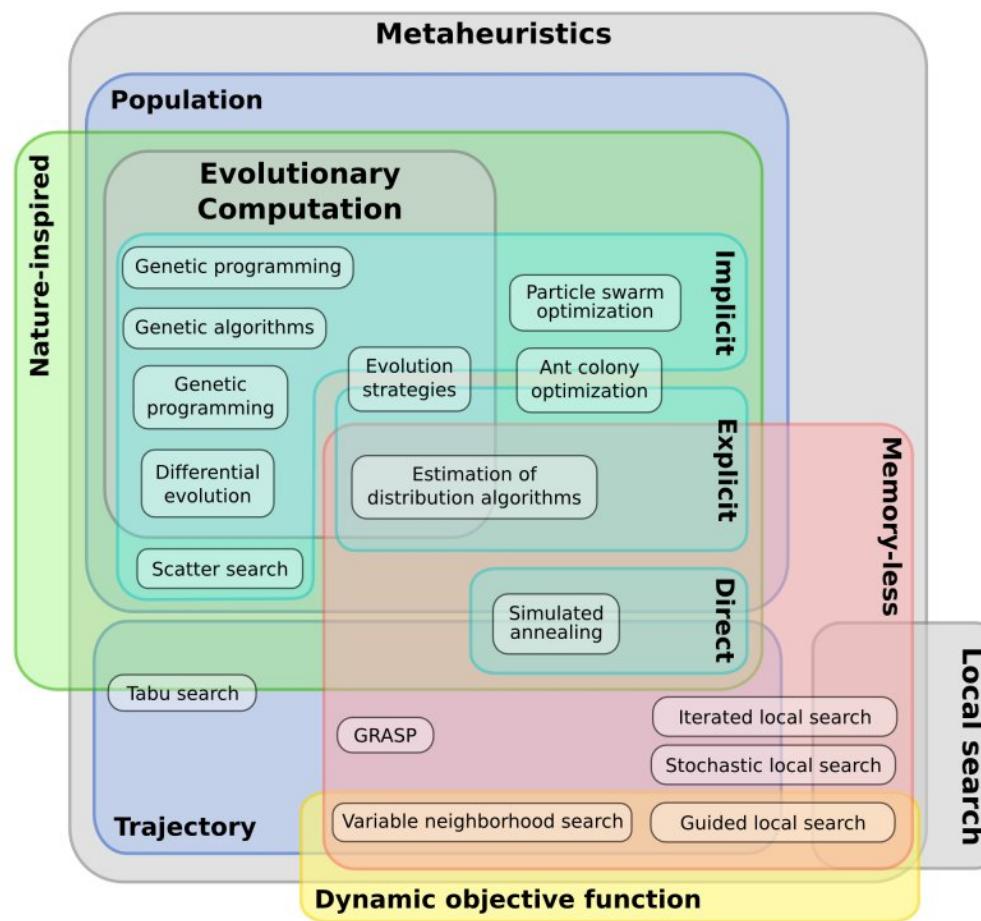


Tema 5. *Ant Colony Optimization (ACO)*

Profesor: Sebastián Ventura



Índice

- **Introducción a las colonias de hormigas**
- Algoritmos de optimización basados en colonias de hormigas
- Ejemplo TSP

Introducción a las colonias de hormigas

- Las hormigas son insectos sociales que viven en colonias y que tienen un comportamiento dirigido al desarrollo de la colonia como un todo mas que a un desarrollo individual
- Una característica interesante del comportamiento de las colonias de hormigas es que pueden encontrar los caminos más cortos entre el hormiguero y la comida (recordemos que las hormigas son ciegas)
- En su recorrido, depositan una sustancia llamada feromona que todas pueden oler. Este rastro permite a las hormigas volver a su hormiguero desde la comida

