Tema 7. Otros problemas

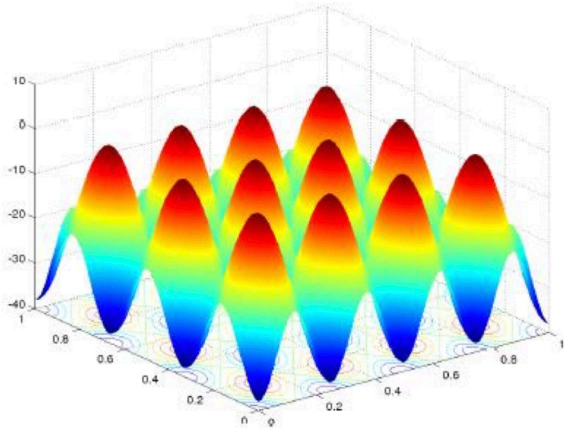
Profesor: Sebastián Ventura

Índice

- **Problemas multimodales**
- Problemas multiobjetivo

Problemas multimodales
Introducción

- Existen multitud de problemas interesantes que tienen **más de una solución localmente óptima**
- Son problemas que tienen múltiples óptimos locales o múltiples óptimos globales (múltiples soluciones al problema)

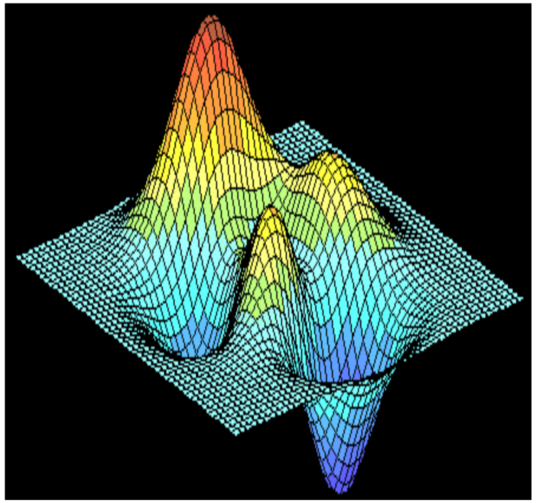


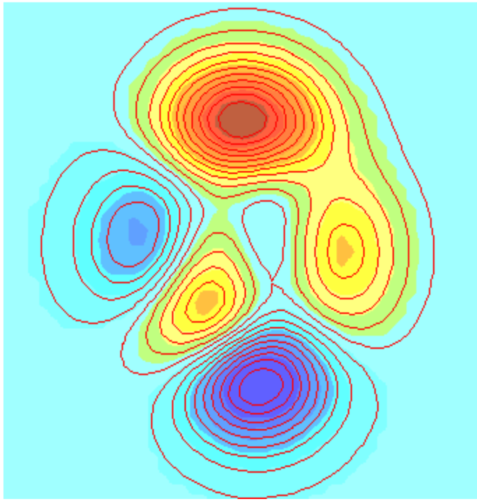
KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Problemas multimodales

Un ejemplo de función multi-modal



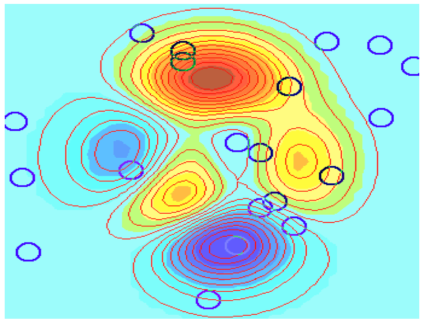


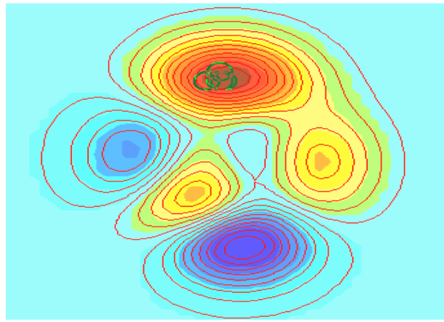
$$z = f(x,y) = 3(1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2} - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) e^{-x^2-y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2-y^2}$$

Problemas multimodales

Evolución en problemas multimodales

- Se comienza con una población inicial que proporciona un muestreo aleatorio del espacio de soluciones
- **Deriva genética**: el proceso evolutivo suele provocar la convergencia de toda la población a una zona restringida del espacio de búsqueda, abandonando la exploración del resto de óptimos locales

