

দ্বাদশ অধ্যায়

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

অনুশীলনী - ১২.১

সমীকরণজোড়ের সমঞ্জস/অসমঞ্জস, পরস্পর নির্ভরশীল/ অনির্ভরশীল হওয়ার শর্তগুলো সংক্ষেপে ছকের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো:

	সমীকরণজোড়	সহগও ধ্রুবক পদ তুলনা	সমঞ্জস / অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/ অনির্ভরশীল	সমাধান সংখ্যা	মন্তব্য
i.	ধ্রুবক পদযুক্ত $a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)	ভিন্ন দুইটি সমীকরণ নির্দেশ করে ফলে একটিমাত্র ছেদ বিন্দু পাওয়া যায়। তাই সমাধান একটি বা অনন্য (Unique)।
ii.	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)	একই সরলরেখা নির্দেশ করে ফলে সমাধান সংখ্যা অসংখ্য।
iii.	$a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই	পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা নির্দেশ করে ফলে কোনো ছেদবিন্দু নেই। তাই এক্ষেত্রে সমাধান নেই।
iv.	ধ্রুবক পদহীন $a_1x + b_1y = 0$ $a_2x + b_2y = 0$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	অনির্ভরশীল	আছে (একটিমাত্র)	মূলবিন্দুগামী ভিন্ন দুইটি সমীকরণ নির্দেশ করে। ফলে একটিমাত্র ছেদ বিন্দু পাওয়া যায় যা মূলবিন্দু। তাই সমাধান একটি এবং সমাধান বিন্দু (0, 0)।
v.	$a_1x + b_1y = 0$ $a_2x + b_2y = 0$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)	একই সরলরেখা নির্দেশ করে ফলে সমাধান অসংখ্য।



অনুশীলনীর সমাধান

নিচের সরল সহসমীকরণগুলো সমঞ্জস/অসমঞ্জস, পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কিনা যুক্তিসহ উল্লেখ কর এবং এগুলোর সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $x - y = 4$
 $x + y = 10$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{1}$

আমরা পাই, $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $2x + y = 3$
 $4x + 2y = 6$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা, $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা, $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

$$\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ 3x - 3y - 10 = 0 \end{cases}$$

সমাধান: এখানে, $x - y - 4 = 0$

বা, $x - y = 4 \dots \dots \dots$ (i)

আবার, $3x - 3y - 10 = 0$

বা, $3x - 3y = 10 \dots \dots \dots$ (ii)

∴ সমীকরণজোড়: $x - y = 4$

$3x - 3y = 10$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-3}$ বা $\frac{1}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{4}{10}$ বা, $\frac{2}{5}$

আমরা পাই, $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{4}{10}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির কোনো সমাধান নেই।

$$\begin{aligned} 8 \quad & 3x + 2y = 0 \\ & 6x + 4y = 0 \end{aligned}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $3x + 2y = 0$
 $6x + 4y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা, $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা, $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$

এক্ষেত্রে যেহেতু সমীকরণজোড়ের উভয় সমীকরণে ধ্রুবক পদ নেই তাই বলা যায়, প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

$$\begin{aligned} ৫ \quad & 3x + 2y = 0 \\ & 9x - 6y = 0 \end{aligned}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $3x + 2y = 0$
 $9x - 6y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{9}$ বা $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-6}$ বা $\frac{1}{-3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{9} \neq \frac{2}{-6}$

এক্ষেত্রে যেহেতু সমীকরণজোড়ের উভয় সমীকরণে ধ্রুবক পদ নেই তাই বলা যায়, প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

$$\begin{aligned} ৬ \quad & 5x - 2y - 16 = 0 \\ & 3x - \frac{6}{5}y = 2 \end{aligned}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $5x - 2y - 16 = 0$
 বা, $5x - 2y = 16 \dots \dots \dots$ (i)
 এবং $3x - \frac{6}{5}y = 2 \dots \dots \dots$ (ii)

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{5}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-2}{-\frac{6}{5}}$ বা $\frac{5}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{16}{2}$ বা ৮

