

# 合肥工业大学试卷（A）

共 1 页第 1 页

2020~2021 学年第 二 学期 课程代码 1400241B 课程名称 高等数学 B（下） 学分 6 课程性质:必修☑、选修□、限修□ 考试形式:开卷□、闭卷☑  
专业班级（教学班） 考试日期 2021 年 07 月 20 日 10:20~12:20 命题教师 《高等数学》命题组 系（所或教研室）主任审批签名

## 一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、 $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} (x+y) \sin \ln(1 - \frac{2}{x+y}) =$ \_\_\_\_\_.

2、已知  $z = (2y+1)^x$ ，则  $z$  在  $(1,1)$  处的全微分  $dz|_{(1,1)} =$ \_\_\_\_\_.

3、计算二次积分  $\int_1^3 dx \int_{x-1}^2 \sin y^2 dy =$ \_\_\_\_\_.

4、将  $\frac{1}{x+1}$  展开成  $x-1$  的幂级数\_\_\_\_\_.

5、 $z = \arctan \frac{x}{y}$  在  $P_0(0,1)$  处沿着  $P_0(0,1)$  到  $P(1,2)$  方向的方向导数为\_\_\_\_\_.

## 二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处：（ ）.

- (1) 沿任意方向导数均存在 (2) 可微 (3) 一阶偏导连续  
(4) 二阶偏导存在 (5) 连续 (6) 可偏导

则下列结论完全正确的是（ ）

- (A) (2)  $\Rightarrow$  (1)  $\Rightarrow$  (6) (B) (4)  $\Rightarrow$  (3)  $\Rightarrow$  (2)  
(C) (3)  $\Rightarrow$  (2)  $\Rightarrow$  (1) (D) (3)  $\Rightarrow$  (1)  $\Rightarrow$  (5)

2、若  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x+3)^n$  在  $x = -5$  处条件收敛，则在  $x = 0$  处此级数（ ）.

- (A) 发散 (B) 条件收敛  
(C) 绝对收敛 (D) 敛散性不定

3、设  $Y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$  ( $C_1, C_2$  为任意常数) 是某二阶常系数线性齐次微分方程的通解，则该方程为（ ）.

- (A)  $y'' - 3y' + 2y = 0$  (B)  $y'' + 3y' + 2y = 0$   
(C)  $y'' + 2y' + y = 0$  (D)  $y'' - 2y' + y = 0$

4、设  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  则在原点  $(0,0)$  处  $f(x, y)$  ( ).

- (A) 不连续但偏导数存在 (B) 偏导数不存在但是连续  
(C) 连续，偏导数存在且可微 (D) 不可微

5、①  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha)}{n^2}$  ②  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (e^{\frac{1}{n}} - 1)$  ③  $\sum_{n=3}^{\infty} (\frac{3n+1}{n+2})^n$  ④  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\sin(n\alpha) - n}{n^3})$

下列选项正确的是（ ）.

- A. ①④绝对收敛 B. ②④条件收敛 C. ②绝对收敛，③条件收敛 D. ①条件收敛，③发散

三、（本题满分 10 分） $z = f(2x+y) + g(x+y, xy)$ ，其中  $f$  二阶可导， $g$  二阶偏导连续，求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

四、（本题满分 12 分）设  $D$  为  $x=2, y=2, y=-x, x^2+y^2=1$  所围成的不包含原点的平面区域，计算  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ .

五、（本题满分 10 分）求函数  $f(x, y) = ye^{\frac{x^2+y^2}{2}}$  的极值.

六、（本题满分 10 分）. 设  $\begin{cases} xu - yv = 1 \\ yu + xv = 2 \end{cases}$ ，求  $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}$ .

七、（本题满分 10 分）求微分方程  $(x+1)y' - 2y = (x+1)^{\frac{7}{2}}$  的通解.

八、（本题满分 12 分）求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n2^n}$  的收敛半径、收敛域以及和函数.

九、（本题满分 6 分）讨论数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^k}$  的敛散性（ $k$  是任意实数）