2022 年杭州电子科技大学大学物理 1 期中试题及解析

April 16, 2022

题目 1.1 质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动，每 T 秒转一圈. 在 $2T$ 时间间隔中，其平均速度大小与平均速率大小分别为

【 】

A. $\dfrac{2\pi R}{T}, \dfrac{2\pi R}{T}$　　B. $0, 0$　　C. $0, \dfrac{2\pi R}{T}$　　D. $\dfrac{2\pi R}{T}, 0$

题目 1.2 在一个转动的齿轮上，一个齿尖 P 作半径为 $R = 1m$ 的圆周运动，其路程 s 随时间的变化规律为 $s = 2t + t^3$，则 $t = 1\text{s}$ 时齿尖 P 的加速度大小为

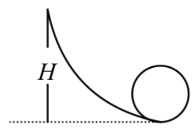
【 】

A. 6m/s^2　　B. 16m/s^2　　C. 25.7m/s^2　　D. 25m/s^2

题目 1.3 如图所示，一质量为 m 的小球，由高 H 处沿光滑轨道由静止开始滑入环形轨道. 若 H 足够高，则小球在环最低点时环对它的作用力与小球在环最高点时环对他的作用力之差，恰为小球重力的

【 】

A. 2 倍　　B. 4 倍　　C. 6 倍　　D. 8 倍



题目 1.4 一辆汽车从静止出发在平直公路上加速前进. 如果发动机的功率一定，下面哪一种说法是正确的?

【 】

A. 汽车的加速度是不变的　　B. 汽车的加速度随时间减小

C. 汽车的加速度与它的速度成正比　　D. 汽车的速度与它通过的路程成正比

题目 1.5 如图所示，在光华平面上有一个运动物体 P，在 P 的正前方有一个连有弹簧和挡板 M 的静止物体 Q，弹簧和挡板 M 的质量均不计，P 与 Q 碰撞后 P 停止，Q 以碰前 P 的速度运动. 在此碰撞过程中，弹簧压缩量最大时刻是

【 】

A. P 的速度正好变为零时　　B. P 与 Q 速度相等时

C. Q 正好开始运动时　　D. Q 正好达到原来 P 的速度时

题目 1.6 有一劲度系数为 k 的轻弹簧，原长为 l_0，将它吊在天花板上. 当它下端挂一托盘平衡时，其长

度变为 L_1. 然后在托盘中放一重物，弹簧长度变为 l_2. 则由 l_1 伸长为 l_2 的过程中，弹性力所作的功为

【　　】

A. $-\int_{l_1}^{l_2} kx\mathrm{d}x$　　B. $\int_{l_1}^{l_2} kx\mathrm{d}x$　　C. $-\int_{l_1-l_0}^{l_2-l_0} kx\mathrm{d}x$　　D. $\int_{l_1-l_0}^{l_2-l_0} kx\mathrm{d}x$

题目 1.7　几个力同时作用在一个具有光滑固定转轴的刚体上，如果这几个力的矢量和为零，则此刚体

【　　】

A. 必然不会转动　　B. 转速必然不变

C. 转速必然改变　　D. 转速可能不变，也可能改变

题目 1.8　人造地球卫星，绕地球作椭圆轨道运动，地球在椭圆的一个焦点上，则卫星的

【　　】

A. 动量不守恒，动能守恒　　B. 动量守恒，动能不守恒

C. 对地心的角动量守恒，动能不守恒　　D. 对地心的角动量不守恒，动能守恒

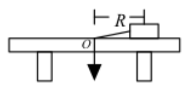
题目 1.9　如图所示，一个小物体，位于光滑的水平桌面上，与一绳的一端相连结，绳的另一端穿过桌面中心的小孔 O. 该物体原以角速度 ω 在半径为 R 的圆周上绕 O 旋转，今令绳从小孔缓慢往下拉，则物体

