# 杭州电子科技大学学生考试卷（期中）卷

| 考试课程 | 高等数学 D1 | 考试日期 | 2021 年 11 月 21 日 | 成绩 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 课程号 | | 任课教师姓名 | | | |
| 考生姓名 | | 学号（8 位） | | 专业 | |

| 题号 | 一 1-5 | 二 5-10 | 三 11 | 四 12-17 | 五 18-20 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | |

注意：本卷总共 3 页，总分 100 分，时间 120 分钟

| 得分 | |
|---|---|

## 一、 选择题 （本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1、$x=0$是函数$\arctan\frac{1}{x}$的（　　）

（A）可去间断点；　（B）跳跃间断点；　（C）第二类间断点；　（D）连续点.

2、当$x\to 2$时，与无穷小量$2-x$等价的是（　　）

（A）$8-x^3$；　（B）$\frac{1}{4}(4-x^2)$；　（C）$2-x^2$；　（D）$2+x$.

3、设$y=\sin x$，则$y^{(2021)}=$（　　）

（A）$\sin x$；　（B）$-\sin x$；　（C）$-\cos x$；　（D）$\cos x$.

4、设$y=\left(\sin\frac{1}{x}\right)\sin x$，则当$x\to 0$时，$y$是（　　）

（A）无穷小量；　（B）无穷大量；　（C）有界但非无穷小量；　（D）无界但非无穷大量.

5、曲线$y=x^2+ax+1$与曲线$y=e^x$在$x=0$处相切，则$a=$（　　）

（A）$\frac{1}{2}$；　（B）$-\frac{1}{2}$；　（C）1；　（D）$-1$.

| 得分 | |
|---|---|

## 二、填空题 （本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6、设$y=\arctan x^2$，则$dy=$____________.

7、函数$y=x-\ln(1+x)$的单调递减区间为____________.

8、设$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+2a}{x-a}\right)^x=8$，则$a=$____________.

9、函数$f(x)=\begin{cases}\frac{\ln(1-x)}{3\sin x} & x<0\\ a+e^x & x\ge 0\end{cases}$在$x=0$处连续，则$a=$____________.

10、函数$f(x)=x\sin x$带有佩亚诺余项的$n$阶麦克劳林公式为$a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n+o(x^n)$，则$a_4=$____________.

| 得分 | |
|---|---|

## 三、（本题 10 分）

11、求极限$I=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2+n+1}+\frac{2}{n^2+n+2}+\cdots+\frac{n}{n^2+n+n}\right)$.

| 得分 | |
| --- | --- |
| | |

## 四、计算题（共 6 小题，每题 6 分，共 36 分）

12、设$y=xf(\ln x)$，其中$f$二阶可导，求$\frac{dy}{dx}$，$\frac{d^2y}{dx^2}$.

13、设$xy+e^y=x+1$，求$y'(0)$.

14、求曲线$\begin{cases}x=t\cos t\\ y=t\sin t\end{cases}$在$t=\frac{\pi}{2}$处的切线方程与法线方程.

15、求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{\sec x-\cos x}$.

16、当$x>0$时，证明：$1+\frac{1}{2}x>\sqrt{1+x}$.

17、求函数$y=2x^3-3x^2$在区间$[-1,4]$上的最大值和最小值.

| 得分 | |
|---|---|

五、综合题（共 3 小题，共 24 分）

18、（本题 10 分）已知$x_1=\sqrt{2}, x_{n+1}=\sqrt{2+x_n}$，试证：$\{x_n\}$极限存在，并求此极限.

19、（本题 8 分）问方程$\ln x=\frac{x}{2e}$有几个实根.

20、（本题 6 分）设$f(x)$在$[a,b]$上连续，在$(a,b)$内可导，且$f(a)=f(b)=1$，证明：存在$\xi,\eta\in(a,b)$，使得$e^{\eta-\xi}[f(\eta)+f'(\eta)]=1$.