INSTITUT FÜR KRISTALLOGRAPHIE

Postadresse: Institut: Telefon: Telefax: D-52056 Aachen, Germany Jägerstraße 17-19, D-52066 Aachen

++49 241 80 96900 ++49 241 80 92184

GRUNDZÜGE DER KRISTALLOGRAPHIE

Das Prinzip der stereographischen Projektion

Die stereographische Projektion ermöglicht die übersichtliche zweidimensionale Darstellung von Richtungen und Flächenorientierungen. Die Orientierung einer Kristallfläche wird durch die Richtung der Flächennormalen repräsentiert. Der Schnittpunkt der im Mittelpunkt einer Kugel (auch Lagen- oder Projektionskugel genannt) angetragenen Flächennormalen mit der Kugel ist der **Flächenpol** (Abb. 1, 2). Jeder Flächenpol wird - mit S bzw. N als Augpunkt (= Projektionspunkt) - in die Projektionsebene projiziert: Stereographische Projektion der Flächenpole (Abb. 2, 3).

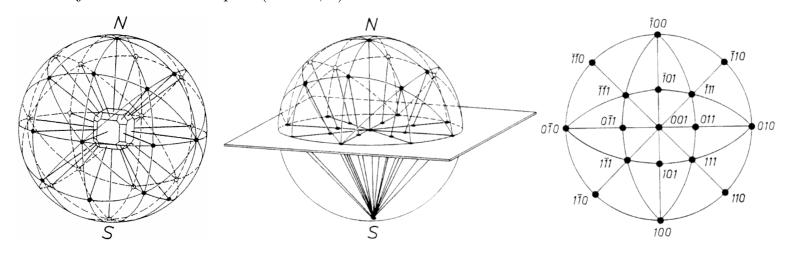


Abb. 1 Ein kubischer Kristall im Zentrum einer Kugel. Die Flächennormalen des Kristalls schneiden die Kugeloberfläche in Flächenpolen, die auf Großkreisen liegen.

Abb. 2 Bei der stereographischen Projektion werden die Flächenpole der Nordhalbkugel unter Verwendung des Südpols als Projektionspunkt auf die Äquatorebene projiziert.

Abb. 3 Stereographische Projektion der oberen Hälfte des Kristalls in Abb. 1. Die Flächenpole sind indiziert.

Eigenschaften der stereographischen Projektion:

- a) Kreise auf der Projektionskugel werden auf Kreise in der Projektionsebene projiziert (Kreistreue).
- b) Der Winkel ϵ , unter dem sich zwei Kreise auf der Kugel schneiden, bleibt bei der stereographischen Projektion erhalten (Winkeltreue; Abb. 4). ϵ ist der Winkel zwischen den Tangenten an die Kreise in deren Schnittpunkt.

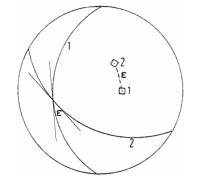


Abb. 4 Der Winkel ϵ zwischen den Ebenen zweier Zonenkreise ist der Winkel zwischen den entsprechenden Zonenpolen (\Box) .

Kreise auf der Kugel:

Großkreis: Die Kreisebene enthält den Kugelmittelpunkt. Kreisradius r=Kugelradius R.

Kleinkreis: Jeder Kreis mit r < R.

Wulffsches Netz:

Rechtwinkliges, jedoch krummliniges Koordinatennetz, das die quantitative Festlegung der Flächenpole in der Projektionsebene sowie die einfache Messung von Winkeln zwischen Richtungen bzw. Flächennormalen ermöglicht. Es entsteht durch die stereographische Projektion der Längen- und Breitenkreise eines Globus, dessen Nord- und Südpol N' und S' in der Projektionsebene liegen (Abb. 5). (*Anmerkung:* N' und S' sind von den Polen N und S (Augpunkte) der stereographischen Projektion verschieden.)

