

# Simulación de Percolación en Redes 2D

## Análisis del Algoritmo de Hoshen-Kopelman

Tu Nombre  
Universidad Nacional de Colombia

10 de junio de 2025

### Resumen

Este trabajo presenta una implementación computacional del proceso de percolación en redes bidimensionales utilizando el algoritmo de Hoshen-Kopelman. Se analizaron sistemas de diferentes tamaños ( $L = 32, 64, 128, 256, 512$ ) para estudiar el comportamiento crítico cerca del umbral de percolación  $p_c \approx 0,5927$ . Los resultados muestran la formación de clusters percolantes y la dependencia del tamaño del sistema en las propiedades críticas.

## 1. Introducción

La teoría de percolación es un área fundamental de la física estadística que estudia la conectividad en sistemas aleatorios [?]. El problema clásico de percolación de sitios en una red cuadrada consiste en ocupar cada sitio independientemente con probabilidad  $p$ , y determinar si existe un camino conectado que atraviese todo el sistema [?].

El umbral de percolación crítico para una red cuadrada bidimensional es  $p_c = 0,592746\dots$ , valor que ha sido determinado con alta precisión tanto analítica como numéricamente [?]. Cerca de este valor crítico, el sistema exhibe comportamiento de escala caracterizado por exponentes críticos universales.

## 2. Metodología

### 2.1. Algoritmo de Hoshen-Kopelman

Para identificar eficientemente los clusters conectados, implementamos el algoritmo de Hoshen-Kopelman [?], que utiliza una estructura de datos Union-Find para mantener la conectividad de los sitios ocupados. Este algoritmo tiene complejidad temporal  $O(N\alpha(N))$ , donde  $\alpha$  es la función inversa de Ackermann.

El algoritmo procede de la siguiente manera:

1. Recorrer la red sitio por sitio
2. Para cada sitio ocupado, verificar vecinos ya procesados
3. Asignar etiqueta de cluster según conectividad
4. Usar Union-Find para manejar fusiones de clusters

### 2.2. Parámetros de Simulación

Se realizaron simulaciones para tamaños de red  $L \in \{32, 64, 128, 256, 512\}$  y probabilidades en el rango  $p \in [0,4, 0,8]$  con incrementos de  $\Delta p = 0,01$ . Para cada configuración se promediaron  $N_{\text{samples}} = 1000$  realizaciones independientes.

### 3. Resultados

#### 3.1. Probabilidad de Percolación

La Figura 1 muestra la probabilidad de percolación  $P(p, L)$  como función de  $p$  para diferentes tamaños de sistema. Se observa una transición abrupta cerca de  $p_c$ , que se vuelve más pronunciada para sistemas más grandes.

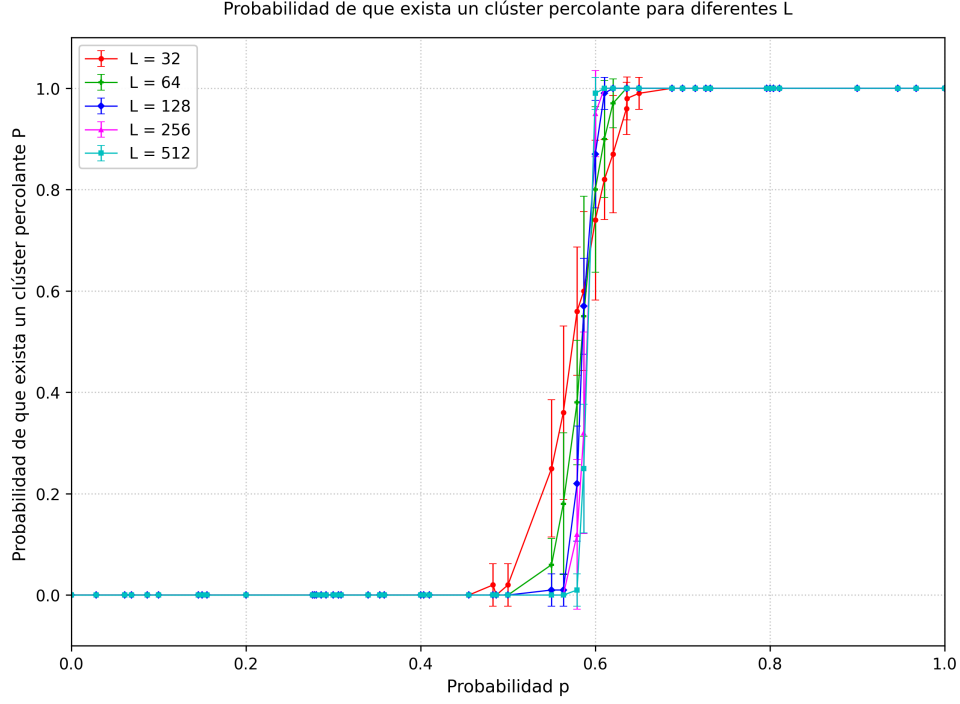


Figura 1: Probabilidad de percolación  $P(p, L)$  en función de  $p$  para diferentes tamaños de red  $L$ . La transición se vuelve más abrupta al aumentar  $L$ .

#### 3.2. Tamaño del Cluster Percolante

El tamaño relativo del cluster percolante  $S(p, L)$  se muestra en la Figura 2. Para  $p > p_c$ , este tamaño escala aproximadamente como  $(p - p_c)^\beta$  donde  $\beta \approx 5/36$  es el exponente crítico teórico [?].