【　　】

A. 动能不变，动量改变　　B. 动量不变，动能改变

C. 角动量不变，动量不变　　D. 角动量改变，动量改变

E. 角动量不变，动能、动量都改变



题目 1.10　带有 N 个电子的一个油滴，其质量为 m，电子的电量的大小为 e，在重力场中由静止开始下落，下落中穿越一均匀电场区域，欲使油滴在该区域中均匀下来，电场的方向和大小分别为

【　　】

A. 电场方向向上 $\dfrac{mg}{Ne}$　　B. 电场方向向下 $\dfrac{mg}{Ne}$　　C. 电场方向向上 $\dfrac{Ne}{mg}$　　D. 电场方向向下 $\dfrac{Ne}{mg}$

题目 2.1 当一列火车以 36km/h 的速率向东行驶时，若相对于地面竖直下落的雨滴在列车的窗子上形成的雨迹偏离竖直方向 30°，则雨滴相对于地面的速率是__________；相对于列车的速率是__________.

题目 2.2 质量为 m 的小球，用轻绳 AB、BC 连接，如图 2-2，其中 AB 水平，剪断绳 AB 前后的瞬间，绳 BC 中的张力比 $T:T'=$__________.

题目 2.3 如图 2-3 所示一圆锥摆，质量为 m 的小球在水平面内以角速度 ω 匀速转动. 在小球转动一周的过程中，小球动量增量的大小等于__________，小球所受绳子拉力的冲量大小等于__________.

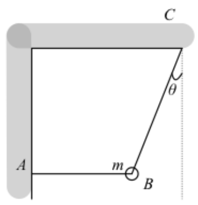


图 2-2

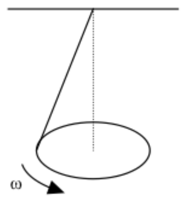
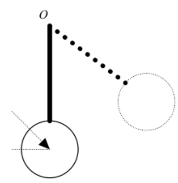


图 2-3

题目 2.4 若作用于以力学系统上外力的合力为零，则外力的和力矩__________（填“一定”或“不一定”）为零；这种情况下力学系统的动量、角动量、机械能三个量中一定守恒的量是__________.

题目 2.5 半径为 $r = 1.5\text{m}$ 的飞轮，初角速度 $\omega_0 = 10\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$，角加速度 $\beta = -5\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$. 则在 $t =$__________时角位移为零，而此时边缘上点的线速度 $v =$__________.

题目 2.6 如图所示，一匀质木球固结在一细棒下端，且可绕水平光滑固定轴 O 转动. 今有一子弹沿着与水平面成一角度的方向击中木球而嵌于其中，则在此集中过程中，木球、子弹、细棒的__________ 守恒，木球被击中后棒和球升高的过程中，木球、子弹、细棒、地球系统的__________ 守恒.



题目 2.7 由一根绝缘细线围成的边长为 l 的正方形现况，使它均匀带电，其电荷线密度为 λ，则在正方形中心处的电场强度的大小 $E =$__________.

题目 3.1 一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为 $a = 2 + 6x^3 \quad (\text{SI})$，如果质点在原点处的速度为 v_0，试求其在任意位置 x 处的速度.

题目 3.2 一质点沿直线运动，其坐标 x 与时间 t 有如下关系（A、B 皆为常数）：

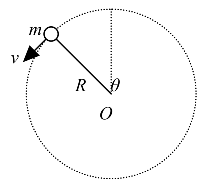
$$x = Ae^{-\beta r}\cos\omega t \quad (\text{SI})$$

求：

(1) 任意时刻 t 质点的速度

(2) 质点通过原点的时刻 t.

题目 3.3 质量为 m 的物体系于长度为 R 的绳子的一个端点上，在竖直平面内绕绳子另一端点（固定）作圆周运动. 设 t 时刻物体瞬时速度的大小为 v，绳子与竖直向上的方向成 θ 角，如图所示. 求：



(1) t 时刻绳中的张力 T 和物体的切向加速度 a_τ；

(2) 说明在物体运动过程中 a_τ 的大小和方向如何变化？

题目 3.4 一物体与斜面间的摩擦系数 $\mu = 0.20$，斜面固定，倾角 $\alpha = 45°$. 现给予物体一初速率 $v_0 = 10\text{m/s}$，使它沿斜面向上滑，如图 3-4 所示. 求：

(1) 物体能够上升的最大高度 h；

(2) 该物体达到最高点后，沿斜面返回到原出发点是的速率 v.

