合 肥 工 业 大 学 试 卷 （ A ）

2019～2020 学年第 二 学期　课程代码 1400221B　课程名称高等数学 A（下）　学分 6　课程性质:必修 ☑、选修☐、限修☐　考试形式:开卷☐、闭卷 ☑

专业班级（教学班）__________　考试日期 2020 年 08 月 25 日 08:00~10:00　命题教师 集体　系（所或教研室）主任审批签名__________

一、填空题（本题满分 15 分，每小题 3 分）

1、设 $z=e^{y-x}$，则 $dz\big|_{(1,0)}=$__________.

2、曲面 $z=x^2+y^2$ 在点 $\{1,1,2\}$ 处的切平面方程为__________ .

3、交换二重积分次序 $\int_1^3 dx\int_{x-1}^2 f(x,y)dy=$__________ .

4、设幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处条件收敛，则该幂级数的收敛区间为__________ .

5、设 L 为半圆 $x^2+y^2=r^2, x\ge 0$，则 $\int_L (x^2+y^2)ds=$__________ .

二、选择题（本题满分 15 分，每小题 3 分）

1、函数 $f(x,y)=\arctan(x^2y)$ 在点 $(1,1)$ 处的梯度等于（　　）.

（A）$\vec{i}-\frac{1}{2}\vec{j}$　（B）$\vec{i}+\frac{1}{2}\vec{j}$　（C）$\frac{1}{2}\vec{i}-\vec{j}$　（D）$\frac{1}{2}\vec{i}+\vec{j}$

2、设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 偏导数存在，且取得极小值，则下列结论正确的是（　　）.

（A）$f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处导数等于 0.　（B）$f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处导数大于 0.

（C）$f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处导数小于 0.　（D）$f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处导数不存在.

3、设 α 是常数，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\cos(n\alpha)}{n^3}-\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}\right)$（　　）.

（A）发散　（B）绝对收敛　（C）条件收敛　（D）敛散性不定

4、设 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le \frac{1}{2}, \\ 2-2x, & \frac{1}{2}<x<1. \end{cases}$，$S(x)=\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos(n\pi x), -\infty<x<+\infty$，其中

$a_n=2\int_0^1 f(x)\cos(n\pi x)dx$　则 $S\left(-\frac{5}{2}\right)=$______.

4、（续）（A）$\frac{1}{4}$　（B）$\frac{1}{2}$　（C）$\frac{3}{4}$　（D）1

5、设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 上半部分，并取上侧，则下列结论不正确的是（　　）.

（A）$\iint\limits_{\Sigma} y^2dydz=0$　（B）$\iint\limits_{\Sigma} ydydz=0$　（C）$\iint\limits_{\Sigma} x^2dydz=0$　（D）$\iint\limits_{\Sigma} xdydz=0$

三、（本题共 12 分） 设 $f(x,y)$ 具有连续二阶偏导数，且 $z=f(xy,\frac{x^2}{y})$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四、（本题共 10 分） 求函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 的极值.

五、（本题共 12 分） 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dV$，$\Omega$ 是由旋转抛物面 $2z=x^2+y^2$ 以及平面 $z=2$ 所包围的立体部分.

六、（本题共 12 分） 计算曲面积分 $I=\oiint\limits_{\Sigma}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\left(xdydz+ydzdx+zdxdy\right)$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的内侧.

七、（本题共 12 分） 已知 $f(0)=-\frac{1}{2}$，求可微函数 $f(x)$，使得曲线积分 $\int_L\left[e^x+f(x)\right]ydx-f(x)dy$ 与路径无关，并计算积分 $\int_{(0,0)}^{(1,1)}\left[e^x+f(x)\right]ydx-f(x)dy$.

八、（本题共 12 分） 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}$ 的收敛域及和函数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{2^n}$.

命题教师注意事项:1、主考教师必须于考试一周前将“试卷 A”、“试卷 B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。　2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。