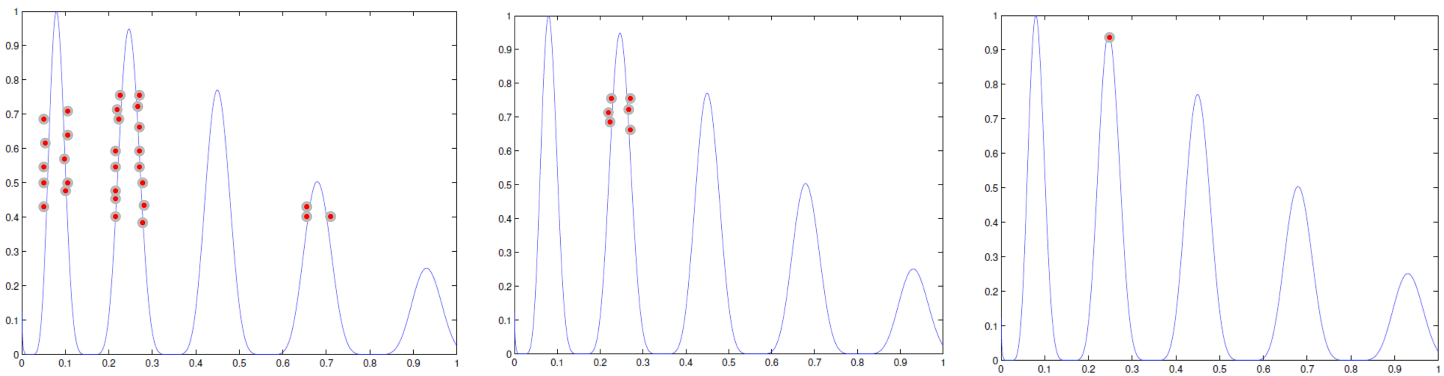
Inicio: 

Tras N generaciones: 

Problemas multimodales

Inconvenientes de un AG “convencional”:

- Las búsqueda se focalizan en un único punto
- Se pierde diversidad
- Convergencia prematura
- No se obtienen todos los óptimos



Problemas multimodales

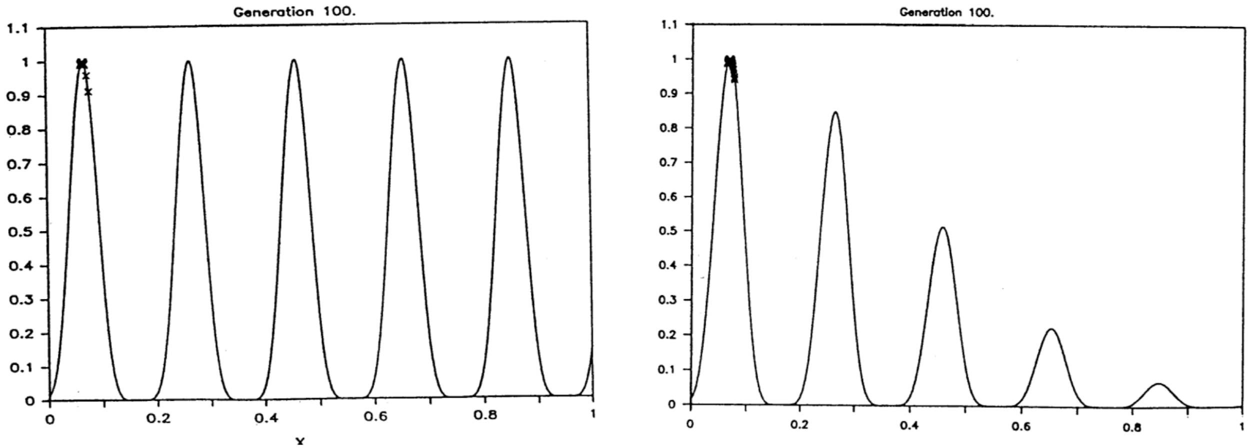
Alternativas al AG "convencional"

- El objetivo principal es el de **preservar la diversidad** en la población
- Permitir la **búsqueda simultánea en diferentes áreas** controlando la competencia de las soluciones dentro y fuera de las áreas
- Uso de **algoritmos de nichos o multimodales:** los algoritmos genéticos evolucionan una población que permite obtener soluciones en diferentes zonas del espacio de búsqueda (nichos)

Problemas multimodales

Evolución sin nichos vs Evolución con nichos

- Evolución **sin nichos y sin mutación** sobre un problema con varios óptimos globales (izquierda) y varios óptimos locales (derecha)

