



HDU 数学营

20 年杭州电子科技大学 高数上 B 期中考试题及答案

(2020 年 11 月)

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2}{x+1} \arctan \frac{1}{x} = (\quad)$.
 A. 0 B. π C. 2π D. 不存在
- $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = \sin x^2$ 与 $f(x) = ax \ln(1-x)$ 是等价无穷小, 则 $a = (\quad)$.
 A. 2 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. -1
- $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + \cos x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 (\quad) .
 A. 连续点 B. 可去间断点 C. 跳跃间断点 D. 无穷间断点
- $y = f(x)$ 的微分 $dy = 2 \sin x \cos x dx$, 则 $y = (\quad)$.
 A. $\cos x \sin x + C$ B. $\cos^2 x + C$ C. $\sin x^2 + C$ D. $\sin^2 x + C$
- $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ 是 (\quad) .
 A. 无穷小 B. 无穷大 C. 有界量 D. 无界, 但不是无穷大
- 设 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x-1)^2} = 1$ 在 $x=1$ 处必有 (\quad) .
 A. $f(x)$ 导数存在且 $f'(1) = 0$ B. $f(x)$ 取极大值
 C. $f(x)$ 取极小值 D. $f(x)$ 导数不存在
- $f(x)$ 可导, 函数 $y = f(e^{\sin x})$ 的微分 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 曲线 $y = \ln x$ 上与直线 $x + y + 1 = 0$ 垂直的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}, & x < 0 \\ a + e^{2x}, & x \geq 0 \end{cases}$, 且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $y = x^{\cos x} (x > 0)$, $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{e^x-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. $\begin{cases} x = \ln(\cos t) \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$ 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

14. $y - xe^y = 1$, 求 $y''(0)$.

15. 求 $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$ 的单调区间和极值.

16. 证明: $x > 0$ 时, $\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) > \frac{1}{1+x}$.

17. $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 讨论函数的一阶导数 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性.

18. 求 $f(x) = \ln x$ 按 $(x-1)$ 的幂展开成带皮亚诺余项的 n 阶泰勒公式.

19. 在 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上找到一点 M , 使得 M 到 $N(5, -2)$ 的距离最小, 并求最小距离.

20. $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上二阶可导, $f(0) = f(1)$, 证明: 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f''(\xi) = \frac{f'(\xi)}{1-\xi}$.

答案解析看如下知乎链接: [2020 年 11 月杭州电子科技大学高数 B 期中试题及解析 - 知乎 \(zhihu.com\)](https://www.zhihu.com/question/35444444/answer/104444444)

看完点个关注点个三连, 诸君高数线代双双满绩! ~