



HDU 数学营

18 年 杭州电子科技大学 高数上 B 期中考试题

(2018 年 11 月)

广告位: 代找各类电子书, 5r/本, QQ: 1138472374

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

- 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1} = (\quad)$.
A. ∞ B. -1 C. 0 D. 不存在
- 设函数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $-\infty < x < +\infty$, 则此函数是 ().
A. 有界函数 B. 奇函数 C. 偶函数 D. 周期函数
- 下列数列中收敛的是 ().
A. $x_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$ B. $x_n = n(-1)^n$ C. $x_n = \sin \frac{1}{n}$ D. $x_n = n - (-1)^n$
- 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = 1 - \cos x$ 是 $g(x) = \sin^2 x$ 的 () 无穷小.
A. 高阶 B. 低阶 C. 同阶 D. 等价
- 设 $f(x) = \cos \frac{1}{2x}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ().
A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点
- 设函数 $f(x)$ 在点 $x = a$ 处可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h} = (\quad)$.
A. $2f'(a)$ B. $4f'(a)$ C. $f'(a)$ D. 1
- 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导是 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的 ().
A. 必要非充分条件 B. 充分非必要条件 C. 充分必要条件 D. 非充分非必要条件
- 下列函数在区间 $[0, 3]$ 上不满足拉格朗日定理条件的是 ().
A. $2x^2 + x + 1$ B. $\cos(1+x)$ C. $\ln(1+x)$ D. $\frac{x^2}{1-x^2}$

二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

9. 函数 $y = \sqrt{\arctan x + 4}$ 的导数为_____.10. $y = xe^{x^2}$ 的二阶导数为_____.11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2 \sin x} =$ _____.

12. 函数的参数表示为 $\begin{cases} x = 1 + t^3 \\ y = e^{2t} \end{cases}$, 那么 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} =$ _____.

三、简单计算题 (共 6 题, 每题 5 分, 共 30 分)

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$.

14. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{6+x} \right)^{\frac{x-1}{2}}$.

15. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{(\pi - 2x)^2}$.

16. 已知函数 $f(x)$ 可导, 试求 $y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$.

17. 求函数 $f(x) = \frac{e^x}{x^2} + \ln 3$ 在 $x = 1$ 处的微分.

18. 求 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 在点 $(-\sqrt{3}, \frac{3}{2})$ 处的切线方程.

四、综合题 (本题共 4 小题, 每题 6 分, 共 24 分)

19. 已知 $y = x^2 \sin x$, 求函数的高阶导数 $y^{(2018)}$.

20. 设函数 $f(x) = xe^{-x}$ ，试求函数的极值，并求出函数图像的拐点.

21. 证明恒等式 $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$.

22. 求函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 按 $(x+1)$ 的幂展开成带有佩亚诺余项的三阶泰勒公式.

五、应用计算题（本题 6 分）

23. 天猫超市在“双十一”有一品牌手机秒杀促销，当价位定在 1000 元一部，则 50 部手机将全部被秒杀，当价位每增加 50 元时，就会少秒杀一部，已知每部手机在销售环节中的网银、税费、打包、运送、以及售后服务等附加总费用为 100 元，试问手机定价为多少时可以获得最大利润（这里指毛利润，即不去除生产成本）？

六、证明题 (本题 4 分)

24. 证明: 当 $x \neq 0$ 时, 不等式 $1 + ax < e^{ax}$ 恒成立, 其中 $a \neq 0$ 是常数.

参考答案如下:

如若想知道每道题的具体解析, 请关注知乎 ID: 她的糖。

一、选择题

D C C C D A B D

二、填空题

9. $\frac{1}{2(1+x^2)\sqrt{\arctan x + 4}}$

10. $(4x^3 + 6x)e^{x^2}$

11. $\frac{1}{2}$

12. $\frac{2}{3}e^2$

三、简单计算题

13. -1

14. $e^{-\frac{3}{2}}$

15. -1

16. $\sin 2x(f'(\sin^2 x) - f'(\cos^2 x))$

17. $dy|_{x=1} = -e dx$

18. $y = \frac{3\sqrt{3}}{2}x + 6$

四、综合题

19. 根据 Leibniz 公式得 $-x^2 \sin x + 4036x \cos x + 2018 \times 2017 \sin x$

20. 极小值 $f(1) = \frac{1}{e}$, 拐点 $(2, 2e^{-2})$

21. 略

22. $-1 - (x+1) - (x+1)^2 - (x+1)^3 + o(x+1)^3$

五、应用计算题

23. 定价为1800时

六、证明题

24. 略