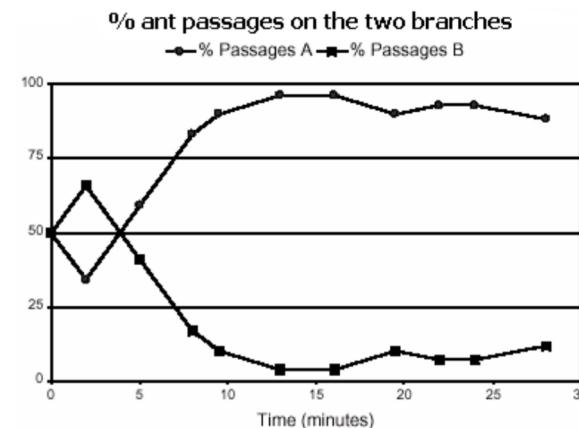
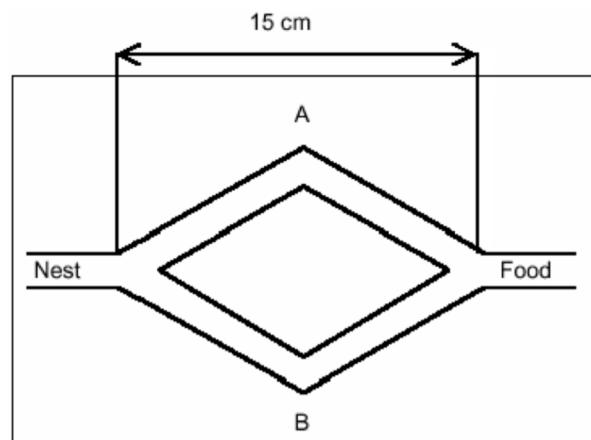
Introducción a las colonias de hormigas

- En una intersección, el camino se decide de modo probabilístico en base al rastro de feromona. De este modo:
 - Las **bifurcaciones más prometedoras** (más cercanas a la comida) van acumulando feromona al ser recorridas por más hormigas (**reclutamiento de masas**)
 - Las **menos prometedoras** pierden feromona por evaporación al ser visitadas por menos hormigas cada vez

Introducción a las colonias de hormigas

Experimento del doble puente

Círcito 1: presenta dos ramas con la misma longitud

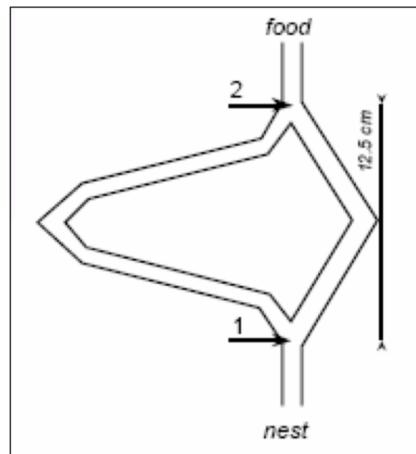


Las hormigas terminan convergiendo a una rama (cualquiera de las dos)

Introducción a las colonias de hormigas

Experimento del doble puente

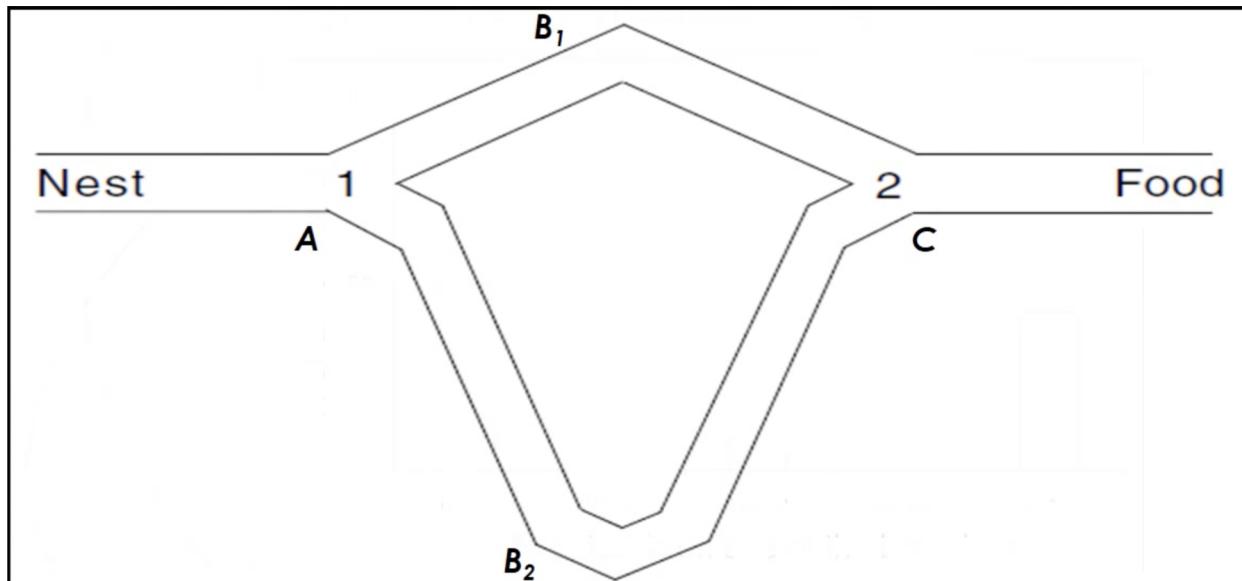
Círcito 2: una rama es el doble de larga que la otra