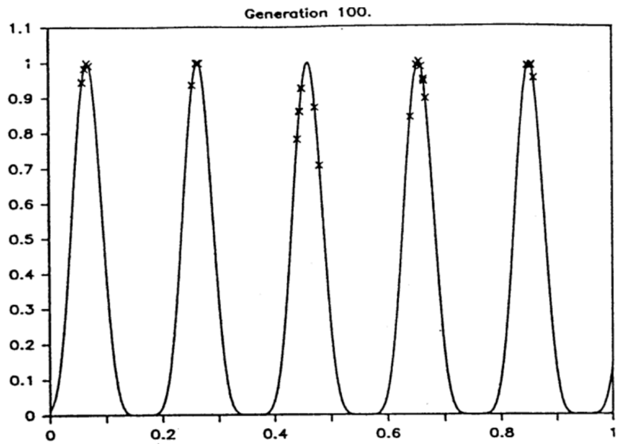


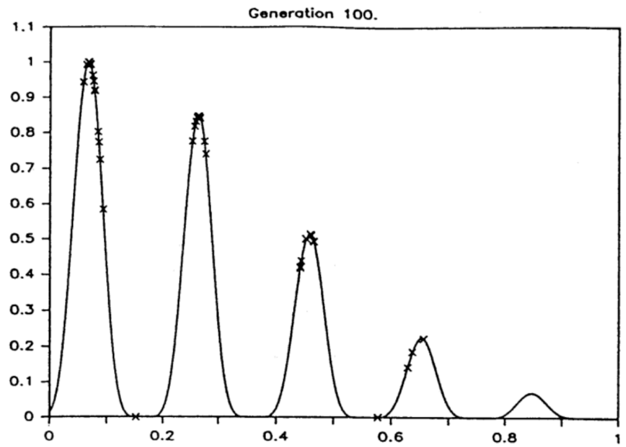
- Se produce una convergencia hacia cualquier óptimo debido a la **deriva genética**

Problemas multimodales

Evolución sin nichos vs Evolución con nichos

- Evolución **con nichos y sin mutación** sobre un problema con varios óptimos globales (izquierda) y varios óptimos locales (derecha)





- Se produce una convergencia hacia varios óptimos mediante técnicas de nichos

Problemas multimodales
Clasificación de los algoritmos de nichos según la formación de nichos

- **Espaciales**: Formación de diferentes nichos en las poblaciones de una misma ejecución del algoritmo genético. Dos ejemplos:
  - *Fitness Sharing* (Penalización de la calidad)
  - *Clearing* (Limpieza en la población)

- **Temporales**: Formación de diferentes nichos a lo largo de diferentes ejecuciones del algoritmo genético

AGs Multimodales Espaciales
Fitness Sharing (método de proporción)

Pretende formar subconjuntos de elementos vecinos en la población llamados **nichos**, asociando cada uno de ellos con óptimo (multimodalidad).

Proceso: Modifica la calidad de los individuos que pertenecen a zonas densamente pobladas.

- Antes del proceso de selección se analizan los individuos de la población calculando su valor de adaptación modificado (f*) en función de su cercanía al resto de individuos que componen la población.
- Con esta nueva adaptación (f*) se realiza el proceso de selección.

AGs Multimodales Espaciales

Fitness Sharing (método de proporción): Formulación y parámetros

$$f_i^* = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^{N} sh(d(i,j))}$$

$$sh\big(d(i,j)\big) = \begin{cases} 1 - \left(\dfrac{d(i,j)}{\sigma_{share}}\right)^{\alpha} & si\ d(i,j) < \sigma_{share} \\ 0 & resto \end{cases}$$

La función f decrece en razón al número de elementos pertenecientes a su nicho contenidos en la población en un momento dado, sin embargo, crece en razón al valor de su función de evaluación. Cuando el nicho tiene un único cromosoma la función no se modifica ya que Sh(d(i,i)) = 1.*

d(i, j)	Distancia entre los individuos i y j.
σ_{share}	Radio del nicho: determina la pertenencia o no al nicho.
α	Regulador de la pendiente de la función de sharing.
	Valores comúnmente utilizados (1) y (2).

KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

AGs Multimodales Espaciales

Clearing (aclarado)

Proceso: La selección se realiza únicamente sobre los individuos predominantes en cada nicho.

- Antes del proceso de selección se clasifica la población según la adaptación de forma decreciente.
- Se coge al primer individuo (el mejor) y de forma descendente se compara con el resto de la población. Aquellos individuos que están dentro de su radio de nicho (individuos dominados) son eliminados.
- El proceso continúa con el segundo individuo de la clasificación que aún no haya sido eliminado, y eliminará los individuos dominados por el.
- El proceso terminará cuando tengamos los elementos predominantes de cada nicho y con ellos se realizará la selección.

