

座位号：

杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷									
考试课程	离散数学 2		考试日期	2019 年 月 日		成绩			
课程号	A0507042	教师号		任课教师姓名		陈勤、袁友伟、周丽、 吴向阳、陈溪源			
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业			

请将答案填写在答卷纸上。

一 判断题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 整数集合与自然数集合等势，有理数集合与整数集合也等势，因此有理数集合与自然数集合等势。

2. 阶数大于 1 的群没有零元，也不存在等幂元。

3. 偶数阶群必含有 2 次元。

4. P 阶图 G 中，若存在通过顶点 v 的闭通道，则一定存在通过 v 的长度小于或等于 p 的回路。

5. 图 G 不能同时具备欧拉开迹和欧拉闭迹，同理，图 G 也不能同时具备哈密尔顿开路和哈密尔顿回路。

二 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 下列关于函数的说法错误的是（ ）。

A $f: N \rightarrow N, f(x) = 2x + 1$ 是单射

B $f: R \rightarrow R^+, f(x) = 2^x$ 是双射

C $f: Z \rightarrow N, f(x) = x^2$ 是满射

D $f: N \rightarrow N \times N, f(x) = \langle x + 1, x \rangle$ 是单射

2. 设函数 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ ，则（ ）

A 若 $f \circ g$ 满射，则是 f 满射。

B 若 f 和 g 满射，则 $f \circ g$ 是满射。

C 若 f 单射，则 $f \circ g$ 是单射。

D 若 $f \circ g$ 单射，则 g 是单射。

3. 下列关于复合运算的说法正确的是（ ）

A 它是 $\rho(X \times X)$ 上的二元运算，单位元是恒等关系，零元是空关系，每个元素都有逆元。

B 它是 X^X 上的二元运算，单位元是恒等函数，零元不存在，每个元素都有逆元。

C 它是 $\rho(X \times X)$ 上的二元运算，满足消去律。

D 它是 X^X 上的二元运算，不满足消去律。

4. 下列不属于群的是（ ）。

A $\langle Z_5^*, \times_5 \rangle$

B $\langle Q^*, \times \rangle$

C $\langle Z_8^*, +_8 \rangle$

D $\langle \widehat{M}_n(R), \times \rangle$

5. 下列哪一个不属于群 $\langle G, +_6 \rangle$ ， $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子群（ ）。

A $\{0, 2, 4\}$

B $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

C $\{0, 1, 3\}$

D $\{0, 3\}$

6. 群 $\langle G, * \rangle$ ， $G = \{e, a, a^2 \dots a^{13}\}$ 的生成元有（ ）个。

A 5

B 6

C 7

D 8

7. 图 G 有 12 条边，5 度顶点 1 个，4 度顶点 2 个，其余顶点的度数均不超过 3，请问下列哪一组不是图 G 可能的度序列？（ ）

A $\{5, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1\}$

B $\{5, 4, 4, 3, 3, 3, 2\}$

C $\{5, 4, 4, 3, 2, 2, 2, 2\}$

D $\{5, 4, 4, 3, 2, 2, 1, 1, 1\}$

8. 关于 p 阶连通图 G 的说法错误的是？（ ）

A 仅含一个连通分图。

B 对于 G 中任意两点 u，v， $d(u) + d(v) \geq p - 1$

C $\lambda(G) \leq \delta(G)$

D 若 (u, v) 是桥，且 $d(u) = 2$ ，则 u 一定为割点。

9. 图 G 的度序列为 $\{3, 3, 2, 2, 1, 1\}$ ，则图 G 最可能是（ ）

A 二重图

B 哈密尔顿图

C 欧拉图

D 树

10. 下列哪一组度序列最有可能被简单图化？（ ）

A $\{5, 4, 3, 3, 2, 1\}$

B $\{5, 3, 3, 2, 1\}$

C $\{4, 4, 4, 3, 3, 3\}$

D $\{4, 4, 4, 2, 2\}$

三 综合题（共 70 分）

1. （10 分，每题 2 分）群 $\langle G, * \rangle$ ， $G = \{e, a, a^2 \dots a^{17}\}$ ， $|a|=18$ ，求

(1) $|a^{12}|$ 和 $|a^{-2}|$

(2) 由 a^3 生成的子群 G_1

(3) 求 $[G:G_1]$

(4) 求 G_1 中的所有生成元

(5) 求满足 $a^x = a^{-10}$ 的整数 x，x 的区间为 $[0, 12]$

第 1 页 共 2 页

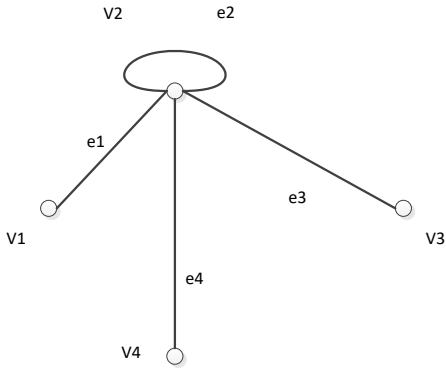
座位号：

2. (12 分, 每题 3 分) $\langle G, \times_7 \rangle$, $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- (1) 给出 $\langle G, \times_7 \rangle$ 的运算表
 - (2) 验证 $\langle G, \times_7 \rangle$ 构成群
 - (3) 给出每个元的次数
 - (4) $\langle G, \times_7 \rangle$ 是否为循环群, 若是则求出所有生成元

3. (9 分, 每题 3 分) $\langle G, +_{12} \rangle$, $G = \{0, 1, 2, \dots, 11\}$, H 是由元素 3 生成的子群
- (1) 求 H
 - (2) 求 H 中每个元素的次数
 - (3) 求 H 在 G 中的所有右陪集

4. (9 分) 群 $\langle G, * \rangle$, H, K 是其子群。定义 G 上的关系 R :
- $$R = \{ \langle a, b \rangle \mid \forall a, b \in G, \exists h \in H, k \in K, b = h * a * k \}$$
- 证明 R 是 G 上的等价关系。

5. (14 分, 1, 3 每题 4 分, 2 题 6 分) (p, q) 图如图 G 所示, 求
- (1) 求 G 的关联矩阵
 - (2) 求 G 的邻接矩阵 A , 以及 A 的 2 次幂和 3 次幂矩阵。
 - (3) 求顶点 V_1 到 V_2 长度小于或等于 3 的通路的条数。



6. (6 分) 连通图 G 含有 k 个奇点, 证明在图 G 中至少要添加 $k/2$ 条边才能使该图成为欧拉图。

7. (10 分, 1, 2, 3 每题 2 分, 4 题 4 分) 如图 G 所示
- (1) 求 $\lambda(G)$ 以及 $\kappa(G)$
 - (2) G 是否为欧拉图, 请说明原因。
 - (3) G 是否为哈密尔顿图, 如果是, 请指出从 a 开始的哈密尔顿回路, 不是请说明理由。
 - (4) G 中的生成树如图中虚线所示, 求枝 ae 的基本割集以及弦 de 的基本回路。

