

合肥工业大学试卷 (A)

共 1 页第 1 页

2022~2023 学年第 二 学期 课程代码 1400221B 课程名称 高等数学 A (下) 学分 6 课程性质:必修☑、选修□、限修□ 考试形式:开卷□、闭卷☑
专业班级(教学班) 考试日期 2023 年 7 月 4 日 10:20-12:20 命题教师 高等数学课程组 系(所或教研室) 主任审批签名 注:该页不能答题!

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

- 函数 $z = xy$ 在点 $(0, 2)$ 处的最大方向导数为 _____.
- 设 $f(x) = \begin{cases} -2, & -1 < x \leq 0 \\ 2+x^2, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$, 则其以 2 为周期的 Fourier 级数在 $x = -4$ 处收敛于 _____.
- 已知 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 1$, 则 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}) =$ _____.
- 设 $L: x^2 + y^2 = 1$, 则曲线积分 $\oint_L \frac{(x+2y)^2 - 1}{\pi} ds =$ _____.
- 设 Σ 是由曲线 $\begin{cases} 2z = x^2, \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所生成的曲面, 则其在点 $M(1, 1, 1)$ 处的切平面方程为 _____.

二. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

- 设直线 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{4}$, 则下列平面中与直线 L 垂直的是 ()
(A) $2x - y + 4z = 1$ (B) $2x - y + 2z = 1$
(C) $-x + 2y + z = 3$ (D) $2y + z = 3$
- 设函数 $z = f(x, y)$ 的全微分为 $dz = xdx + ydy$, 则点 $(0, 0)$ ()
(A) 不是 $f(x, y)$ 的极值点 (B) 是 $f(x, y)$ 的极小值点
(C) 是 $f(x, y)$ 的极大值点 (D) 不是 $f(x, y)$ 的连续点
- 设函数 $f(u)$ 连续, 且满足 $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq t^2, (t > 0)$, 则

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\pi t^4} \iiint_{\Omega} f(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) dV = ().$$

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$

4. 设曲面 Σ 的方程为 $x^2 + y^2 + z^2 = z$, Σ_1 为 Σ 在第一卦限的部分, 则下列结论不正确的是 ().

- (A) $\iint_{\Sigma} x dS = 0$ (B) $\iint_{\Sigma} x^2 dS = \iint_{\Sigma} y^2 dS$
(C) $\iint_{\Sigma} z^2 dS = 4 \iint_{\Sigma_1} z^2 dS$ (D) $\iint_{\Sigma} z dS = 0$

5. 下列级数中收敛的有 () 个

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{1}{n})$; ② $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) \cos n\pi$ ③ $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})^{-n}$ ④ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3 3^n}$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

三. (本题 10 分) 计算二重积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 e^{-x^2} dx$.

四. (本题 10 分) 设函数 $z = f(xy, x+y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

五. (本题 10 分) 求椭圆 $C: \begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ x + y + z = 4 \end{cases}$ 上的点到原点的距离的最大值与最小值.

六. (本题 12 分) 计算 $\int_L (x + y \sin x + y^3) dx - (x^3 + x - y) dy$, 其中 L 为上半圆周 $x^2 + y^2 = 4, (y \geq 0)$, 从起点 $A(-2, 0)$ 到终点 $B(2, 0)$.

七. (本题 12 分) 设曲面 Σ 为下半球面 $z = -\sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 的下侧, 计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} \frac{(z+1)^2 dx dy - 2x dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

八. (本题 12 分) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n}$ 的收敛域与和函数, 并求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^n}$ 的和.

九. (本题 4 分) 证明: 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 绝对收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$ 也绝对收敛.