Las hormigas terminan convergiendo a la rama más corta

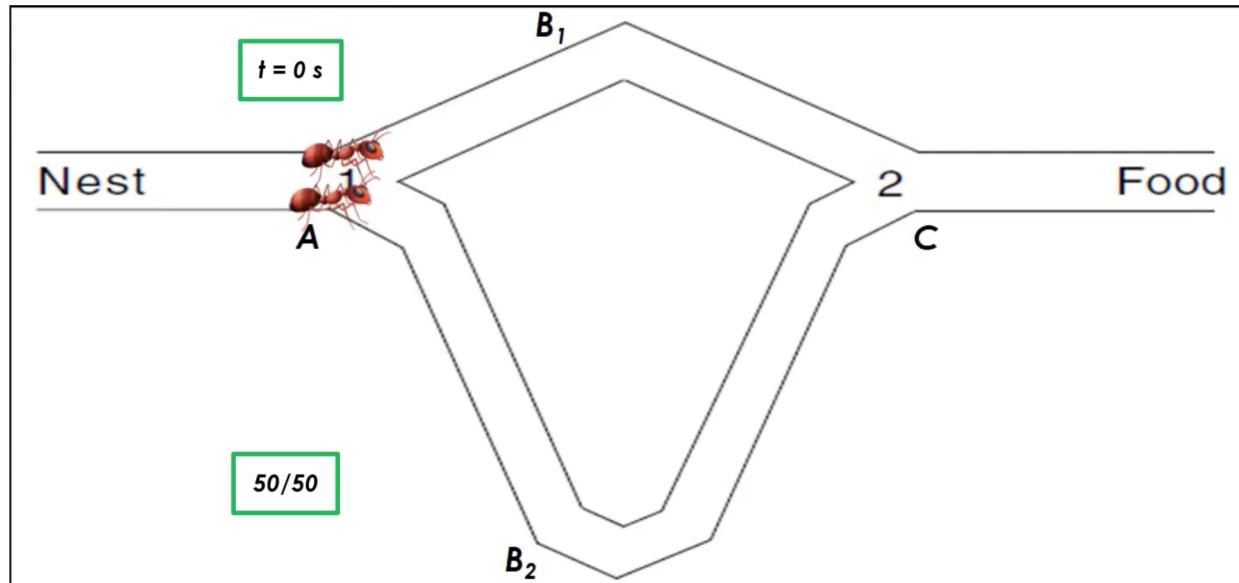
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



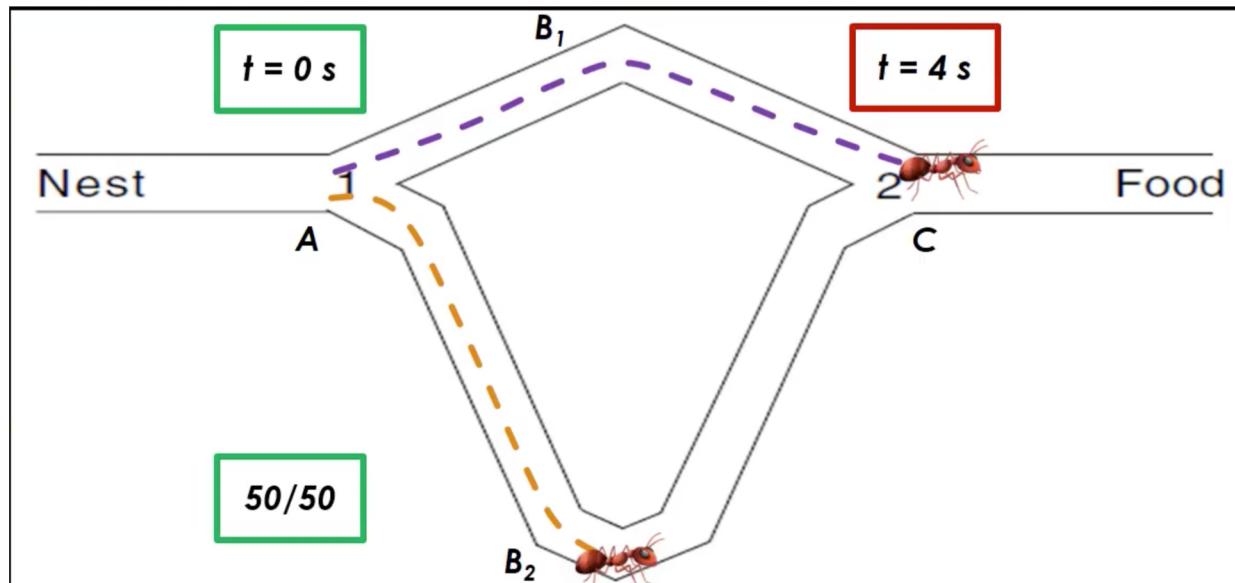
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



