



HDU 数学营

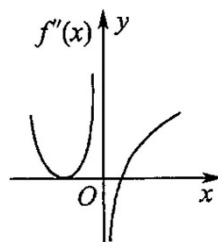
18 年杭州电子科技大学高数上 A 期中考试题及答案

(2018 年 11 月)

广告位: 代找各类电子书, 5r/本, QQ: 1138472374

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. 设函数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $-\infty < x < +\infty$, 则此函数是 ().
A. 有界函数 B. 奇函数 C. 偶函数 D. 周期函数
2. 下列数列中收敛的是 ().
A. $x_n = [(-1)^n + 1] \frac{n+1}{n}$ B. $x_n = n(-1)^n$ C. $x_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$ D. $x_n = n - (-1)^n$
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = 1 - \cos x$ 是 $g(x) = \sin^2 x$ 的 () 无穷小.
A. 高阶 B. 低阶 C. 同阶 D. 等价
4. 设 $f(x) = \sin \frac{1}{2x}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ().
A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点
5. 设函数 $f(x)$ 在点 $x = a$ 处可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h} =$ ().
A. $2f'(a)$ B. $4f'(a)$ C. $f'(a)$ D. 1
6. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导是 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的 ().
A. 必要非充分条件 B. 充分非必要条件 C. 充分必要条件 D. 非充分非必要条件
7. 使函数 $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)^2}$ 满足罗尔定理条件的区间是 ().
A. $[0, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $[-2, 2]$ D. $\left[-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right]$
8. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且二阶导数 $f''(x)$ 的图形如右图所示, 则曲线 $y = f(x)$ 的拐点个数为 ().
A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个



二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

9. 函数 $y = \sqrt{\arctan x + 4}$ 的导数为_____.
10. $y = xe^{x^2}$ 的二阶导数为_____.

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{2x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 函数的参数表示为 $\begin{cases} x = 1 + t^3 \\ y = e^{2t} \end{cases}$, 那么 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、简单计算题 (共 6 题, 每题 5 分, 共 30 分)

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{6+x} \right)^{\frac{x-1}{2}}.$

14. 已知函数 $f(x)$ 可导, 试求 $y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx}.$

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sec x - \cos x}.$

16. 试求曲线 $y = \frac{\pi}{2} + \sin x$ 在 $x = 0$ 处的切线方程.

17. 求函数 $f(x) = \frac{e^x}{x^2} + \ln 3$ 在 $x = 1$ 处的微分.

18. 已知 $xe^y + y = 1$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

四、综合题 (本题共 4 小题, 每题 6 分, 共 24 分)

19. 证明恒等式 $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$.

20. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$, 如果函数在 $x = 1$ 处既连续又可导, 试求 a, b 的值.

21. 已知函数 $f(x) = xe^{-x}$, 试求函数的极值, 并确定函数在 $[0, 2]$ 上的最值.

22. 求函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 按 $(x+1)$ 的幂展开成带有佩亚诺余项的三阶泰勒公式.

五、应用计算题（本题 6 分）

23. 天猫超市在“双十一”有一品牌手机秒杀促销，当价位定在 1000 元一部，则 50 部手机将全部被秒杀，当价位每增加 50 元时，就会少秒杀一部，已知每部手机在销售环节中的网银、税费、打包、运送、以及售后服务等附加总费用为 100 元，试问手机定价为多少时可以获得最大利润（这里指毛利润，即不去除生产成本）？

六、证明题 (本题 4 分)

24. 证明: 当 $x \neq 0$ 时, 不等式 $1 + ax < e^{ax}$ 恒成立, 其中 $a \neq 0$ 是常数.

参考答案如下:

如若想知道每道题的具体解析, 请关注知乎 ID: 她的糖。

一、选择题

C C A D A B A C

二、填空题

$$9. \frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{\arctan x + 4}}$$

$$10. (4x^3 + 6x)e^{x^2}$$

$$11. \frac{3}{2}$$

$$12. \frac{2e^2}{3}$$

三、简单计算题

$$13. e^{-\frac{3}{2}}$$

$$14. \sin 2x(f'(\sin^2 x) - f'(\cos^2 x))$$

$$15. 1$$

$$16. x - y + \frac{\pi}{2} = 0$$

$$17. dy|_{x=1} = -e dx$$

$$18. -\frac{e^y}{1 + xe^y}$$

四、综合题

19. 略

$$20. a = 2, b = -1$$

$$21. \text{最大值 } \frac{1}{e}, \text{最小值 } 0$$

$$22. -1 - (x+1) - (x+1)^2 - (x+1)^3 + o(x+1)^3$$

五、应用计算题

23. 定价为1800时

六、证明题

24. 略