AGs Multimodales Espaciales

Clearing (aclarado): Formulación y parámetros

Proceso:

```
Ordenar P de mejor a peor
for i=0 to N-1
{
      if (Fitness (P[i])>0)
      {
          NumGanadores=1
          for j=i+1 to N-1
                      if (Fitness (P[j])>0) and (Distancia(P[i],P[j])<σ))
                      {
                                  if (NumGanadores<Kappa)
                                              NumGanadores ++
                                  else
                                              Fitness(P[j])=0
                      }
      }
}
```

Parámetros:

σ Radio de nicho

Kappa. Número de individuos que se mantienen por nicho

KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

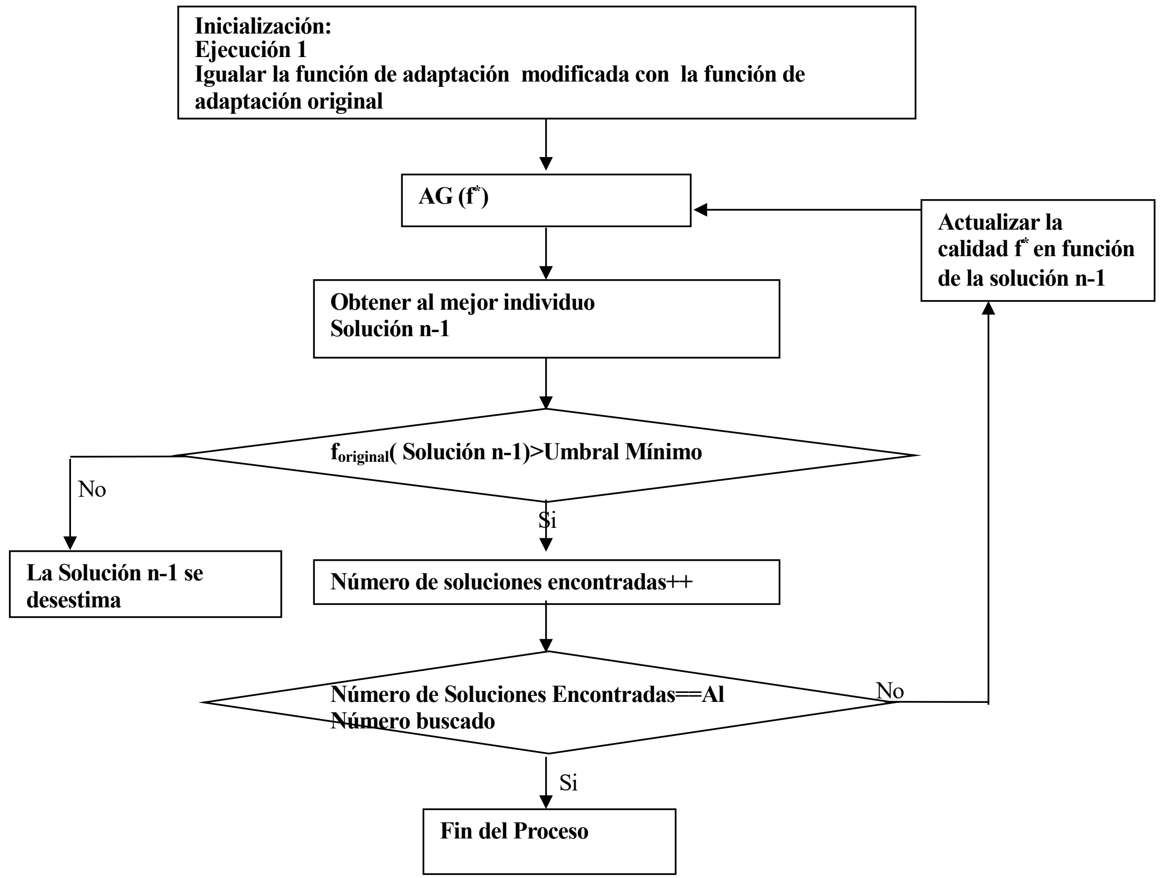
AGs Multimodales Temporales

Sequential (Nichos secuenciales)

- Consiste en la ejecución secuencial de AGs básicos de forma dependiente.
- Con el primer AG se obtiene una solución, si su calidad está por encima de un umbral mínimo se guarda como solución del problema y se incrementa el contador de soluciones halladas.
- Con esta solución, se modifica la adaptación de los individuos del siguiente AG, penalizando de esta forma las zonas ya exploradas en el AG anterior. Con esta nueva ejecución, se obtiene otra solución.
- Para las siguientes ejecuciones se modificará la adaptación teniendo en cuenta todas las soluciones encontradas en pasos previos.
- El proceso termina cuando tengamos las soluciones deseadas.

AGs Multimodales Temporales

Sequential (Nichos secuenciales)



