Hochschule Emden/Leer SS 2019
Fachbereich Technik
Abteilung Elektrotechnik und Informatik

Schriftliche Prüfung im Fach: **Digitale Signalverarbeitung (BA)**
Prüfer: **Prof. Dr.-Ing. Johann-Markus Batke**
Tag der schriftlichen Prüfung: **2.7.2019**

Studierender: ....
Name, Vorname Matr.-Nr.

Note: .... Einsicht genommen: ....
Datum, Unterschrift Prüfer Datum, Unterschrift Studierender

Allgemeine Hinweise

Bearbeitungszeit 90 Minuten
Anzahl der Aufgaben 6
Hilfsmittel
- Formelsammlung der Klausur (Abschnitt „Hilfen“)
- Eigene Formelsammlung (handgeschrieben, 2 Seiten DIN A4). Die Formelsammlung ist mit abzugeben.
- HS-Taschenrechner

Gesamtpunktzahl 100

- Beschriften Sie bitte alle Lösungsblätter mit Namen und Matrikelnummer und nummerieren Sie sie fortlaufend.
- Alle Blätter bitte nur einseitig beschreiben.
- Geben Sie bei Rechenaufgaben die Zwischenschritte an, so dass der Lösungsweg erkennbar ist.
- Antworten sind, soweit möglich, zu begründen.
- Pseudocode bedeutet den Programmtext für ein in der Funktion korrektes, aber nicht umbedingt übersetzbares Programm (z.B. in Python oder Matlab o.ä.).
- Die Klausur ist mit ca. 50 % der Gesamtpunktzahl bestanden.

Name: ....   Matrikelnummer: ....

Aufgabe 1: Abtastung (10 Punkte)

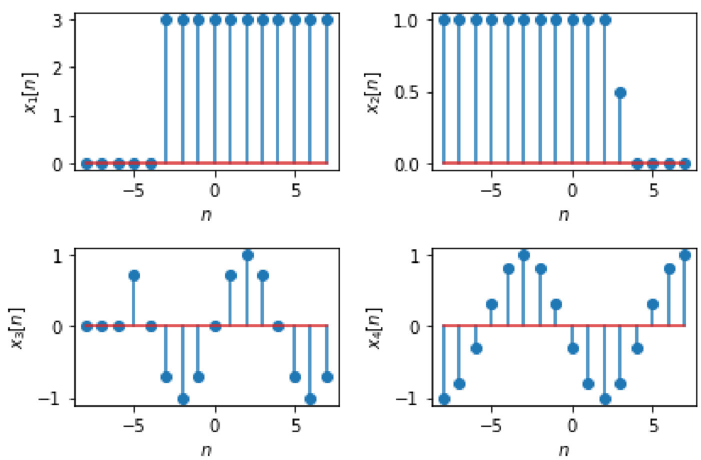
Eine Zeitfunktion wird mit einer Abtastrate von $f_a = 92\,\frac{\text{kAbtastwerte}}{\text{s}}$ abgetastet.

(a) Geben Sie das Abtastintervall T an.

(b) Welche Frequenz kann noch nach Abtastung eindeutig rekonstruiert werden?

(c) Welche Frequenzen entstehen, wenn ein Sinus-Signal mit 90 kHz mit f_a abgetastet und rekonstruiert wird?

Aufgabe 2: Elementare Signale (28 Punkte)



(a) Formulieren Sie für die dargestellten Graphen der Funktionen $x_1[n] \dots x_4[n]$ einen Ausdruck mithilfe von Elementarfunktionen wie $\delta[n]$, $\sigma[n]$, $\cos[n]$, $\sin[n]$.

(b) Skizzieren Sie die Folge $\cos(2\pi \frac{n}{10})$ im Wertebereich $n = -5 \dots 10$.

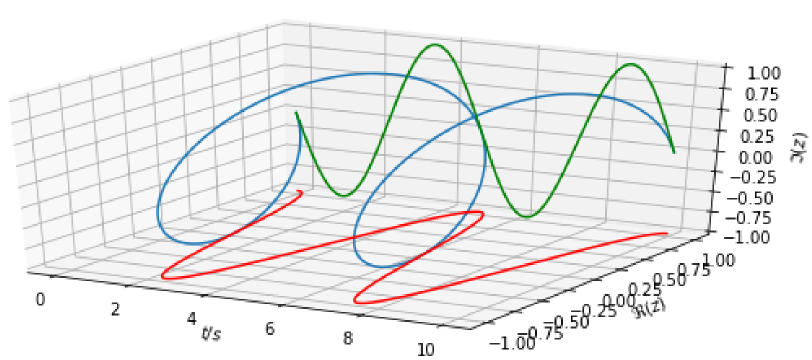
(c) Skizieren Sie im Wertebereich $n = -5 \dots 5$ die Funktionen

- $x_5[n] = 5\delta[n+1] + 5$
- $x_6[n] = \sigma[5(n+1)]$

Aufgabe 3: Diskrete Fouriertransformation (28 Punkte)

Teilaufgabe 3.1: Kontinulierliche komplexe Schwingung

Gegeben sei folgende Darstellung:



(a) Geben Sie einen mathematischen Ausdruck für die dargestellte Größe $z(t)$ an.

(b) Geben Sie einen Pseudo-Code an, um **die Daten** für Grafik zu erzeugen. *Hinweise:*

- Verwenden Sie 100 Abtastpunkte zur Darstellung der Zeitachse.
- Weisen Sie das Ergebnis der mathematischen Funktion einer komplexwertigen Variable z zu.

- Als Programmierelemente können Sie verwenden: `exp()`, `sin()`, `cos()`, `arange()`, `linspace()`, `i`, `pi`, `j` und die Operationen `= + - * /` - nicht alle Elemente werden benötigt, Sie können auswählen.