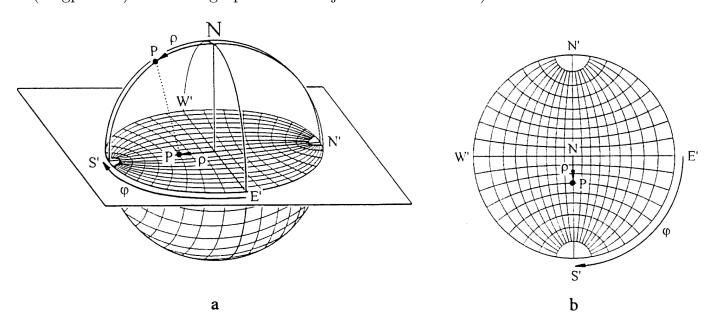


Abb. 5(a) Stereographische Projektion des Gradnetzes eines Globus (N'-S' \perp N-S) erzeugt das Wulffsche Netz.

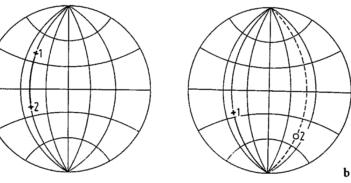
(b) Lage der Winkelkoordinaten φ (Azimut) und ρ (Poldistanz). Der Flächenpol P liegt auf $\varphi = 90^{\circ}$, $\rho = 30^{\circ}$.

Zur Messung des Winkels zwischen zwei Flächenpolen (Abb. 6):

Die Messung erfolgt entlang der Projektion des Großkreises durch die Flächenpole. Durch Drehen des Wulffschen Netzes um seinen Mittelpunkt kann man stets erreichen, dass zwei

Flächenpole auf einem Großkreis liegen.

Abb. 6 Der Winkel zwischen zwei Flächenpolen wird auf dem Großkreis, auf dem beide Pole liegen, abgelesen.



Das Wälzen eines Körpers und seine Auswirkung ist in Abb. 7 dargestellt: Drehung des Stereogramms um eine Achse in der Projektionsebene.

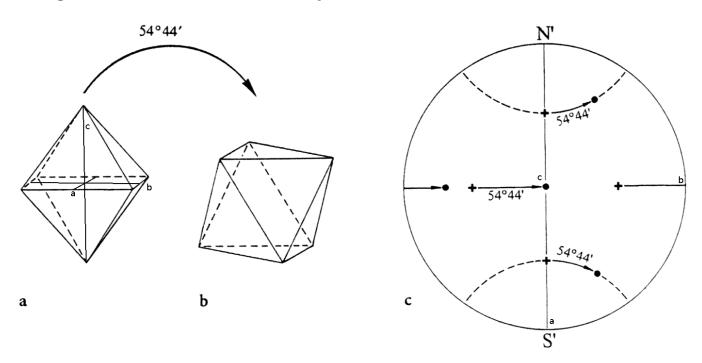


Abb. 7 Das Oktaeder in (a) ist durch eine Drehung in das Oktaeder in (b) überführt worden. Diese Drehung des Oktaeders veranschaulicht auch das Stereogramm in (c). In diesem sind nur die Flächenpole der jeweils oberen Hälfte der Oktaeder aus (a) und (b) dargestellt. Die Kreuze im Stereogramm gehören zu (a), die Punkte zu (b). Die Bewegung der Flächenpole (angedeutet durch Pfeile) erfolgt auf Kleinkreisen.

Zur Erinnerung: Begriff der Zone

Zone: Menge aller Ebenen, die parallele Schnittgeraden haben bzw. Menge aller Netzebenenscharen, die eine gemeinsame Gittergerade besitzen.

Flächen, die zu ein und derselben Geraden (**Zonenachse** oder Zonenrichtung) parallel sind, heißen **tautozonal** (Abb. 8). Ihre Flächennormalen liegen in einer Ebene senkrecht zur Zonenachse. Der Schnitt dieser Ebene mit der Projektionskugel ist ein Großkreis, der **Zonenkreis**. Zonenachsen werden durch ihre Richtungssymbole [uvw] dargestellt.

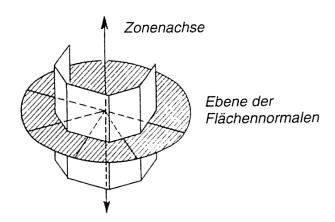


Abb. 8 Eine Zone ist eine Schar von Kristallflächen, deren Schnittgeraden parallel verlaufen. Die Zonenachse steht senkrecht auf der Ebene der Flächennormalen.