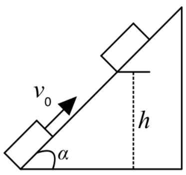


图 3-4

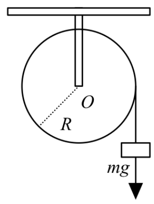


图 3-5

题目 3.5 一质量为 m 的物体悬于一条轻绳的一端，绳另一端绕在一轮轴的轴上，如图 3-5 所示. 轴水平且垂直于轮面，其半径为 R，整个装置架在光滑的固定轴承之上. 当物体从静止释放后，在时间 t 内下降了一段距离 S. 试求整个轮轴的转动惯量（用 m、R、t 和 S 表示）.

题目 3.6 如图 3-6 所示，一水平刚性轻杆，质量不计，杆长 $l = 20\text{cm}$，其上穿有两个小球，初始时，两小球相对杆中心 O 对称放置，与 O 的距离 $d = 5\text{cm}$，二者之间用细线拉紧. 现在让细杆绕通过中心 O 的竖直固定轴作匀角速的转动，转速为 2rad/s，再烧断细线让两球向杆的两端滑动. 不考虑转轴的和空气的摩擦，当两球都滑至杆端时，试求杆的角速度.

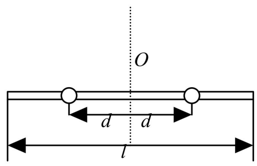


图 3-6

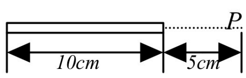


图 3-7

题目 3.7 如 3-7 图所示，一长为 10cm 的均匀带正电细杆，其上电荷量为 $1.5 \times 10^{-8}\text{C}$，试求在杆的延长线上距杆的端点 5cm 处的 P 点的电场强度.

选填答案快对

1.x CCCBB　CDCEB
2.1 $10\sqrt{3}\mathrm{m/s}$，$20\mathrm{m/s}$
2.2 $1:\cos^2\theta$
2.3 0，$mg\dfrac{2\pi}{\omega}$
2.4 不一定；动量
2.5 4s，$-15\mathrm{m/s}$
2.6 角动量，机械能
2.7 0

题目 1.1 在 $2T$ 的时间间隔中，质点绕着圆转两圈，$2T$ 时间后仍在起点. 故位移 $\Delta\boldsymbol{x}=0$，而路程 $s=2\times 2\pi R$.
由定义可求得：
平均速度大小 $|\bar{\boldsymbol{v}}|=\left|\dfrac{\Delta\boldsymbol{x}}{\Delta t}\right|=0$；
平均速率大小 $v=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{2\times 2\pi R}{2T}=\dfrac{2\pi R}{T}$
故本题选择 C 项.

题目 1.2 由加速度的定义：

$$a=\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}=6t$$

故在 $t=1\mathrm{s}$ 时，齿尖 P 的加速度大小为 6m/s.
故本题选择 C 项.

题目 1.3 由动能定理可知，小球在运动到圆轨道底端和顶端的速度大小分别为：

$$mgH=\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$mg\left(H-2R\right)=\frac{1}{2}mv_2^2$$

分别得出：

$$v_1^2=2gH,\quad v_2^2=2g\left(H-2R\right)$$

* 因为下一步的受力分析里面只带有速度的平方项，为计算方便，这里保留平方形式
质点在运动过程中轨道的弹力和小球重力的合力提供向心力，即：
在底端：

$$N_1-mg=\frac{mv_1^2}{R}$$

在顶端：

$$N_2+mg=\frac{mv_2^2}{R}$$

解得：

$$\begin{aligned}N_1-N_2&=2mg+\frac{m\left(v_1^2-v_2^2\right)}{R}\\&=2mg+\frac{m\cdot 4gR}{R}\\&=6mg\end{aligned}$$

故本题选择 C 项.

