# DM547 øvelsestimer
# 09-09-19

Jonas Eriksen

10. september 2019

## Antal fremmødte:

### Opgave 1.1.1

Vi skal afgøre om nedenstående sætninger er logiske udsagn, og i så fald om de er sande eller falske.

**(a)** Boston er hovedstad i Massachusetts.

Sandt udsagn.

**(b)** Miami er hovedstad i Florida.

Falsk udsagn. (Tallahasse).

**(c)** $2 + 3 = 5$.

Sandt udsagn.

**(d)** $5 + 7 = 10$.

Falsk udsagn.

**(e)** $x + 2 = 11$.

Ikke et udsagn.

**(f)** Svar på dette spørgsmål.

Ikke et udsagn.

## Opgave 1.1.5

Negér følgende udsagn.

**(a)** Mei har en MP3-afspiller.

Mei har ikke en MP3-afspiller.

**(b)** Der er ikke forurening i New Jersey.

Der er forurening i New Jersey ($\Leftrightarrow$ der er ikke ikke forurening i New Jersey).

**(c)** $2 + 1 = 3$.

$2 + 1 \neq 3$.

**(d)** Sommeren i Maine er varm og solrig.

Sommeren i Maine er ikke varm og solrig ($\Leftrightarrow$ sommeren i Maine er enten ikke varm eller ikke solrig, eller hverken varm eller solrig).

## Opgave 1.1.13

Lad $p$ og $q$ være udsagn, hvor:

- $p$: Det er under frysepunktet
- $q$: Det sner

Skriv følgende sætninger vha. $p$ og $q$ samt logiske konnektiver.

**(a)** Det er under frysepunktet og det sner.

$p \wedge q$.

**(b)** Det er under frysepunktet, men det sner ikke.

$p \wedge \neg q$.

**(c)** Det er ikke under frysepunktet og det sner ikke.

$\neg p \wedge \neg q$.

**(d)** Enten sner det, eller også er det under frysepunktet (eller begge dele).

$p \vee q$.

**(e)** Hvis det er under frysepunktet så sner det også.

$p \Rightarrow q$.

**(f)** Enten er det under frysepunktet, eller også sner det, men det sner ikke, hvis det er under frysepunktet.

$(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow \neg q)$ $(\Leftrightarrow p \oplus q)$.

**(g)** At det er under frysepunktet er nødvendigt og tilstrækkeligt for at det sner.

$p \Leftrightarrow q$.

# Opgave 1.1.31

Vi skal afgøre, hvor mange rækker, der er i sandhedstabellerne for de nedenstående sammensatte udsagn.

**(a)** $p \Rightarrow \neg p$.

$2^1 = 2$ rækker.

**(b)** $p \vee \neg r) \wedge (q \vee \neg s)$.

$2^4 = 16$ rækker.

**(c)** $q \vee p \vee \neg s \vee \neg r \vee \neg t \vee u$.

$2^6 = 64$ rækker.

**(d)** $(p \wedge r \wedge t) \Leftrightarrow (q \wedge t)$.

$2^4 = 16$ rækker.

# Opgave 1.1.33

Konstruér sandhedstabeller for følgende sammensatte udsagn.

**(a)** $p \wedge \neg p$.

| $p$ | $\neg p$ | $p \wedge \neg p.$ |
|---|---|---|
| T | F | F |
| F | T | F |

**(b)** $p \vee \neg p$

| $p$ | $\neg p$ | $p \vee \neg p.$ |
|---|---|---|
| T | F | T |
| F | T | T |

**(c)** $(p \vee \neg q) \Rightarrow q.$

| $p$ | $q$ | $\neg q$ | $p \vee \neg q$ | $(p \vee \neg q) \Rightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T |
| T | F | T | T | F |
| F | T | F | F | T |
| F | F | T | T | F |

**(d)** $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q).$

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | T | F | F |
| F | T | T | F | F |
| F | F | F | F | T |

**(e)** $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \Rightarrow q$ | $\neg q \Rightarrow \neg p$ | $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | T | T |
| T | F | F | T | F | F | T |
| F | T | T | F | T | T | T |
| F | F | T | T | T | T | T |

**(f)** $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow p$ | $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | F | F | T | T |
| F | T | T | F | F |
| F | F | T | T | T |

## Opgave 1.2.37

Steve vil gerne afgøre de relative lønninger for tre kollegaer ved at bruge de følgende to informationer.

(1) Hvis Fred ikke er den højest betalte, så er Janice

(2) Hvis Janice ikke er den lavest betalte, så er det Maggie, der tjener mest

Er det mulige at afgøre Fred, Janice og Maggies relative lønninger? Hvis ja, hvem betales så mest og hvem betales mindst? Forklar!

