Facultad de Ingeniería

Taller de estudio 2

Curso: Matemáticas II

1. Halle el limite

**1.** $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x-4}{x^2-3x-4}$

| $x$ | 3.9 | 3.99 | 3.999 | 4.001 | 4.01 | 4.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**2.** $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x-2}{x^2-4}$

| $x$ | 1.9 | 1.99 | 1.999 | 2.001 | 2.01 | 2.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**3.** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+6}-\sqrt{6}}{x}$

| $x$ | $-0.1$ | $-0.01$ | $-0.001$ | 0.001 | 0.01 | 0.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**4.** $\lim\limits_{x \to -5} \dfrac{\sqrt{4-x}-3}{x+5}$

| $x$ | $-5.1$ | $-5.01$ | $-5.001$ | $-4.999$ | $-4.99$ | $-4.9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**5.** $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{[1/(x+1)]-(1/4)}{x-3}$

| $x$ | 2.9 | 2.99 | 2.999 | 3.001 | 3.01 | 3.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**6.** $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{[x/(x+1)]-(4/5)}{x-4}$

| $x$ | 3.9 | 3.99 | 3.999 | 4.001 | 4.01 | 4.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**7.** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x}$

| $x$ | $-0.1$ | $-0.01$ | $-0.001$ | 0.001 | 0.01 | 0.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**8.** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x - 1}{x}$

| $x$ | $-0.1$ | $-0.01$ | $-0.001$ | 0.001 | 0.01 | 0.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |



9. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-2}{x^2+x-6}$

10. $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x+3}{x^2+7x+12}$

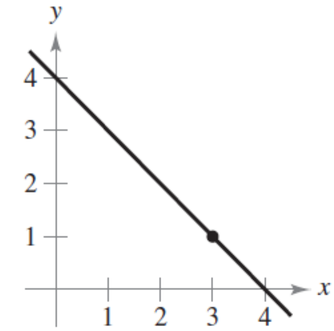
11. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^4-1}{x^6-1}$

12. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3+8}{x+2}$

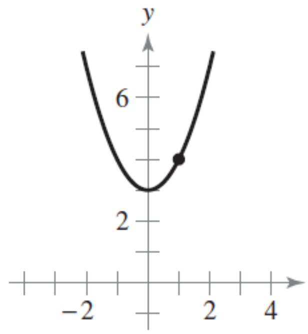
13. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{x}$

14. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{\tan 2x}$

**15.** $\lim_{x \to 3} (4 - x)$

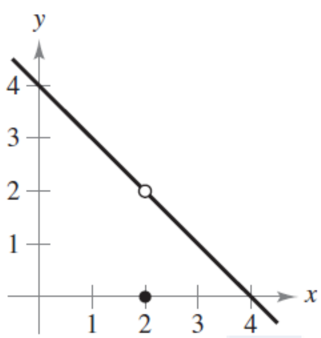



**16.** $\lim_{x \to 1} (x^2 + 3)$



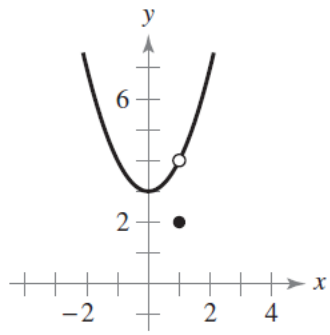

**17.** $\lim_{x \to 2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x \neq 2 \\ 0, & x = 2 \end{cases}$$

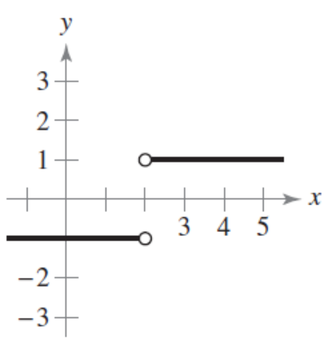



**18.** $\lim_{x \to 1} f(x)$

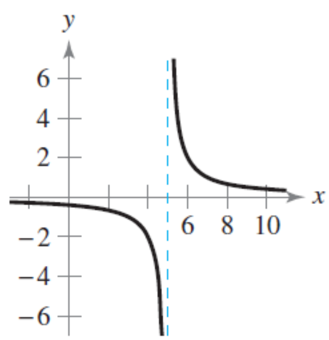
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$$



