合 肥 工 业 大 学 试 卷 （A）

2020～2021 学年第 二 学期 课程代码 1400221B 课程名称高等数学 A（下） 学分 6 课程性质:必修☑、选修☐、限修☐ 考试形式:开卷☐、闭卷☑

专业班级（教学班）________ 考试日期 2021 年 07 月 20 日 10:20~12:20 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名________

一、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设$f(x+y,xy)=x^2+xy+y^2$，则$f(x,y)$在点$(2,1)$处的微分$df|_{(2,1)}=$________.

2. 空间曲线Γ: $\begin{cases} y=x^2, \\ z=2x^3 \end{cases}$在点$(1,1,2)$处的切线方程为________.

3. 设$f(x)=\int_x^1 \frac{\sin y}{y}\mathrm{d}y$，则$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=$________.

4. 设曲线L的方程: $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$,，则$\int_L (x-y)^3 \mathrm{d}s=$________.

5. 无穷级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2-1}=$________.

二、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设函数y_1,y_2,y_3是二阶非齐次线性微分方程$y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$的三个线性无关的解，且C_1,C_2是任意常数，则该方程的通解为（）.

(A) $C_1y_1+C_2y_2+y_3$ (B) $C_1y_1+C_2y_2-(C_1+C_2)y_3$

(C) $C_1y_1+C_2y_2-(1-C_1-C_2)y_3$ (D) $C_1y_1+C_2y_2+(1-C_1-C_2)y_3$

2.直线L: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$与平面$\pi$: $x+4y+2z=3$的关系为（）.

(A) 在平面内 (B) 平行，但不在平面内

(C) 垂直 (D) 相交，但不垂直

3. 设二元函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处可微，则在下列结论中，正确的个数为（）.

①$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处的极限存在

②$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处连续

③$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处的偏导数存在

④$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处沿任意方向的方向导数都存在

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

4. 设曲面Σ的方程为$z=x^2+y^2(z\le 1)$，则$\iint\limits_{\Sigma}\frac{x^2+y^2}{\sqrt{1+4x^2+4y^2}}\mathrm{d}S=$（）.

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π

5.下列级数绝对收敛的是（）.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(e^{\frac{1}{n}}-1-\frac{1}{n})$ (B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2^n}{n^2}$ (C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}\frac{1}{n}$ (D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\cos\frac{1}{n^2}$

三、（本题满分 10 分）设$u=f(x+y,z)$，其中f有二阶连续偏导数，且$z=z(x,y)$由方程$x^2+y^2-z^2=1$确定，求$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$，$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

四、（本题满分 12 分）设函数$z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$，

(1) 求该函数在点$(1,1)$处的最大方向导数；

(2) 求该函数在曲线L: $3x^2-2xy+3y^2=4$上的最大方向导数.

五、（本题满分 12 分）计算积分$I=\iint\limits_D x^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$由$x+y=2$，$y=\sqrt{1-x^2}$，以及$x$轴和$y$轴所围的第一象限内的区域.

六、（本题满分 12 分）设平面曲线积分$\int_L yf(x)\mathrm{d}x+(f'(x)+2y)\mathrm{d}y$在全平面上与积分路径无关，其中$f(x)$具有二阶连续导数，且$f(0)=2,f'(0)=0$.

(1)求$f(x)$；

(2) 计算曲线积分$\int_{(0,0)}^{(1,1)} yf(x)\mathrm{d}x+(f'(x)+2y)\mathrm{d}y$.

七、（本题满分 12 分）设曲面Σ的方程为$z=\sqrt{x^2+y^2}(z\le 1)$，取下侧，计算曲面积分

$$\iint\limits_{\Sigma} 2x^2z\mathrm{d}y\mathrm{d}z+yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x+2z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

八、（本题满分 12 分）求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^2(x-1)^n$的收敛域及和函数$S(x)$.