আমরা পাই, $\frac{5}{3} = \frac{-2}{-\frac{6}{5}} \neq \frac{16}{2}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির কোনো সমাধান নেই।

$$\begin{aligned} ৭ \quad & -\frac{1}{2}x + y = -1 \\ & x - 2y = 2 \end{aligned}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$$x - 2y = 2$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$ বা $-\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{2}$ বা $-\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{-\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

$$\begin{aligned} ৮ \quad & -\frac{1}{2}x - y = 0 \\ & x - 2y = 0 \end{aligned}$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ জোড়: $-\frac{1}{2}x - y = 0$

$$x - 2y = 0$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{-\frac{1}{2}}{1} \neq \frac{-1}{-2}$

এক্ষেত্রে যেহেতু সমীকরণজোড়ের উভয় সমীকরণে ধ্রুবক পদ নেই তাই বলা যায়, প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

$$\boxed{৯} \quad -\frac{1}{2}x + y = -1$$

$$x + y = 5$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ জোড়: $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$$x + y = 5$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{-\frac{1}{2}}{1} \neq \frac{1}{1}$$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

$$\boxed{১০} \quad ax - cy = 0$$

$$cx - ay = c^2 - a^2$$

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $ax - cy = 0$

$$cx - ay = c^2 - a^2$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{a}{c}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-c}{-a}$ বা $\frac{c}{a}$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{a}{c} \neq \frac{c}{a}$$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।



পাঠ্যবইয়ের কাজের সমাধান

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২২৫

$x - 2y + 1 = 0$ ও $2x + y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের প্রত্যেকটির পাঁচটি করে সমাধান লিখ যেন তন্মধ্যে সাধারণ সমাধানটিও থাকে।

সমাধান: $x - 2y + 1 = 0 \dots \dots \dots$ (i)

$$2x + y - 3 = 0 \dots \dots \dots$$
 (ii)

এখন, সমীকরণ (i) থেকে নিচের ছকটি পূরণ করি:

x -এর মান	y -এর মান	বামপক্ষ $(x - 2y + 1)$ এর মান	ডানপক্ষ
-3	-1	$-3 - 2(-1) + 1 = 0$	0
1	1	$1 - 2(1) + 1 = 0$	0
3	2	$3 - 4 + 1 = 0$	0
5	3	$5 - 6 + 1 = 0$	0
7	4	$7 - 8 + 1 = 0$	0
...	...	$\dots \dots \dots = 0$	0

সমীকরণটির অসংখ্য সমাধান আছে। তার মধ্যে পাঁচটি সমাধান $(-3, -1)$, $(1, 1)$, $(3, 2)$, $(5, 3)$ ও $(7, 4)$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে নিচের ছকটি পূরণ করি:

x -এর মান	y -এর মান	বামপক্ষ $(2x + y - 3)$ এর মান	ডানপক্ষ
0	3	$0 + 3 - 3 = 0$	0
1	1	$2 + 1 - 3 = 0$	0
2	-1	$4 - 1 - 3 = 0$	0
3	-3	$6 - 3 - 3 = 0$	0
4	-5	$8 - 5 - 3 = 0$	0
...	...	$\dots \dots \dots$...

সমীকরণটির অসংখ্য সমাধান আছে। তার মধ্যে পাঁচটি সমাধান $(0, 3)$, $(1, 1)$, $(2, -1)$, $(3, -3)$ ও $(4, -5)$

সমীকরণ (i) ও (ii)-এর সাধারণ সমাধান $(1, 1)$ ।

কাজ

পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২২৮

$x - 2y + 1 = 0$ ও $2x + y - 3 = 0$ সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস কি না, পরস্পর নির্ভরশীল কি না যাচাই কর এবং সমীকরণজোড়টির কয়টি সমাধান থাকতে পারে তা নির্দেশ কর।

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণজোড়: $x - 2y + 1 = 0$

$$\text{বা, } x - 2y = -1 \dots \dots \dots$$
 (i)

$$2x + y - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2x + y = 3 \dots \dots \dots$$
 (ii)

∴ সমীকরণজোড়: $x - 2y = -1$

$$2x + y = 3$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-2}{1}$

$$\text{আমরা পাই, } \frac{1}{2} \neq \frac{-2}{1}$$

∴ প্রদত্ত সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।