题目 1.4 设汽车行驶过程中受到阻力大小 f. 由 $P = Fv$, $a = \dfrac{F-f}{m}$ 得：

$$a = \frac{\frac{P}{v} - f}{m}$$

即汽车的加速度不断减小，故 A、C 选项错误，B 选项正确；
由动能定理

$$Pt - fx = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

可知，v 和 x 成非线性关系，故 D 选项错误.

题目 1.5 弹簧压缩量最大 $\Longrightarrow$ P、Q 碰撞后损失动能最大 $\Longrightarrow$ 当两者完全非弹性碰撞时损失动能最大（即**资用能**[1]全部消耗）$\Longrightarrow$ 两者速度相等. 故本题选择 B 项.

题目 1.6 物体下落过程中，弹性力方向与物体运动方向相反，故：

$$F(x) = -kx$$

x 代表弹簧伸长量，其大小为弹簧在任意时刻长度减去原长，即 $l - l_0$

$$\begin{aligned} W &= \int F(x)\mathrm{d}x \\ &= -\int_{l_1-l_0}^{l_2-l_0} kx\mathrm{d}x \end{aligned}$$

故本题选择 C 项.

题目 1.7 系统所受合外力为零不一定代表系统所受合外力矩为零，（当然系统所受合外力矩为零也不一定代表系统所受合外力为零，系统所受合外力为零是系统所受合外力矩为零的**既不充分也不必要条件**），故本题选择 D 项.

题目 1.8 卫星运动过程中受到的引力始终指向地球方向，所以受到的相对地球的合外力矩为零，但合外力不为零，所以角动量守恒；动量、动能均不守恒. 故本题选择 C 项.

题目 1.9 拉动绳子的过程中，物块受力方向始终指向 O 点，所以相对 O 合外力矩为零，但合外力不为零，所以角动量守恒；动量、动能均不守恒. 故本题选择 E 项.

题目 1.10 为使油滴在电场中匀速下落，故要使其运动过程中所受合外力为零，即重力 mg 和电场力 $N \cdot eE$ 平衡：

$$mg = Ne \cdot E$$

[1]资用能（Available energy）：为了研究微观粒子的结构和相互作用以及反应机制，需要使用加速器把粒子加速到很高的能量去撞击静止靶中的粒子，以观测反应的结果，与理论互相印证。然而，在实验室参考系中的质心动能在反应前后是不变的，并不参与粒子间的反应，真正有用的能量，即资用能，只是高能粒子与靶粒子之间的相对动能。现代的加速器多采用对撞机形式，它是使两束相同的高能粒子沿相反方向运动，加速到很高的能量后进行对撞。这样一来，实验室系和质心系便统一起来了，碰撞的全部能量都是资用能。资用能表达式：

$$E = \frac{1}{2}\mu u^2$$

其中 $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$，称之为约化质量；$u = v_1 - v_2$，为两个粒子的相对速度.

解得 $E=\dfrac{mg}{Ne}$ 故本题选择 B 项.

题目 2.1 由题意知，火车运动速度 $v_1=10\boldsymbol{i}$，设雨滴竖直相对地面的速度 $v_2=-b\boldsymbol{j}$，则雨滴相对火车的速度 $v_{21}=v_2-v_1=-10\boldsymbol{i}-b\boldsymbol{j}$. 车窗上雨迹偏离竖直方向 30°，即雨相对火车速度与竖直方向夹角为 30°，即：

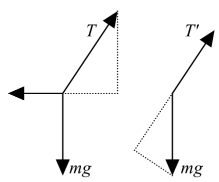
$$\frac{10}{b}=\tan 30^\circ$$

$$b=10\sqrt{3}$$

所以雨滴相对于地面的速率是 $10\sqrt{3}\mathrm{m/s}$，相对于火车的速率为

$$\sqrt{b^2+10^2}=20\mathrm{m/s}$$

题目 2.2 剪断绳子前后，m 的受力情况分别如下：



剪断前：m 竖直方向受力平衡

$$T\cos\theta=mg$$

剪断后：m 沿绳方向受力平衡

$$mg\cos\theta=T'$$

解得

$$T:T'=1:\cos^2\theta$$

题目 2.3 转动一圈后，小球的速度大小、方向均不变，故其动量增量为 0；故转动一圈过程中，小球所受重力的冲量与绳子拉力冲量之和为 0，即：$I_T=mg\dfrac{2\pi}{\omega}$.

