Metody numeryczne, zadanie numeryczne numer 1

Autor: Jakub Heczko

Sformułowanie poblemu

Dla pewnej funkcji f(x) w naszym przypadku równej sin(x^2) musimy znalezc jaka będzie pochodna w punkcie. Obliczyliśmy więc matematycznie pochodna, która wynosi 2*x*cos(2^x) i podstawilismy tam nasz punkt x = 0.2, a następnie w pętli podstawialiśmy coraz to mniejsze h pod nasz iloraz, pod który rownocześnie podstawialiśmy punkt x = 0.2, następnie odejmowaliśmy te dwa wyniki od siebie w wartości bezwzględnej i dostawaliśmy błąd między tymi dwiema wartościami. Następnie zbieraliśmy błąd w wektor i szkicowaliśmy go na wykresie w skali logarytmicznej. Błąd zawsze pojawiał się “ze strony” ilorazu. Trzeba było również eksperymentować z precyzją oraz punktem w którym obliczamy granicę

Wynik eksperymentu

Eksperyment pokazał, że wybór h jest bardzo kluczowy dla naszego wyniku jeśli chcemy korzystać z ilorazu do obliczania pochodnej w punkcie. Jeśli braliśmy duże h, to błąd był duży, jeśli za małe to błąd również był duży, kiedy h było mniej więcej na środku przedziału wszystkich h, dostawaliśmy optymalny wynik, czyli błąd był najmniejszy dla wszystkich innych h. Pochodna w tym najbardziej optymalnym h, była bardzo zbliżona do ręcznie wyliczonej pochodnej naszej funkcji sin(x^2). Dla precyzji float wykresy, były krótsze, a dla precyzji double o wiele dłuższe i bardziej równomierne. Zmiana punktów w których liczyliśmy pochodną wydawała się nie przynosić większych efektów, czasami, wynik(najmniejszy możliwy błąd) poprawił się o bardzo znikomą ilość

Wnioski eksperymentu

Eksperyment ten pokazał ciekawe wnioski, albowiem trochę wbrew z intuicją co do zastępywania limesa, wzięcie bardzo małego h nie przynosiło optymalnego wyniku, a błąd był duży. Z czego to się brało? Jak wiemy, błąd podczas wykonywania dzielenia rośnie coraz bardziej, jeśli będziemy dzielić przez coraz to mniejsze i mniejsze liczby. Nasz błąd z lewej strony wykresu(w moim przypadku, w ogólności to jest ta nierównomierna część wykresu) brał się w głównej mierzę właśnie z tego zjawiska rosnącego błędu przy zmniejszającym się mianowniku(w tym przypadku naszego h oraz 2*h). Skąd więc brał się błąd po prawej stronie wykresu(ta bardziej równomiernie rozłożona część wykresu)? Brał on się z samego faktu, że musimy obliczyć granicę dla h które dąży do 0, wiec jak będziemy brać coraz to większe i większe h to będziemy oddalać się od naszego punktu zbiegania granicy. Zmiana precyzji znacząca zmniejszała błąd oraz sprawiała, że wykres był o wiele bardziej równomiernie rozłożony. Dla float, wykres wydawał się bardziej skakać niż dla double. To również wynika z tego, że błąd który bierze się przy dzieleniu, wynika z błędu zaokrąglenia, a wiec im precyzja jest większa tym ten błąd będzie mniejszy. Wybór punktu wydawał się dużo nie zmieniać. Wynikało to z tego, że wpływał on na wartości w liczniku, a jak wiemy na błąd bardziej znacząca jest wielkość mianownika niż licznika. Jeśli już wpływał to w bardzo nieznaczący sposób, a najmniejszy możliwy błąd zostawał ten sam, albo lekko się pogarszał lub polepszał