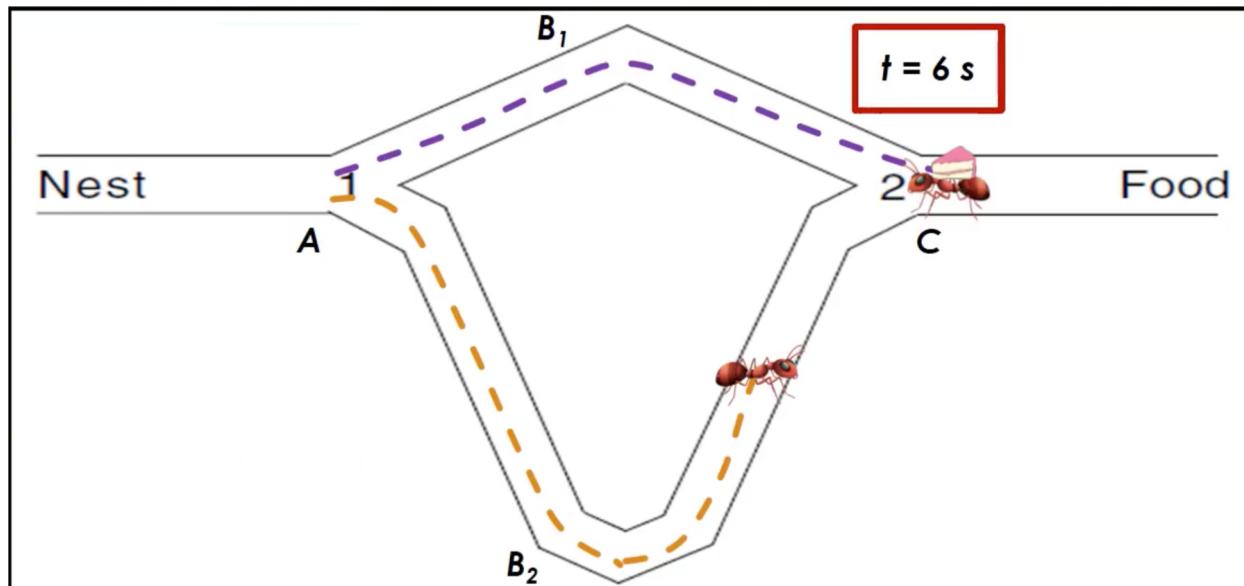
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



