2022 年杭州電子科技大學线性代数期中试题及答案

（2022 年 11 月 14 日）

对于题目和答案如有任何疑问，欢迎加入数学营交流.

1. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} =$____________.

2. 设矩阵 A 满足$A^2+A-4E=0$，则$(A-E)^{-1}=$____________.

3. 设A是 5 阶方阵，且$A^2=0$，则$R(A^*)=$____________.

4. 设$f(x)=\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$，则$f(x)$中的系数为____________.

5. 若方程组$\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3=0 \\ 2x_1-x_2+\lambda x_3=0 \\ 3x_1+x_2-x_3=0 \end{cases}$ 的系数矩阵为A，3 阶矩阵$B\neq 0$且$AB=0$，则λ满足____________.

6. 下列不是n阶方阵A可逆的充要条件的是（　　）.

A. $|A|\neq 0$　　B. $R(A)=n$

C. 存在n阶方阵B，使得$AB=E$　　D. 方程组$Ax=b$有无穷多解

7. 已知α_1, α_2为 2 维列向量，矩阵$A=(2\alpha_1+\alpha_2,\ \alpha_1-\alpha_2)$，$B=(\alpha_1,\ \alpha_2)$，若行列式$|A|=6$，则$|B|=$（　　）.

A. -2　　B. 2　　C. -3　　D. 3

8. 已知方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=1 \\ 2x_1+3x_2+(\lambda+2)x_3=3 \\ x_1+\lambda x_2-2x_3=0 \end{cases}$ 无解，对λ的要求是（　　）.

A. $\lambda\neq 3$　　B. $\lambda=3$　　C. $\lambda=-1$　　D. $\lambda\neq -1$

9. 设A为$m\times n$矩阵，B为$n\times m$矩阵，则线性方程组$(AB)X=0$，（　　）.

A. 当$m>n$时仅有零解　　B. 当$m>n$时必有非零解

C. 当$m<n$时仅有零解　　D. 当$m<n$时必有非零解

10. 已知矩阵A可以经过若干次初等行变换变成B，则必有（　　）.

A. 存在矩阵P，使得$AP=B$　　B. 存在矩阵P，使得$A=PB$

C. 存在矩阵P，使得$A=BP$　　D. $|A|=|B|$

11. 设$A=\begin{pmatrix} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{pmatrix}$，且$R(A)=3$，则有$k=$（　　）.

A. 1　　B. -1　　C. -3　　D. 3

12. 求四阶行列式$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$.

13. 试求矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$的行最简形矩阵.

14. 设四阶行列式$D=\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$，求$M_{41}+M_{42}+M_{43}+M_{44}$.

15. 已知a是常数，且矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & -2 \end{pmatrix}$可经初等变换化为矩阵$B=\begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，试求$a$的取值范围.

16. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 8 & 0 \\ -2 & 4 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 0 & -6 \end{pmatrix}$，求$A$的秩.

17. 已知$AX=B$，试求矩阵X，其中$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$.

18. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，且$AB+E=A^2+B$，求$|B|$.

19. 已知$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$，试求$A$的逆矩阵.

20. 设A, B, C均为n阶方阵，E为n阶单位矩阵，若$B=E+AB$，$C=A+CA$，试证明：$B-C=E$.

21. 设有线性方程组$\begin{cases} (1+\lambda)x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=3 \\ x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=\lambda \end{cases}$，问$\lambda$取何值时，此方程组有唯一解，无解，无穷多解？并在有无穷多解时求其通解.

解析链接：https://mp.weixin.qq.com/s/h1BbsvyYgJhC6o-hxcFXcQ