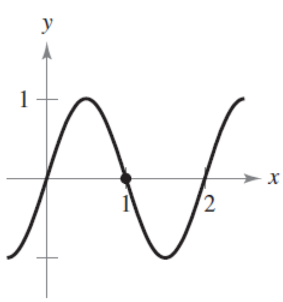

**19.** $\lim_{x \to 2} \dfrac{|x - 2|}{x - 2}$



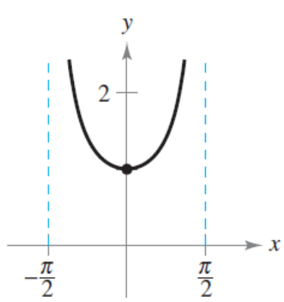

**20.** $\lim_{x \to 5} \dfrac{2}{x - 5}$




**21.** $\lim_{x \to 1} \operatorname{sen} \pi x$




**22.** $\lim_{x \to 0} \sec x$

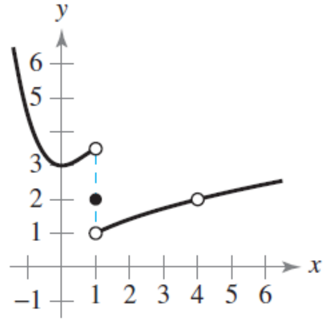


**25.** *a*) $f(1)$

*b*) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

*c*) $f(4)$

*d*) $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$



**26.** *a*) $f(-2)$

*b*) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$

*c*) $f(0)$

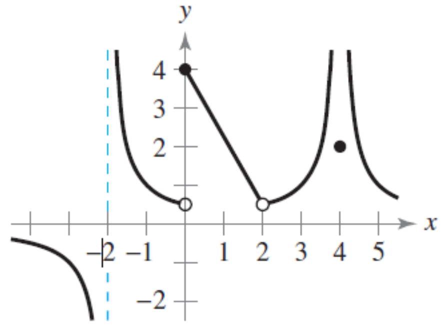
*d*) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

*e*) $f(2)$

*f*) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

*g*) $f(4)$

*h*) $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$



27. Dada las función $h(x) = -x^2 + 4x$ halle $\lim\limits_{x\to 4} h(x)$, $\lim\limits_{x\to -1} h(x)$.

28. Dada las función $f(x) = x\cos x$ halle $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to \pi/3} f(x)$.

29. Dada las función $g(x) = \frac{12(\sqrt{x}-3)}{x-9}$ halle $\lim\limits_{x\to 4} g(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

30. Dada las función $f(t) = t|t-4|$ halle $\lim\limits_{t\to 4} f(t)$, $\lim\limits_{t\to -1} f(t)$.

31. $\lim\limits_{x\to 2} x^3$

32. $\lim\limits_{x\to -2} x^4$

33. $\lim\limits_{x\to 0}(2x-1)$

34. $\lim\limits_{x\to -3}(3x+2)$

35. $\lim\limits_{x\to -3}\left(x^2+3x\right)$

36. $\lim\limits_{x\to 1}\left(-x^2+1\right)$

37. $\lim\limits_{x\to -3}\left(2x^2+4x+1\right)$

38. $\lim\limits_{x\to 1}\left(3x^3-2x^2+4\right)$

39. $\lim\limits_{x\to 3}\sqrt{x+1}$

40. $\lim\limits_{x\to 4}\sqrt[3]{x+4}$

41. $\lim\limits_{x\to -4}(x+3)^2$

42. $\lim\limits_{x\to 0}(2x-1)^3$

43. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x}{x^2+4}$

44. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-3}{x+5}$

45. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{3x}{\sqrt{x+2}}$

46. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-4}$

47. Dada las función $f(x) = 5-x$, $g(x) = x^3$ halle $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 4} g(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} g(f(x))$.

48. Dada las función $f(x) = x + 7$, $g(x) = x^2$ halle $\lim_{x\to -3} f(x)$, $\lim_{x\to 4} g(x)$, $\lim_{x\to -3} g(f(x))$.

49. Dada las función $f(x) = 4 - x^2$, $g(x) = \sqrt{x+1}$ halle $\lim_{x\to 1} f(x)$, $\lim_{x\to 3} g(x)$, halle $\lim_{x\to 1} g(f(x))$.