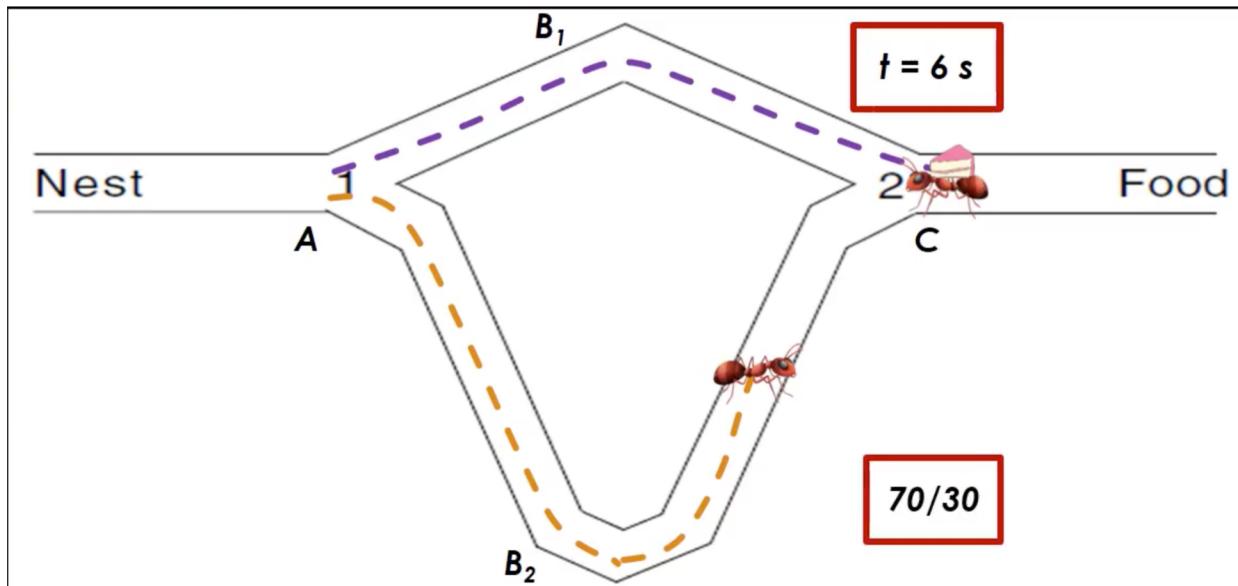
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



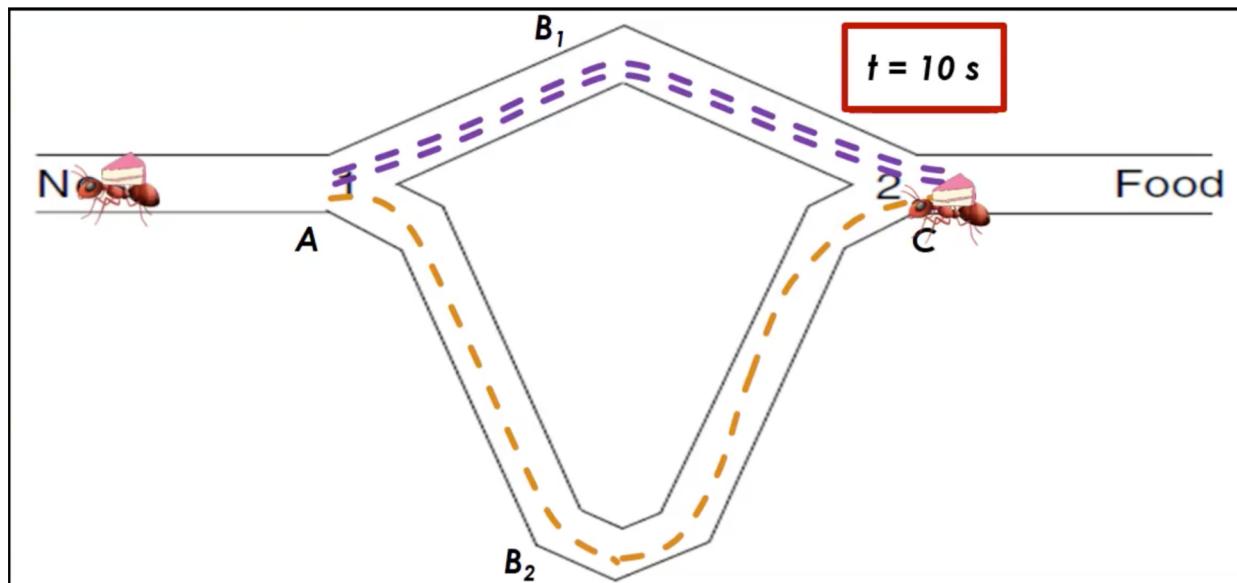
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