AGs Multimodales Temporales Sequential: Formulación

$$f_n^*(x) = f_{n-1}^*(x) G(x, s_{n-1})$$

$$G(x, s_{n-1}) = \begin{cases} \left(\dfrac{d(x, s_{n-1})}{\sigma_{share}}\right)^{\alpha} & si \ \ d(x, s_{n-1}) < \sigma_{share} \\ 1 & en \ otro \ caso \end{cases}$$

s_{n-1}:	Solución encontrada en la ejecución n-1
x:	Individuo de la ejecución n

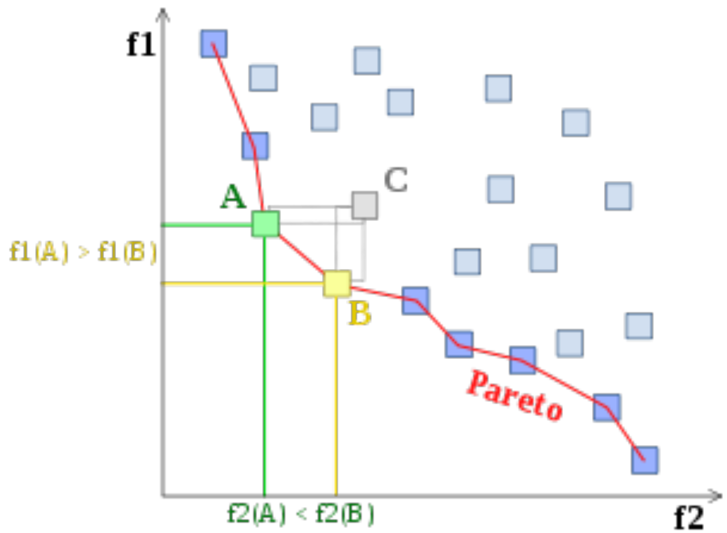
Índice

- Problemas multimodales
- **Problemas multiobjetivo**

Introducción
Problemas multiobjetivo

Muchos problemas reales se caracterizan por la existencia de **múltiples medidas de actuación**, las cuales deberían ser optimizadas, o al menos ser satisfechas simultáneamente.

- Diseñar un dispositivo electrónico, donde se desea maximizar el desempeño y minimizar el coste de fabricación
- Aire acondicionado, donde se desea maximizar el confort y minimizar el consumo



Introducción

Dominancia de Pareto

- Un problema multiobjetivo consiste en:

$$\text{Max o Min } z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x))$$

- **Soluciones Pareto-optimales o no dominadas:** Se dice que un vector ***a*** domina a otro ***b*** si y sólo si:

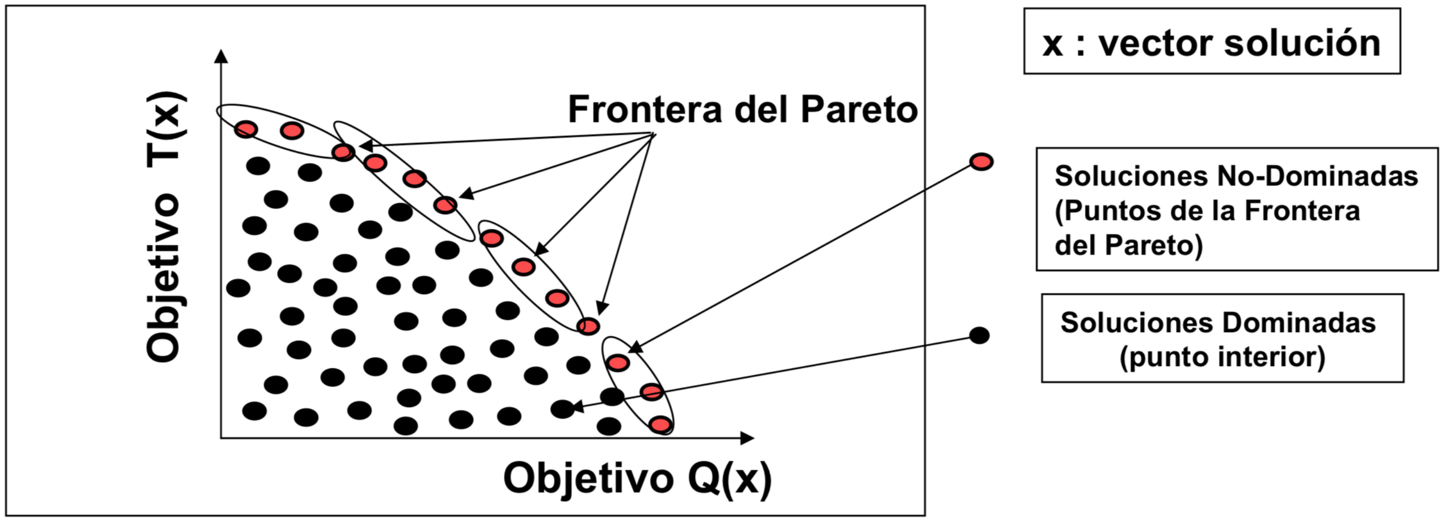
$$\forall i \in \{1,2,\ldots,n\} \mid f_i(a) \geq f_i(b) \wedge \exists\ j \in \{1,2,\ldots,n\} \mid f_i(a) > f_i(b)$$

Es decir, una solución domina a otra si es mejor o igual en todos los objetivos y al menos mejor en uno de ellos. Todos los vectores que no son dominados por ningún otro vector se llaman **Pareto-optimales o no-dominados**