50. Dada las función $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, $g(x) = \sqrt[3]{x+6}$, $\lim_{x\to 4} f(x)$, $\lim_{x\to 21} g(x)$, $\lim_{x\to 4} g(f(x))$.

51. Encontrar el límite de la función trigonométrica.

*a*) $\lim_{x\to \pi/2} \operatorname{sen} x$ *c*) $\lim_{x\to 1} \cos \frac{\pi x}{3}$ *e*) $\lim_{x\to 0} \sec 2x$ *g*) $\lim_{x\to 5\pi/5} \operatorname{sen} x$ *i*) $\lim_{x\to 3} \tan\left(\frac{\pi x}{4}\right)$

*b*) $\lim_{x\to \pi} \tan x$ *d*) $\lim_{x\to 2} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{2}$ *f*) $\lim_{x\to \pi} \cos 3x$ *h*) $\lim_{x\to 5\pi/3} \cos x$ *j*) $\lim_{x\to 7} \sec\left(\frac{\pi x}{6}\right)$

52. Utilizar la información que se expone para evaluar los límites.

$\mathbf{\lim_{x\to c} f(x) = 3}$, $\mathbf{\lim_{x\to c} g(x) = 2}$

*a*) $\lim_{x\to c} [5g(x)]$

*b*) $\lim_{x\to c} [f(x) + g(x)]$

*c*) $\lim_{x\to c} [f(x)g(x)]$

*d*) $\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)}$

$\mathbf{\lim_{x\to c} f(x) = 4}$

*a*) $\lim_{x\to c} [f(x)]^3$

*b*) $\lim_{x\to c} \sqrt{f(x)}$

*c*) $\lim_{x\to c} [3f(x)]$

*d*) $\lim_{x\to c} [f(x)]^{3/2}$

$\mathbf{\lim_{x\to c} f(x) = \frac{3}{2}}$, $\mathbf{\lim_{x\to c} g(x) = \frac{1}{2}}$

*a*) $\lim_{x\to c} [4f(x)]$

*b*) $\lim_{x\to c} [f(x) + g(x)]$

*c*) $\lim_{x\to c} [f(x)g(x)]$

*d*) $\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)}$

$\mathbf{\lim_{x\to c} f(x) = 27}$

*a*) $\lim_{x\to c} \sqrt[3]{f(x)}$

*b*) $\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{18}$

*c*) $\lim_{x\to c} [f(x)]^2$

*d*) $\lim_{x\to c} [f(x)]^{2/3}$



53. Halle límite (si existe)

*a*) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x+1}$ *d*) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{x^2-x}$ *g*) $\lim_{x\to 3} \frac{3-x}{x^2-9}$

*b*) $\lim_{x\to -1} \frac{2x^2-x-3}{x+1}$ *e*) $\lim_{x\to 0} \frac{3x}{x^2+2x}$ *h*) $\lim_{x\to -3} \frac{x^2+x-6}{x^2-9}$

*c*) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$ *f*) $\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{x^2-16}$ *i*) $\lim_{x\to 4} \frac{x^2-5x+4}{x^2-2x-8}$

*j)* $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x+1}$

*k)* $\displaystyle\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

*l)* $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

*m)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{5}}{x}$

*n)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{x}$

*ñ)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{[1/(3+x)]-(1/3)}{x}$

*o)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{[1/(x+4)]-(1/4)}{x}$

*p)* $\displaystyle\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2(x+\Delta x)-2x}{\Delta x}$

*q)* $\displaystyle\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}$

*r)* $\displaystyle\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-2(x+\Delta x)+1-\left(x^2-2x+1\right)}{\Delta x}$

*s)* $\displaystyle\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^3-x^3}{\Delta x}$

54. Halle el límite de la función trigonométrica (si existe)

*a)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{5x}$

*b)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3(1-\cos x)}{x}$

*c)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x(1-\cos x)}{x^2}$

*d)* $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{\cos\theta\tan\theta}{\theta}$

*e)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}^2 x}{x}$

*f)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan^2 x}{x}$

*g)* $\displaystyle\lim_{\phi\to \pi}\phi\sec\phi$

*h)* $\displaystyle\lim_{x\to \pi/2}\frac{\cos x}{\cot x}$

*i)* $\displaystyle\lim_{t\to 0}\frac{\operatorname{sen} 3t}{2t}$

*j)* $\displaystyle\lim_{x\to \pi/4}\frac{1-\tan x}{\operatorname{sen} x-\cos x}$