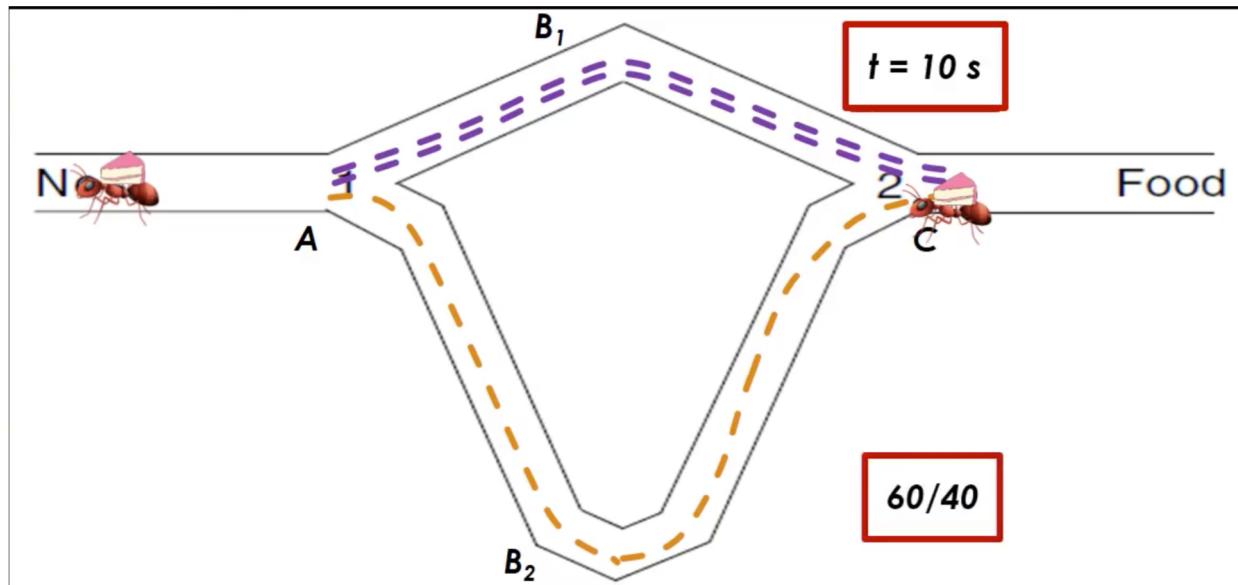
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



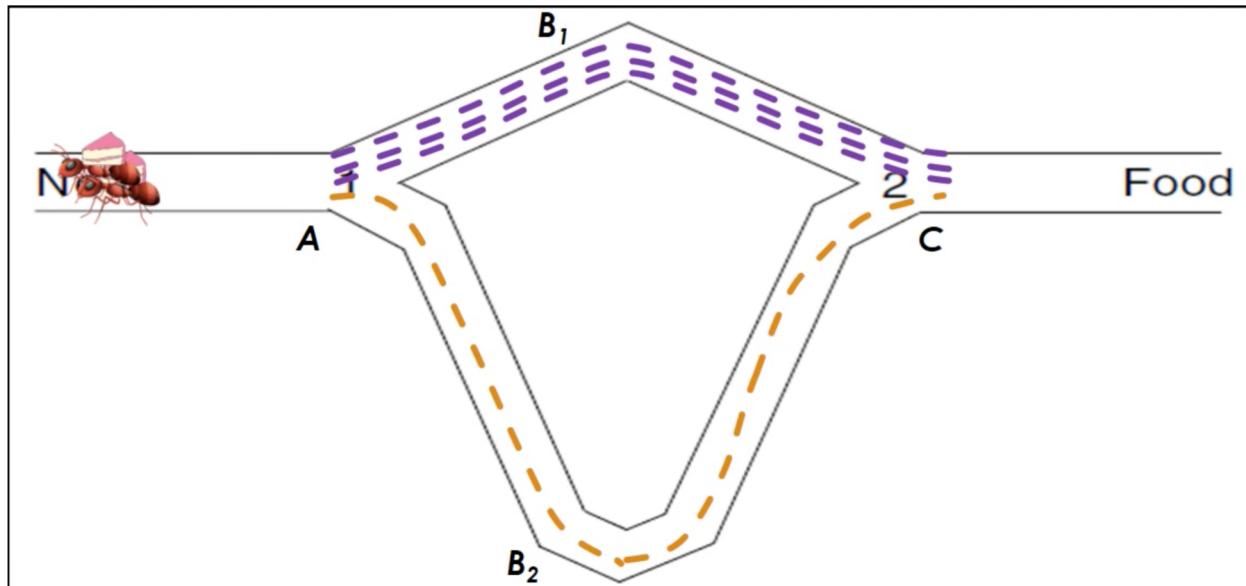
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