Introducción

Frontera de Pareto

- No suele existir una única solución *optimal*, sino un conjunto (a veces infinito) de soluciones no dominadas que forma la **Frontera del Pareto**



Introducción

Algoritmos Multi-Objetivo

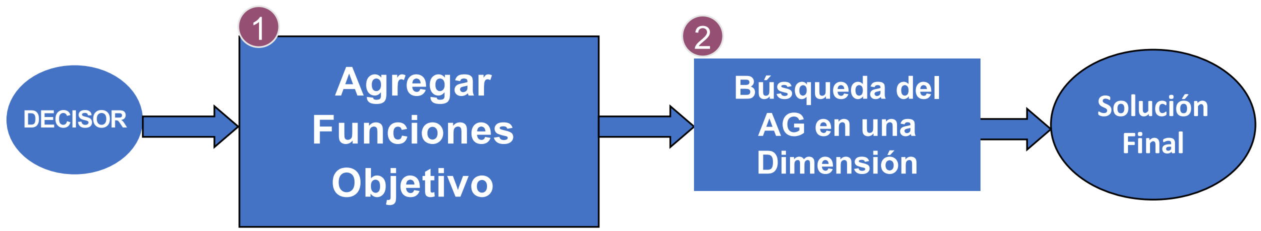
¿Qué necesitamos para resolver un problema multi-objetivo?:

- Un método de búsqueda basado en los múltiples objetivos.
- Una política de equilibrio entre los objetivos.
- Un orden para este proceso de optimización.

Podemos proceder de dos formas :

- Opción 1: Agregar + Buscar
- Opción 2: Buscar + Agregar

Algoritmos Multi-Objetivo: Agregación + Búsqueda



Primero se agregan los objetivos dando lugar a una función de fitness para el AG que se aplica a continuación.

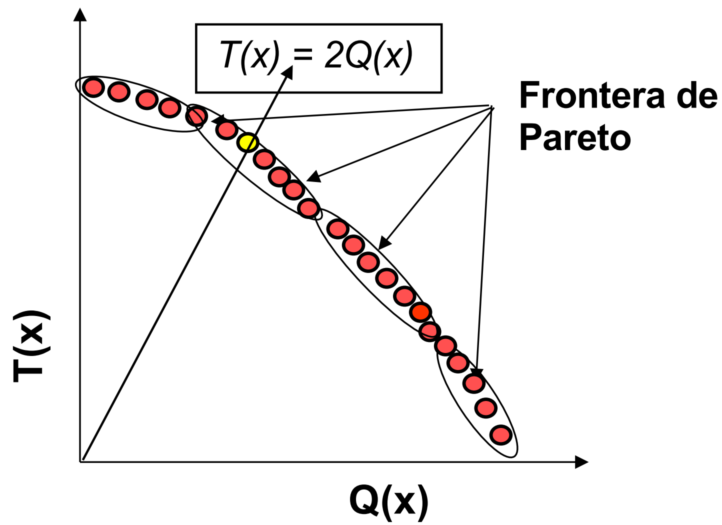
KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Algoritmos Multiobjetivo que usan Pesos

- La agregación de los objetivos conduce a la obtención de un único punto de equilibrio en la frontera.
- Ejemplo: *[Max Q(x), Max T(x)]*

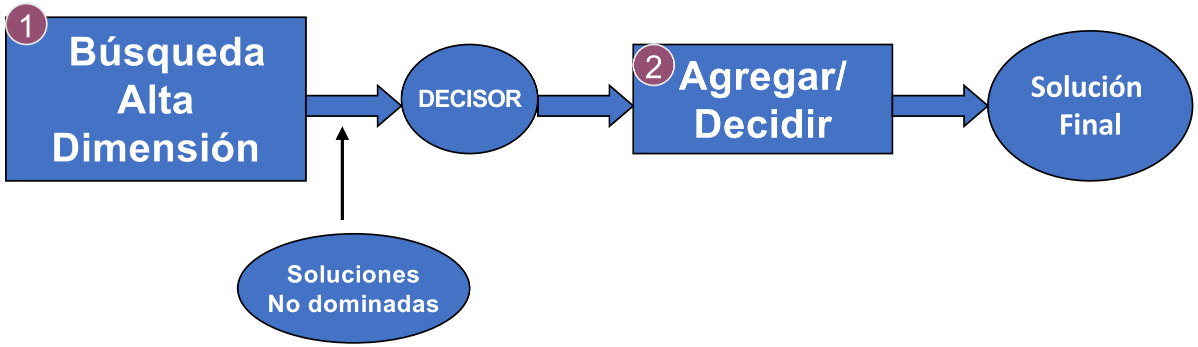
  Dar a T(x) dos veces la importancia de Q(x), ej: T(x) = 2*Q(x)



La línea T(x) = 2*Q(y) corresponde al vector de pesos W: [1 , 2], cuando se utiliza una función que combina ambos objetivos

F = W * [Q(x), T(X)]
F = [1, 2] * [Q(x), T(X)]
F = Q(x) + 2*T(x)

Algoritmos Multi-Objetivo: Búsqueda + Agregación



Nota: Se puede considerar una tercera posibilidad híbrida, combinando búsqueda en alta dimensión con búsquedas en dimensiones menores vía agregación parcial de objetivos, como modelos interactivos.

KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Modelos que generan soluciones no dominadas: Primera generación

- MOGA: Multi-objective Optimization GA

  C.M. Fonseca, P.J. Fleming, Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. S. Forrest (Ed.), Proc. 5th Int. Conf. on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, 1993, 416-423.

- NPGA: Niched Pareto GA

  J. Horn, N. Nafpliotis. Multiobjective Optimization Using the Niched Pareto Genetic Algorithms. IlliGAL Report 93005, University of Illinois, Urbana, Champaign, July 1993.

- NSGA: Non-dominated Sorting GA

  N. Srinivas, K. Deb, Multiobjetive Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. Evolutionary Computation 2 (1995) 221-248.

Modelos que generan soluciones no dominadas: MOGA

MOGA: Multi-objective Optimization GA *(Fonseca & Fleming 1993)*

C.M. Fonseca, P.J. Fleming, Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. S. Forrest (Ed.), Proc. 5th Int. Conf. on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, 1993, 416-423.

A cada individuo de la población se le asigna un rango de acuerdo al cual será ordenado para la selección.

El rango se asigna según un criterio de no dominancia.

si x_i *es no dominado* **entonces**

rango(x_i) = 1

sino

rango(x_i) = 1 + *(no. de individuos que lo dominan)*

fin si

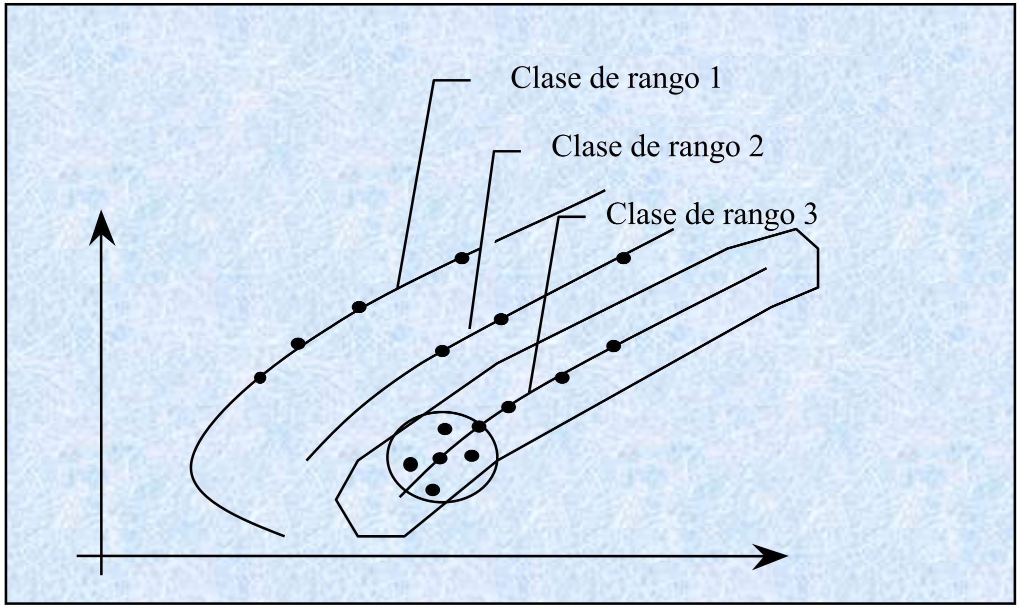
KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Modelos que generan soluciones no dominadas: MOGA (II)

Una vez calculado el rango de los individuos de la población se siguen los siguientes pasos:

1. La población se ordena de menor a mayor de acuerdo al rango que se le ha asignado a cada individuo.
2. Se asigna el valor de adaptación para cada individuo por interpolación desde el mejor (rango 1) hasta el peor.
3. Se promedia la adaptación de los individuos con el mismo rango, para que tengan el mismo valor de adaptación.



KDIS Lab

Las nuevas versiones utilizan técnicas de proporción de nichos (*sharing*) sobre los objetivos

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Modelos que generan soluciones no dominadas: NPGA

- NPGA: Niched Pareto GA (*Horn & Nafpliotis, 1993*)

J. Horn, N. Nafpliotis. Multiobjective Optimization Using the Niched Pareto Genetic Algorithms. IlliGAL Report 93005, University of Illinois, Urbana, Champaign, July 1993.

