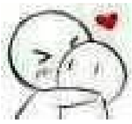

# 20 年杭州電子科技大学高数下 A 期末考试题

（2020.6）

本次码字与排版，均由知乎 ID:她的糖（QQ：1138472374）完成。由于其水平有限，难免会出现一些编排上的小错误，敬请各位同学批评指正。

## 一、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 向量$\vec{a}=(6,-1,2)$在向量$\vec{b}=(7,-4,4)$上的投影为（　　）.

A. 3　　B. 6　　C. -2　　D. -4

2. 直线$\frac{x}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{7}$和平面$3x-2y+7z-8=0$的位置关系是（　　）.

A. 平行　　B. 垂直　　C. 斜交　　D. 直线在平面上

3. $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)}\frac{\sin(xy)}{y}=$（　　）.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 不存在

4. 二元函数$f(x,y)$在$(x_0,y_0)$处的偏导数存在是函数在该点连续的（　　）.

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 以上都不对

5. 函数$z=z(x,y)$由方程$z^3-3xyz=a^3$所确定，则$\frac{\partial z}{\partial x}=$（　　）.

A. $\frac{yz}{z^2-xy}$　　B. $\frac{yz}{xy-z^2}$　　C. $\frac{xy-z^2}{yz}$　　D. $\frac{z^2-xy}{yz}$

6. 已知$\iint_D\sqrt{a^2-x^2-y^2}\,d\sigma=\pi$，其中$D:x^2+y^2\leqslant a^2$，则$a=$（　　）.

A. 1　　B. $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$　　C. $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$　　D. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

7. 设$\alpha$为常数，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sin n}{n^3}-\frac{\alpha}{\sqrt[3]{n}}\right)$（　　）.

A. 绝对收敛　　B. 条件收敛　　C. 敛散性与$\alpha$有关　　D. 发散

8. 级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$在$(-\infty,\infty)$内和函数为（　　）.

A. $e^{-x^2}$　　B. $-e^{-x^2}$　　C. $e^{x^2}$　　D. $-e^{x^2}$

## 二、填空题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

9. 函数$u=2xy+2z$在点$(1,1,2)$处的方向导数的最大值为__________.

10. 交换积分次序$\int_0^1 dx\int_0^{x^2} f(x,y)\,dy+\int_1^{\sqrt{2}} dx\int_0^{2-x^2} f(x,y)\,dy=$__________.

11. 设$L$为$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}=1$，其周长为$a$，则$\oint_L (3x^2-4xy+2y^2)\,ds=$__________.

12. 设$f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi<x\leqslant 0,\\ 1+x^2, & 0<x\leqslant\pi\end{cases}$，则其以$2\pi$为周期的傅里叶级数在点$x=\pi$收敛于__________.

## 三、简单计算题（本题共 4 小题，每题 6 分，共 24 分）

13. 设$z=x\ln(x+\ln y)$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$和$dz$.

14. 求曲线$\begin{cases}x^2+z^2=10\\ y^2+z^2=10\end{cases}$在点$(1,1,3)$处的切线和法平面.

15. 求 $\iint_D \frac{x^2}{y^3}dxdy$，其中$D$由$x=2$，$y=\sqrt{x}$，$xy=1$围成.

16. 设$\int_L (x^2-y)dx-(x+\sin^2 y)dy$，其中$L$是沿着曲线$y=\sqrt{2x-x^2}$从点$(0,0)$到点$(1,1)$的一段弧，证明积分与路径无关，并求积分值.

## 四、计算题（本题共 3 小题，17 题 8 分，18-19 题各 9 分，共 26 分）

17. 求双曲抛物面$z=xy$被柱面$x^2+y^2=2$所截得的面积.

18. 求$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{2^n}x^{n-1}$的收敛域与和函数.

19. 求平面 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{5}=1$ 和柱面 $x^2+y^2=1$ 的交线上与 $xOy$ 平面距离最短的点.

## 五、综合题（本题 9 分）

20. 求 $\iint_{\Sigma}(z^2-1)xdydz+xydzdx+zdxdy$，其中 $\Sigma$:$x^2+y^2=z(0\leqslant z\leqslant 4)$ 取下侧.

## 六、分析（本题 5 分）

21. 已知阿贝尔判别法是这样描述的：设$\{b_n\}$为单调有界的数列，且$\sum\limits_{n=1}^{n} a_n$收敛，则$\sum\limits_{n=1}^{n} a_n b_n$收敛.

下面试讨论级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n-1}}{n^{p+\frac{1}{n}}}$$(p \in R)$的敛散性，如果收敛请判断绝对收敛与条件收敛.