*k)* $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(1-\cos h)^2}{h}$

*l)* $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} 3x}$

55. Halle los límites que se indican



*a)* $\displaystyle\lim_{x\to 8^+}\frac{1}{x+8}$

*b)* $\displaystyle\lim_{x\to 5^-}-\frac{3}{x+5}$

*c)* $\displaystyle\lim_{x\to 5^+}\frac{x-5}{x^2-25}$

*d)* $\displaystyle\lim_{x\to 2^+}\frac{2-x}{x^2-4}$

*e)* $\displaystyle\lim_{x\to -3^-}\frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$

*f)* $\displaystyle\lim_{x\to 9-}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

*g)* $\displaystyle\lim_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}$

*h)* $\displaystyle\lim_{x\to 10^+}\frac{|x-10|}{x-10}$

*i)* $\displaystyle\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}}{\Delta x}$

*j)* $\displaystyle\lim_{x\to \pi}\cot x$

*k)* $\displaystyle\lim_{x\to \pi/2}\sec x$

*l)* $\displaystyle\lim_{x\to 4^-}(5[\![x]\!]-7)$

*m)* $\displaystyle\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}}{\Delta x}$

*n)* $\displaystyle\lim_{x\to 2^+}(2x-[\![x]\!])$

*ñ)* $\displaystyle\lim_{x\to 3}(2-[\![-x]\!])$

*o)* $\displaystyle\lim_{x\to 1}\left(1-[\![-\frac{x}{2}]\!]\right)$

p) $\lim\limits_{\Delta x \to 0^+} \dfrac{(x+\Delta x)^2 + x + \Delta x - \left(x^2+x\right)}{\Delta x}$

q) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$, donde $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{2}, & x \leq 3 \\ \frac{12-2x}{3}, & x > 3 \end{cases}$

r) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, donde $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x < 2 \\ -x^2 + 4x - 2, & x \geq 2 \end{cases}$

t) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, donde $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x < 1 \\ x + 1, & x \geq 1 \end{cases}$

r) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$, donde $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ 1 - x, & x > 1 \end{cases}$

56. Encontrar los valores de $x$ (si existe alguno) en los que $f$ no es continua. ¿Cuáles discontinuidades son esenciales o removibles?

a) $f(x) = \dfrac{6}{x}$

b) $f(x) = \dfrac{3}{x-2}$

c) $f(x) = x^2 - 9$

d) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

e) $f(x) = \dfrac{1}{4-x^2}$

f) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

g) $f(x) = 3x - \cos x$

h) $f(x) = \cos \dfrac{\pi x}{2}$

i) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - x}$

j) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

k) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

l) $f(x) = \dfrac{x-6}{x^2 - 36}$

m) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2 - 3x - 10}$

n) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2 + x - 2}$

ñ) $f(x) = \dfrac{|x+7|}{x+7}$

o) $f(x) = \dfrac{|x-8|}{x-8}$

p) $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$

q) $f(x) = \begin{cases} -2x + 3, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$

57. Encontrar la constante $a$, o las constantes $a$ y $b$, tales que la función sea continua en toda la recta real.

a) $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \geq 1 \\ ax - 4, & x < 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 3x^3, & x \leq 1 \\ ax + 5, & x > 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 2 \\ ax^2, & x > 2 \end{cases}$

*a*) $g(x) = \begin{cases} \frac{4\operatorname{sen} x}{x}, & x < 0 \\ a - 2x, & x \geq 0 \end{cases}$

*b*) $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a^2}{x - a}, & x \neq a \\ 8, & x = a \end{cases}$

*c*) $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq -1 \\ ax + b, & -1 < x < 3 \\ -2, & x \geq 3 \end{cases}$

58. Analizar la continuidad de la función compuesta $h(x) = f(g(x))$.

*a*) $f(x) = x^2$, $g(x) = x - 1$

*b*) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, $g(x) = x - 1$

*c*) $f(x) = \dfrac{1}{x - 6}$, $g(x) = x^2 + 5$

*d*) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $g(x) = x^2$

59. encontrar las asíntotas verticales (si las hay) de la gráfica de la función.

