

Neural Network Basic Assignment

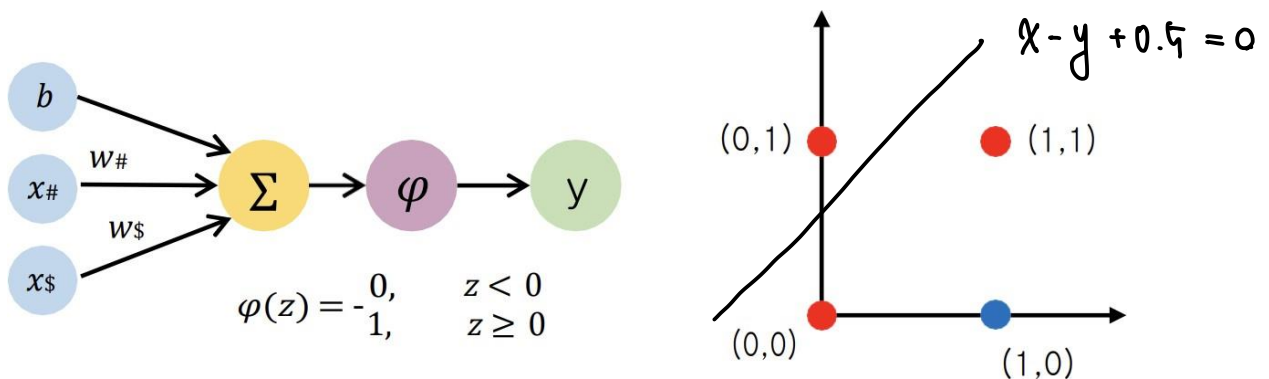
이름: 지윤혁

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned}\sigma'(z) &= (1 + e^{-z})^{-1} \\ \sigma'(z) &= -1 \cdot (1 + e^{-z})^{-2} \cdot (e^{-z}) \cdot (-1) \\ &= e^{-z} \cdot (1 + e^{-z})^{-2} = \left(\frac{1}{\sigma(z)} - 1\right) \cdot [\sigma(z)]^2 \\ &= \sigma(z) - [\sigma(z)]^2 = \sigma(z)(1 - \sigma(z))\end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요. $x_1 - x_2 + 0.5 = 0$

$$\begin{aligned}(0, 1) : \varphi(0 - 1 + 0.5) &= \varphi(-0.5) = 0 \\ (1, 0) : \varphi(1 - 0 + 0.5) &= \varphi(1.5) = 1 \\ \textcircled{1} \quad (1, 1) : \varphi(1 - 1 + 0.5) &= \varphi(0.5) = 1 \\ \textcircled{2} \quad (0, 0) : \varphi(0 - 0 + 0.5) &= \varphi(0.5) = 1\end{aligned}$$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$$w_i \leftarrow w_i + \eta(y - o)x_i$$