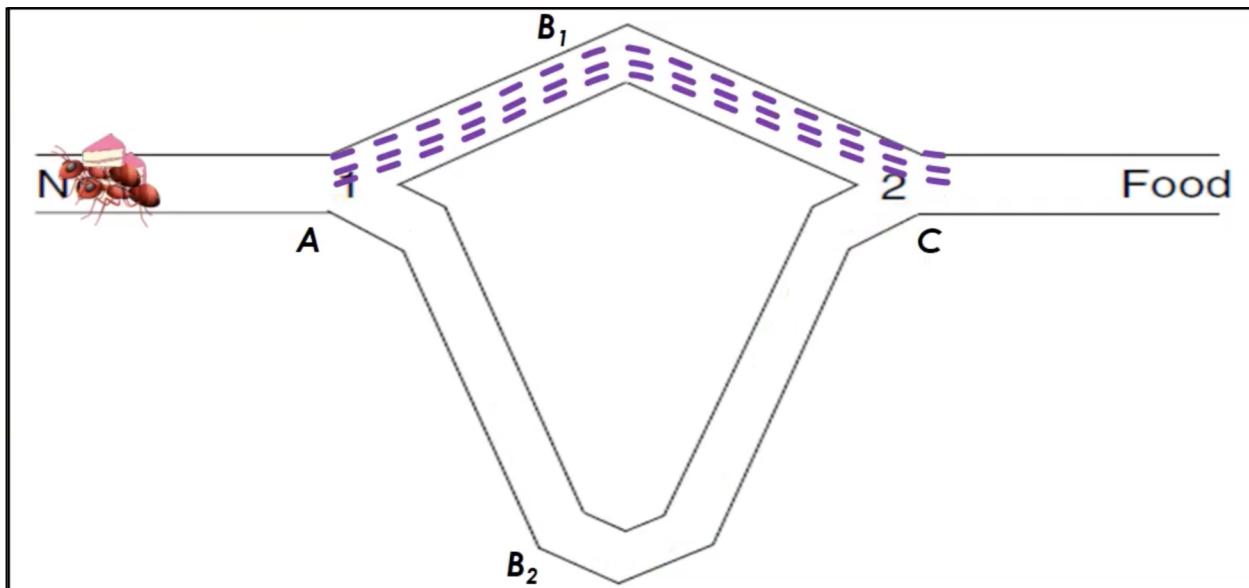
Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



Introducción a las colonias de hormigas

Comportamiento de las hormigas (ejemplo)



Índice

- Introducción a las colonias de hormigas
- **Algoritmos de optimización basados en colonias de hormigas**
- Ejemplo TSP

Algoritmos ACO

Probabilidad de elegir un camino

La regla que determina la probabilidad de una hormiga k de tomar una camino que va de r a s se determina como:

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau_{rs}]^\alpha \cdot [\eta_{rs}]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau_{ru}]^\alpha \cdot [\eta_{ru}]^\beta}, & \text{si } s \in J_k(r) \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- τ_{rs} es la feromona del arco rs
- $J_k(r)$ es el conjunto de nodos alcanzables desde r no visitados aún por la hormiga k
- η_{rs} es la información heurística del arco rs
- α y β son pesos que establecen un equilibrio entre la importancia de la información memorística y heurística

Algoritmos ACO

Actualización de la feromona

- Retroalimentación positiva: buenas soluciones con un aporte adicional de feromona. Cuanto mejor sea la solución, más feromona se aporta
- Evaporación de feromona: común para todos los rastros, eliminándose un porcentaje ($0 \leq \rho \leq 1$) de su valor actual
 - Evita un incremento ilimitado de los rastros de feromona
 - Olvida las malas decisiones tomadas
- Los arcos visitados por hormigas en la iteración actual (arcos prometedores) reciben un aporte extra de feromona y los no visitados por ninguna hormiga (poco prometedores) pierden feromona

Algoritmos ACO

Actualización de feromona: Ejemplo

$$\tau_{rs}(t) = (1 - \rho) \cdot \tau_{rs}(t-1) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{rs}^k$$

$$\Delta \tau_{rs}^k = \begin{cases} \frac{1}{C(S_k)}, & \text{si la hormiga } k \text{ ha visitado el camino } rs \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$C(S_k)$ es el coste de la solución generada por la hormiga k , o la longitud del circuito S_k
 m es el número de hormigas

Algoritmos ACO

Algoritmo Sistema de Hormigas

Inicialización de parámetros (cantidad inicial de feromonas)

Genera población de m soluciones (hormigas)

Para cada hormiga k

 Calcula el fitness de k

 Determina la mejor hormiga global

 Actualiza las feromonas

 Parar si se cumple la condición de parada

Índice

- Introducción a las colonias de hormigas
- Algoritmos de optimización basados en colonias de hormigas
- **Ejemplo TSP**