Teilaufgabe 3.2: Diskrete Berechnung

(a) Geben Sie die Definitionsgleichung der Diskreten Fouriertransformation (DFT) $X[k]$ für ein Signal $x[n]$ der Ordnung N an!

(b) Die Implementierung der DFT in diesem Versuch soll in der Form

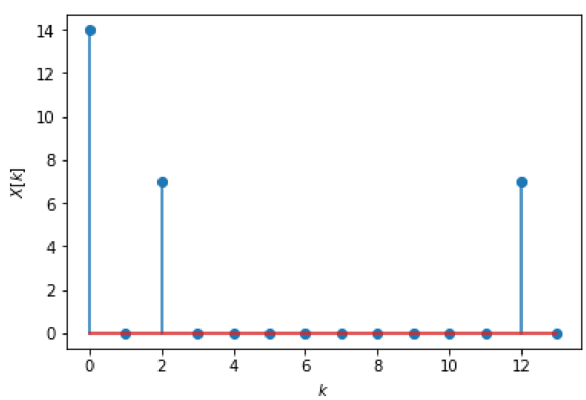
$$\vec{A}\,\vec{x} = \vec{X} \tag{1}$$

erfolgen, wobei ein $\vec{A}$ eine Matrix mit N Zeilen und N Spalten darstellt und $\vec{x}$ die zu transformierende Folge $x[n]$ mit $n = 0 \ldots N-1$ enthält. Geben Sie $\vec{A}$ für $N = 4$ an!

(c) Berechnen Sie die DFT von $\vec{x} = [1, 2]$ mit $N = 2$!

Aufgabe 4: Spektrum Ton (10 Punkte)

Gegeben sei folgendes reellwertiges Spektrum $X[k]$:



(a) Geben Sie die Ordnung N der DFT an!

(b) Bestimmen Sie den Gleichanteil!

(c) Bestimmen Sie die Grundfrequenz f_0 der Schwingung, wenn die Abtastrate $f_s = 8000$ Abtastwerte/s ist!

(d) Geben Sie die Zeitfunktion $x[n]$ an und skizzieren Sie den Funktionsgraphen! Hinweis: der Gleichanteil im Zeitbereich ist $X[0]/N$.

Aufgabe 5: Klirrfaktor (24 Punkte)

Durch Beschneidung des Signals bei Übersteuerung (engl. clipping, overload) entstehen zusätzliche Harmonische im Spektrum. Der Effektivwert der Harmonischen k_n im Verhältnis zum Effektivwert des Gesamtsignals einschließlich Verzerrung ist der Klirrfaktor k (engl. total harmonic distortion, THD). Speist man z.B. ein Testsignal von 1 kHz in ein klirrendes System, so muss man am Ausgang erst die Effektivwert-Spannung des Gesamtsignals messen und dann, bei einer zweiten Messung, mit einer 1-kHz-Bandsperre im Ausgangssignal das Testsignal unterdrücken. Das Verhältnis der beiden gemessenen Spannungen ist der Klirrfaktor.

Teilaufgabe 5.1: Signal-Parameter

Zur Untersuchung eines Systems soll als Testsignal ein Ton mit $f_0 = 1$ kHz erzeugt werden. Wieviel Punkte umfasst die Grundperiode des Testsignals, wenn die Abtastrate $f_s = 48\,000$ Abtastwerte/s beträgt?

Teilaufgabe 5.2: Testsignal

Das Testsignal soll einen Scheitelwert von $\hat{u} = 1.3$ erreichen. Geben Sie einen Pseudo-Code zur Erzeugung eines solchen Signals mit der Dauer von 3 Grundperioden an.

Teilaufgabe 5.3: Signalverzerrung

Das untersuchte System begrenzt die Maximalamplitude des verarbeiteten Signals auf den Betrag von 1. Zeichnen Sie das verzerrte Testsignal (kontinuierlich, nicht als stem-plot)!

Teilaufgabe 5.4: Spektrum

Zeichnen Sie das Betragsspektrum des verzerrten Signals. Verwenden Sie Betragswerte aus der gegebenen Tabelle. Nennen Sie besondere Merkmale des Spektrums.

k	1	3	5	7	9	13
$\lvert H(k)\rvert$	27.19	2.65	0.91	0.16	0.31	0.13

Teilaufgabe 5.5: Klirrfaktor

Da für den Klirrfaktor die beiden gemessenen Effektivwerte ins Verhältnis gesetzt werden, lässt sich die Berechnung direkt über die Werte des Betragsspektrums durchführen, es gilt

$$k = \frac{\sqrt{|X(2)|^2 + |X(3)|^2 + \ldots}}{\sqrt{|X(1)|^2 + |X(2)|^2 + |X(3)|^2 + \ldots}} \tag{2}$$

Berechnen Sie mit den gegebenen Werten der vorherigen Aufgabe den Klirrfaktor k.

Teilaufgabe 5.6: Effektivwert

Berechnen Sie den Klirrfaktor nun über

$$k = \frac{\sqrt{U^2 - U_1^2}}{U} \tag{3}$$

wobei U den Effektivwert des verzerrten Signals und U_1 den Effektivwert der Grundschwingung bezeichnet. Rechnen Sie mit $U_1 = 0.812$ V und den Abtastwerten der gemessenen Spannung $u(n)$ bei $f_s = 6000$ Abtastwerte/s laut Tabelle:

n	0	1	2	3	4	5
$u(n)$ in V	0	1	1	0	-1	-1

Hinweis: der Effektivwert berechnet sich aus dem quadratischen Mittelwert

$$u_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} u(t)^2 \mathrm{d}t} \tag{4}$$