



HDU 数学营

# 21 年杭州电子科技大学 高数上 B 期中考试题及答案

(2021 年 11 月 21 日)

- 已知函数  $f(x)$  在  $x_0$  点可微分, 则下列正确的是 ( ).  
 A. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  点不可导  
 B. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  点不连续  
 C. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  点既连续也可导  
 D. 函数  $f(x)$  在  $x_0$  点连续, 但不一定可导
- 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x^2)}{x \ln(1-x)}$  的结果是 ( ).  
 A. 0  
 B. -1  
 C. -2  
 D. 不存在
- 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) = \arctan 3x$  与  $g(x) = \frac{ax}{\cos x}$  是等价无穷小, 则  $a =$  ( ).  
 A. 1  
 B. 2  
 C. 3  
 D. 4
- 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \\ \cos x, & x \geq 0 \end{cases}$ , 则  $x=0$  是  $f(x)$  的 ( ).  
 A. 连续点  
 B. 可去间断点  
 C. 跳跃间断点  
 D. 无穷间断点
- 若函数  $y = f(x)$  的微分  $dy = \cos x e^{\sin x} dx$ , 则  $y =$  ( ).  
 A.  $\sin x e^{\sin x} + C$   
 B.  $e^{\sin x} + C$   
 C.  $e^{\cos x} + C$   
 D.  $e^{\sin^2 x} + C$
- 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$  是 ( ).  
 A. 无穷小量  
 B. 无穷大量  
 C. 有界量  
 D. 无界, 但不是无穷大量
- 设  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x-a)^2} = 2021$ , 则  $f(x)$  在  $x=a$  处, 下列结论正确的是 ( ).  
 A. 导数存在且  $f'(a) \neq 0$   
 B. 取得极大值  
 C. 取极小值  
 D.  $x=a$  不是  $f(x)$  的驻点
- 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上  $f''(x) < 0$ ,  $f'(a)$ ,  $f'(b)$  与  $f(b) - f(a)$ , 大小关系为 ( ).  
 A.  $f'(a) > f(b) - f(a) > f'(b)$   
 B.  $f'(a) > f'(b) > f(b) - f(a)$   
 C.  $f'(b) > f(b) - f(a) > f'(a)$   
 D.  $f(b) - f(a) > f'(b) > f'(a)$

9. 已知  $f(x)$  可导, 函数  $y = f(\sin x)$  的微分  $dy =$  \_\_\_\_\_.

10. 设  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

11. 曲线  $y = e^x$  通过点  $(-1, 0)$  的切线方程为 \_\_\_\_\_.

12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$ , 若  $f(x)$  在  $x = 1$  处连续且可导, 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

13.  $y = x^x (x > 0)$ , 求导数  $\frac{dy}{dx}$ .

14. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$ .

15. 求由参数方程  $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1-t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$  所确定函数的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

16. 求由方程  $xy + e^y = x + 1$  所确定的隐函数  $y = y(x)$  在  $x = 0$  的二阶导数  $y''(0)$ .

17. 求函数  $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{(x+1)^2}$  的单调区间和极值.

18. 证明  $x > 0$  时,  $\frac{1}{1+x} < \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$ .

19. 设  $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , 讨论  $f(x)$  一阶导函数  $f'(x)$  在点  $x = 0$  处的连续性.

20. 把函数  $f(x) = \frac{1}{x}$  按  $(x-1)$  的幂展开成带有皮亚诺余项的  $n$  阶泰勒公式.

21. 在抛物线  $y = 1 - x^2$  位于第一象限部分上找到一点  $M$ , 使得抛物线在该点处的切线与两坐标轴围成的三角形面积最小, 并求最小值.

22. 已知  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上连续, 在  $(0, 2)$  内可导,  $f(0) \cdot f(2) > 0$ ,  $f(0) \cdot f(1) < 0$ , 证明:

存在  $\xi \in (0, 2)$ , 使得  $f'(\xi) = f(\xi)$ .

答案解析看如下知乎链接: [2021 年 11 月杭州电子科技大学高数 B 期中试题及解析 - 知乎 \(zhihu.com\)](https://www.zhihu.com/question/40111111/answer/10111111)

看完点个关注点个三连, 祝君高数线代双双满绩! ~