*a*) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 4}$

*b*) $f(x) = \dfrac{-4x}{x^2 + 4}$

*c*) $g(t) = \dfrac{t - 1}{t^2 + 1}$

*d*) $h(s) = \dfrac{2s - 3}{s^2 - 25}$

*e*) $h(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^2 - x - 2}$

*f*) $g(x) = \dfrac{2 + x}{x^2(1 - x)}$

*g*) $g(x) = \dfrac{\frac{1}{2}x^3 - x^2 - 4x}{3x^2 - 6x - 24}$

*h*) $f(x) = \dfrac{3}{x^2 + x - 2}$

*i*) $f(x) = \dfrac{4x^2 + 4x - 24}{x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 18x}$

*j*) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 15}{x^3 - 5x^2 + x - 5}$

*k*) $h(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x^3 + 2x^2 + x + 2}$

*l*) $T(t) = 1 - \dfrac{4}{t^2}$

*m*) $g(x) = \dfrac{x^3 + 1}{x + 1}$

*n*) $h(t) = \dfrac{t^2 - 2t}{t^4 - 16}$

*ñ*) $f(x) = \tan \pi x$

*o*) $f(x) = \sec \pi x$

*p*) $s(t) = \dfrac{t}{\operatorname{sen} t}$

*q*) $g(\theta) = \dfrac{\tan \theta}{\theta}$

60. Determinar si la función tiene una asíntota vertical o una discontinuidad removible en $x = -1$.

*a*) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$

*b*) $f(x) = \dfrac{x^2 - 6x - 7}{x + 1}$

*c*) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x + 1}$

*d*) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x + 1)}{x + 1}$

61. Calcular el límite

*a*) $\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{1}{x+1}$

*b*) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{-1}{(x-1)^2}$

*c*) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x}{x-2}$

*d*) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{2+x}{1-x}$

*e*) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$

*f*) $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{x^2}{x^2+16}$

*g*) $\lim\limits_{x\to -3^-} \dfrac{x+3}{x^2+x-6}$

*h*) $\lim\limits_{x\to (-1/2)^+} \dfrac{6x^2+x-1}{4x^2-4x-3}$

*i*) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+1}{(x^2+1)(x-1)}$

*j*) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-2}{x^2}$

*k*) $\lim\limits_{x\to 0^-} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

*l*) $\lim\limits_{x\to 0^-} \left(x^2-\dfrac{1}{x}\right)$

*m*) $\lim\limits_{x\to (\pi/2)^+} \dfrac{-2}{\cos x}$

*n*) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sqrt{x}}{\csc x}$

*ñ*) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+2}{\cot x}$

*o*) $\lim\limits_{x\to 1/2} x \sec \pi x$

*p*) $\lim\limits_{x\to 1/2} x^2 \tan \pi x$

62. Demuestre, aplicando la definición de límite.

*a*) $\lim\limits_{x\to 4}(2x+1)=9$

*b*) $\lim\limits_{x\to 1}(4x+3)=7$

*c*) $\lim\limits_{x\to 3}(7-3x)=-2$

*d*) $\lim\limits_{x\to -4}(2x+7)=-1$

*e*) $\lim\limits_{x\to -2}(1+3x)=-5$

*f*) $\lim\limits_{x\to -2}(7-2x)=11$

63. De acuerdo con la teoría de la relatividad, la masa $m$ de una partícula depende de su velocidad $v$; es decir:

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

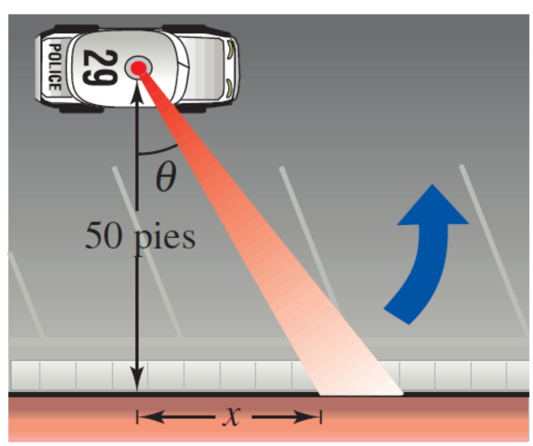
donde $m_0$ es la masa cuando la partícula está en reposo y $c$ es la velocidad de la luz. Calcular el límite de la masa cuando $v$ tiende a $c^-$.

