$BC = \sqrt{(8-13)^2 + (8+4)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$$CD = \sqrt{(13-1)^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

$$DA = \sqrt{(1+4)^2 + (1-13)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$\therefore ABCD$ চতুর্ভুজটি রম্বস বা বর্গ হতে পারে,

এখন, $ABCD$ চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

$$\text{কর্ণ } AC = \sqrt{(-4-13)^2 + (13+4)^2} = \sqrt{(17)^2 + (17)^2}$$

$$= \sqrt{2 \cdot (17)^2}$$

$$= 17\sqrt{2}$$

$$\text{কর্ণ } BD = \sqrt{(8-1)^2 + (8-1)^2}$$

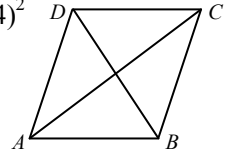
$$= \sqrt{(7)^2 + (7)^2}$$

$$= \sqrt{2 \cdot (7)^2}$$

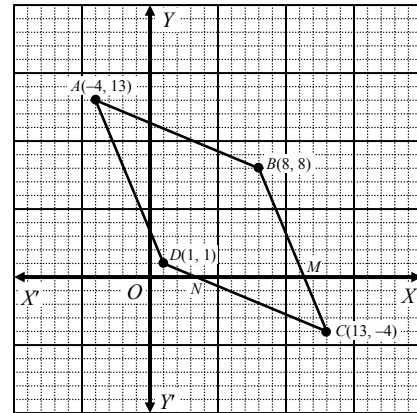
$$= 7\sqrt{2}$$

যেহেতু কর্ণ $AC \neq$ কর্ণ BD

$\therefore ABCD$ চতুর্ভুজটি রম্বস।



গ $ABCD$ চতুর্ভুজকে ছক কাগজে স্থাপন করি।



চিত্র থেকে দেখা যায়, $ABCD$ চতুর্ভুজের একটি অংশ x অক্ষের সাথে ΔCMN উৎপন্ন করেছে।

এখন, M বিন্দু হলো BC রেখা ও x অক্ষের ছেদবিন্দু

$$BC \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{y-8}{8+4} = \frac{x-8}{8-13}$$

$$\text{বা, } \frac{y-8}{12} = \frac{x-8}{-5}$$

$$\text{বা, } 12x - 96 = -5y + 40$$

$$\text{বা, } 12x + 5y = 40 + 96$$

$$\therefore 12x + 5y = 136 \dots \dots \dots (i)$$

আবার, x অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$

∴ (i) নং হতে পাই, $12x = 136$

$$\text{বা, } x = \frac{136}{12} = \frac{34}{3}$$

∴ M বিন্দুর স্থানাঙ্ক, $\left(\frac{34}{3}, 0\right)$

আবার, N হলো DC রেখা ও x অক্ষের ছেদবিন্দু

DC রেখার সমীকরণ, $\frac{y-1}{1+4} = \frac{x-1}{1-13}$

$$\text{বা, } \frac{y-1}{5} = \frac{x-1}{-12}$$

$$\text{বা, } -12y + 12 = 5x - 5$$

$$\text{বা, } -12y - 5x = -5 - 12$$

$$\therefore 5x + 12y = 17$$

∴ $y = 0$ হলে পাই, $5x + 12 \cdot 0 = 17$; [$\because x$ অক্ষকে ছেদ করে]

$$\text{বা, } x = \frac{17}{5}$$

∴ N বিন্দুর স্থানাঙ্ক, $\left(\frac{17}{5}, 0\right)$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta CMN \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 13 & \frac{34}{3} & \frac{17}{5} & 13 \\ -4 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(0 + 0 + \frac{17}{5} \cdot (-4)\right) - \left((-4) \cdot \frac{34}{3} + 0 + 0\right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(-\frac{68}{5} + \frac{136}{3} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{-204 + 680}{15} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{476}{15} \\ &= \frac{238}{15} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

২৪ একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু হলো $P(5, 2)$, $Q(-3, 2)$, $R(4, -1)$ এবং $S(-2, -1)$ ।

ক. PS রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. $PQRS$ চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. $PQRS$ চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক দেওয়া আছে, $P(5, 2)$ এবং $S(-2, -1)$

আমরা জানি,

$$(x_1, y_1) \text{ ও } (x_2, y_2) \text{ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ: } \frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore PS \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x-5}{5-(-2)} = \frac{y-2}{2-(-1)}$$

$$\text{বা, } \frac{x-5}{7} = \frac{y-2}{3}$$

$$\text{বা, } 7y - 14 = 3x - 15$$

$$\text{বা, } 7y - 3x = -15 + 14$$

$$\text{বা, } 7y - 3x + 1 = 0$$

খ দেওয়া আছে, $P(5, 2)$, $Q(-3, 2)$, $R(4, -1)$ এবং $S(-2, -1)$

$$\therefore \text{চতুর্ভুজ } PQRS \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & -3 & 4 & -2 & 5 \\ 2 & 2 & -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (10 + 3 - 4 - 4) - (-6 + 8 + 2 - 5) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 5 - (-1) \}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6$$

$$= 3 \text{ বর্গ একক}$$

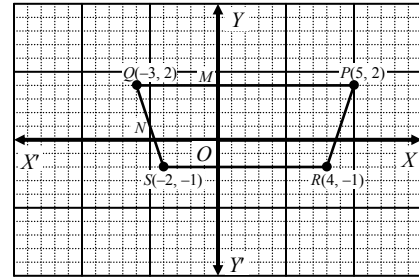
মনে করি, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a

তাহলে বর্গের ক্ষেত্রফল = $PQRS$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল, $a^2 = 3$

$$\therefore \text{বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, } a = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{2} \cdot a \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \\ &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

গ এখন P , Q , R ও S বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি।



ছক কাগজ থেকে এটা স্পষ্ট যে, $PQRS$ চতুর্ভুজের $OMQN$ অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত।

M বিন্দু হলো PQ রেখা ও y অক্ষের ছেদবিন্দু

∴ M বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 2)$

N হলো QS ও x অক্ষের ছেদবিন্দু

$$QS \text{ এর সমীকরণ: } \frac{x-(-3)}{-3-(-2)} = \frac{y-2}{2-(-1)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{3}$$

$$\text{বা, } 3x + 9 = -y + 2$$

$$\text{বা, } 3x + y = 2 - 9 = -7$$

যেহেতু x অক্ষে $y = 0$; ∴ আমরা পাই, $3x + 0 = -7$

$$\text{বা, } x = -\frac{7}{3}$$

∴ N বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(-\frac{7}{3}, 0\right)$

∴ $O(0, 0)$, $M(0, 2)$, $Q(-3, 2)$ ও $N\left(-\frac{7}{3}, 0\right)$ বিন্দু দ্বারা গঠিত

$$\begin{aligned} \text{অংশের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & -3 & -\frac{7}{3} & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (0 + 0 + 0 + 0 - 0 + 6 + \frac{14}{3} - 0) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{18 + 14}{3} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{32}{3} = \frac{16}{3} \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$