题目 2.4 本题纯考察概念. 系统合外力为零是系统合外力矩为零的**既不充分也不必要条件**；系统合外力为零是系统动量守恒的**充要条件**.

题目 2.5 由转动角量与线量的关系（和平动类比）：

$$\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2$$

令 $\theta=0$，解得 $t=4\mathrm{s}$

$$\omega=\omega_0+\beta t$$

将 $t=4\mathrm{s}$，$v=\omega R$ 带入上式，得 $v=-15\mathrm{m/s}$

题目 2.6 集中过程中木球、子弹、细棒三者中的外力只有木球受到沿着杆方向的力，而此力对三者的力矩为 0，所以三者的角动量守恒；升高过程中木球、子弹、细棒、地球之间只有保守力做功，所以机械能守恒.

题目 2.7 由对称性可知，四边在中心产生的合场强为 0.

题目 3.1

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

分离变量

$$v\mathrm{d}v = a\mathrm{d}x$$

积分

$$\int v\mathrm{d}v = \int \left(2+6x^3\right)\mathrm{d}t$$

$$\frac{1}{2}v^2 = 2x + \frac{3}{2}x^4 + C \tag{1}$$

初态

$$v = v_0,\ x = 0$$

带入得

$$C = \frac{1}{2}v_0^2$$

将积分常数带入 (1)

$$v = \sqrt{v_0^2 + 4x + 3x^4}(\mathrm{SI})$$

题目 3.2

（1）

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -A\beta\mathrm{e}^{-\beta t}\cos\omega t - \omega A\mathrm{e}^{-\beta t}\sin\omega t$$

（2） 令 $x = 0$，得：$\cos\omega t = 0$. 故：

$$t = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{k\pi}{\omega}, k \in \mathbb{Z}^+$$

题目 3.3

（1） 选取自然坐标系，分别列小球切向和法向的牛顿运动定律：

$$mg\sin\theta = ma_\tau$$

$$T + mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

解得

$$T = \frac{mv^2}{R} - mg\cos\theta$$

$$a_\tau = g\sin\theta$$

（2） 当 $0 \le \theta \le 90^\circ$ 时，a_τ 大小越来越大，方向沿运动速度方向相同；当 $90 \le \theta \le 180^\circ$ 时，a_τ 大小越来越小，方向沿运动速度方向相同；当 $180 \le \theta \le 270^\circ$ 时，a_τ 大小越来越大，方向沿运动速度方向相反；当 $270 \le \theta \le 360^\circ$ 时，a_τ 大小越来越小，方向沿运动速度方向相反.

题目 3.4

(1) 上升过程中物块受摩擦力大小为 $\mu mg\cos\theta$，对物块列动能定理：

$$mgh+\mu mg\cos\theta\frac{h}{sin\alpha}=\frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$H=\frac{v_0^2}{2g\left(1+\mu\cot\alpha\right)}=\frac{25}{6}\mathrm{m}$$

(2) 全过程中，重力是保守力，所以做的总功为 0. 考虑摩擦力做功，由动能定理：

$$2\mu mg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha}=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$v=\sqrt{v_0^2-4\mu g\cos\alpha\frac{H}{\sin\alpha}}=\frac{10}{3}\sqrt{6}\mathrm{m/s}$$

题目 3.5 设绳子张力 T，对物块列牛顿运动定律：

$$mg-T=ma \tag{2}$$

转盘所受合力矩 $M=TR$，由转动定律：

$$TR=I\beta \tag{3}$$

其中 I 为转盘转动惯量. 由转动线量与角量的关系：

$$a=R\beta \tag{4}$$

由 (1) ~ (3) 可知，a 为常数，即物块作匀变速直线运动，所以有：

$$S=\frac{1}{2}at^2 \tag{5}$$

联立 (1) ~ (4)，得：

$$I=\frac{mgR^2t^2}{2S}-mR^2$$

* 另解（对物理感兴趣的同学们/学过《分析力学》的同学们可以浅看一下）

$\mathcal{L}$ 为拉氏量，$\mathcal{T}$ 为系统动能，$\mathcal{V}$ 为系统势能，存在如下关系：$\mathcal{L}=\mathcal{T}-\mathcal{V}$

