HDU 数学营

18年杭州電子科技大学高数下A期末考试题

（2018年6月）

本次码字与排版，均由知乎 ID:她的糖（QQ：1138472374）完成。由于其水平有限，难免会出现一些编排上的小错误，敬请各位同学批评指正。

一、选择题（本题共8小题，每小题3分，共21分）

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)}\dfrac{\tan(xy)}{x}=$（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. 不存在

2. 三维空间中，过点$P(1,0,2)$且垂直于平面$x-2y+z=1$的直线方程为（　　）.

A. $(x-1)-2y+(z-2)=0$　　B. $(x-1)-2y+(z-2)=1$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$　　D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z}{2}$

3. 函数$z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)的全微分存在是函数在该点连续的（　　）条件.

A. 充分非必要　　B. 必要非充分　　C. 充分必要　　D. 既非充分，也非必要

4. 下列级数收敛的是（　　）.

A. $\sum\limits_{n=1}^{n}\sqrt{\dfrac{n+1}{n}}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{n}(-1)^{n+1}\dfrac{1}{\sqrt{n}}$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{n}\dfrac{1}{2(n+1)}$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{n}{n+1}$

5. 二次积分$I=\int_0^4 dx\int_x^{2\sqrt{x}}f(x,y)dy$交换积分次序为（　　）.

A. $\int_0^4 dy\int_y^{2\sqrt{y}}f(x,y)dx$　　B. $\int_0^4 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^{4}f(x,y)dx$

C. $\int_0^4 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^{y}f(x,y)dx$　　D. $\int_0^4 dy\int_0^{y}f(x,y)dx$

6. 设L为取正向的圆周$x^2+y^2=4$，由格林公式$\oint_L(x-y+y^2)dx+x(2y+1)dy=$（　　）.

A. 0　　B. π　　C. 4π　　D. 8π

7. 已知曲面Σ是平面$x+y+z=1$在第一卦限部分，则$\iint_\Sigma(x^2+y^2+z)dS=$（　　）.

A. $\int_0^1 dx\int_0^{1-x}(x^2+y^2-x-y+1)dy$　　B. $\int_0^1 dx\int_0^{1-x}\sqrt{3}(x^2+y^2+z)dy$

C. $\int_0^1 dx\int_0^{1-x}\sqrt{3}(x^2+y^2-x-y+1)dy$　　D. $\int_0^1 dy\int_0^{1}\sqrt{3}(x^2+y^2-x-y+1)dx$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

8. 设二元函数$z=xy+\dfrac{x-1}{y}$，则$dz=$__________.

9. 已知向量$\vec{a},\ \vec{b}$满足$\vec{a}=-\vec{b}$，$|\vec{a}|=\left|\vec{b}\right|=3$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$__________.

10. 设$z=e^{u-v},\ u=2x,\ v=x^2+y^2$，那么$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________.

11. 计算对称区域$D=\{(x,y)\,||x|\leqslant 1,|y|\leqslant 1\}$上的积分$\iint_D 2xydxdy=$__________.

12. 设L为$x^2+y^2=1$上点$(0,-1)$到$(0,1)$的右半弧段，则对弧长的曲线积分$\int_L 4ds=$__________.

13. 函数$f(x)=\sin\dfrac{x}{2}\,(-\pi\leqslant x\leqslant\pi)$的傅里叶级数展开式中的常数项$\dfrac{a_0}{2}=$__________.

三、简单计算题（本题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

14. 已知平面Π在三坐标轴上截距为$1,2,-3$，求原点到该平面的距离.

15. 求过一个空间曲面$z=2e^z-3xy+10$上点$P(2,2,0)$的切平面方程.

16. 设函数$z=z(x,y)$由$x=y^2+z^2+\sin z$确定，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$和$\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

17. 计算$\iint_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$，其中积分区域$D$为圆环域：$\pi^2 \leqslant x^2+y^2 \leqslant 4\pi^2$.

四、计算题（本题共 4 小题，每题 7 分，共 28 分）

18. 求函数 $f(x,y)=y^3-x^2+6x-12y+5$ 的极值.

19. 计算 $\iiint_{\Omega} zdv$，其中 Ω 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z=2$ 所围成的立体.

20. 计算$\int_L (e^x \sin y - 2y)\,dx + (e^x \cos y - 2)\,dy$，其中$L$为沿$(x-1)^2+y^2=1$上半圆弧从$A(2,0)$到$O(0,0)$.

21. 将$(1+x)\ln(1+x)$展开成x的幂级数，并确定其成立的区间.

五、应用计算题（本题 8 分）

22. 曲线$\begin{cases} z^2 = y - 1 \\ x = 0 \end{cases}$绕$y$轴旋转一周得到曲面$\Sigma$，其法向量与$y$轴正向的夹角恒大于$\dfrac{\pi}{2}$.

(1) 写出Σ的曲面方程.

(2) 取平面Σ_1：$y = 3$，方向向右，于是Σ_1与Σ共同围成一个有向封闭曲面Σ_2.

试计算：$\oiint_{\Sigma_2} (8y+1)xdydz + 2(1-y^2)dzdx - 4yzdxdy$.

六、证明题（本题 5 分）

23. 证明：若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 绝对收敛，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_{n+1} - b)$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 绝对收敛.