

2019~2020 学年第 二 学期 课程代码 1400241B 课程名称高等数学 B（下） 学分 6 课程性质:必修 ☒、选修☐、限修☐ 考试形式:开卷☐、闭卷 ☒
专业班级（教学班） 考试日期 2020 年 08 月 25 日 08:00~10:00 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名

一、填空题（每小题 4 分，本题满分 20 分）请将答案写在答题纸上！

1. 微分方程 $(x+2y)dx - xdy = 0$ 的通解是_____.
2. 设 $z = z(x, y)$ 是由 $x^2 + 2xy + y + ze^z = 1$ 所确定的函数，则 $dz|_{(0,1)} =$ _____.
3. 设有级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{x+1}{2} \right)^n$ ，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 2$ ，则该级数的收敛半径等于_____.
4. 函数 $f(x, y, z) = \frac{x-z}{y+z}$ 在点 $(-1, 1, 3)$ 处的最大变化率为_____.
5. 交换积分次序 $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx =$ _____.

二、选择题（每小题 4 分，本题满分 20 分）

1. 设函数 $f(x, y)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 的两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0)$ 和 $f'_y(x_0, y_0)$ 都存在，则（ ）.

(A) $f(x, y)$ 在 P 点连续

(C) $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y)$ 存在

(B) $f(x, y)$ 在 P 点可微

(D) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0)$ 及 $\lim_{y \rightarrow y_0} f(x_0, y)$ 都存在
2. 微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 3x - 2e^x$ 的特解形式为（ ）.

(A) $(ax+b)e^x$

(C) $ax+b+cx e^x$

(B) $x(ax+b)e^x$

(D) $ax+b+ce^x$
3. 二重积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$ 可以写成（ ）.

(A) $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$

(C) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$

(B) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

(D) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$
4. 设 $I_1 = \iint_D \ln(x+y)^3 d\sigma$ ， $I_2 = \iint_D (x+y)^3 d\sigma$ ， $I_3 = \iint_D \sin(x+y)^3 d\sigma$ ，其中平面区域 D 是由 $x+y = \frac{1}{2}$ ， $x+y=1$ 及两条坐标轴围成，则().

(A) $I_2 > I_3 > I_1$

(B) $I_2 > I_1 > I_3$

(C) $I_3 > I_2 > I_1$

(D) $I_1 > I_2 > I_3$
5. 设 $u_n = (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ ，则级数().

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 都收敛

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，而 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 发散

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 都发散

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散，而 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 收敛

三、（本题 10 分）设函数 $z = f(xy, \frac{x}{y})$ ，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

四、（本题 10 分）求微分方程 $\begin{cases} y'' = 2x\sqrt{y'} \\ y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = \frac{1}{4} \end{cases}$ 的特解.

五、（本题 10 分）计算二重积分 $I = \iint_D |y-x^2| d\sigma$ ，其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

六、（本题 12 分）求函数 $z = e^{2x}(x+y^2+2y)$ 的极值.

七、（本题 12 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^{n-1}$ 的收敛半径、收敛域及和函数.

八、（本题 6 分）若 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{2n \sin \frac{1}{n}} a_n) = 1$ ，试判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 敛散性，并说明理由.