HDU 数学营

19年杭州電子科技大学高数下A期末考试题——补考卷

（2019年）

本次码字与排版，均由知乎 ID:她的糖（QQ：1138472374）完成。由于其水平有限，难免会出现一些编排上的小错误，敬请各位同学批评指正。

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 设两平面$x-2y+2z+1=0$与$-x+y+5=0$，则两平面的夹角为（　　）.

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

2. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)}\dfrac{\tan(xy)}{x}=$（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. 不存在

3. $z=x^2y-3y^2$，则$dz|_{x=1,y=1}=$（　　）.

A. $4dx+4dy$　　B. $2dx-5dy$　　C. $dx+dy$　　D. 0

4. 二次积分$I=\int_0^4 dx\int_x^{2\sqrt{x}} f(x,y)dy$交换积分次序为（　　）.

A. $\int_0^4 dy\int_y^{2\sqrt{y}} f(x,y)dx$　　B. $\int_0^4 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^4 f(x,y)dx$

C. $\int_0^4 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^y f(x,y)dx$　　D. $\int_0^4 dy\int_0^y f(x,y)dx$

5. 过点$P(1,0,2)$且垂直于平面$x-2y+z=1$的直线方程为（　　）.

A. $(x-1)-2y+(z-2)=0$　　B. $(x-1)-2y+(z-2)=1$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$　　D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z}{2}$

6. 设Ω是由$z=x^2+y^2, x^2+y^2=1, z=0$围成的闭区域，则$\iiint_\Omega xzdv$可以化为三次积分（　　）.

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 d\rho\int_0^\rho \rho\cos\theta zdz$　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 d\rho\int_0^{\rho^2} \rho\cos\theta zdz$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 d\rho\int_0^{\rho^2} \rho^2\cos\theta zdz$　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 d\rho\int_0^\rho \rho^2\cos\theta zdz$

7. 设$\sum_{n=1}^{\infty} C_n x^n$在点$x=-2$处条件收敛，则该级数的收敛半径（　　）.

A. 等于2　　B. 大于2　　C. 小于2　　D. 不能确定

8. 下列级数收敛的是（　　）.

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

9. 已知向量$\vec{a}, \vec{b}$满足$\vec{a}=-\vec{b}$，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=3$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$__________.

10. 设方程$x+y+z=e^z$确定z是x,y的函数，则$\frac{\partial z}{\partial x}=$__________.

11. 有向曲线为L： 圆域$x^2+y^2\leqslant 1$的正向周界，则对坐标的曲线积分$\oint_L (x-y)dx+(x-y)dy=$__________.

12. 函数$f(x)$以2π为周期且在$[-\pi,\pi]$上有$f(x)=\begin{cases} 1, & -\pi<x\leqslant 0, \\ -1+x^2, & 0<x\leqslant\pi \end{cases}$，则其傅里叶级数在点$x=\pi$收敛于

__________.

三、简单计算题（本题共 5 小题，每题 6 分，共 30 分）

13. 设$z=\arctan x^y$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$和$\frac{\partial z}{\partial y}$.

14. 设直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$与直线$x=y=z$相交于一点，求$\lambda$.

15. 求$I=\iint_D e^{x^2+y^2}dxdy$，其中$D=\{(x,y)|1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\}$.

16. 将函数$f(x)=\dfrac{1}{2-x}$展开成$(x-1)$的幂级数，并求其收敛域.

17. 求积分$I=\int_L \dfrac{1}{y}dx+\dfrac{1}{x}dy$，$L$为$y=\sqrt{x}$上从$(1,1)$到$(4,2)$一段曲线弧.

四、计算题（本题共 3 小题，每题 7 分，共 21 分）

18. 求函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 的极值.

19. 计算 $\iint_{\Sigma} x dS$，其中 Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限部分.

20. 已知有向曲线L是从起点$A(0,0)$沿着$x=\sqrt{2y-y^2}$到达终点$B(1,1)$，求解积分

$I=\int_L(\sin x-y^2)dx-(2xy+\sin y)dy$时，

(1) 验证该积分是否跟路径有关；

(2) 求出该积分I的值.

五、综合题（本题 8 分）

21. 求 $\iint_{\Sigma}(y-z)dydz+z^2dxdy$，其中 Σ: $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $(0\leqslant z\leqslant h)$取外侧.

六、证明题（本题 5 分）

22. 设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛，证明 $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)^2$ 也收敛.