Ejemplo TSP

- Ejemplo de aplicación al TSP con 6 ciudades y la siguiente matriz de heurística η . Suponemos una población de 6 hormigas, cada una partiendo de una ciudad distinta, y la matriz de feromonas inicializada a $\tau_0=10$

$$\eta = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & - & 1.000 & 0.447 & 0.447 & .500 & 0.707 \\ \hline - & 1.000 & - & 0.707 & 0.500 & 0.447 & 0.447 \\ \hline 1.000 & - & 0.707 & 0.500 & 0.447 & 0.447 & \\ \hline 0.447 & 0.707 & - & 0.707 & 0.447 & 0.333 & \\ \hline 0.447 & 0.500 & 0.707 & - & 1.000 & 0.447 & \\ \hline 0.500 & 0.447 & 0.447 & 1.000 & - & 0.707 & \\ \hline 0.707 & 0.447 & 0.333 & 0.447 & 0.707 & - & \\ \hline \end{array}$$

Ejemplo TSP

- Hormiga 1:

Probabilidades de transición							Uniforme	Solución
	1	2	3	4	5	6		
1	-	0.322	0.144	0.144	0.161	0.227	0.000	(1 2 - - -)
2	-	-	0.336	0.237	0.212	0.212	0.031	(1 2 3 - - -)
3	-	-	-	0.475	0.300	0.225	0.673	(1 2 3 5 - -)
5	-	-	-	0.585	-	0.415	0.842	(1 2 3 5 6 -)
6	-	-	-	1.000			-	(1 2 3 5 6 4)

Ejemplo TSP

- Hormiga 2:

Probabilidades de transición							Uniforme	Solución
	1	2	3	4	5	6		
2	0.322	-	0.227	0.161	0.144	0.144	0.279	(2 3 - - - -)
3	0.231	-	-	0.365	0.231	0.172	0.671	(2 3 5 - - -)
5	0.227	-	-	0.453	-	0.320	0.931	(2 3 5 6 - -)
6	0.612	-	-	0.388	-	-	0.873	(2 3 5 6 4 -)
4	1.000	-	-	-	-	-	-	(2 3 5 6 4 1)

Ejemplo TSP

- Hormiga 3:

Probabilidades de transición							Uniforme	Solución
	1	2	3	4	5	6		
3	0.169	0.267	-	0.267	0.169	0.126	0.372	(3 2 - - -)
2	0.417	-	-	0.208	0.186	0.186	0.415	(3 2 1 - -)
1	-	-	-	0.267	0.309	0.434	0.321	(3 2 1 5 - -)
5	-	-	-	0.585	-	0.415	0.474	(3 2 1 5 4 -)
4	-	-	-	-	-	1.000	-	(3 2 1 5 4 6)

Ejemplo TSP

- Supongamos que cada hormiga k aporta una cantidad de feromona igual para cada camino y dicha cantidad viene dada por $100/C(S_k)$

Hormiga	$C(S_k)$	Aporte	Solución
1	10.53	9.49	(1 2 3 5 6 4)
2	10.53	9.49	(2 3 5 6 4 1)
3	9.05	11.04	(3 2 1 5 4 6)
4	11.12	8.99	(4 2 6 1 3 5)
5	10.88	9.19	(5 1 6 2 4 3)
6	9.47	10.55	(6 5 3 4 2 1)

Ejemplo TSP

- Aplicando el mecanismo de actualización de feromona, se evapora la feromona ($\rho=0.5$) y se realizan los aportes comentados. Quedaría una matriz de feromona como:

$$\tau =$$

0.00	45.58	13.99	23.99	25.23	33.73
-	0.00	35.03	33.73	8.00	23.18
-	-	0.00	24.74	52.72	16.04
-	-	-	0.00	35.03	35.03
-	-	-	-	0.00	79.54
-	-	-	-	-	0.00

Ejemplo TSP

- $\tau_{12} = (1-0.5)*10+9.49+9.49+11.04+10.55$
- $\tau_{13} = (1-0.5)*10+8.99$
- $\tau_{14} = (1-0.5)*10+9.49+9.49$

$\tau =$

0.00	45.58	13.99	23.99	25.23	33.73
-	0.00	35.03	33.73	8.00	23.18
-	-	0.00	24.74	52.72	16.04
-	-	-	0.00	35.03	35.03
-	-	-	-	0.00	79.54
-	-	-	-	-	0.00