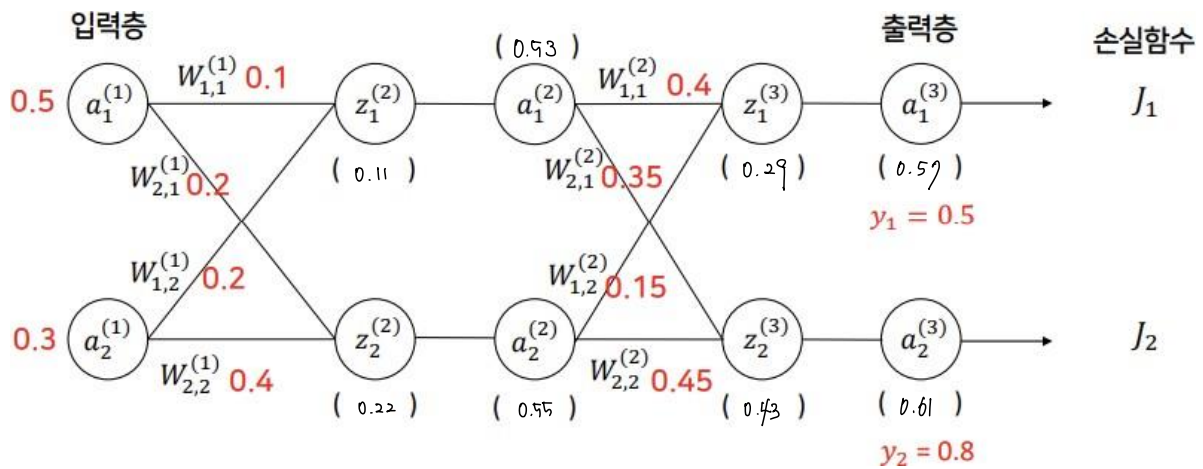
Let's learning rate = 1

	x_1	x_2	0	y
①	0	0	1	0
②	1	1	1	0

$$\begin{aligned}w_1 &= 1, w_2 = -1, b = 0.5 \\ \textcircled{1} \quad w_1 &\leftarrow w_1 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot x_1 \Rightarrow w_1 = 0 \\ w_2 &\leftarrow w_2 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot x_2 \Rightarrow w_2 = -1 \\ b &\leftarrow b + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 1 \Rightarrow b = -0.5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}w_1 &= 1, w_2 = -1, b = 0.5 \\ \textcircled{1} \quad w_1 &\leftarrow w_1 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot x_1 \Rightarrow w_1 = 0 \\ w_2 &\leftarrow w_2 + 1 \cdot (0 - 1) \cdot x_2 \Rightarrow w_2 = -2 \\ b &\leftarrow b + 1 \cdot (0 - 1) \cdot 1 \Rightarrow b = -0.5\end{aligned}$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.11$$

$$z_1^{(3)} = 0.53 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 = 0.29$$

$$z_2^{(2)} = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22$$

$$z_2^{(3)} = 0.53 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 = 0.43$$

$$a_1^{(2)} = \sigma(0.11) = 0.53$$

$$a_1^{(3)} = \sigma(0.29) = 0.57$$

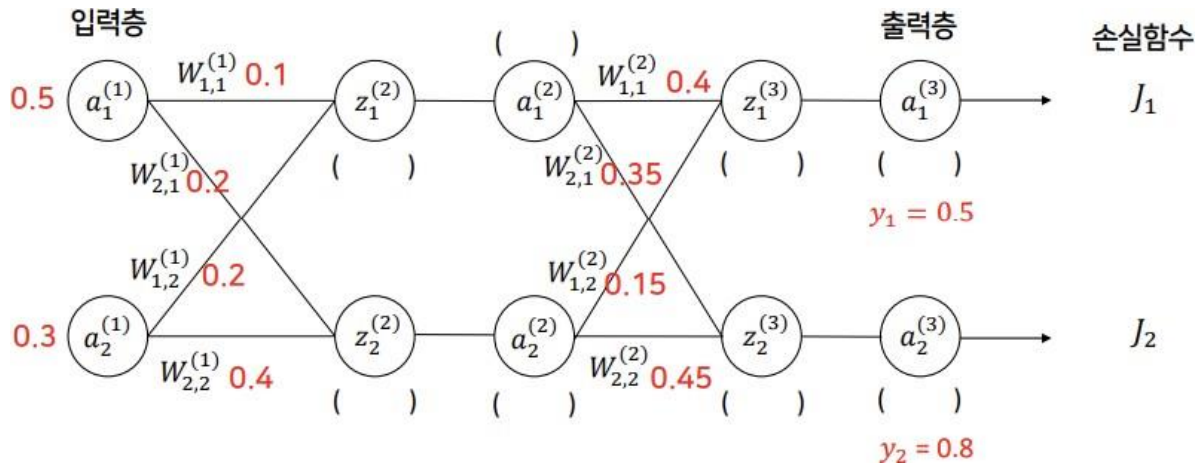
$$a_2^{(2)} = \sigma(0.22) = 0.55$$

$$a_2^{(3)} = \sigma(0.43) = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.002449...$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 과 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\delta_2^{(3)} = \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} = (a_2^{(3)} - y_2) \cdot a_2^{(3)} \cdot (1 - a_2^{(3)}) = (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) = -0.045$$

$$\delta_1^{(3)} = (a_1^{(3)} - y_1) \cdot a_1^{(3)} \cdot (1 - a_1^{(3)}) = (0.57 - 0.5) \times 0.57 \times (1 - 0.57) = 0.017$$

$$\delta_2^{(2)} = \left(\delta_1^{(3)} \cdot w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} \cdot w_{2,2}^{(2)} \right) \cdot a_2^{(2)} \cdot (1 - a_2^{(2)}) = (0.017 \times 0.2 + (-0.045) \times 0.45) \times 0.55 \times (1 - 0.55) = -0.004$$

$$w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - \eta \cdot \delta_2^{(3)} \cdot a_2^{(2)} = 0.45 - 0.1 \times (-0.045) \times 0.55 = 0.452$$

$$w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \eta \cdot \delta_2^{(2)} \cdot a_1^{(1)} = 0.2 - 0.1 \times (-0.004) \times 0.5 = 0.200$$