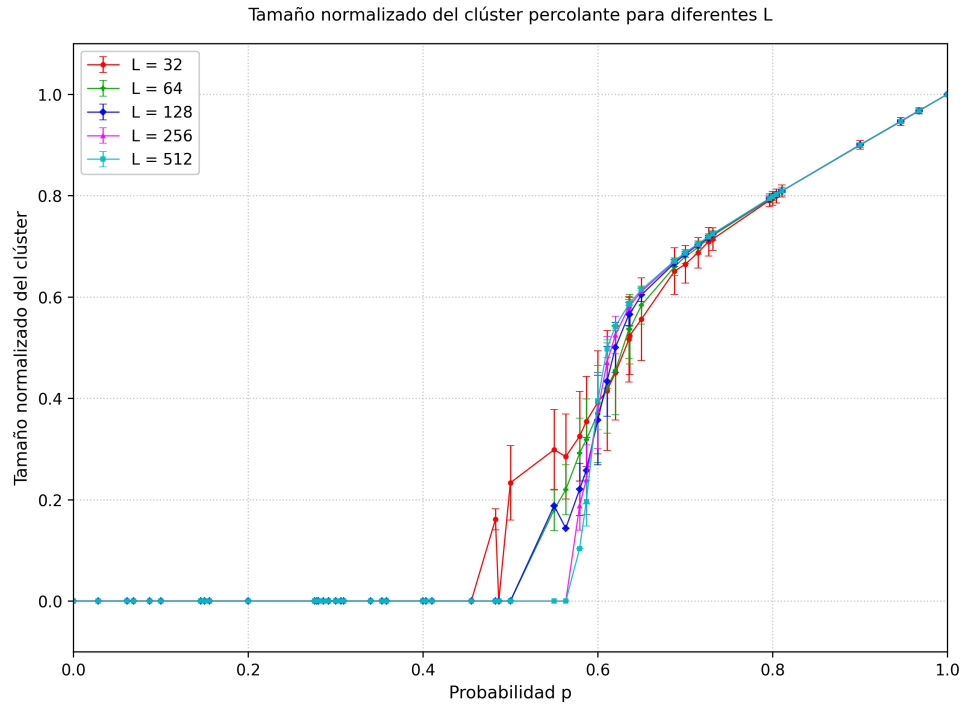


Figura 2: Tamaño relativo del cluster percolante  $S(p, L)$  como función de  $p$ . Se observa el comportamiento de ley de potencias cerca del punto crítico.

### 3.3. Visualización de Clusters

Las Figuras 3 y 4 muestran configuraciones típicas del sistema para diferentes valores de  $p$ , ilustrando la formación y evolución de clusters conectados.

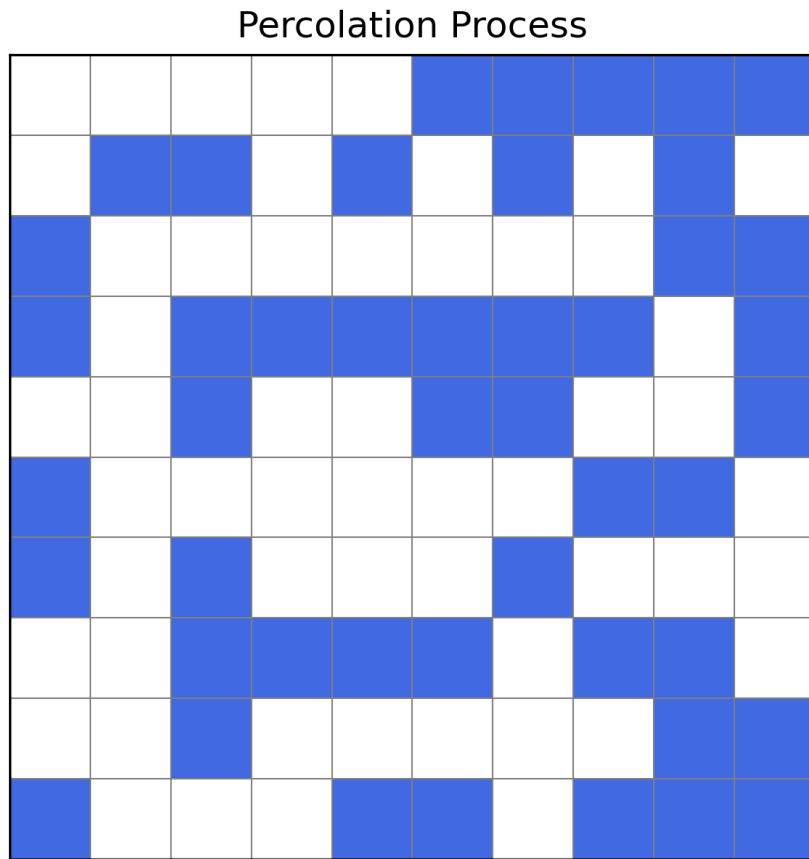


Figura 3: Visualización de una configuración típica de percolación mostrando sitios ocupados (negro) y vacíos (blanco) para  $p = 0,6$ .



## **6. Agradecimientos**

Agradecemos al profesor del curso de Introducción a la Computación Científica de Alto Rendimiento por su guía en este proyecto.

## **Referencias**