定为相减关系的原因：可以考虑一个只存在保守力的系统，系统动能增加量等于负系统势能增加量（小于零），即系统动能增加率等于负系统势能增加率（小于零）等于系统势能减小率（大于零）：

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{T}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\mathcal{V}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{T}}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}\mathcal{V}}{\mathrm{d}t}=0$$

即

$$\mathcal{L}=\mathcal{T}-\mathcal{V}$$

设广义坐标 θ（可以理解为圆盘某条半径在任意时间所在位置和初始时间所在位置之间夹角），对整个系统，由于各主动力都是保守力，所以由 Lagrange Function：

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial t}=0$$

下面我们来写出拉氏量的具体表达式：
动能部分：

$$\mathcal{T}=\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}mR\dot{\theta}^2$$

势能部分（其中圆盘势能不变，最终对时间求导为零，故省略不写）：

$$\mathcal{V}=mgR\theta$$

将 T 和 V 带入 Lagrange Function：

$$\mathcal{L}=\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}mR\dot{\theta}^2-mgR\theta$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta}=I\dot{\theta}\ddot{\theta}+mR\dot{\theta}\ddot{\theta}-mgR\dot{\theta}=0$$

解得：

$$\ddot{\theta}=\frac{mgR}{mR^2+I}$$

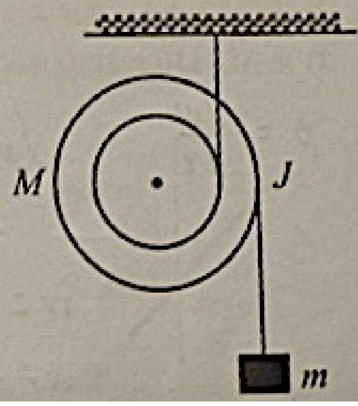
由题意，$\ddot{\theta}=\dfrac{2S}{t^2}$，将两者联立，得：

$$I=\frac{mgR^2t^2}{2S}-mR^2$$

到这里，一些同学会疑问，觉得此方法的步骤比常理分析麻烦的多. 对于这道简单问题确实会麻烦一些；但是一旦遇到比较复杂的力学系统，**拉格朗日方程**的优势就会大大地显示出来了. 同学们可以尝试做一下下面这道题，体会一下使用拉格朗日方程的优势.

07.（挑战题）（选作）

如图 Q_01285 所示，半径为 r_1 和 r_2（$r_2>r_1$）的两个圆柱同心固定在一起，总的质量为 M，对对称轴的转动惯量为 J。小圆柱上绕有细绳，上端固定在天花板上，大圆柱也绕有细绳，其下端挂有一个质量为 m 的物体。求物体向下运动时，圆柱体绕对称轴的角加速度 α。



$$\ddot{\theta}=\frac{\left[r_1\left(M+m\right)-r_2m\right]g}{J+r_1^2M+\left(r_2-r_1\right)^2m}$$

题目 3.6 系统角动量守恒，即：

$$2md^2\omega_1 = 2ml^2\omega_2$$

得

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{d^2}{l^2} = 0.5\text{rad/s}$$

题目 3.7 杆上的电荷线密度 $\lambda = \dfrac{q}{l}$. 以左端为原点，向右为正方向建立坐标轴.
对杆上 $l \sim l + \mathrm{d}l$ 一段线元，其电荷量 $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$，其在 P 处产生的场强 $\mathrm{d}E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{\mathrm{d}q}{(l+d)^2}$.
积分，得：

$$\int_{0.1}^{0} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathrm{d}q}{(l+d)^2} = 1.35 \times 10^4 \text{N/C}$$