63. Una patrulla está estacionada a 50 pies de un gran almacén (ver la figura). La luz giratoria de la parte superior del automóvil gira a un ritmo o velocidad de $\frac{1}{2}$ revolución por segundo. El ritmo o velocidad al que se desplaza el haz de luz a lo largo de la pared es $r = 50\pi \sec^2\theta$ pies/s.

*a*) Calcular el ritmo o velocidad $r$ cuando $\theta$ es $\pi/6$.

*b*) Determinar el ritmo o velocidad $r$ cuando $\theta$ es $\pi/3$.

*c*) Encontrar el límite de $r$ cuando $\theta \to (\pi/2)^-$.

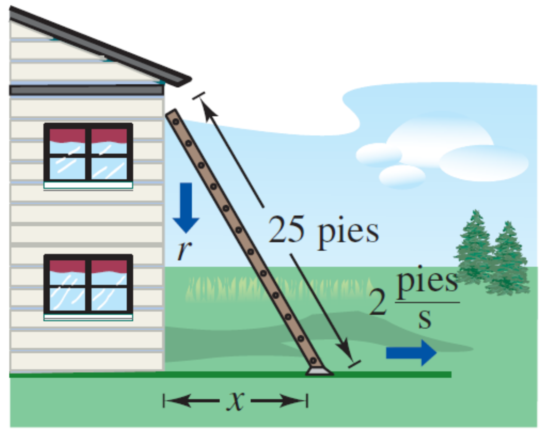


64. Una escalera de 25 pies de largo está apoyada en una casa (ver la figura). Si por alguna razón la base de la escalera se aleja del muro a un ritmo de 2 pies por segundo, la parte superior descenderá con un ritmo dado por $r = \frac{2x}{\sqrt{625-x^2}}$ pies /s donde $x$ es la distancia que hay entre la base de la escalera y el muro.

a) Calcular el ritmo o velocidad $r$ cuando $x$ es 7 pies.

b) Calcular el ritmo o velocidad $r$ cuando $x$ es 15 pies.

c) Encontrar el límite de $r$ cuando $x \to 25^-$.




2. En una aplicación web, el tiempo de respuesta $T(x)$ en segundos depende del número de solicitudes simultáneas $x$ según la función:

$$T(x) = \frac{0.5x^2 - 3x + 12}{x - 4}$$

Se sospecha que cuando $x$ se acerca a 4 solicitudes simultáneas, hay un valor finito de tiempo de respuesta, aunque la función no esté definida para $x = 4$.

- Calcule $\lim_{x\to 4} T(x)$ para estimar el tiempo de respuesta en ese punto crítico.
- Interprete el resultado en términos del rendimiento del servidor.

3. El costo unitario $C(t)$ en la fabricación de un producto depende del tiempo de producción $t$ (en horas) y está definido como:



$$C(t) = \begin{cases} 50 + 3t, & \text{si } t < 5 \\ 65, & \text{si } t = 5 \\ 2t^2 + 15, & \text{si } t > 5 \end{cases}$$

- Verifique si $C(t)$ es continua en $t = 5$.
- Explique si un salto en el costo puede significar un problema de eficiencia en la línea de producción.

4. La tasa de fallos por hora de un software en la nube se modela como:

$$F(h) = \frac{\sqrt{h+9} - 3}{h}$$

donde $h$ es el número de horas desde el último reinicio del sistema.

- Calcule $\lim_{h \to 0} F(h)$ para determinar la tasa inicial de fallos inmediatamente después del reinicio.
- Interprete si el sistema tiene fallos iniciales significativos.

5. El consumo de energía (en kWh) de una máquina al aumentar la velocidad de producción $v$ (en m/min) está dado por:

$$E(v) = \frac{v^2 - 25}{v - 5}$$

   - Determine $\lim_{v \to 5} E(v)$ y explique el significado físico de este valor.
   - Analice si este punto representa un nivel óptimo de operación.

6. El número de usuarios activos $U(t)$ (en miles) de una plataforma SaaS crece con el tiempo $t$ (en meses) según:

$$U(t) = \frac{200t}{t^2 - 9}$$

   Se desea estimar el comportamiento cuando la plataforma se acerca a los 3 meses de operación.

   - Calcule $\lim_{t \to 3^-} U(t)$ y $\lim_{t \to 3^+} U(t)$.
   - Determine si hay una discontinuidad y qué podría significar en términos de estrategia de marketing o capacidad del sistema.