Vi antager at lønningerne er forskellige. Vi kan omskrive (1) og (2) til:

(1) Enten Fred eller Janice tjener mest

(2) Maggie tjener mere end Janice

Vi kan slutte, at Fred tjener mest og Janice tjener mindst.

## Opgave 1.2.39

En detektiv har afhørt 4 vidner til en forbrydelse. Fra disse afhøringer har detektiven konkluderet at:

(1) Hvis butleren fortæller sandheden så gør kokken også

(2) Kokken og gartneren kan ikke begge have fortalt sandheden

(3) Gartneren og pedellen lyver ikke begge to

(4) Hvis pedellen taler sandt, så lyver kokken

For hvert af de fire vidner, er det så muligt for detektiven at afgøre om personen taler sandt eller lyver? Forklar!

Lad

- $b$: Butleren taler sandt
- $k$: Kokken taler sandt
- $g$: Gartneren taler sandt
- $p$: Pedellen taler sandt

Vi formaliserer (1)-(4) til:

(1) $b \Rightarrow k$

(2) $\neg(k \land g) \Leftrightarrow (\neg k \lor \neg g) \Leftrightarrow (k \Rightarrow \neg g)$

(3) $\neg(\neg g \land \neg p) \Leftrightarrow (g \lor p) \Leftrightarrow (\neg g \Rightarrow p)$

(4) $p \Rightarrow \neg k$

Antag $b$ til modstrid. Så kan vi skrive: $b \Rightarrow k \Rightarrow \neg g \Rightarrow p \Rightarrow \neg k$, hvilket er en modstrid, så butleren lyver. Samme modstrid når vi til, hvis vi antager $k$. Så kokken lyver også. Derudover ved vi fra (3) at enten mindst én af gartneren og pedellen taler sandt.

# Opgave 1.2.41

Der er skilte på døren til 2 rum. På skiltet til det første hhv. det andet rum står der:

(1) I dette rum er der en dame og i det andet rum er der en tiger

(2) I et af disse rum er der en dame og i et af dem er der en tiger

Du ved at det ene skilt er sandt og det andet er falsk. Bag hvilken dør er damen?

Skiltet på dør 2 er sandt lige meget om skiltet på dør 1 er sandt eller ej. Derfor er skiltet på dør 1 falsk og damen er i rum 2.

# Opgave 1.3.6

Verificér DeMorgans 1. lov ($\neg(p \land q) \Leftrightarrow \neg p \lor \neg q$) vha. en sandhedstabel.

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \land q$ | $\neg(p \land q)$ | $\neg p \lor \neg q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | F | F |
| T | F | F | T | F | T | T |
| F | T | T | F | F | T | T |
| F | F | T | T | F | T | T |

De to sidste kolonner har samme sandhedsværdier, ergo er $\neg(p \land q) \Leftrightarrow \neg p \lor \neg q$.

□

# Opgave 1.3.7

Brug DeMorgans love til at negere følgende udsagn.

**a)** Jan er rig og lykkelig.

Jan er enten fattig eller ulykkelig (eller både fattlg og ulykkelig). (DeMorgans 1. lov).

**b)** Carlos vil cykle eller løbe i morgen.

Carlos vil hverken cykle eller løbe i morgen. (DeMorgans 2. lov).

**c)** Mei går eller tager bussen til undervisning.

Mei hverken går eller tager bussen til undervisning (DeMorgans 2. lov).

**d)** Ibrahim er klog og hårdtarbejdende.

Ibrahim er dum eller doven (eller både dum og doven). (DeMorgans 1. lov).

## Opgave 1.3.19

Afgør om $(\neg q \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \neg p$ er en tautologi.

Reduktionsbevis:

$$
\begin{aligned}
& (\neg q \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \neg p & \\
\Leftrightarrow\quad & (\neg q \wedge (\neg p \vee q)) \Rightarrow \neg p & \text{(Jf. table 1.3.7)} \\
\Leftrightarrow\quad & ((\neg q \wedge \neg p) \vee \overbrace{(\neg q \wedge q)}^{\text{F}} \Rightarrow \neg p & \text{(Jf. distributive lov)} \\
\Leftrightarrow\quad & (\neg q \wedge \neg p) \Rightarrow \neg p & \\
\Leftrightarrow\quad & \neg(\neg q \wedge \neg p) \vee \neg p & \text{(Jf. table 1.3.7)} \\
\Leftrightarrow\quad & q \vee \overbrace{p \vee \neg p}^{\text{T}} & \text{(Jf. DeMorgans 1. lov)} \\
\Leftrightarrow\quad & T &
\end{aligned}
$$

Så udtrykket er en tautologi.

$\square$