Este algoritmo se basa en **la combinación de la selección de torneo y el concepto de dominancia de Pareto.**

- Dados dos individuos que compiten, se selecciona un subconjunto aleatorio de la población de tamaño t_{dom}.
- Si un individuo es dominado por cualquier miembro del conjunto y el otro no, entonces este último se considera el ganador del torneo.
- Si ambos individuos son dominados, el resultado del torneo se decide por el método de proporción (el individuo con menos semejantes en su nicho es el seleccionado - la técnica de *sharing* se aplica a nivel de objetivos).

KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Modelos que generan soluciones no dominadas: NSGA

- NSGA: Non-dominated Sorting GA (*Srinivas & Deb, 1995*)

  N. Srinivas, K. Deb, Multiobjetive Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. Evolutionary Computation 2 (1995) 221-248.

Este algoritmo se basa en:

- Una ordenación de la población según el criterio de no-dominancia (distinto de MOGA), mediante fronteras de no-dominancia.
- El uso de una técnica de proporción de nichos (*sharing*) aplicada sobre los valores de las variables de decisión de cada individuo.

KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Modelos que generan soluciones no dominadas: NSGA

El algoritmo actúa extrayendo frentes de individuos progresivamente, a los que se asigna un valor de adaptación menor que el del frente anterior.

1. En el primer frente se toman los individuos no dominados, a los que se asigna un valor hipotético alto como valor de adaptación.
2. Estos individuos se penalizan según un criterio de proporción en el fenotipo (*sharing* en las variables) con α=2.
3. Los individuos anteriores son ignorados temporalmente para procesar el resto de la población de igual forma, identificando el segundo conjunto de individuos no dominados (entre los dominados).

   A este segundo conjunto de individuos se le asigna un valor hipotético más pequeño que el mínimo valor alcanzado por el conjunto anterior tras la aplicación del método de proporción.
4. El proceso continua hasta que toda la población se clasifica en frentes.

Elitismo en la Búsqueda Evolutiva Multiobjetivo. Conjunto Elite

La segunda generación de MOEAs usa una **población externa**, donde se almacenan soluciones no-dominadas encontradas a lo largo de la búsqueda. Esto permite al algoritmo cubrir de un modo más adecuado el Frente del Pareto.

Este conjunto de soluciones no dominadas se suele llamar "conjunto elite", P_e, con tamaño N_e. Su uso lleva asociadas dos cuestiones:

Población → Conjunto elite.

¿Qué soluciones de P se mantienen en P_e?

Conjunto elite → Población.

¿Cómo y cuando los elementos de P_e se reinsertan en P?

KDIS Lab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Elitismo en la Búsqueda Evolutiva Multiobjetivo.
Modelo genérico

Modelo Genérico de Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo Elitista

$t \leftarrow 0$

$(A^0, B^0, p_e^0) \leftarrow$ inicializar()

Mientras terminar(A^t, B^t, t) = falso **Hacer**

$t \leftarrow t + 1$

$A^t \leftarrow$ truncar(actualizar(A^{t-1}, B^{t-1}))

$p_e^t \leftarrow$ adaptar(A^t, B^{t-1} , p_e^{t-1})

$B^t \leftarrow$ operadores(selección(evaluación (A^t, B^{t-1} p_e^t)))

Fin Mientras

A^t : población élite

B^t : población

p_e^t := intensidad del elitismo en la generación t.

KDISLab

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

SPEA: Modelo Evolutivo Elitista que Genera Poblaciones de Soluciones No-dominadas

- STRENGTH PARETO EVOLUTIONARY ALGORITHMS (SPEA) (Zitzler, Thiele, 1998)

Zitzler, E., Thiele, L. (1998a) An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength Pareto Approach. Technical Report 43, Zürich, Switzerland: Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH).

E. Zitzler, L. Thiele. Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 3:4 (1999) 257-217.

Zitzler, E., Deb, K., Thiele, L. (2000) Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. Evolutionary Computation Journal 8(2), 125-148.

Este es el algoritmo introduce el concepto de CONJUNTO ELITISTA EXTERNO DE SOLUCIONES NO DOMINADAS

Algoritmo SPEA

Paso 1. Generar la población inicial P y el conjunto P^e vacío.

Paso 2. Copiar las soluciones no dominadas de P en P^e.

Paso 3. Quitar en P^e aquellas soluciones dominadas por otras.

Paso 4. Si $|P^e| > N^e$, entonces reducir el conjunto a tamaño N^e mediante técnicas de *clustering*.

Paso 5. Calcula el fitness de los individuos de $P'=P+P^e$.

Paso 6. Seleccionar N individuos a partir de P' (mediante torneo binario).

Paso 7. Aplicar cruce y mutación.

Paso 8. Volver al Paso 2 si no se ha alcanzado el máximo número de iteraciones.